

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ ім. А.М. ПІДГОРНОГО

Склепус Сергій Миколайович



УДК 539.3

**ПОВЗУЧІСТЬ ТА ПОШКОДЖУВАНІСТЬ ТІЛ СКЛАДНОЇ
ФОРМИ ІЗ МАТЕРІАЛІВ З ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, ЩО
ЗАЛЕЖАТЬ ВІД ВИДУ НАВАНТАЖЕННЯ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Харків – 2017

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Інституті проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України.

Науковий консультант:

академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

Рвачов Володимир Логвинович

Офіційні опоненти:

доктор технічних наук, професор

Дзюба Анатолій Петрович,

Дніпровський національний університет ім. О.Гончара,
професор кафедри теоретичної і комп'ютерної механіки

доктор технічних наук, професор

Морачковський Олег Костянтинович,

Національний технічний університет «Харківський
політехнічний інститут», завідувач кафедри теоретичної
механіки

доктор технічних наук, професор

Пошивалов Володимир Павлович,

Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України,
завідувач відділу надійності та довговічності технічних
систем

Захист відбудеться «18» травня 2017 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.180.01 в Інституті проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10.

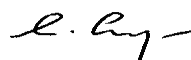
З дисертацією можна ознайомитись у науково-технічній бібліотеці Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10.

Автореферат розісланий « 14 » квітня 2017 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради Д 64.180.01,

доктор технічних наук, професор



О.О. Стрельнікова

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Існує широкий клас початково ізотропних матеріалів, характеристики яких при повзучості залежать від виду навантаження. Це, перш за все, легкі сплави, суперсплави, деякі види конструкційних сталей, порошкові матеріали, композиційні матеріали різної структури, пластмаси, полімери, кераміка. Дані матеріали використовуються в авіаційній, космічній, енергетичній, хімічній промисловості для виготовлення елементів конструкцій літаків, ракет, літальних апаратів, деталей реактивних двигунів, хімічного обладнання, трубопроводів та ін. Численні експериментальні дослідження показують, що в умовах високотемпературної повзучості ці матеріали виявляють залежність характеристик повзучості і пошкоджуваності від виду навантаження. Криві повзучості таких матеріалів для одновісного розтягу, одновісного стиску та чистого кручення, при одній і тій же інтенсивності напружень, описуються незалежними законами (рис. 1). Найбільша різниця між деформаціями повзучості при розтягу і стиску спостерігається на третій стадії повзучості. Відповідні часи завершення прихованого руйнування теж суттєво відрізняються. Крім того, розвиток повзучості і пошкоджуваності в умовах чистого кручення відбувається з більшою швидкістю, чим при розтягу (рис. 1). Цей факт робить непридатним використання класичних рівнянь теорії повзучості в практичних розрахунках елементів конструкцій з таких матеріалів, та ставить перед механікою деформівного твердого тіла задачу створення нових моделей деформування, які відбивають складні ефекти, що супроводжують процеси повзучості та пошкоджуваності. Вперше, на основі аналізу великої кількості експериментальних даних, основні ефекти, що визначають залежність характеристик повзучості ізотропних матеріалів від виду навантаження, були сформульовані у працях О.О. Золочевського. А саме: різне поведіння матеріалу при одновісному розтягу і стиску, незалежний закон деформування в умовах чистого кручення, непружна стисливість, ефект Пойнтінга, вплив гідростатичного стиску.

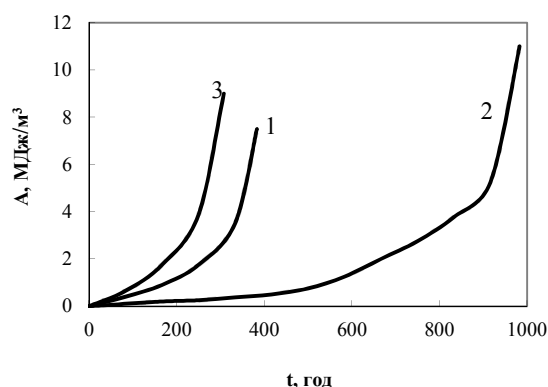


Рис.1. Питома енергія розсіяння ($A = \sigma_{ij} p_{ij}$) для сплаву АК4-1Т:

1 - розтяг, 2 – стиск, 3 - кручення ($T = 473 \text{ K}$, $\sigma_i = 170 \text{ МПа}$) [1]

[1] Горев Б.В. О построении уравнений ползучести для материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие / Б.В. Горев, В.В. Рубанов, О.В. Соснин // Журнал прикл. механики и техн. физики. – 1979. – № 4. – С. 121–128.

Аналіз літературних джерел показав, що напрямок механіки деформівного твердого тіла, пов'язаний з побудовою визначальних співвідношень повзучості і пошкоджуваності для матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження, розвинуто недостатньо. Особливо це стосується дослідження процесів повзучості, пошкоджуваності та їх взаємовпливу при складному напруженому стані.

Розв'язання нелінійних початково-крайових задач повзучості є складною математичною проблемою навіть для тіл канонічної геометричної форми. На практиці, у більшості випадків, конструктивні елементи мають складну геометричну форму. Задачі повзучості та пошкоджуваності для тіл складної форми майже не досліджені. Вивченню впливу геометричної форми на процеси повзучості та пошкоджуваності в твердих тілах присвячені одиничні роботи. В літературі немає розв'язаних задач повзучості та пошкоджуваності для тіл складної геометричної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження. Тому розробка нових моделей деформування та ефективних універсальних методів розв'язання задач повзучості та пошкоджуваності для тіл складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження, є актуальною проблемою механіки деформівного твердого тіла.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконувалася у відділі прикладної математики й обчислювальних методів та у відділі математичного моделювання та оптимального проектування Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного Національної академії наук України у рамках науково-дослідних робіт за темами: «Розвиток теорії R-функцій (RFM), розширення її предметної області, удосконалення конструктивних і програмних засобів» (1996-2000 рр., № ДР 0198U004125); «Розвиток чисельних методів теорії R-функцій і їх застосування» (2001-2005 рр., № ДР 0102U001479); «Створення нових безсіткових методів розв'язання крайових задач математичної фізики на основі теорії R-функцій» (2006-2010 рр., № ДР 0106U000483); «Математичне моделювання фізичних процесів в елементах конструкцій енергетичних машин на основі атомарних та R-функцій» (2011-2015 рр., № ДР 0111U001756); «Розробка методів дослідження фізичних процесів в енергетичних установках на основі теорії R-функцій» (2016-2020 рр., № ДР 0115U001940).

Наукові дослідження, виконані в дисертації, були підтримані і фінансувалися: німецькою службою академічних обмінів (DAAD) у 1996, 2001 рр. (Технічний університет північної Рейн-Вестфалії (RWTH), м.Аахен, 325-95 тј, 322/cs-e) та в 2008 р. (Бранденбурзький технічний університет (BTU), м.Коттбус, 322/phi-e); в рамках проекту «Прогнозування довговічності паливних комірок на твердому оксиді і мембран переносу кисню» (BTU, м. Коттбус, 2010 р., UKR/1032556), який фінансувався фондом Олександера фон Гумбольдта.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка методики дослідження повзучості та пошкоджуваності тіл складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження.

Для досягнення зазначеної мети в дисертації були поставлені і розв'язані такі задачі:

- Розробити й обґрунтувати загальний підхід до моделювання повзучості та пошкоджуваності початково ізотропних середовищ, який базується на синтезі феноменологічного та мезоскопічного підходів і дозволяє враховувати експериментально встановлені ефекти деформування, що визначають залежність характеристик повзучості та пошкоджуваності від виду навантаження.
- Побудувати в рамках запропонованого підходу визначальні співвідношення повзучості для початково ізотропних матеріалів з характеристиками повзучості і пошкоджуваності, що залежать від виду навантаження; зіставити результати, отримані за запропонованими визначальними співвідношеннями, з експериментальними даними, опублікованими в літературі.
- Виконати загальну математичну постановку тривимірних нелінійних початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності для тіл довільної геометричної форми.
- Отримати математичні постановки таких двовимірних початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності: плоскої задачі, осесиметричної задачі для однорідних та кусково-однорідних тіл обертання скінченних розмірів, задачі повзучості та пошкоджуваності тонких пластин і пологих оболонок із заданим планом, задачі повзучості та пошкоджуваності гнучких пологих оболонок і пластин, задачі повзучості та пошкоджуваності пологих оболонок і пластин середньої товщини.
- На базі методів R-функцій та Рунге-Кутта-Мерсона розробити нову чисельно-аналітичну методику розв'язання нелінійних початково-крайових задач повзучості для тіл складної геометричної форми.
- Побудувати структурні моделі (загальні та часткові структури розв'язку) для основних видів граничних умов тривимірних та двовимірних крайових задач повзучості та пошкоджуваності.
- Здійснити перевірку запропонованої методики шляхом розв'язання тестових задач та співставлення отриманих результатів з відомими числовими розв'язками.
- Застосувати побудовані моделі повзучості та розроблену методику для розв'язання нових початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності пластин складної форми, пологих тонких оболонок складної форми в плані, пологих оболонок і пластин середньої товщини, осесиметрично навантажених тіл обертання з меридіональним перерізом складної форми.
- Дослідити вплив напрямку прикладеного навантаження та геометричної форми на повзучість та пошкоджуваність тіл із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження: тонких пластин, що знаходяться в умовах плоского напруженого стану; тонких пологих оболонок, гнучких пологих оболонок; пологих оболонок і пластин середньої товщини, осесиметрично навантажених тіл обертання.

Об'єкт дослідження – процеси нелінійного деформування й накопичення пошкоджень в тілах із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження.

Предмет дослідження – повзучість і пошкоджуваність внаслідок повзучості тіл складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження; моделі деформування; алгоритми й методи розв'язання початково-крайових задач.

Методи дослідження. При побудові визначальних співвідношень повзучості та пошкоджуваності початково ізотропних середовищ з характеристиками, що залежать від виду навантаження, використовувались загальні положення теорії визначальних співвідношень механіки деформівного твердого тіла. Чисельно-аналітична методика розв'язання нелінійних початково-крайових задач повзучості ґрунтується на спільному застосуванні методів R-функцій, Рітца та Рунге-Кутта-Мерсона. Для лінеаризації фізично нелінійної задачі повзучості використовується метод початкових деформацій.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

- Побудовано нові визначальні співвідношення повзучості для початково ізотропних середовищ з характеристиками, що залежать від виду навантаження. Отримані фізичні рівняння враховують ефекти деформування, пов'язані з впливом виду навантаження на повзучість та пошкоджуваність.
- На базі принципу віртуальної роботи для квазістатичних задач і введення потенціального подання швидкостей напружень Піола-Кірхгофа отримано нові варіаційні функціонали в формі Лагранжа та в змішаній формі для тривимірних задач повзучості з урахуванням скінченних деформацій, що виникають в процесі повзучості.
- Отримано функціонали в формі Лагранжа для задач повзучості та пошкоджуваності тонких пологих оболонок і пластин, гнучких пологих оболонок та пластин, пластин і пологих оболонок середньої товщини; побудовано функціонали в формі Лагранжа та в змішаній формі для плоских та осесиметричних задач повзучості та пошкоджуваності.
- Розроблено нову чисельно-аналітичну методику розв'язання нелінійних початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності для тіл довільної форми, що базується на спільному застосуванні методів R-функцій, Рітца та Рунге-Кутта-Мерсона.
- Вперше побудовано загальні та часткові структури розв'язку для основних тривимірних задач повзучості та пошкоджуваності.
- Побудовано нові структури розв'язку для осесиметричної задачі повзучості та пошкоджуваності кусково-однорідних тіл обертання.
- Отримали подальший розвиток існуючі структурні моделі. Модифіковано для задач повзучості загальні та часткові структури розв'язку для основних видів граничних умов плоскої задачі, осесиметричної задачі, для основних умов закріплення пологих оболонок і пластин.

- Розв'язано ряд нових задач повзучості та пошкоджуваності тіл із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження: тонких пластин з отворами, що знаходяться в умовах плоского напруженого стану; тонких пологих оболонок, гнучких пологих оболонок складної форми в плані; пологих оболонок і пластин середньої товщини; осесиметрично навантажених однорідних та кусково-однорідних тіл обертання зі складною формою меридіонального перерізу. Досліджено вплив геометричної форми, умов закріплення та виду навантаження на повзучість та пошкоджуваність.

Практичне значення отриманих результатів. Отримані в дисертації результати складають теоретичну базу інженерних методів розв'язання задач повзучості, пошкоджуваності та тривалої міцності конструктивних елементів складної форми. Розроблена в дисертації методика розв'язання нелінійних початково-крайових задач, визначальні співвідношення повзучості, що враховують реальні властивості матеріалу, а також створений на мові C++ програмний комплекс дають можливість адекватного моделювання та дослідження повзучості і пошкоджуваності конструктивних елементів складної геометричної форми, розрахунковими схемами яких є: полого оболонка із заданим планом, пластина, осесиметрично навантажене тривимірне однорідне та кусково-однорідне тіло обертання, тривимірне тіло в умовах плоскої деформації. Отримані в дисертаційній роботі визначальні рівняння повзучості, розроблені алгоритми і методи використовуються у науково-дослідній роботі Харківського національного автомобільно-дорожнього університету для моделювання напружено-деформованого стану дорожніх одягів з пружньо-в'язкими властивостями (Додаток А).

Особистий внесок здобувача. В роботах, написаних у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає у наступному. В монографії [1] авторові належать основні теоретичні та числові результати третьої частини. В роботах [2-4, 9, 10, 29, 41-44] авторові належить виведення визначальних співвідношень повзучості для середовищ з характеристиками, що залежать від виду навантаження, співставлення отриманих за допомогою запропонованих визначальних співвідношень результатів з експериментальними даними для складного напруженого стану. В роботах [5, 6, 8, 11, 18, 24, 31, 45] автором отримано функціонал у формі Лагранжа для плоских задач повзучості та пошкоджуваності, структури розв'язку для основних видів крайових умов, а також числові результати дослідження повзучості та пошкоджуваності пластин з отворами. В [19] автором отримано функціонал Лагранжа для тривимірних тіл з урахуванням скінченних деформацій, які виникають в процесі повзучості. В роботах [16, 21, 46, 47] здобувачеві належать розробка методу розв'язання задач повзучості та пошкоджуваності тонких пологих оболонок складної форми в плані, тіл неканонічної форми та проведення обчислювального експерименту. В роботах [33, 34, 36-38, 50, 51] автором побудовано функціонал у формі Лагранжа для однорідного та кусково-однорідного тіла обертання, структури розв'язку, отримано числові результати дослідження НДС, повзучості та пошкоджуваності

циліндра із матеріалу з характеристиками, що залежать від виду навантаження, та трубчастій паливній комірці на твердому оксиді. В [35, 52] автору належить варіаційне формулювання задачі повзучості пологих оболонок середньої товщини на базі уточненої теорії, що враховує нелінійний розподіл поперечних дотичних напружень по товщині оболонки.

