

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ

ім. А.М. ПІДГОРНОГО

УДК 539.3



ЄГОРОВ ПАВЛО АНАТОЛІЙОВИЧ

**ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ ВОЛЬТЕРРА
В НЕСТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧАХ ДЕФОРМУВАННЯ
ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата технічних наук

Харків - 2017

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі деталей машин і теорії машин і механізмів Харківського національного автомобільно-дорожнього університету Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
ЯНЮТИН Євген Григорович,
Харківський національний
автомобільно-дорожній університет
професор кафедри деталей машин і ТММ.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
ПОШИВАЛОВ Володимир Павлович,
Інститут технічної механіки
НАН України і НКА України,
завідувач відділу надійності і довговічності
технічних систем.


доктор технічних наук, старший науковий співробітник
СМЕТАНКІНА Наталія Володимирівна,
Інститут проблем машинобудування
ім. А.М. Підгорного НАН України,
провідний науковий співробітник.

Захист відбудеться «23» березня 2017 р. о 14.00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.180.01 в Інституті проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

Автореферат розісланий «10» лютого 2017р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої
ради, доктор технічних наук, професор



О.О. Стрельнікова

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Серед задач математичного моделювання в механіці деформівного твердого тіла прийнято виділяти прямі й обернені задачі. Розв'язання прямих задач ще на стадії проектування конструкції дозволяє оцінити її міцність і довговічність. Істотним обмеженням при розв'язанні таких задач є неповнота вхідних даних. У такому випадку виникає необхідність аналізу так званих обернених задач. Слід зазначити, що розв'язанню прямих задач присвячена значна кількість робіт, у яких наведені аналітичні моделі процесів і механічних систем, розроблені методи їхнього розв'язання. Також прямі задачі можуть бути досліджені за допомогою чисельних методів, таких, як метод скінченних елементів, метод скінченних різниць тощо. Методи аналізу обернених задач розвинені у меншій мірі.

У техніці та будівництві часто виникає необхідність побудови математичних моделей динамічних систем, які складаються з ряду елементів. Облік усіх складових повною мірою найчастіше є неможливим. У такому випадку зручно виділяти основний елемент і досліджувати його на основі деякої теорії, а вплив контактуючих з ним об'єктів моделювати за допомогою відповідних реакцій. Таким чином, ще на етапі розв'язання прямої задачі в багатьох випадках виникає необхідність відновлення величин контактних реакцій. У зв'язку з цією обставиною в процесі аналізу задач для механічних систем, що складаються з декількох об'єктів, виникають певні труднощі, які викликають необхідність розробки спеціальних підходів і методів для їхнього дослідження. Розв'язанню прямих і обернених задач, пов'язаних з подоланням їхньої некоректності, присвячена ця дисертаційна робота.

Результати досліджень, виконаних для різних елементів конструкцій, отримані в рамках дисертаційної роботи, є актуальними. Вони можуть бути застосовані в таких областях сучасної науки й техніки як будівництво, ракетно-космічна, авіаційна, хімічна промисловість, судно- і автомобілебудування.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана відповідно до плану підготовки аспірантів Харківського національного автомобільно-дорожнього університету і госпдоговору №66/37-50-12 "Переробити, доповнити та привести у відповідність до сучасних нормативних вимог альбом типових конструкцій дорожніх одягів нежорсткого типу під розрахункові навантаження А1, А2, Б". Дослідження проводились також відповідно до плану розвитку наукового напрямку зі створення ефективних методів розв'язання прямих і обернених задач в галузі механіки деформівного твердого тіла при нестационарному навантаженні елементів конструкцій на кафедрі деталей машин і ТММ ХНАДУ.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є розвиток методів ідентифікації імпульсних навантажень, що впливають на елементи конструкцій у вигляді мембран, стрижнів, балок, пластин і циліндричних оболонок, а також методів розв'язання обернених нестационарних задач з ви-

значення параметрів механічних систем. Досягнення цієї мети забезпечується шляхом виконання таких завдань:

- вибір математичних моделей, що адекватно описували б нестационарні процеси в розглянутих пружних механічних системах;
- аналіз конкретних прямих нестационарних задач теорії пружності, які також можуть бути використані для побудови розв'язків обернених некоректних задач динаміки;
- побудова стійких обчислювальних алгоритмів ідентифікації нестационарних зовнішніх навантажень як функцій часу при розв'язанні конкретних обернених задач;
- аналіз обернених нестационарних задач з пошуку невідомих параметрів механічних систем;
- проведення чисельних і натурних експериментів, проведення аналізу результатів;
- виконання досліджень з оцінки вірогідності отриманих результатів на підставі їхнього зіставлення з результатами, наведеними в науковій літературі, або з результатами, отриманими іншими способами.

Об'єкт дослідження – нестационарне деформування пружних елементів конструкцій, викликане впливом зовнішніх імпульсних навантажень.

Предмет дослідження – прямі й обернені задачі механіки деформівного твердого тіла для різних елементів конструкцій.

Методи дослідження – теорія інтегральних рівнянь Вольтерра, інтегральне перетворення Лапласа, теорія рядів Фур'є, теорія узагальнених функцій, метод регуляризації, аналітико-чисельні методи математичної фізики, метод скінченних різниць (МСР), метод скінченних елементів (МСЕ), метод Даламбера.

Наукова новизна отриманих результатів:

- уперше розроблено ефективні підходи і способи розв'язання прямих і обернених задач для системи «мембрана-маса-пружна основа»;
- уперше отримано розв'язки прямої й оберненої задач для шарнірно-обпертої пластини, підкріпленої лінійними ребрами жорсткості (балками) та оберненої задачі динаміки з визначення збурюючого навантаження для циліндричної оболонки з концентричними пружними ребрами жорсткості;
- уперше на основі експериментальних даних отримано розв'язок оберненої задачі з визначення точки прикладання навантаження й закону його зміни в часі в проблемі ударної взаємодії балки й стрижня;
- подальшого розвитку набули методи аналізу обернених задач з визначення невідомих параметрів деформівних систем типу «балка-маса».

Практичне значення отриманих результатів. Наведені в дисертаційній роботі методи в рамках розв'язання прямих задач дозволяють оцінити напружено-деформований стан (НДС) мембранних, оболонкових, пластинчастих і стрижневих елементів конструкцій. Теоретична оцінка НДС у багатьох випадках дозволяє уникнути ряду натурних експериментів і, як наслідок, привести до економії часу й матеріальних ресурсів. Дослідження пластин й обо-

лонок з ребрами жорсткості, що поєднують у собі відносно малу вагу з високою міцністю, дозволяє поширити застосування цих елементів на особливо відповідальні конструкції в різних галузях промисловості. У рамках аналізу обернених задач практичне значення роботи полягає в розробці ефективних способів їх розв'язання, що дозволяє відновити історію навантаження механічних систем, що складаються з мембрани, мас і пружної основи; пластини з підкріплювальними ребрами жорсткості; циліндричної оболонки з концентричними ребрами жорсткості; стрижня, що вдаряє по балці. Одержувана інформація про зовнішні імпульсні навантаження дозволяє з необхідною точністю проводити розрахунки елементів конструкцій на етапі проектування, наприклад фундаментів, дорожніх конструкцій, перекриттів технічних споруд, корпусів різного роду посудин, резервуарів та ємностей для зберігання рідких, газоподібних і сипучих продуктів (додаток А).

Результати, отримані в дисертаційній роботі, були використані в конструкторсько-технологічному відділі науково-виробничого підприємства «Хартрон-Плант» при ідентифікації навантажень, які діють на елемент конструкції у вигляді балки з приєднаною масою (довідка про використання результатів роботи наведена у додатку Б до дисертації).