Апробація результатів дисертації. Основні результати досліджень, викладених в дисертаційній роботі, доповідалися й обговорювалися на наукових конференціях та семінарах: Реологічному конгресі Rheologentagung 1995 (Berlin, Germany, 22 und 23 Mai, 1995); International Conference "Elasticity, Viscoelasticity and Optimal Control. Theoretical and numerical aspects" (Lion, France, 6–8 December, 1995); 11th Biennial European Conference on Fracture - ECF 11 (Poitiers-Futuroscope, France, 3–6 September, 1996); XIIth International Congress on Rheology (Quebec, Canada, August 18-23, 1996); Fourth U.S. National Congress on Computational Mechanics (San Francisco, CA; USA; 6-8 August, 1997); Реологічному конгресі Rheologentagung 1997 (Chemnitz, Germany, March 11–13, 1997); XI Міжнародній конференції "Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я" (MicroCad - 2003, м. Харків); Міжнародній конференції "Актуальные проблемы прикладной математики и механики" (м. Харків, 2006 г.); Міжнародній науковій конференції "Математичні проблеми технічної механіки - 2007" (м. Дніпродзержинськ, 2007 р.); Міжнародній науково-технічній конференції "Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій" (м. Дніпропетровськ, 2007 р.); Міжнародній науковій конференції "Математичні проблеми технічної механіки - 2008" (Дніпропетровськ-Дніпродзержинськ, 2008 р.); 2-й Міжнародній науково-технічній конференції "Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій" (м. Львів, 2010 р.); 10-му Міжнародному симпозиумі українських інженерів-механіків у Львові (МСУІМЛ-10) (м. Львів, 2011 р.); Міжнародній науковій конференції "Атомарні функції: теорія і застосування" (м. Харків, 2012 р.); V Міжнародній науково-технічній конференції "Актуальні проблеми прикладної механіки та міцності конструкцій" (м. Запоріжжя, 2015 р.); V International Conference "Nonlinear Dynamics-2016" (Kharkov, Ukraine, 27–30 September, 2016); науковому семінарі кафедри "Математичні моделі в матеріалознавстві" технічного університету північної Рейн-Вестфалії (RWTH, м. Аахен, ФРН) у 2001 р.; семінарі кафедри "Будівельної механіки і вібрації в транспортних засобах" Бранденбурзького технічного університету (м. Коттбус, ФРН) у 2010 р. У повному обсязі дисертація доповідалась і обговорювалась на семінарі відділу прикладної математики та обчислювальних методів Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України під керівництвом д.т.н., проф. Т.І. Шейко; на об'єднаному семінарі кафедр динаміки та міцності машин, теоретичної механіки та прикладної математики Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут" під керівництвом д.т.н., проф. Г.І. Львова; на семінарі за науковим напрямком "Механіка зв'язаних полів в матеріалах і елементах конструкцій" Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України під керівництвом д.ф.-м.н., проф. В.Г. Карнаухова; семінарі науково-

технічної проблемної ради з динаміки та міцності машин Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України під керівництвом д.т.н., проф. М.Г. Шульженка; міжвузівському науковому семінарі “Актуальні проблеми деформівних тіл і конструкцій” при Придніпровському науковому центрі та науковій раді з механіки деформівного твердого тіла НАН України під керівництвом чл.-кор. НАН України, д.т.н., проф. В.С. Гудрамовича та д.т.н., проф. А.П. Дзюби.

Публікації. Результати дисертації опубліковані в 54 наукових працях (21 без співавторів). З них одна монографія, 29 статей, з яких 27 у фахових вітчизняних виданнях, 10 публікацій в іноземних виданнях, з яких 8 у виданнях, що індексуються у міжнародних наукометричних базах та 14 – у матеріалах міжнародних конференцій.

Структура й обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, восьми розділів, висновків, списку використаних літературних джерел (432 джерела на 43 сторінках), додатку на 2 сторінках. Дисертація містить 189 рисунків та 5 таблиць. Загальний обсяг роботи – 365 сторінок (обсяг основного тексту становить 292 сторінки).

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність дисертаційної роботи; сформульовано мету і задачі досліджень; викладені основні отримані результати, їх наукова новизна й практичне значення, наведені відомості про публікації, особистий внесок та апробацію роботи.

Перший розділ містить огляд літератури та аналіз сучасного стану теорії визначальних співвідношень повзучості для середовищ, що пошкоджуються, та розробки методів розв’язання нелінійних початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності.

Вагомий внесок в теорію визначальних співвідношень механіки деформівного твердого тіла внесли такі вчені як Дж. Беттен (J. Betten), Г. Генкі (H. Hencky), Д. Друккер (D. Drucker), Д.Д. Івлев, О.О. Ільюшин, Л. М. Качанов, Д. Крайцинович (D. Krajcinovic), Дж. Леметр (J. Lemaitre), М.М. Малінін, Р. Мізес (R. Mises), С. Муракамі (S. Murakami), В.С. Наместников, В. Прагер (W. Prager), Ю.М. Работнов, О.В. Соснін, К. Трусделл (C. Truesdell), Д. Хейхерст (D. Hayhurst), Ю.М. Шевченко та інші.

Розробці феноменологічних теорій повзучості та пошкоджуваності і методам лінеаризації та розв’язання нелінійних задач механіки присвячені роботи Х. Альтенбаха (H. Altenbach), М.Е. Бабешко, В.А. Баженова, К. Бате (K. Bathe), В. Л. Бердичевского, М.І. Бобиря, Д.В. Бреславського, А.В. Бурлакова, К. Васидзу (K. Washizu), Г. Вояджиса (G. Voyiadjis), О.З. Галішина, Ф. Гарофало (F. Garofalo), В.П. Голуба, В.С. Гудрамовича, О.І. Гуляра, А.П. Дзюби, О. Зенкевича, О.О. Золочевського, Б.Я. Кантора, В.Г. Карнаухова, Л.М. Качанова, Дж. Леметра (J. Lemaitre), О.М. Локощенко, Г.І. Львова, М.С. Мажаровського, О.К. Морачковського, О.Ф. Нікітенка, Дж. Одена (J. Oden), А.М. Підгорного, С.О. Піскунова, В.П. Пошивалова, Ю.М. Работнова, В.Л. Рвачова, В.Г. Савченка,

І.К. Сенченкова, Р.Г. Терехова, І.Ю. Цвілодуба, Дж. Чебоша (J. Chaboche), Ю.М. Шевченка, С.О. Шестерікова та багатьох інших вчених.

З проведеного вивчення публікацій можна стверджувати, що найбільш дослідженими є класичні теорії повзучості, побудовані для кожної стадії повзучості окремо. Менш розробленими є теорії, які в рамках єдиного підходу описують всі три стадії повзучості. Більшість існуючих моделей повзучості та пошкоджуваності початково ізотропних середовищ з характеристиками, що залежать від виду навантаження, є феноменологічними. Вони більш-менш повно відображають ефекти деформування, що визначають залежність характеристик матеріалу від виду навантаження. Але, в той же час, поки не існує теорії, яка одночасно з всіма перерахованими вище ефектами описувала б анізотропний характер розвитку пошкоджуваності, а також явище відкриття/закриття мікротріщин при зміні знака зовнішнього навантаження.

Проаналізовано сучасні методи лінеаризації та розв'язання нелінійних задач механіки деформівного твердого тіла. В розділі наводиться огляд робіт, присвячених дослідженню повзучості й пошкоджуваності тіл канонічної та складної геометричної форми. Як свідчить літературний пошук, кількість публікацій, присвячених дослідженню повзучості та пошкоджуваності тіл із матеріалів з характеристики, що залежать від виду навантаження, є досить обмеженою. В жодній з відомих робіт дотепер не ставилися і не розв'язувалися задачі повзучості для тіл складної форми з таких матеріалів. Також відсутні дослідження впливу геометричної форми і виду навантаження на повзучість та пошкоджуваність тіл складної форми з таких матеріалів.

На основі аналізу літературних джерел обґрунтовано актуальність теми дисертації та необхідність проведення відповідних досліджень, які здійснено в подальших розділах роботи.

Другий розділ присвячений побудові, теоретичному й експериментальному обґрунтуванню визначальних співвідношень повзучості для початково ізотропних матеріалів, які мають характеристики повзучості та пошкоджуваності, що залежать від виду навантаження. Для побудови визначальних співвідношень використовувався синтез феноменологічного та мезоскопічного підходів. При цьому враховані дані металографічних досліджень про розподіл і орієнтацію мікродефектів (мікротріщин та мікропор) в матеріалі.

Побудовано тензорно-лінійні та тензорно-нелінійні визначальні співвідношення, які мають досить просту для використання в прикладних дослідженнях форму запису, та дозволяють одночасно враховувати експериментально встановлені ефекти деформування, пов'язані з впливом виду навантаження на повзучість та пошкоджуваність: різне поводження матеріалу при одновісному розтягу і стиску, незалежний закон деформування в умовах чистого кручення, непружна стисливість, ефект Пойнтинга, вплив гідростатичного стиску, різний розвиток пошкоджуваності при розтягу, стиску та в умовах чистого кручення, анізотропію, обумовлену пошкоджуваністю.

При побудові визначальних співвідношень постулювалося існування потенціального зв'язку між тензором швидкостей деформацій повзучості та тензором напружень

$$\dot{p}_{ij} = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}},$$

або

$$\dot{p}_{ij} = 2\lambda \sigma_e \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{p}_e \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_{ij}},$$

де $\Phi = \sigma_e^2$, σ_e – еквівалентне напруження; λ – скалярна функція, що підлягає визначенню.

Прийнято, що орієнтація граней зерен, на яких виникають пошкодження, характеризується одиничним вектором $\mathbf{e} = (e_1, e_2, e_3)$, спрямованим перпендикулярно до площини грані. Введено вектор пошкоджуваності $\Psi = \psi \mathbf{e}$ та тензор пошкоджуваності $(\psi_{ij}) = \psi \mathbf{e} \otimes \mathbf{e} = \psi (e_i e_j)$, де ψ – скалярний параметр пошкоджуваності ($\psi \geq 0$). Тензорна міра пошкоджуваності описує спрямований характер пошкоджуваності і залежить від переважної орієнтації мікротріщин.

Вважаємо, що процеси повзучості та пошкоджуваності проходять ізотермічно та відбуваються одночасно і впливають один на одного, а еквівалентне напруження σ_e є інваріантною скалярною функцією тензора напружень Коші (σ_{ij}) ($i, j = \overline{1,3}$) й діадного добутку $\mathbf{e} \otimes \mathbf{e}$, який утворює тензор мікроструктури, що характеризує анізотропію матеріалу, обумовлену пошкоджуваністю, тобто $\sigma_e = \sigma_e(\sigma_{ij}, \mathbf{e} \otimes \mathbf{e})$.

На базі двох симетричних тензорів другого рангу можна побудувати наступні інваріанти:

$$I_1 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{mm}, \quad I_2 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2) = \sigma_{kl} \sigma_{lk}, \quad I_3 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^3) = \sigma_{kl} \sigma_{lm} \sigma_{mk},$$

$$I_4 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{e} \otimes \mathbf{e})) = e_k \sigma_{kl} e_l, \quad I_5 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2(\mathbf{e} \otimes \mathbf{e})) = e_k \sigma_{kl} \sigma_{lm} e_m, \quad (k, l, m, n = \overline{1,3}).$$

В загальному випадку еквівалентне напруження σ_e може бути функцією п'яти інваріантів. Але включення всіх інваріантів у визначальні співвідношення робить їх використання в практичних цілях надто складним. Нехтуючи, наприклад, впливом кубічного і мішаного інваріантів, а саме I_3 I_5 , можна отримати тензорно-лінійний зв'язок між компонентами тензора швидкостей деформацій повзучості \dot{p}_{ij} , компонентами тензора напружень σ_{ij} та тензора $\mathbf{e} \otimes \mathbf{e}$.

Еквівалентне напруження подавалось у вигляді

$$\sigma_e = \alpha \sigma_{e1} + \sigma_{e2},$$

де α – деякий ваговий множник, σ_{e1} , σ_{e2} – еквівалентні напруження, які є складовими σ_e .

В роботі було запропоновано декілька видів еквівалентних напружень (1)-(4), на основі яких були отримані відповідні тензорно-лінійні (5)-(7) та тензорно-нелінійні (8) визначальні співвідношення:

$$\sigma_{e1} = BI_4, \sigma_{e2}^2 = AI_1^2 + CI_2, \quad (1)$$

$$\sigma_{e1} = AI_1 + BI_4, \sigma_{e2} = C\sigma_i, \quad (2)$$

$$\sigma_{e1} = BI_4, \sigma_{e2}^2 = A\sigma_i^2 + CI_4^2, \quad (3)$$

$$\sigma_{e1} = BI_4, \sigma_{e2}^2 = A\sigma_i^2 + CI_5; \quad (4)$$

$$\dot{p}_{ij} = \dot{p}_e \left(\frac{C\sigma_{ij} + AI_1\delta_{ij}}{\sigma_{e2}} + \alpha Be_i e_j \right), \quad (5)$$

$$\dot{p}_{ij} = \dot{p}_e \left(\frac{3}{2} C \frac{s_{ij}}{\sigma_i} + \alpha A \delta_{ij} + \alpha Be_i e_j \right), \quad (6)$$

$$\dot{p}_{ij} = \dot{p}_e \left(\frac{\frac{3}{2} As_{ij} + CI_4 e_i e_j}{\sigma_{e2}} + \alpha Be_i e_j \right), \quad (7)$$

$$\dot{p}_{ij} = \dot{p}_e \left(\frac{\frac{3}{2} As_{ij} + \frac{1}{2} C (\sigma_{jk} e_i e_k + \sigma_{ik} e_j e_k)}{\sigma_{e2}} + \alpha Be_i e_j \right), \quad (8)$$

де s_{ij} – компоненти девіатора напружень, $\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}$, – інтенсивність напружень, A, B, C – сталі матеріалу.

Функцію \dot{p}_e в простішому випадку можна подати у вигляді

$$\dot{p}_e = \vartheta(\sigma_e) \Psi^{-\beta} \left(\frac{\Psi_*}{\Psi_* - \Psi} \right)^q,$$

де Ψ_* – критичне значення параметра пошкоджуваності.

Найбільш уживаними емпіричними формулами для функції $\vartheta(\sigma_e)$ є: $\vartheta(\sigma_e) = \sigma_e^m$, $\vartheta(\sigma_e) = \exp(\sigma_e/p)$, $\vartheta(\sigma_e) = \text{sh}(\sigma_e/d)$, де β, q, m, p, d – сталі матеріалу.

Викладено методику визначення сталих матеріалу у запропонованих фізичних рівняннях за даними базових експериментів на розтяг, стискання та кручення. Нехай в результаті випробувань на одновісний розтяг ($\sigma_{11} > 0$) та одновісний стиск ($\sigma_{11} < 0$) встановлено, що

$$\dot{p}_{11} = K_+ \sigma_{11}^m \psi^{-\beta} \left(\frac{\psi_*}{\psi_* - \psi} \right)^q, \quad \psi = \sigma_{11} p_{11},$$

$$\dot{p}_{11} = -K_- |\sigma_{11}|^m \psi^{-\beta} \left(\frac{\psi_*}{\psi_* - \psi} \right)^q, \quad \psi = \sigma_{11} p_{11}.$$

Аналогічно, у разі чистого кручення ($\sigma_{12} \neq 0$) маємо

$$2\dot{p}_{12} = K_0 \sigma_{12}^m \psi^{-\beta} \left(\frac{\psi_*}{\psi_* - \psi} \right)^q, \quad \psi = 2\sigma_{12} p_{12},$$

де $K_+, K_-, K_0, m, \beta, q$ – константи матеріалу.

Розглянемо на прикладі визначальних співвідношень (5), як знаходяться параметри A, B, C . Прийmemo, що $\nu(\sigma_e) = \sigma_e^m$. Вважаємо, що мікротріщини перпендикулярні до напрямку максимального головного напруження. Записавши рівняння (5) для одновісного розтягу, стиску та чистого кручення і зіставивши з відповідними формулами, встановленими для базових експериментів, отримаємо систему рівнянь:

$$\left(\sqrt{A+C} + \alpha B \right)^{m+1} = K_+, \quad \left(\sqrt{A+C} \right)^{m+1} = K_-, \quad \left(\sqrt{2C} + \alpha B \right)^{m+1} = K_0,$$

з якої нескладно знайти параметри A, B, C :

$$\alpha B = K_+^{\frac{1}{m+1}} - K_-^{\frac{1}{m+1}}, \quad C = 0.5 \left(K_0^{\frac{1}{m+1}} - \alpha B \right)^2, \quad A = K_-^{\frac{2}{m+1}} - C.$$

У якості єдиного структурного параметру стану прийнято питому енергію розсіювання $\psi = \int_0^t W dt = \int_0^t \sigma_{ij} \dot{p}_{ij} dt$. При цьому кінетичне рівняння пошкоджуваності буде мати вигляд

$$\frac{d\psi}{dt} = \dot{p}_e \sigma_e. \quad (9)$$

Початкове значення $\psi = 0$ відповідає неушкодженому стану при $t = 0$, а критичне

значення $\psi_* = \int_0^{t_*} W dt$ – часу закінчення прихованого руйнування (часу до руйнування) t_* .

Запропоновані рівняння повзучості (5)-(8) та пошкоджуваності (9) в рамках єдиного підходу описують всі три стадії повзучості. Ізотропне зміцнення матеріалу описується скалярним параметром ψ , а анізотропна пошкоджуваність – тензором пошкоджуваності другого рангу (ψ_{ij}) з компонентами $\psi_{ij} = \psi e_i e_j$.

Побудовані визначальні співвідношення були використані для опису всіх стадій повзучості за одновісного та складного напружених станів, в умовах пропорційного й непропорційного навантажень для різноманітних матеріалів, які виявляють залежність характеристик повзучості від виду навантаження (алюмінієвий сплав АК4-1Т, титанові сплави ОТ-4 та ВТ-9, сталь 316, целулоїд, магній).

Як приклад розглянемо повзучість алюмінієвого сплаву АК4-1Т при температурі 473 К в умовах складного напруженого стану. Константи матеріалу: $\beta = 0.0$, $m = 8$, $q = 3$, $K_+ = 55.0 \text{ ГПа}^{-m} \text{ год}^{-1}$, $K_- = 22.5 \text{ ГПа}^{-m} \text{ год}^{-1}$, $K_0 = 1.14 \cdot 10^4 \text{ ГПа}^{-m} \text{ год}^{-1}$. Критичне значення параметра пошкоджуваності для даного матеріалу залежить від виду навантаження і визначається за формулою [2]

$$\psi_* = \sigma_i^2 (a - bI_1), \quad (10)$$

де $a = 0.4 \text{ ГПа}^{-1}$, $b = 0.4 \text{ ГПа}^{-2}$.

На рис. 2–5 представлені експериментальні дані, для деформацій p_{11} (\circ), $2p_{12}$ (Δ) за різних комбінацій розтягу (стиску) із крученням і розрахункові дані (суцільні лінії для p_{11} і пунктирні – для $2p_{12}$), отримані за допомогою співвідношень (5) та (6). При цьому максимальна різниця між теоретичними даними не перевищувала 3%.

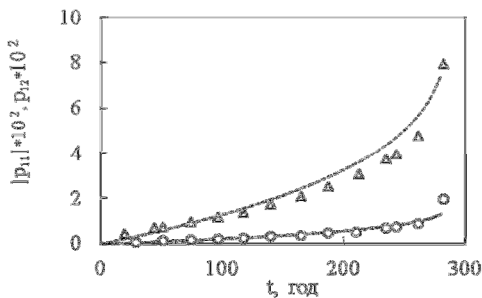


Рис. 2. Криві повзучості сплаву АК4-1Т
($\sigma_{11} = -68.7 \text{ МПа}$, $\sigma_{12} = 95.7 \text{ МПа}$)

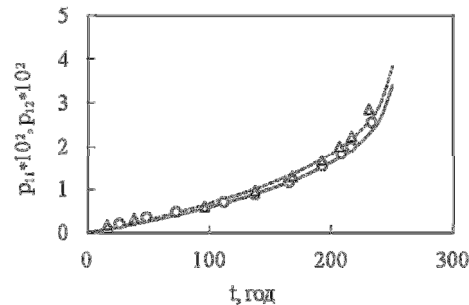


Рис. 3. Криві повзучості сплаву АК4-1Т
($\sigma_{11} = 152.4 \text{ МПа}$, $\sigma_{12} = 50.8 \text{ МПа}$)

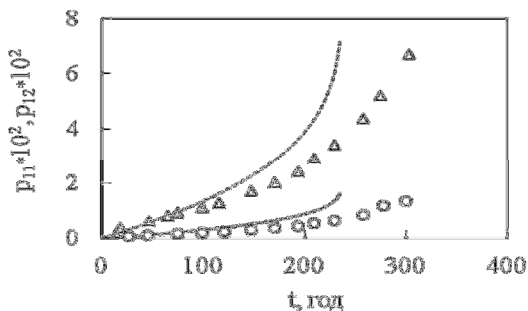


Рис. 4. Криві повзучості сплаву АК4-1Т
($\sigma_{11} = 66.2 \text{ МПа}$, $\sigma_{12} = 92.3 \text{ МПа}$)

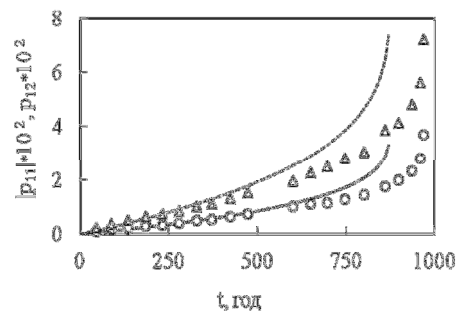


Рис. 5. Криві повзучості сплаву АК4-1Т
($\sigma_{11} = -115.8 \text{ МПа}$, $\sigma_{12} = 66.9 \text{ МПа}$)

[2] Рубанов В.В. Экспериментальное обоснование определяющих уравнений ползучести металлических материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии: Дис...канд. физ.-мат. наук / В.В. Рубанов.– Новосибирск, 1986.–147с.

Також було досліджено повзучість алюмінієвого сплаву АК4-1Т в умовах непропорційного навантаження. На рис. 6, 7 показані експериментальні дані для деформацій p_{11} (\circ), $2p_{12}$ (Δ) за різних комбінацій σ_{11} , σ_{12} з перевантаженнями і розрахункові дані (суцільні лінії для p_{11} , пунктирні – для $2p_{12}$), отримані за допомогою визначальних співвідношень (5). Величини напружень і тривалість їхньої дії в часі, для двох режимів навантаження, наведено в табл. 1.

Таблиця 1.

Режими навантажень

Δt , год	σ_{11} , МПа	σ_{12} , МПа
Режим № 1		
132	65.6	91.5
123	109.6	63.3
87	164.5	39.1
Режим № 2		
92	0.0	98.0
95	-60.0	85.0
120	-120.0	70.0
174	-150.0	60.0

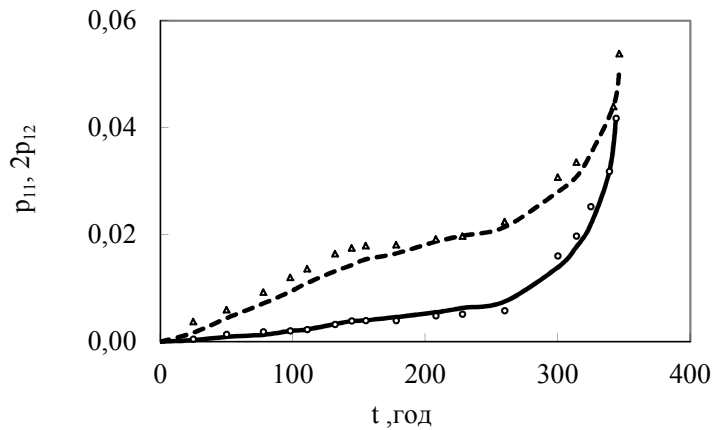


Рис. 6. Криві повзучості сплава АК4-1Т. Режим № 1

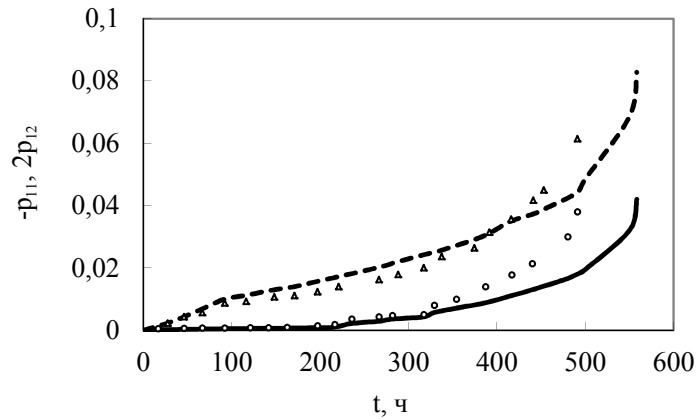


Рис. 7. Криві повзучості сплава АК4-1Т. Режим № 2

Проведено порівняння теоретичних й експериментальних даних для часу до руйнування. Зразки зі сплаву АК4-1Т піддавалися комбінованому навантаженню – крученню разом із одновісним навантаженням (розтяг або стиск). Значення часу до руйнування t_* для різних комбінацій напружень σ_{11} , σ_{12} наведено в таблиці 2.

З наведених результатів видно, що запропоновані в роботі визначальні співвідношення забезпечують задовільний збіг розрахункових і експериментальних значень як для деформацій повзучості, так і для часу до руйнування за одновісного та складного напружених станів, в умовах пропорційного й непропорційного навантажень. Експериментальні дані були отримані В.В. Рубановим [2].

Таблиця 2

Час до руйнування сплаву АК4-1Т при різних комбінаціях розтягу (стиску) із крученням

σ_{11} , МПа	σ_{12} , МПа	t_* , ГОД експеримент	t_* , ГОД рівняння (7)	t_* , ГОД рівняння (8)
122.3	70.6	244	268.1	257.9
66.2	92.3	274	244.9	237.4
-68.7	95.8	284	279.2	287.1
-130.8	75.5	337	367.1	379.3
180.0	0.0	245	243.5	243.5

У третьому розділі наведені загальні математичні формулювання початково-крайових задач повзучості. На базі принципу віртуальної роботи для квазістатичних задач і введення потенціального подання швидкостей напружень Піола-Кірхгофа отримані нові варіаційні формулювання у формі Лагранжа і в змішаному вигляді, які дозволяють враховувати виникаючі в процесі повзучості скінченні деформації. Розроблено нову чисельно-аналітичну методику розв'язання початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності для тіл довільної геометричної форми, яка базується на спільному застосуванні методів R-функцій і Рунге-Кутта-Мерсона (РКМ). Коротко викладено головні положення теорії R-функцій, яка є основою варіаційно-структурного методу розв'язання крайових задач.

При формулюванні задачі вважалося, що пружні деформації в процесі повзучості залишаються малими, а компоненти тензора швидкостей деформацій $\dot{\varepsilon}_{ij}$ складаються із швидкостей пружних деформацій $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ та швидкостей деформацій

повзучості \dot{p}_{ij} : $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{p}_{ij}$. Пластичні деформації відсутні. Температура вважається сталою $T = T_0$, де T_0 – температура природного, ненапруженого і недеформованого стану.

Задача повзучості для тривимірного тіла довільної форми, що займає область Ω , у фіксований момент часу $t \neq 0$, може бути зведена до варіаційної задачі для функціонала у формі Лагранжа

$$\Lambda(\dot{u}_i) = 0.5 \iiint_{\Omega} \left[A_{ijkl} (\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{p}_{ij}) (\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{p}_{kl}) + \tau_{ij} \dot{u}_{k,i} \dot{u}_{k,j} \right] d\Omega - \iint_{S_p} \dot{P}_i^0 \dot{u}_i dS, \quad (11)$$

де $\dot{u}_i(x_1, x_2, x_3, t)$ – кінематично можливі швидкості переміщень; τ_{ij} – компоненти симетричного тензора напружень Піола-Кірхгофа;

$\dot{\varepsilon}_{ij} = 0.5 (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i} + u_{k,i} \dot{u}_{k,j} + u_{k,j} \dot{u}_{k,i})$, $(i, j, k = \overline{1,3})$ – компоненти тензора швидкостей повних деформацій Коші-Гріна; коефіцієнти A_{ijkl} є функціоналами

деформованого стану: $A_{ijkl} = JA_{mnrst}^* \frac{\partial x_i}{\partial X_m} \frac{\partial x_j}{\partial X_n} \frac{\partial x_k}{\partial X_r} \frac{\partial x_l}{\partial X_s}$, де A_{klrs}^* – компоненти

симетричного тензора пружних сталих матеріалу; $\frac{\partial x_i}{\partial X_k}$ – компоненти

транспонованого градієнта місця у відліковій (недеформованій) конфігурації;

x_i ($i = \overline{1,3}$), $X_i(x_1, x_2, x_3, t) = x_i + u_i(x_1, x_2, x_3, t)$ – координати матеріальної частки тіла у відліковій та актуальній конфігураціях відповідно.