Запропоновані в дисертаційній роботі апаратні засоби, методи й алгоритми були застосовані на кафедрі вишукувань і проектування доріг й аеродромів ХНАДУ при виконанні науково-дослідної роботи за договором №66/37-50-12 "Переробити, доповнити та привести у відповідність до сучасних нормативних вимог альбом типових конструкцій дорожніх одягів нежорсткого типу під розрахункові навантаження А1, А2, Б" (довідка про використання результатів роботи наведена у додатку Б до дисертації).

Особистий внесок здобувача. Надані до захисту теоретичні і практичні результати належать здобувачу особисто. У роботах, які написані у співавторстві з науковим керівником [1-4,6,10,13,15,16], дисертант брав участь у постановці задач, отримав аналітичні розв'язки прямих і обернених динамічних задач механіки деформівного твердого тіла, розробив обчислювальні алгоритми, а також програми, що дозволяють одержати конкретні чисельні результати, сформулював конкретні висновки. У публікації [8] дисертантом запропоновано критерії вибору обладнання для експериментальних досліджень, на основі розрахунків обрано обладнання для поточного дослідження, отримано та проаналізовано експериментальні дані. При виконанні робіт [7, 9] були використані запропоновані дисертантом методи та алгоритми для проведення експериментальних досліджень, а також обробки отриманих даних. У публікаціях [11, 12] здобувачем отримано розв'язок прямої та оберненої задач для прямокутної мембрани з приєднаними масами.

Апробація результатів дисертації. Основні положення й робота в цілому доповідалися й обговорювалися на таких наукових конференціях і семінарах: наукові семінари на кафедрі деталей машин і ТММ ХНАДУ, м. Харків, 2012-2016 р.; XX міжнародна науково-технічна конференція "Прикладные за-

дачи математики и механики" («ПЗММ» - 2012), СевНТУ, м. Севастополь, 2012 р.; всеукраїнська науково-методична конференція "Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі", НУХТ, м. Київ, 2013 р.; XVI міжнародна конференція "Моделирование и исследование устойчивости динамических систем" (DSMSI-2013), КНУ ім. Тараса Шевченка, м. Київ, 2013 р.; міжнародна школа-конференція "Современные проблемы математики, механики и информатики" ("Тараповские чтения-2013"), ХНУ ім. В. Н. Каразина, м. Харків, 2013р.; міжнародна науково-практична конференція "Новейшие технологии развития конструкции, производства, эксплуатации, ремонта и экспертизы автомобиля", ХНАДУ, м. Харків, 2014 р.; міжнародна науково-методична конференція "Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі", НУХТ, м. Київ, 2015 р.; XVII міжнародна конференція "Моделирование и исследование устойчивости динамических систем" (DSMSI-2015), КНУ ім. Тараса Шевченка, м. Київ, 2015 р.; міжнародна науково-практична конференція "Новітні технології в автомобілебудівництві та транспорті", ХНАДУ, м. Харків, 2015 р.

Публікації. Всі основні положення дисертаційної роботи, що відбиті в розділах 2 – 6, опубліковані в авторських працях. За темою дисертаційної роботи опубліковано 17 друкованих праць, серед яких 9 статей у виданнях за фахом та 8 тез доповідей у матеріалах конференцій. 7 друкованих праць опубліковано у журналах, які індексуються в закордонних наукометричних базах.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, 6 розділів, висновків, списку літератури і двох додатків. Загальний обсяг дисертації складає 172 сторінки тексту, що включає 57 рисунків, 6 таблиць, два додатки (на 20 сторінках) та список використаних джерел із 184 найменувань (на 20 сторінках).

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, зазначено її зв'язок з науковими темами і робочим планом підготовки аспірантів Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, де виконувалась робота. Сформульовані мета і основні задачі дослідження, вказані об'єкт, предмет та методи дослідження, наведені основні наукові результати, їх наукова новизна і практичне значення. Міститься інформація про публікації, особистий внесок здобувача та відомості щодо апробації роботи.

Перший розділ дисертаційної роботи присвячений аналізу фундаментальних літературних джерел та тих, які мають безпосереднє відношення до теми дисертації.