В функціоналі (11) компоненти тензора швидкостей деформацій повзучості \dot{p}_{ij} , напруження Піола-Кірхгофа τ_{ij} та похідні від переміщень $u_{i,j}$ вважаються заданими і не варіюються.

Варіаційне рівняння $\delta\Lambda = 0$ виражає екстремальні властивості миттєвого значення поля швидкостей переміщень. Виконання рівності $\delta\Lambda = 0$ еквівалентно виконанню лінеаризованих рівнянь рівноваги і статичних граничних умов, записаних відносно швидкостей переміщень.

З функціоналу (11) слідує варіаційні формулювання для випадків великих переміщень і малих деформацій та малих переміщень і деформацій. У цих випадках компоненти тензора напружень Піола-Кірхгофа збігаються з компонентами тензора напружень Коші: $\tau_{ij} \approx \sigma_{ij}$.

Розв'язок варіаційних задач для відповідних функціоналів дає розподіл полів швидкостей переміщень в тілі в момент часу $t \neq 0$. Значення шуканих функцій в будь-який момент часу можуть бути знайдені шляхом інтегрування відповідних полів швидкостей, а саме, із розв'язку задачі Коші за часом для системи нелінійних диференціальних рівнянь, яка в загальному випадку має вигляд

$$\frac{du_i}{dt} = \dot{u}_i, \quad \frac{du_{k,i}}{dt} = \dot{u}_{k,i}, \quad \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = 0.5(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i} + u_{k,i}\dot{u}_{k,j} + u_{k,j}\dot{u}_{k,i}),$$

$$\frac{d\tau_{ij}}{dt} = A_{ijkl}(\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{p}_{kl}), \quad \frac{dp_{ij}}{dt} = \dot{p}_{ij}, \quad \frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi}, \quad (i, j, k, l = \overline{1,3}). \quad (12)$$

Праві частини рівнянь для деформацій повзучості p_{ij} та параметра ψ в системі (12) залежать від виду визначальних співвідношень повзучості та кінетичного рівняння для ψ . Початкові умови для основних невідомих знаходяться із розв'язку крайової задачі пружного деформування.

Метод РКМ вимагає на кожному кроці п'ятикратного обчислення правих частин рівнянь (12), що дозволяє визначити похибку розв'язку і виробити критерій автоматичного вибору величини часового кроку. Варіаційні задачі на кожному часовому кроці в моменти часу, що відповідають схемі РКМ, будемо розв'язувати методом R-функцій [3], який був запропонований академіком В.Л. Рвачовим у 60-ті роки ХХ сторіччя і вперше дозволив вирішити проблему побудови координатних послідовностей варіаційних методів. Метод R-функцій дозволяє подати наближений розв'язок крайової задачі у вигляді формули – структури розв'язку $\mathbf{u} = B(\Phi, \omega, \omega_i)$, де $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, u_3\}$. Структура розв'язку точно задовольняє усім чи частині заданих граничних умов, при довільному виборі невизначеної компоненти Φ , і є інваріантною стосовно геометричної форми області, де відшукується наближений розв'язок.

В структурі розв'язку $\omega = 0, \omega_i = 0$ – рівняння границі області Ω та її ділянок $\partial\Omega_i$, які будуються за допомогою теорії R-функцій.

Функція $\omega = \omega(x), x = (x_1, x_2, x_3)$ повинна задовольняти наступним умовам:

$$\omega(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad \omega(x) > 0, \quad x \in \Omega; \quad \omega_{,n} = 1, \quad x \in \partial\Omega,$$

де \mathbf{n} – внутрішня нормаль до $\partial\Omega$.

Дискретизація задачі відбувається шляхом подання невизначеної

компоненти структури розв'язку $\Phi = \{\Phi_k\}$ у вигляді $\Phi_k \approx \Phi_{kN} = \sum_{i=1}^{N_k} C_i^{(k)} \varphi_i(x)$,

де $C_i^{(k)}$ – невизначені коефіцієнти; φ_k – елементи деякого функціонального простору, які утворюють у ньому повну послідовність.

В подальших розділах дисертації при розв'язанні двовимірних задач повзучості в якості $\{\varphi_k\}$ використовувалися степеневі поліноми виду $P_{lm}(x_1, x_2) = x_1^l x_2^m$ та бікубічні сплайни Шенберга. Невизначені коефіцієнти знаходилися методом Рітца.

[3] Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В.Л. Рвачев. – Киев: Наук. думка, 1982.–552 с.

Побудовано нові часткові (задовольняють тільки головним граничним умовам) та загальні структури розв'язку (задовольняють усім заданим граничним умовам) для основних тривимірних задач повзучості та пошкоджуваності.

До переваг розробленої методики можна віднести:

- урахування геометричної інформації про крайову задачу на аналітичному рівні без будь-якої її апроксимації;
- подання наближеного розв'язку крайової задачі в аналітичному вигляді;
- використання координатних послідовностей, що точно задовольняють заданим граничним умовам;
- можливості автоматизації процесу розв'язання і проведення обчислювального експерименту;
- автоматичний вибір часового кроку.

У наступних розділах дисертаційної роботи запропонована методика використовується для розв'язання широкого кола двовимірних задач повзучості та пошкоджуваності внаслідок повзучості.

У четвертому розділі розглянуті плоскі (узагальнений плоский напружений стан, плоска деформація) та осесиметричні задачі повзучості та пошкоджуваності для тіл складної геометричної форми. Виконано математичні формулювання відповідних початково-крайових задач. На базі отриманих в третьому розділі загальних варіаційних формулювань побудовані відповідні функціонали у формі Лагранжа й у змішаній формі. Сформульовано граничні умови для основних задач. Модифіковано, для задач повзучості, загальні та часткові структури розв'язку для основних видів граничних умов плоскої та осесиметричної задачі.

Розглянуто осесиметричну задачу повзучості та пошкоджуваності для кусково-однорідних тіл обертання з довільною формою меридіонального перерізу. Побудовано відповідний функціонал та нові структури розв'язку для основних типів крайових умов.

Виконано аналіз достовірності запропонованого методу й апробацію створеного програмного комплексу шляхом розв'язання тестових задач, для яких в літературі є чисельні результати, отримані за допомогою інших методів.

Розв'язано ряд нових задач повзучості та пошкоджуваності для пластин з отворами із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження (алюмінієвий сплав АК4-1Т, титановий сплав ОТ-4). Досліджено повзучість та пошкоджуваність осесиметрично навантаженого циліндра з бічними вирізами прямокутної форми із алюмінієвого сплаву АК4-1Т, який знаходиться під дією розтягуючих та стискаючих навантажень. Досліджено вплив виду навантаження та геометричної форми на повзучість й пошкоджуваність.

Розглянемо плоску задачу повзучості у прямокутній декартовій системі координат. Нехай тонка пластина або тіло в перетині площиною x_1Ox_2 мають форму Ω . На межі $\partial\Omega$ або її частинах можуть бути задані нормальні $P_n^0(x_1, x_2, t)$, дотичні $P_\tau^0(x_1, x_2, t)$ зусилля, кінематичні граничні умови виду $\dot{u}_i(x_1, x_2, t) = f_i^0$ або їх комбінації. Деформації в процесі повзучості залишаються малими.

Функціонал у формі Лагранжа для плоских задач повзучості має вигляд

$$\begin{aligned} \Lambda(\dot{u}_1, \dot{u}_2) = & 0.5 \iint_{\Omega} \left[A_1 (\dot{u}_{1,1}^2 + \dot{u}_{2,2}^2) + 2A_2 \dot{u}_{1,1} \dot{u}_{2,2} + A_3 (\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1})^2 \right] dx_1 dx_2 - \\ & - \iint_{\Omega} \left[\dot{u}_{1,1} \dot{N}_{11}^c + \dot{u}_{2,2} \dot{N}_{22}^c + (\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1}) \dot{N}_{12}^c \right] dx_1 dx_2 - \\ & - \int_{\partial\Omega_p} \left[\dot{P}_n^0 (\dot{u}_1 n_1 + \dot{u}_2 n_2) + \dot{P}_\tau^0 (\dot{u}_2 n_1 - \dot{u}_1 n_2) \right] dS, \end{aligned}$$

де \dot{u}_1, \dot{u}_2 – швидкості переміщень уздовж осей Ox_1, Ox_2 відповідно; n_1, n_2 – напрямні косинуси зовнішньої нормалі \mathbf{n} до контуру $\partial\Omega$.

У випадку плоского напруженого стану швидкості "фіктивних" сил, обчислюються за формулами

$$\dot{N}_{11}^c = \frac{E}{1-\nu^2} (\dot{p}_{11} + \nu \dot{p}_{22}), \quad \dot{N}_{22}^c = \frac{E}{1-\nu^2} (\dot{p}_{22} + \nu \dot{p}_{11}), \quad \dot{N}_{12}^c = 2G \dot{p}_{12},$$

а коефіцієнти A_1, A_2, A_3 мають вигляд: $A_1 = E/(1-\nu^2)$, $A_2 = \nu A_1$, $A_3 = G$.

Наведемо деякі види крайових умов та відповідні їм структури розв'язку. Якщо на межі тіла задані швидкості нормальних і дотичних зусиль, то виражені через швидкості переміщень крайові умови мають вигляд

$$\begin{aligned} A_1 (\dot{u}_{1,n} n_1 + \dot{u}_{2,n} n_2) + A_2 (\dot{u}_{2,\tau} n_1 - \dot{u}_{1,\tau} n_2) &= \dot{P}_n^0 + \dot{P}_n^c, \\ A_3 (-\dot{u}_{1,n} n_2 + \dot{u}_{2,n} n_1 + \dot{u}_{1,\tau} n_1 + \dot{u}_{2,\tau} n_2) &= \dot{P}_\tau^0 + \dot{P}_\tau^c, \end{aligned} \quad (13)$$

де $\dot{P}_n^c = \dot{N}_{11}^c n_1^2 + 2\dot{N}_{12}^c n_1 n_2 + \dot{N}_{22}^c n_2^2$, $\dot{P}_\tau^c = (\dot{N}_{22}^c - \dot{N}_{11}^c) n_1 n_2 + \dot{N}_{12}^c (n_1^2 - n_2^2)$,
 $\dot{u}_{i,n} = \dot{u}_{i,1} n_1 + \dot{u}_{i,2} n_2$, $\dot{u}_{i,\tau} = \dot{u}_{i,2} n_1 - \dot{u}_{i,1} n_2$.

Загальна структура розв'язку, яка точно задовольняє умовам (13), може бути записана у вигляді

$$\dot{u}_i = \dot{u}_{0i} + \dot{u}_{1i} \quad (i=1, 2). \quad (14)$$

Тут складові \dot{u}_{0i} задовольняють неоднорідним граничним умовам, а \dot{u}_{1i} – однорідним:

$$\dot{u}_{01} = \omega (A_1^{-1} \omega_{,1} \dot{P}_n - A_3^{-1} \omega_{,2} \dot{P}_\tau), \quad \dot{u}_{02} = \omega (A_1^{-1} \omega_{,2} \dot{P}_n + A_3^{-1} \omega_{,1} \dot{P}_\tau), \quad (15)$$

$$\dot{u}_{11} = \Phi_1 - \omega \left[D_1 \Phi_1 - \left(1 + A_2 A_1^{-1} \right) \omega_{,1} \omega_{,2} T_1 \Phi_1 + T_1 \Phi_2 \left(A_2 A_1^{-1} \omega_{,1}^2 - \omega_{,2}^2 \right) \right] + \omega^2 \Phi_3,$$

$$\dot{u}_{12} = \Phi_2 - \omega \left[D_1 \Phi_2 + \left(1 + A_2 A_1^{-1} \right) \omega_{,1} \omega_{,2} T_1 \Phi_2 + T_1 \Phi_1 \left(\omega_{,1}^2 - A_2 A_1^{-1} \omega_{,2}^2 \right) \right] + \omega^2 \Phi_4, \quad (16)$$

де $\omega(x_1, x_2) = 0$ – нормалізоване до першого порядку рівняння границі області Ω ($\omega_{,n} = -1$ на $\partial\Omega$, $\omega > 0$ всередині Ω); Φ_i ($i = \overline{1,4}$) – невизначені компоненти структури розв’язку; $D_1 = \frac{\partial\omega}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_2}$, $T_1 = -\frac{\partial\omega}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2}$ –

диференціальні оператори.

В формулах (15) для “неоднорідних” компонент структури розв’язку:

$$\dot{P}_n = EC(\dot{P}_n^0 + \dot{P}_n^c) = EC(\dot{P}_n^0) + EC(\dot{P}_n^c), \quad \dot{P}_\tau = EC(\dot{P}_\tau^0 + \dot{P}_\tau^c) = EC(\dot{P}_\tau^0) + EC(\dot{P}_\tau^c), \quad \text{де } EC(\dots) \text{ – оператор продовження граничних умов усередину області } \Omega \text{ [3].}$$

Якщо на границі області задані швидкості переміщень $\dot{u}_i = f_i^0$, ($i = 1, 2$), то структуру розв’язку можна записати так:

$$\dot{u}_i = f_i + \omega\Phi_i, \quad (i = 1, 2), \quad \text{де } f_i = EC(f_i^0).$$

Нижче подані деякі приклади числових розрахунків та дослідження впливу виду навантаження на повзучість та пошкоджуваність пластин з отворами із алюмінієвого сплаву АК4-1Т за температури $T = 473$ К. Пружні константи: $E = 60$ ГПа, $\nu = 0.35$.

Розрахунки проводилися на базі співвідношень (5), які враховують залежність характеристик матеріалу від виду навантаження, та на базі “класичних” визначальних співвідношень, що базуються лише на експериментальних даних для одновісного розтягу. При цьому, еквівалентне напруження в “класичних” визначальних співвідношеннях мало вигляд $\sigma_e = A\sigma_i$.

Досліджено повзучість пластини з центральним круговим отвором, що знаходиться під дією постійного у часі навантаження $|P_n^0| = 75$ МПа, рівномірно розподіленого на її коротких сторонах (Рис. 8). Геометричні розміри: $a = 0.06$ м, $b = 0.025$ м, $r = 0.01$ м.

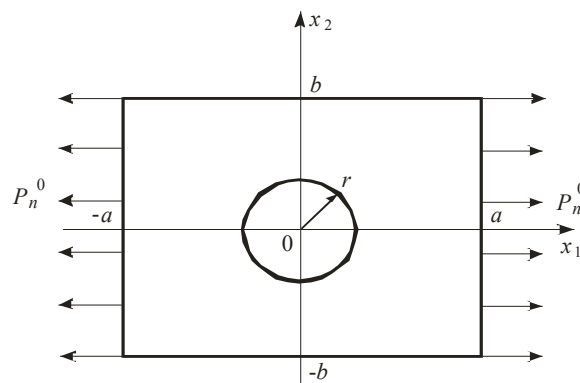


Рис.8. Пластина з круговим отвором

Для розв’язання використовувалась загальна структура розв’язку, подана формулами (14)–(16). В результаті досліджень встановлено, що при розтягу пластини зусиллям $P_n^0 = 75$ МПа час до руйнування склав $t_* = t_{*p} = 1752$ год, а в умовах стиску з тим же зусиллям – $t_* = t_{*c} = 5460$ год. В обох випадках

руйнування починається в точці $A_*(0.0004\text{ м}; 0.0101\text{ м})$ (при розгляді верхньої правої чверті пластини), в околі точки $(0; r)$, де протягом всього процесу повзучості спостерігається максимальна концентрація напружень. Також було виконано розрахунок з використанням “класичних” визначальних співвідношень. Знайдено час до руйнування, який склав 1555 год.

На рис. 9 а, б подані криві зміни за часом коефіцієнта концентрації напружень $K = \sigma_i / |P_n^0|$ при розтягу (рис. 9 а) і стиску (рис. 9 б) у точці $(0; r)$ (○) і в точці A_* , де починається руйнування (▲). Як при розтягу, так і при стиску спостерігається релаксація напружень в часі, а безпосередньо перед завершенням прихованого руйнування в зоні руйнування відбувається різке локальне падіння рівня напружень та втрата несучої здатності матеріалу. Рис. 10 а ілюструє зростання пошкоджуваності в точці A_* , аж до закінчення часу прихованого руйнування. На рис. 10 б показаний розподіл пошкоджуваності на краю отвору як функції від $\eta = 1 - 2\theta/\pi$ (θ – кут у полярній системі координат), в моменти часу $t_* = t_{*p}$ (крива 1) і $t_* = t_{*c}$ (крива 2).

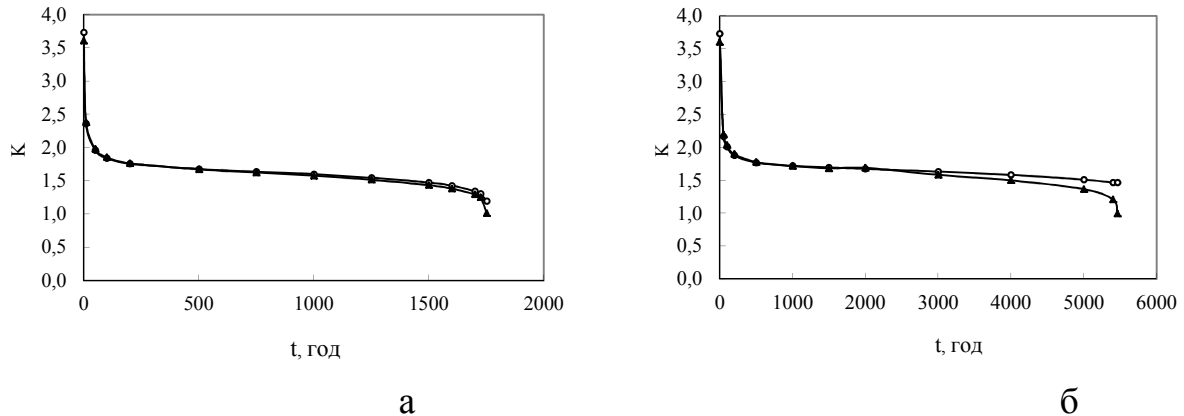


Рис. 9. Коефіцієнт концентрації напружень K

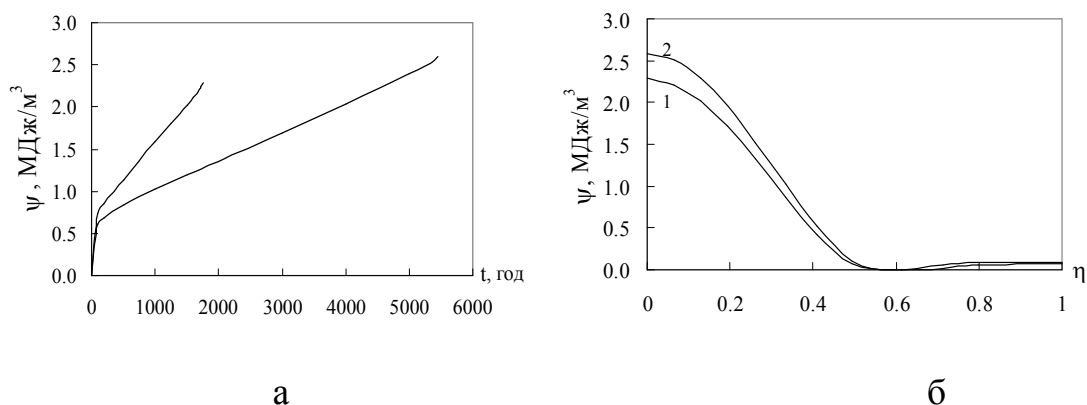


Рис. 10. Параметр пошкоджуваності

Розв’язано задачу повзучості та пошкоджуваності квадратної пластини з центральним еліптичним отвором (рис. 11). На зовнішньому контурі пластини навантажена рівномірно розподіленим навантаженням $|P_{n1}^0| = 100$ МПа, на отворі

діє навантаження $|P_{n2}^0| = 200$ МПа. Геометричні розміри: $2a = 2b = 0.08$ м; $a_1 = 0.015$ м. Величину b_1 будемо варіювати.

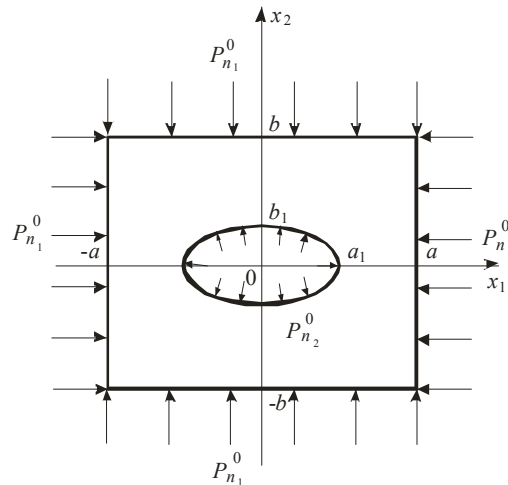


Рис. 11. Пластина з еліптичним отвором

На рис. 12, 13 подані залежності часу до руйнування t_* від співвідношення півосей еліпса $c = a_1/b_1$ в умовах розтягу та стиску. Суцільною лінією показано час до руйнування, отриманий за допомогою визначальних співвідношень (5), пунктиром – за допомогою “класичних” співвідношень.

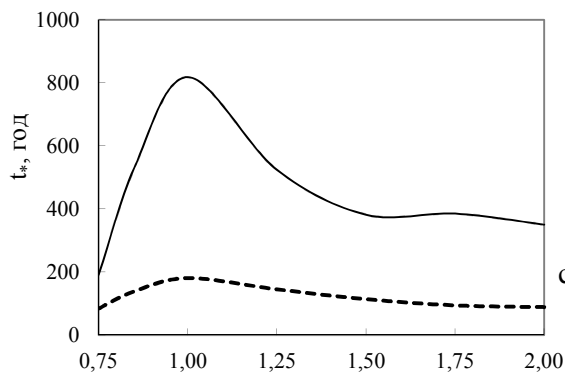


Рис. 12. Час до руйнування при розтягу ($P_{n1}^0 = 100$ МПа, $P_{n2}^0 = 200$ МПа)

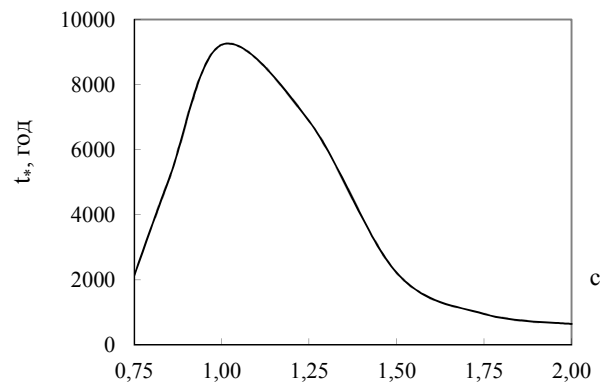


Рис. 13. Час до руйнування при стиску ($P_{n1}^0 = -100$ МПа, $P_{n2}^0 = -200$ МПа)

На основі досліджень зроблено висновок про те, що напрямок зовнішнього навантаження суттєво впливає на інтенсивність процесів повзучості та пошкоджуваності в пластинах із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження. Показано, що використання в числових розрахунках “класичних” визначальних співвідношень повзучості призводить до значних похибок як при визначенні параметрів напружено-деформованого стану та пошкоджуваності, так і при визначенні часу до руйнування. Час до руйнування, отриманий на базі “класичних” визначальних співвідношень, може на порядок відрізнятись від часу, розрахованого за допомогою запропонованих в роботі співвідношень (рис. 12, 13). Отримані в дисертації нові визначальні

співвідношення та метод розв'язання початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності дозволяють більш достовірно та точно описувати процеси повзучості й пошкоджуваності пластин та осесиметрично навантажених тіл обертання складної форми із матеріалів, з характеристиками, що залежать від виду навантаження.

У п'ятому розділі розглянуто задачі повзучості та пошкоджуваності тонких пологих оболонок і пластин довільної форми в плані Ω , що знаходяться під дією поперечного навантаження, а також нормальних та дотичних контурних зусиль, що діють в площині $x_1 O x_2$. В рамках класичної теорії оболонок отримано відповідний функціонал в формі Лагранжа, сформульована задача Коші для основних невідомих: переміщень, деформацій, напружень та параметра пошкоджуваності.

Наведено основні види кінематичних граничних умов та відповідні їм структури розв'язку.

Розв'язано нові задачі повзучості та пошкоджуваності пологих оболонок і пластин із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження (алюмінієві сплави АК4-1Т, Д16Т). Досліджено вплив геометричної форми, умов закріплення й напрямку зовнішнього навантаження на повзучість, пошкоджуваність та тривалу міцність оболонок і пластин. Встановлено ефекти деформування, що супроводжують повзучість оболонок і пластин із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження. Нижче наведено деякі приклади розрахунку повзучості та пошкоджуваності пластин і пологих оболонок.

1. Квадратна пластина зі сплаву АК4-1Т під дією рівномірного навантаження інтенсивністю $q_z = 7$ МПа. Температура $T = 473$ К. Довжина сторони пластини $a = 0.08$ м, товщина $h = 0.1a$. Умови закріплення – шарнір, нерухомий в тангенціальному напрямку. Граничні умови та відповідна структура розв'язку мають вид

$$\begin{aligned} \dot{w} &= 0, \quad \dot{u}_t = \dot{u}_2 n_1 - \dot{u}_1 n_2 = 0, \\ \dot{w} &= \omega \Phi_1, \quad \dot{u}_1 = \omega_1 \Phi_2 + \omega \Phi_3, \quad \dot{u}_2 = \omega_2 \Phi_2 + \omega \Phi_4. \end{aligned} \quad (17)$$

Час до руйнування t_* , отриманий за допомогою визначальних співвідношень (5) склав 34855 год, а при використанні “класичних” визначальних рівнянь – 1630 год. Руйнування в обох випадках починається в центрі на нижній поверхні пластини, при $z = h/2$. Таким чином, час до руйнування t_* , прогнозований за допомогою “класичних” співвідношень, приблизно у 21 раз менше від часу до руйнування, отриманого за співвідношеннями (5), які враховують залежність характеристик матеріалу пластини від виду навантаження. На рис. 14, 15 наведено результати розрахунків для переміщень в початковий момент часу, в момент часу $t = 15000$ год та при $t = t_* = 34855$ год. З рис. 15 видно, що в пластині в процесі повзучості з'являються відмінні від нуля тангенціальні переміщення. Очевидно, що застосування в розрахунках “класичних” визначальних співвідношень не дозволяє виявити цей ефект.

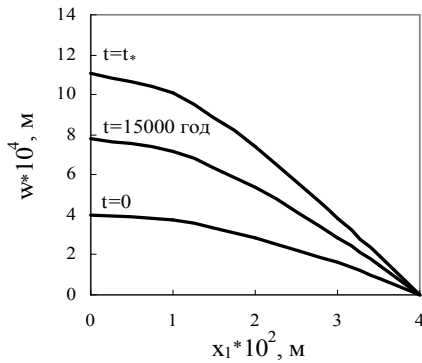


Рис. 14. Прогини в перерізі $x_2 = 0$ в різні моменти часу

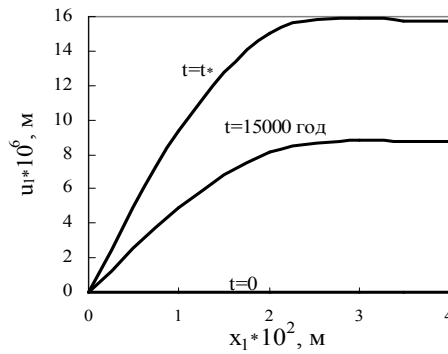


Рис. 15. Переміщення u_1 в перерізі $x_2 = 0$ в різні моменти часу

На рис. 16 зображено розподіл пошкоджуваності в центрі по товщині пластини в різні моменти часу. Як видно з рисунку, пошкоджуваність розподілена по товщині асиметрично. При цьому, рівень пошкоджуваності в точках, де діють розтягувальні напруження є більшим, чим в стиснутих волокнах. Рис. 17 ілюструє змінення нормальних напружень в часі на зовнішніх поверхнях в центрі пластини, аж до завершення прихованого руйнування. На нижній поверхні пластини, при $z = h/2$, спостерігається релаксація напружень в часі, а безпосередньо перед завершенням прихованого руйнування відбувається падіння рівня напружень. У той же час, на верхній поверхні пластини спостерігається дещо інша якісна картина. На початку процесу повзучості спостерігається зростання абсолютних значень напружень, а надалі - повільна релаксація. Це зростання можна пояснити тим, що за існуючого рівня напружень в стиснутих волокнах на початку процесу деформації повзучості зростають повільніше, чим повні деформації. Зі зростанням напружень процес повзучості інтенсифікується, і далі починається релаксація напружень.