В першій частині огляду розглянуто роботи, які в своїй більшості належать до прямих задач теорії пружності і присвячені теоретичним і експериментальним дослідженням процесів динамічного навантаження балок, плас-

тин і оболонок. Проведено аналіз існуючих способів дослідження процесів нестационарного деформування елементів конструкцій. Здійснено огляд робіт з вивчення деформованого стану елементів конструкцій, що знаходяться на пружній основі. Також частково проведено огляд джерел, у яких розглядаються задачі удару.

Відзначається, що дослідженням процесів динамічного навантаження присвячені роботи В. З. Власова, А. Г. Горшкова, Е. І. Григолюка, Я. Г. Пановка, Л. І. Седова, С. П. Тимошенка, Д. В. Тарлаковського, J. N. Goodier'a, R. D. Mindlin'a, а також роботи українських учених: А. Е. Бабаєва, Ю. С. Воробйова, О. М. Гузя, Б. Я. Кантора, М. О. Кільчевського, В. Д. Кубенка, Л. В. Курпи, П. З. Лугового, В. П. Пошивалова, В. Л. Рвачова, І. Т. Селезова, Н. В. Сметанкіної, О. О. Стрельнікової, А. П. Філіппова, М. Г. Шульженка, О. М. Шупікова, Є. Г. Янютіна та ін.

У другій частині огляду наведена інформація щодо робіт, пов'язаних із класифікацією обернених задач, формулюванням і методами їх ефективного розв'язання. Згідно з проведеним аналізом виявлено, що оберненим задачам теорії пружності у порівнянні з прямими присвячено значно менше робіт, що пов'язано зі складнощами, які виникають при розв'язанні таких задач. Однією з проблем на шляху побудови розв'язку обернених задач може бути їх некоректність. Наведені в огляді математичні методи, що були предметом дослідження ряду вчених, серед яких А. М. Тихонов, А. С. Апарцин, О. М. Денисов, В. О. Сергєєв, дозволяють отримувати наближені розв'язки некоректних задач. На підставі літературного огляду сформульовані висновки, що визначають загальну направленість дисертаційної роботи.

Перед безпосереднім висвітленням вирішених проблем слід зауважити, що мета дисертаційної роботи – побудова стійких розв'язків некоректних задач, тому для більшості з них як вхідні дані було прийнято залежності прогинів чи деформацій від часу, котрі містять деяку величину випадкових похибок, що нерідко спостерігаються при проведенні експериментальних досліджень.

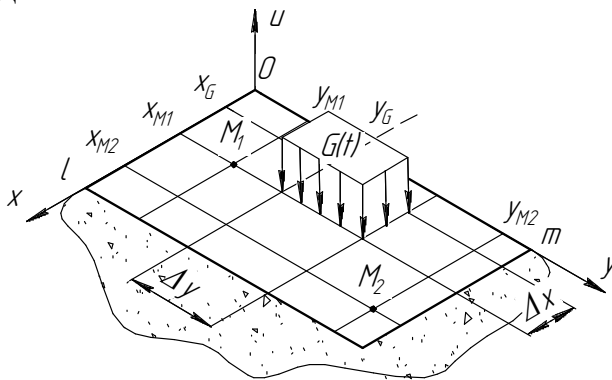


Рис. 1. Схема досліджуваної системи

У другому розділі розглядаються у міру ускладнення прямі (дослідження коливань) та обернені (ідентифікація імпульсного навантаження) задачі для мембрани, яка несе на своїй поверхні зосереджені маси та системи "мембрана-пружня основа-маси" (рис. 1). При розв'язанні задачі було використане рівняння коливань мембрани такого вигляду:

$$\partial^2 u / \partial t^2 = a^2 \cdot (\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2) - G^*(x, y, t) + R_o^*(x, y, t) + \sum_{i=1}^I R_i^*(x, y, t). \quad (1)$$

Подібне до (1) рівняння та відповідні позначення наведено в роботі ¹⁾. Складові $R_i^*(x, y, t)$ відповідають реакціям, за допомогою яких здійснюється врахування наявності приєднаних мас ($i = 1, 2$), складова $R_o(x, y, t)$ враховує наявність пружної основи (прийнята модель Власова-Леонтьєва).