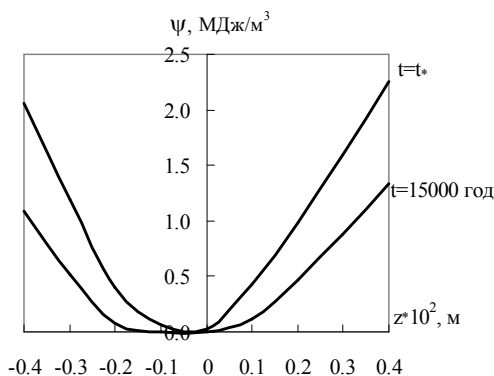


Рис. 16. Пошкоджуваність в центрі пластини в різні моменти часу

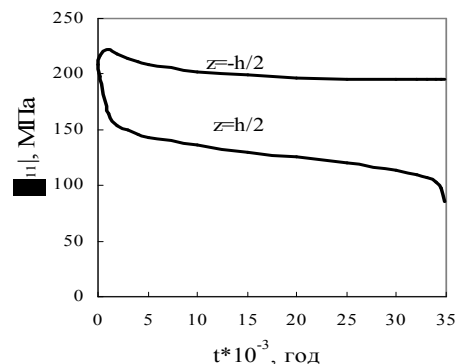


Рис. 17. Напруження в центрі пластини на поверхнях $z = \pm h/2$

На рис. 18 показано розподіл нормальних напружень по товщині в центрі пластини в моменти часу: $t = 0$, $t = 15000$ год, $t = t_* = 34855$ год. З рисунка видно, що в пластині під час повзучості з'являються відмінні від нуля мембранні напруження. У нашому випадку нейтральна поверхня зміщується у бік стиснутих

волокон, оскільки повзучість сплаву АК4-1Т при розтягу відбувається інтенсивніше, чим при стиску.

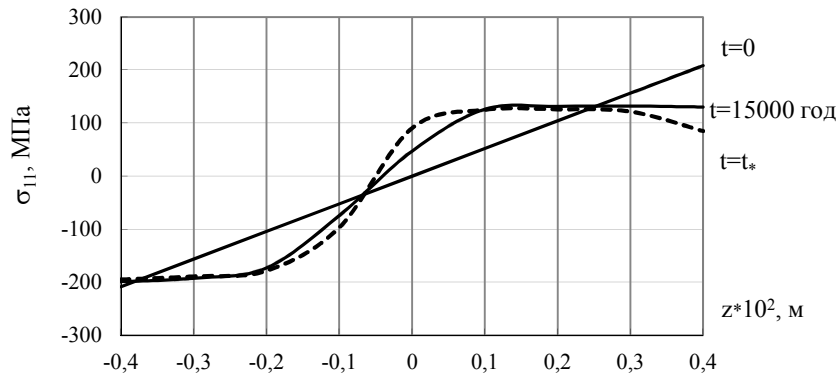


Рис. 18. Напруження в центрі пластини в різні моменти часу

2. Сферична панель із сплаву АК4-1Т з бічними еліптичними надрізами під дією рівномірно розподіленого навантаження інтенсивністю $|q_z| = 16$ МПа (рис. 19). Геометричні розміри: $a = 0.04$ м, $b = 0.02$ м, $c = 0.03$ м, товщина $h = 0.008$ м, головні кривизни: $k_1 = k_2 = 10.0$ м⁻¹. Температура $T_0 = 473$ К. На контурі задані граничні умови (17).

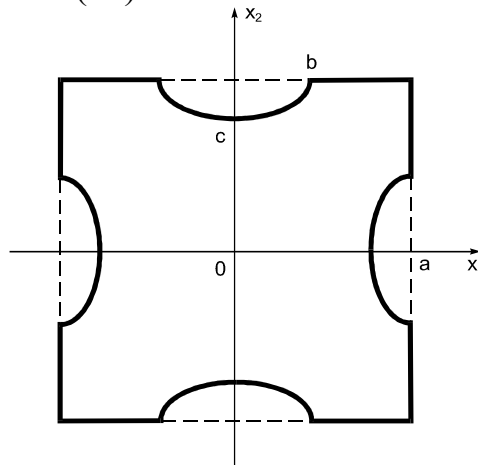


Рис. 19. План сферичної пологої оболонки

Встановлено, що руйнування у всіх випадках починається в центрі, на внутрішній поверхні оболонки, де інтенсивність напружень в початковий момент часу максимальна. Були знайдені часи до руйнування: $t_{*1} = 17011$ год, при дії на оболонку зовнішнього тиску ($q_z = 16.0$ МПа) та $t_{*2} = 39973$ год, при дії на оболонку внутрішнього тиску ($q_z = -16.0$ МПа). При розрахунку на базі “класичних” співвідношень час до руйнування склав $t_{*кл} = 1315$ год, що більш ніж на порядок відрізняється від t_{*1} та t_{*2} . Час до руйнування у всіх 3-х випадках знаходився з точністю до величини останнього кроку ($\Delta t_{last\ step} \approx 8 \div 16$ год). Таким чином, з проведених розрахунків можна зробити висновок про те, що час до руйнування оболонки із матеріалу з характеристиками, що залежать від виду навантаження, істотно залежить від напрямку прикладеного навантаження. При дії

внутрішнього тиску в оболонці превалюють стискаючі напруження. Процес повзучості для даного матеріалу при стисканні йде повільніше і, відповідно, час до руйнування виявляється в 2.35 рази більшим, ніж у випадку зовнішнього тиску тієї ж інтенсивності.

На рис. 20 – 22 зображені графіки зміни в часі абсолютних значень прогинів, інтенсивності напружень та параметра пошкоджуваності в центрі оболонки. Криві 1, 2 відповідають даним, отриманим для навантажень $q_z = 16$ МПа и $q_z = -16$ МПа .

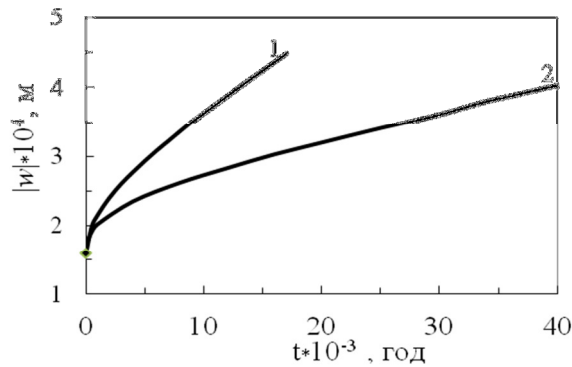


Рис. 20. Прогини в центрі оболонки

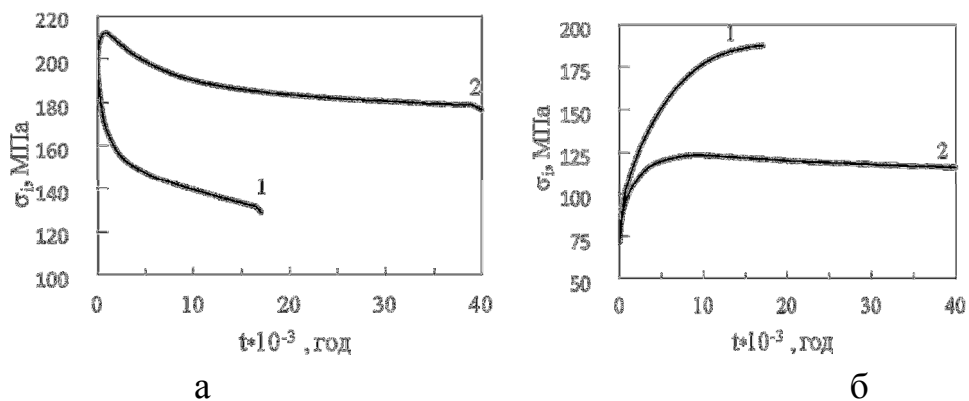


Рис. 21. Інтенсивність напружень в центрі на внутрішній (а) та зовнішній (б) поверхнях оболонки

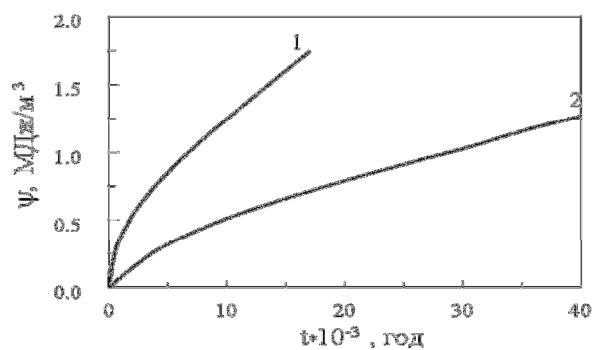


Рис. 22. Пошкоджуваність в центрі на внутрішній поверхні оболонки

Як видно з представлених результатів, абсолютні величини прогинів, напружень і рівень пошкоджуваності залежать від напрямку зовнішнього навантаження, при одній і тій же його інтенсивності. Крім цього, для напружень маємо різну якісну картину їх зміни в часі (рис. 21). При дії на оболонку

зовнішнього тиску розтягувальні напруження на внутрішній поверхні зменшуються протягом всього процесу повзучості (рис. 21 а, крива 1). При дії на оболонку внутрішнього тиску стискаючі напруження зменшуються повільніше і їх абсолютні значення вище, ніж при зовнішньому тиску (рис. 21 а, крива 2). На зовнішній поверхні абсолютні значення напружень безперервно зростають при дії зовнішнього тиску (рис. 21 б, крива 1). При дії внутрішнього тиску напруження спочатку швидко зростають, а далі залишаються приблизно на одному і тому ж рівні (рис. 21 б, крива 2). Очевидно, що “класичні” визначальні співвідношення не дозволяють описувати перелічені вище ефекти.

Шостий розділ присвячено задачам повзучості та пошкоджуваності гнучких пологих оболонок і пластин довільної форми в плані. Якщо в процесі повзучості стріла прогину пластини або оболонки досягає величини, що може бути порівняна з її товщиною ($w_{\max} \geq 0.25h$), то в цьому випадку необхідно використовувати геометрично нелінійну теорію оболонок, яка враховує великі прогини. При постановці задачі вважалось, що під час повзучості деформації оболонки залишаються малими.

За звичайних для класичної теорії пологих оболонок спрощеннях та із урахуванням нелінійних членів, суттєвих у випадку великих прогинів, на базі функціоналу (11), записаного на випадок великих переміщень та малих деформацій, було отримано функціонал в формі Лагранжа для гнучких пологих оболонок.

Сформульовано задачу Коші для основних невідомих задачі повзучості та пошкоджуваності гнучких пологих оболонок та пластин. Наведено структури розв’язку для основних видів закріплення.

Розв’язано тестову задачу повзучості квадратної пластини, чисельний розв’язок якої одержано в літературі за допомогою методів Власова-Канторовича та Ейлера. Отримано добре узгодження результатів для прогинів та напружень.

Розв’язано нові задачі повзучості та пошкоджуваності для гнучких пологих оболонок із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження (сталь 316, титановий сплав ОТ-4) як канонічної, так і складної форми в плані. Досліджено вплив геометричної форми й виду навантаження на повзучість, пошкоджуваність та тривалу міцність.

В сьомому розділі розглянуто задачі повзучості та пошкоджуваності пологих оболонок і пластин середньої товщини. На основі уточненої теорії оболонок, що враховує нелінійний розподіл поперечних дотичних напружень, здійснено формулювання початково-крайової задачі повзучості та пошкоджуваності. Отримано варіаційну постановку у формі Лагранжа, з урахуванням деформацій поперечного зсуву та змінення метрики по товщині оболонки. Розглянуто різноманітні умови закріплення торців оболонок, та побудовано відповідні структури розв’язку.

Розв’язано тестову задачу повзучості та пошкоджуваності для пластини середньої товщини, для якої в літературі за допомогою МСЕ отримані розв’язки на базі тривимірної моделі та в рамках зсувної теорії Тимошенка. Показано, що уточнена теорія оболонок, яка використовується в дисертації, забезпечує більш

близький збіг для переміщень, напружень та параметру пошкоджуваності з результатами тривимірної моделі, ніж теорія Тимошенка.

Досліджено вплив умов закріплення на повзучість та пошкоджуваність пологих оболонок середньої товщини. Розглянуто приклади розрахунків повзучості та пошкоджуваності квадратної в плані пологої сферичної оболонки з титанового сплаву ОТ-4 та пластини зі сплаву АК4-1Т. Показано, що нехтування реальними властивостями деформування таких матеріалів призводить до значних похибок при дослідженні повзучості та пошкоджуваності.

У восьмому розділі досліджено повзучість, пошкоджуваність та тривалу міцність твердооксидної паливної комірки трубчастої конструкції (Solid Oxide Fuel Cell - SOFC). В сучасній техніці SOFC є одними з найбільш ефективних енергогенеруючих систем, що конвертують хімічну енергію в електричну (ККД може досягати 70-80%). Паливні комірки складаються з шарів електроліту, катода та анода, які вироблено із керамічних матеріалів. Шар електроліту укладено між двома тонкими пористими електродами.

Більшість досліджень у галузі міцності SOFC присвячена аналізу їх термонапруженого стану. У той же час кількість публікацій, присвячених аналізу повзучості і пошкоджуваності SOFC, є дуже незначною.

Розглянуто повзучість та пошкоджуваність твердооксидної трубчастої паливної комірки (рис. 23), розробленої фірмою Siemens-Westinghouse [4]. Розрахунковою схемою комірки є тришаровий циліндр, що знаходиться під дією температурного навантаження. Шари циліндра жорстко зчеплені між собою.

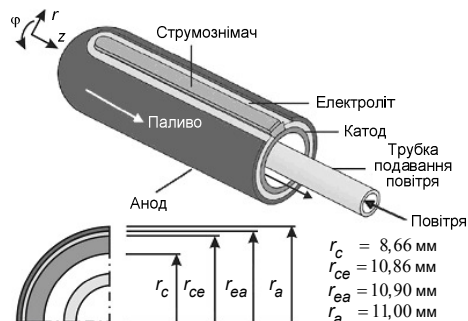


Рис.23. Трубчаста паливна комірка фірми Siemens-Westinghouse

Довжина електрохімічно активної частини $l = 1.5$ м. Товщина катода $h_1 = 2.2 \cdot 10^{-3}$ м, електроліта та анода: $h_2 = 4.0 \cdot 10^{-5}$ м, $h_3 = 1.0 \cdot 10^{-4}$ м, внутрішній та зовнішній радіуси: $r_{inn} = 8.66 \cdot 10^{-3}$ м, $r_{out} = 1.1 \cdot 10^{-2}$ м.

Катод виготовлений із матеріалу WPC3 (легований кальцієм манганіт лантану), електроліт та анод із матеріалів 8YSZ (діоксид цирконію, стабілізований оксидом ітрію) та Ni+YSZ (нікелевий кермет) відповідно.

[4] Fisher K., Seume J.R. Impact of the Temperature Profile on Thermal Stress in a tubular Solid Oxide Fuel Cell//Journal of Fuel Cell Science and Technology.–2009.–Vol. 6.–P. 011017-1 - 011017-9.

Робоча температура $T = 900^\circ\text{C}$. Пружні константи матеріалів за температури 900°C : $E_1 = 58.0$ ГПа, $E_2 = 155.0$ ГПа, $E_3 = 64.0$ ГПа, $\nu_1 = 0.25$, $\nu_2 = 0.316$, $\nu_3 = 0.25$. Коефіцієнти лінійного температурного розширення: $\alpha_1 = 10.7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_2 = 10.3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_3 = 12.0 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Температура, за якої відсутні напруження та деформації (температура спікання керамічних матеріалів) – $T_0 = 1250^\circ\text{C}$.

Закон одновісної повзучості та кінетичне рівняння пошкоджуваності для матеріалів електроліту та анода мають вигляд:

$$\dot{p} = A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) t^{-k} \frac{\sigma^n}{(1-\psi)^n}, \quad \frac{d\psi}{dt} = B \exp\left(-\frac{\Delta}{RT}\right) \frac{\sigma^m}{(1-\psi)^m}, \quad (18)$$

де ψ – скалярний параметр пошкоджуваності; $R = 0.0083144 \text{ КДж} \cdot (\text{моль} \cdot \text{К})^{-1}$ – універсальна газова стала, T – абсолютна температура.

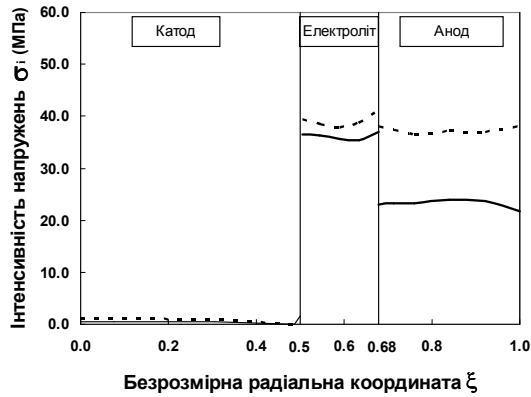
Константи повзучості матеріалу електроліту: $A = 704.5 \text{ МПа}^{-n} \cdot \text{год}^{-1}$, $B = 1.1722 \text{ МПа}^{-m} \cdot \text{год}^{-1}$, $m = 1.7$, $n = 1$, $k = 0$, $Q = 320.0 \text{ КДж} \cdot \text{моль}^{-1}$, $\Delta = 44.23 \text{ КДж} \cdot \text{моль}^{-1}$. Константи повзучості матеріалу анода: $A = 9.145 \cdot 10^{-13} \text{ МПа}^{-n} \cdot \text{год}^{-1}$, $B = 0$, $m = 0$, $n = 7.181$, $k = 0.943$, $Q = 72.5 \text{ КДж} \cdot \text{моль}^{-1}$. Матеріал катода, за існуючого рівня напружень, повзучості не виявляє. Константи в рівняннях (18) були отримані на базі наведених в літературі експериментальних даних випробувань керамічних матеріалів в умовах високотемпературної повзучості.

В результаті розрахунків встановлено, що час завершення прихованого руйнування складає $t_* = 4360$ год. Руйнування починається в шарі електроліту, на межі з анодом. На рис. 24, 25 наведено результати розрахунків в перерізі $z = 0$.

На рис. 24 показані результати для інтенсивності напружень в різні моменти часу: $t = 0$ – пунктирна лінія; $t = t_*$ – суцільна лінія. Для кращого представлення результатів, уздовж вісі абсцис відкладено безрозмірну радіальну координату ξ ,

яка у відповідних шарах обчислювалася за формулою: $\xi_n = \alpha_n \frac{r - r_{n-1}}{r_n - r_{n-1}} + \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k$,

($n = 1, 2, 3$), де $r_0 = 8.66$ мм, $r_1 = 10.86$ мм, $r_2 = 10.9$ мм, $r_3 = 11.0$ мм; α_k – вагові коефіцієнти: $\alpha_0 = 0$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.18$, $\alpha_3 = 0.32$.

Рис.24. Інтенсивність напружень в перерізі $z = 0$

На рис. 25 зображено розподіл пошкоджуваності в шарі електроліту в різні моменти часу: 1 – $t = 2000$ год, 2 – $t = 3000$ год, 3 – $t = t_* = 4360$ год.

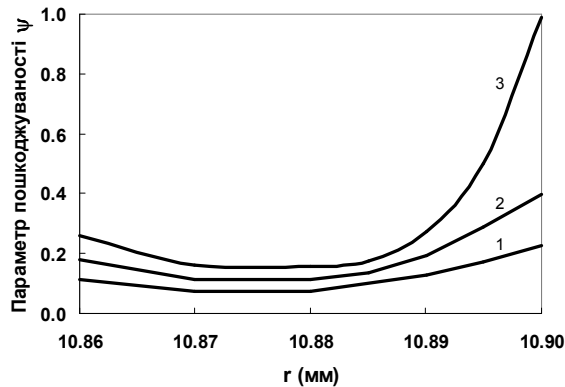


Рис. 25. Пошкоджуваність в електроліті

З проведених досліджень, можна зробити висновок, що під час роботи в SOFC, внаслідок повзучості, відбувається перерозподіл механічних напружень та накопичення пошкоджуваності. Але рівень напружень в електроліті впродовж всього часу залишається високим. Це призводить, в кінцевому підсумку, до руйнації паливної комірки. Для подовження терміну безвідмовної роботи паливних комірок потрібно добиватися зниження рівня напружень, наприклад за рахунок зменшення різниці між коефіцієнтами лінійного температурного розширення матеріалів шарів.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано актуальну науково-технічну проблему механіки деформівного твердого тіла, яка полягає в розробці й обґрунтуванні методики дослідження повзучості і пошкоджуваності тіл складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження. Отримані в дисертаційній роботі результати є теоретичною основою для інженерних розрахунків повзучості та пошкоджуваності елементів конструкцій складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження.

Основні результати, отримані в роботі, полягають у такому.

1. Побудовано нові визначальні співвідношення теорії повзучості для початково ізотропних матеріалів, які ушкоджуються, та мають характеристики, що залежать від виду навантаження. Отримані співвідношення одночасно описують всі експериментально встановлені ефекти деформування, що характеризують залежність характеристик матеріалу від виду навантаження. Розроблено методику визначення констант матеріалу, що входять у визначальні співвідношення.
2. Побудовані визначальні співвідношення використано для опису першої, другої та третьої стадій повзучості при одновісному та складному напружених станах, в умовах пропорційного й непропорційного навантажень. Одержано задовільне узгодження теоретичних результатів з експериментальними даними, наведеними в літературі для різноманітних матеріалів, які виявляють залежність характеристик повзучості від виду навантаження (алюмінієвий сплав АК4-1Т, титанові сплави ОТ-4 та ВТ-9, сталь 316, целулоїд, магній).
3. На базі принципу віртуальної роботи для квазістатичних задач і введення потенціального подання швидкостей напружень Піола-Кірхгофа отримано нові варіаційні функціонали в формі Лагранжа та в змішаній формі для тривимірних задач повзучості з урахуванням виникаючих в процесі повзучості скінченних деформацій.
4. Виконано загальну математичну постановку початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності внаслідок повзучості для тривимірних тіл довільної форми. Сформульовано задачу Коші за часом для основних невідомих початково-крайової задачі повзучості та пошкоджуваності.
5. Отримано нові функціонали для двовимірних початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності тонких пластин в умовах плоского напруженого стану; тіл в умовах плоскої деформації; тонких пологих оболонок та пластин; гнучких тонких пологих оболонок і пластин; пологих оболонок середньої товщини; осесиметрично навантажених однорідних та кусково-однорідних тіл обертання.
6. Розроблено нову чисельно-аналітичну методику розв'язання нелінійних початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності для тіл складної геометричної форми, що базується на сумісному використанні методів R-функцій та Рунге-Кутта-Мерсона. До переваг методики можна віднести: можливість урахування геометричної інформації про крайову задачу на аналітичному рівні без будь-якої її апроксимації, подання наближеного розв'язку крайової задачі в аналітичному вигляді, використання координатних послідовностей, що точно задовольняють заданим граничним умовам, можливість автоматизації процесу розв'язання початково-крайових задач і проведення обчислювального експерименту, автоматичний вибір величини часового кроку.
7. Вперше побудовано загальні та часткові структури розв'язку для основних тривимірних задач повзучості та пошкоджуваності.
8. Побудовано нові структури розв'язку для осесиметричної задачі повзучості та пошкоджуваності кусково-однорідного тіла обертання.

9. Отримали подальший розвиток існуючі структурні моделі: модифіковано, для задач повзучості структури розв'язку, що задовольняють основним граничним умовам плоскої задачі, осесиметричної задачі, а також для задач деформування пологих оболонок і пластин.

10. Виконано перевірку методики розв'язання та програмного забезпечення шляхом розв'язання тестових задач, для яких в літературі є числові результати, отримані за допомогою інших методів.

11. Розв'язано ряд нових задач повзучості і пошкоджуваності тіл складної форми з матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження: тонких пластин з отворами, які перебувають в умовах плоского напруженого стану; тонких пологих оболонок та пластин, гнучких пологих оболонок складної форми в плані; пологих оболонок і пластин середньої товщини; осесиметрично навантажених однорідних та кусково-однорідних тіл обертання. Досліджено вплив виду навантаження і геометричної форми на повзучість і пошкоджуваність.

12. На основі досліджень зроблено висновок про те, що вид зовнішнього навантаження та геометрична форма істотно впливають на інтенсивність процесів повзучості, пошкоджуваності та час до руйнування тіл із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження. Показано, що використання в числовому аналізі "класичних" визначальних співвідношень повзучості, які ґрунтуються лише на експериментальних даних, отриманих при розтягуванні, призводить до значних похибок при визначенні параметрів напружено-деформованого стану і часу до руйнування, який може відрізнятись в кілька разів.

13. Створено програмний комплекс на мові C++ для розв'язання двовимірних початково-крайових задач повзучості й пошкоджуваності внаслідок повзучості для тіл складної форми, який має можливості для автоматизації процесу розв'язання та проведення широкого чисельного експерименту.

14. Достовірність отриманих результатів розрахунку повзучості, пошкоджуваності та часу до руйнування забезпечується теоретичним та експериментальним обґрунтуванням визначальних співвідношень повзучості; використанням ефективних універсальних методів, зіставленням з розв'язками інших авторів; перевіркою практичної збіжності результатів шляхом зміни розмірності апроксимаційного простору і точності інтегрування за часом.

15. Отримані в дисертації результати становлять теоретичну базу інженерних методів розрахунку повзучості, пошкоджуваності і тривалої міцності конструктивних елементів складної форми. Розроблена в дисертації методика розв'язання нелінійних початково-крайових задач, побудовані визначальні співвідношення повзучості, а також програмний комплекс дають можливість ефективного моделювання та дослідження повзучості і пошкоджуваності конструктивних елементів складної форми, розрахунковими схемами яких є полога оболонка, пластина, осесиметрично навантажене однорідне та кусково-однорідне тіло обертання, циліндричне тіло в умовах плоскої деформації.

ОПУБЛІКОВАНІ ПРАЦІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Золочевский А.А. Нелинейная механика деформируемого твердого тела / А.А. Золочевский, А.Н. Склепус, С.Н. Склепус. – Харьков: «Бізнес Інвестор Групп», 2011.– 720 с.
2. Betten J. A creep damage model for initially isotropic materials with different properties in tension and compression / J. Betten, S. Sklepus, A. Zolochevsky // *Engng Fracture Mech.*– 1998.–Vol.57.– №5.– P. 623–641. (Scopus, Impact Factor 2.024).
3. Betten J. A microcrack description of creep damage in crystalline solids with different behaviour in tension and compression / J. Betten, S. Sklepus, A. Zolochevsky // *Int. J. Damage Mech.*–1999.– Vol.8 – July 1999 – P.197–232. (Scopus, Impact Factor 1.362).
4. Betten J. Modelling of unilateral creep damage / J. Betten, S.N. Sklepus, A.A. Zolochevsky // *Доповіді НАН України.*– 1999.– №7.–С. 53–57.
5. Склепус С.Н. Ползучесть пластин сложной формы с характеристиками, зависящими от вида нагружения / С.Н. Склепус, А.Н. Склепус // *Вісник ХДПУ. Серія: Динаміка і міцність машин.*– Х.: ХДПУ. – 1999.–53.– С. 49–54.
6. Золочевский А.А. Решение задач ползучести пластин сложной формы с помощью метода R-функций / А.А. Золочевский, С.Н. Склепус // *Пробл. машиностроения.*– 2000.– Т.3.– № 1-2.– С. 123-129.
7. Склепус С.Н. Изгиб пластины сложной формы в условиях неустановившейся ползучести / С.Н. Склепус // *Вісник ХДПУ. Серія: Машинобудування.* – Х.: ХДПУ. – 2000.– 100.– С.183–187.
8. Золочевський О. Повзучість пошкоджуваних пластин складної форми / О. Золочевський, С. Склепус // *Машинознавство.*– 2000.– С. 3–7.
9. Золочевский А.А., Склепус С.Н. К теории ползучести повреждающихся материалов / А.А. Золочевский, С.Н. Склепус // *Пробл. машиностроения.*– 2001.– Т.4.–№3–4.–С. 43–47.
10. Zolochevsky A. New model of unilateral creep damage / A. Zolochevsky, S. Sklepus, J. Betten // *Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Sofia.*– 2001.– Vol.31, № 1.– P. 64-70.
11. Золочевский А.А. Вариационно-структурный метод в задачах ползучести / А.А. Золочевский, В.Л. Рвачев, С.Н. Склепус // *Математичні методи та фізико-механічні поля.* – 2001.–44, № 1.– С. 135-138.
12. Склепус С.Н. Вариационно-структурный метод в задачах ползучести пологих оболочек сложной формы / С.Н. Склепус // *Доповіді НАН України.*– 2001.– № 9.– С. 73–78.
13. Склепус С.Н. Решение осесимметричной задачи ползучести для тел конечных размеров методом R-функций / С.Н. Склепус // *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Технології в машинобудуванні.* – Х.: НТУ «ХПІ». – 2001.– 6.– С. 236-240.
14. Склепус С. Метод R-функцій у задачах повзучості гнучких пологих оболонок / С. Склепус // *Машинознавство.*– 2002. – № 4.– С. 8–13.

15. Склепус С.Н. Вариационно-структурный метод в задачах ползучести гибких пластин / С.Н. Склепус // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2002. – 10. – Т 2. – С. 118–126.
16. Золочевский А.А. Ползучесть пологих оболочек сложной формы в плане из материалов с усложненными свойствами / А.А. Золочевский, С.Н. Склепус // Пробл. машиностроения. – 2002. – Т.5, № 3. – С. 35-42.
17. Склепус С.Н. Исследование ползучести пологих оболочек на базе уточненной теории и вариационно-структурного метода / С.Н. Склепус // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2003. – 12. – Т 1. – С. 116–125.
18. Склепус Н.Г. Решение плоской задачи ползучести для пластин неканонической формы / Н.Г. Склепус, С.Н. Склепус // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2003. – 8. – Т.3. – С. 83–90.
19. Золочевский А.А. Вариационная формулировка задачи ползучести при конечных деформациях / А.А. Золочевский, С.Н. Склепус // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2004. – 31. – С. 76-82.
20. Склепус С. Повзучість та тривала міцність пластин із матеріалів з асиметрією властивостей / С. Склепус // Машинознавство. – 2004. – № 6. – С. 22–26.
21. Золочевский А.А. Ползучесть повреждаемых пологих оболочек сложной формы в плане / А.А. Золочевский, С.Н. Склепус // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2004. – Т.47. – № 1. – С. 103–110.
22. Склепус С. Варіаційні принципи теорії повзучості при скінченних деформаціях / С. Склепус // Машинознавство. – 2005. – № 5. – С. 36–40.
23. Склепус С.Н. Исследование ползучести гибких пологих оболочек из материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии / С.Н. Склепус // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2005. – 22. – С. 29–36.
24. Золочевський О.О. Повзучість пластин неканонічної форми з матеріалів із асиметрією властивостей / О.О. Золочевський, В.Л. Рвачов, С.М. Склепус // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2006. – Т.49. – № 1. – С. 67–74.
25. Склепус С.М. Повзучість і пошкоджуваність внаслідок повзучості гнучких пологих оболонок із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження / С. Склепус // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2007. – Т.50. – № 2. – С. 66–73.
26. Sklepus S.N. Plane stress creep of damaged plates / S.N. Sklepus // Strength of Materials. – 2007. – Vol. 39, Issue 6. – С. 600-607. (Scopus, Impact Factor 0.462).
27. Склепус С.Н. Ползучесть и повреждаемость тел сложной формы из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения / С.Н. Склепус // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Зб. наук. праць. – Дніпропетровськ: ДНУ. – 2007. – Вип. 11. – С. 115–129.

28. Склепус С. Розв'язання вісесиметричної задачі повзучості для тіл обертання із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження / С. Склепус // *Машинознавство*. – 2007. – № 11. – С. 23–27.
29. Analysis of creep deformation and creep damage in thin-walled branched shells from materials with different behavior in tension and compression / A. Zolochovsky, A. Galishin, S. Sklepus, G.S. Voyiakis // *International Journal of Solids and Structures*. – 2007. – 44. – P. 5075-5100. (Scopus, Impact Factor 2.081).
30. Склепус С.Н. Ползучесть и повреждаемость пологих оболочек и пластин средней толщины / С.Н. Склепус // *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Зб. наук. праць*. – Дніпропетровськ: ДНУ. – 2008. – Вип. 12. – С. 173–188.
31. Numerical modeling of creep and creep damage in thin plates of arbitrary shape from materials with different properties in tension and compression under plane stress conditions / A. Zolochovsky, S. Sklepus, T.H. Hyde, A.A. Becker and S. Peravali // *Int. J. Numer. Meth. Engng.* – 2009. – **80**. – P. 1406–1436. (Scopus, Impact Factor 2.1).
32. Склепус С.Н. Ползучесть и повреждаемость пологих оболочек средней толщины из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения / С.Н. Склепус // *Проблемы машиностроения*. – 2010. – Том 13. – № 6. – С. 28-35.
33. Пархоменко Л. Дифузійні напруження в тришаровій трубчастій мембрані для виробництва синтетичного газу / Л. Пархоменко, С. Склепус, С. Єременко // *Машинознавство*. – 2010. – № 6(156). – С. 8–17.
34. Склепус С. Напруження і пошкоджувальність у твердооксидних трубчастих паливних комірках / С. Склепус, О. Золочевський, Л. Пархоменко // *Машинознавство*. – 2010. – № 8(158). – С. 10–15.
35. Склепус С. Повзучість та пошкоджувальність багат шарових пологих оболонок середньої товщини / С. Склепус, О. Склепус // *Машинознавство*. – 2012. – № 2 (176). – С. 3-7.
36. Золочевский А.А. Пространственная задача изгиба цилиндра с описанием зависимости характеристик ползучести и повреждаемости от вида нагружения на основе диссипативной функции / А.А. Золочевский, С.Н. Склепус, А.З. Галишин // *Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния*. – 2013. – № 3(17). – С. 49–58.
37. Sklepus S. A Study of the Creep Damageability of Tubular Solid Oxide Fuel Cell / S. Sklepus, A. Zolochovsky // *Strength of Materials* – 2014. – Vol. 46, Issue 1 – P. 49-56. (Scopus, Impact Factor 0.462).
38. Comparison between the 3D and the Kirchhoff-Love Solutions for Cylinders under Creep-Damage Conditions / A. Zolochovsky, S. Sklepus, A. Galishin, A. Kühhorn, M. Kober // *Technische Mechanik*. – 2014. – 34, 2 – P. 104-113. (Scopus, Impact Factor 0.65).
39. Sklepus S. M. Solution of the Axisymmetric Problem of Creep and Damage for a Piecewise Homogeneous Body with an Arbitrary Shape of a Meridional Section /

- S.M. Sklepus // *Journal of Mathematical Sciences*. – 2015. – Vol. 205, № 5. – P. 644-658. (Scopus, Impact Factor 0.35).
40. Склепус С.Н. Ползучесть и повреждаемость пологих оболочек сложной формы из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения / С. Н. Склепус // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2016. – № 26 (1198). – С. 85-88.
 41. Gorazhi G. Microcrack Model of Creep under Complex Loading / G. Gorazhi, S. Sklepus, A. Zolochovsky // *Proceedings of the International Conference "Elasticity, Viscoelasticity and Optimal Control. Theoretical and Numerical Aspects"*. Lyon, France. December 6–8, 1995.– P.146–147.
 42. Gorazhi G. Microcrack-model of creep under non-proportional loading / G. Gorazhi, S. Sklepus, A. Zolochovsky // *Proceedings of the 11th Biennial European Conference on Fracture – ECF 11*. Poitiers-Futuroscope, France, 3–6 September 1996. – Vol. II.– P. 891–895.
 43. Gorazhi G. Microcrack model of creep under non-proportional loading / G. Gorazhi, S. Sklepus, A. Zolochovsky // *Proceedings of XIIth Int. Congr. On Rheology*, Quebec, Canada. August 18-23, 1996.– P. 660.
 44. Sklepus S. A microcrack description of unilateral creep damage in crystalline solids / S. Sklepus, A. Zolochovsky // *Proceedings of the Fourth U.S. National Congress on Computational Mechanics*; San Francisco, CA; USA; 6-8 August, 1997. – P. 385.
 45. Склепус С.Н. Решение плоской задачи ползучести для пластин сложной геометрической формы / С.Н. Склепус, Н.Г. Склепус // *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: анотації доповідей XI міжнародної науково-практичної конференції 15-16 травня 2003 р.*, Харків – С. 122.
 46. Золочевский А.А. Метод R-функций в задачах ползучести и повреждаемости вследствие ползучести тел из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения / А.А. Золочевский, С.Н. Склепус // *Актуальные проблемы прикладной математики и механики АППММ-06: международная конференция, посвященная 80-летию со дня рождения академика НАН Украины В.Л. Рвачева, 23-26 октября 2006 г.: тезисы докладов*. – Харьков, 2006. – С. 65.
 47. Золочевський О.О. Дослідження повзучості та пошкоджуваності тіл неканонічної форми за допомогою R-функцій / О.О. Золочевський, С.М. Склепус // *Математичні проблеми технічної механіки - 2007: міжнародна наукова конференція, 23-26 квітня 2007 р.: матеріали конференції*. – Дніпродзержинськ, 2007– С. 37-38.
 48. Склепус С.М. Повзучість та пошкоджуваність пологих оболонок складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження / С.М. Склепус // *Актуальні проблеми суцільного середовища і міцності конструкцій: міжнародна науково-технічна конференція пам'яті академіка В.І. Моссаковського, 17-19 жовтня 2007 р.: тези доповідей*. – Дніпропетровськ, 2007– С. 131-132.

49. Склепус С.М. Повзучість та пошкоджуваність тіл складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження / С.М. Склепус // Математичні проблеми технічної механіки - 2008: міжнародна наукова конференція, 21-24 квітня 2008 р.: матеріали конференції. – Дніпропетровськ-Дніпродзержинськ, 2008– С. 76-77.
50. Zolochovsky A. Degradation of oxygen transport membranes due to the chemical expansion, thermal expansion and creep / A. Zolochovsky, S. Sklepus, Y.S. Lin Jerry // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення та експлуатації машинобудівних конструкцій: 2-а Міжнародна науково-технічна конференція, 11-13 листопада 2010 р.: праці конференції. – Львів, 2010 р. – С. 45-46.
51. Склепус С. Напруження і пошкоджуваність у трубчастих паливних елементах на твердому оксиді / С. Склепус, О. Золочевський, Л. Пархоменко // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення та експлуатації машинобудівних конструкцій: 2-а Міжнародна науково-технічна конференція, 11-13 листопада 2010 р.: праці конференції. – Львів, 2010 р. – С. 81-83.
52. Склепус С. Повзучість та пошкоджуваність багат шарових пологих оболонок середньої товщини / С. Склепус, О. Склепус // 10 –й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові (МСУІМЛ-10), 25-27 травня 2011 р.: праці конференції. – Львів, 2011 р. – С. 76-77.
53. Склепус С.М. Дослідження напружено-деформованого стану неоднорідного тіла обертання з довільною формою меридіонального перерізу / С.М. Склепус // Матеріали міжнародної наукової конференції: Атомарні функції: теорія та застосування: АФ-212 (м. Харків, 15-17 жовтня 2012 р.) – 2013. – С. 67-76.
54. Sklepus S.N. The R-functions Method in the Creep and Creep Damage Problems of Piecewise-Homogeneous Bodies with Meridional Section of Any Shape / S.N. Sklepus // Proceedings of the 5th International Conference “Nonlinear Dynamics-2016; Kharkov, Ukraine, September 27-30, 2016. – P. 501-508.

АНОТАЦІЯ

Склепус С.М. Повзучість та пошкоджуваність тіл складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, 2017.

Розв’язано науково-технічну проблему, яка полягає в розробці й обґрунтуванні нової методики дослідження повзучості й пошкоджуваності тіл складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження.

Побудовані, теоретично й експериментально обґрунтовані нові визначальні співвідношення теорії повзучості для початково ізотропних матеріалів, з

характеристиками повзучості та пошкоджуваності, що залежать від виду навантаження.

Розроблено нову методику розв'язування нелінійних початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності для тіл складної геометричної форми, що базується на сумісному використанні методів R-функцій та Рунге-Кутта-Мерсона.

Побудовано нові загальні та часткові структури розв'язку для основних тривимірних задач повзучості та пошкоджуваності. Побудовано нові структури розв'язку для осесиметричної задачі повзучості та пошкоджуваності кусково-однорідного тіла обертання. Модифіковано існуючі структурні моделі для задач повзучості та пошкоджуваності пологих оболонок і пластин, для плоских та осесиметричних задач.

Розв'язано нові задачі повзучості та пошкоджуваності для тіл складної форми із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження: тонких пластин, що знаходяться в умовах плоского напруженого стану; тонких пологих оболонок і пластин; гнучких пологих оболонок і пластин; пологих оболонок і пластин середньої товщини; осесиметрично навантажених однорідних та кусково-однорідних тіл обертання. Досліджено вплив виду навантаження та геометричної форми на процеси повзучості та пошкоджуваності. Показано, що напрямок прикладеного навантаження істотно впливає на інтенсивність процесів повзучості, пошкоджуваності і час до руйнування тіл із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження.

Ключові слова: повзучість, пошкоджуваність внаслідок повзучості, залежність характеристик матеріалу від виду навантаження, тіла складної форми, метод R-функцій.

АННОТАЦІЯ

Склепус С.Н. Ползучесть и повреждаемость тел сложной формы из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела. – Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, 2017.

Решена научно-техническая проблема, которая заключается в разработке и обосновании новой методики исследования ползучести и повреждаемости тел сложной формы из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения.

Построены, теоретически и экспериментально обоснованы новые определяющие соотношения теории ползучести для начально изотропных повреждающихся материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения.

Разработана новая методика решения нелинейных начально-краевых задач ползучести и повреждаемости для тел сложной геометрической формы, основанная на совместном использовании методов R-функций и Рунге-Кутта-Мерсона.

Построены новые общие и частичные структуры решения для основных трехмерных задач ползучести и повреждаемости. Построены новые структуры решения для осесимметричной задачи ползучести и повреждаемости кусочно-однородного тела вращения. Модифицированы существующие структурные модели для задач ползучести и повреждаемости пологих оболочек и пластин, для плоских и осесимметричных задач ползучести и повреждаемости.

Решены новые задачи ползучести и повреждаемости для тел сложной формы из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения: тонких пластин, находящихся в условиях плоского напряженного состояния; тонких пологих оболочек и пластин; гибких пологих оболочек и пластин; пологих оболочек и пластин средней толщины; осесимметрично нагруженных однородных и кусочно-однородных тел вращения. Исследовано влияние вида нагружения и геометрической формы на процессы ползучести и повреждаемости. Показано, что направление приложенной нагрузки существенно влияет на интенсивность процессов ползучести, повреждаемости и время до разрушения тел из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения.

Ключевые слова: ползучесть, повреждаемость вследствие ползучести, зависимость характеристик материала от вида нагружения, тела сложной формы, метод R-функций.

SUMMARY

Sklepus S.N. Creep and creep-damage of bodies with complex shape from materials with characteristics dependent on the kind of loading. – As a manuscript.

The thesis presented for a doctor degree in technical sciences by speciality 01.02.04 – mechanics of deformable solids. – A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkov, 2017.

The scientific and technical problems consisting in elaboration and theoretical validation of research method of creep and creep-damage of bodies with complex shape from materials with characteristics dependent on the kind of loading have been solved.

The new creep constitutive model for initially isotropic materials with characteristics dependent on the kind of loading are obtained and theoretically and experimentally justified.

The new technique of solving the non-linear initial-boundary creep and creep damage problems for bodies with complex shape on the base of R-functions method and Runge-Kutt-Merson's method has been elaborated.

The new general and particular structures of solution for basic three-dimensional creep and creep damage problems were built. The new structures of solution for axisymmetric problem of creep and creep-damage for piecewise-homogeneous body of revolution were built. The existing structural models for creep and creep damage problems of shallow shells and plates, for plane and axisymmetric creep and creep damage problems have been modified.

The new creep and creep-damage problems for bodies with complex shape have been solved: thin plates under plane stress conditions; thin shallow shells and plates; flexible shallow shells and plates; moderately thick shallow shells and plates;

axisymmetrically loaded homogeneous and piecewise-homogeneous bodies of revolution. The influence of the kind of loading and geometrical shape on the creep and damage propagation processes have been investigated. It is shown that the direction of the applied load significantly affects on the intensity of the processes of creep, creep-damage accumulation and failure initiation time of the bodies from materials with characteristics dependent on the kind of loading.

Key words: creep, creep-damage, dependence of the material characteristics on the kind of loading, bodies with complex shape, R-functions method.