Розв'язання прямої задачі здійснювалося на основі рівняння (1) за граничних умов, що відповідають закріпленню мембрани по периметру, та нульових початкових умов, шляхом розкладання шуканої функції прогину $u(x, y, t)$ в тригонометричні ряди

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u_{k,n}(t) \cdot \sin(k\pi x/l) \cdot \sin(n\pi y/m). \quad (2)$$

Розв'язок рівняння (1) був отриманий у вигляді

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t \left(\sum_{i=1}^2 \frac{C_{k,n}^{Mi}}{\lambda_{k,n}} R_i(\tau) - \frac{C_{k,n}^G}{\lambda_{k,n}} G(\tau) \right) \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau)) d\tau \cdot \sin \frac{k\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{m}, \quad (3)$$

де $G(t)$ – складова часу функції навантаження; $\lambda_{k,n} = a\pi\sqrt{k^2/l^2 + n^2/m^2}$; $C_{k,n}^G = 4/(\rho lm) \cdot [\cos(k\pi x_G/l) - \cos(k\pi(x_G + \Delta x)/l)] [\cos(k\pi y_G/m) - \cos(k\pi(y_G + \Delta y)/m)]$; $C_{k,n}^{Mi} = 4/(\rho lm) \cdot \sin(k\pi x_{Mi}/l) \cdot \sin(k\pi y_{Mi}/m)$ – коефіцієнти для випадку відсутності пружної основи. За наявності пружної основи коефіцієнти будуть такі: $\lambda_{k,n} = \sqrt{(\pi^2(2t_f + a^2\rho)(k^2/l^2 + n^2/m^2) + k_f)/(\rho + m_f)}$; $C_{k,n}^{Mi} = [4/((\rho + m_f)lm)] \cdot \sin(k\pi x_{Mi}/l) \cdot \sin(k\pi y_{Mi}/m)$; $C_{k,n}^G = [4/((\rho + m_f)kn\pi^2)] \times [\cos(k\pi x_G/l) - \cos(k\pi(x_G + \Delta x)/l)] [\cos(k\pi y_G/m) - \cos(k\pi(y_G + \Delta y)/m)]$.

Для пошуку невідомих реакцій з боку приєднаних мас на основі рівнянь контакту, які передбачають рівність переміщень мас та відповідних точок мембрани, та рівнянь коливань мас, що були отримані на основі другого закону Ньютона, було побудовано систему інтегральних рівнянь Вольтерра I роду

$$\begin{cases} \int_0^t [(t-\tau)/M_1 + K_{R_1}^1(t-\tau)] R_1(\tau) d\tau + \int_0^t K_{R_2}^1(t-\tau) R_2(\tau) d\tau = \int_0^t K_G^1(t-\tau) G(\tau) d\tau; \\ \int_0^t K_{R_1}^2(t-\tau) R_1(\tau) d\tau + \int_0^t [(t-\tau)/M_2 + K_{R_2}^2(t-\tau)] R_2(\tau) d\tau = \int_0^t K_G^2(t-\tau) G(\tau) d\tau, \end{cases} \quad (4)$$

де $K_{R_i}^i(t)$ – ядра інтегральних рівнянь ($i = 1, 2$); M_i – величини приєднаних мас.

Система інтегральних рівнянь Вольтерра I роду (4) розв'язувалась чисельно із застосуванням формул прямокутників ²⁾. Для побудови стійкого розв'язку отримана система алгебраїчних рівнянь була розв'язана з використанням узагальненого методу Крамера та регуляризуючого алгоритму

¹⁾ Араманович И. Г. Уравнения математической физики / И. Г. Араманови, В. И. Левин. – М. : Наука, 1969. — 288 с.

²⁾ Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы: Справочное пособие / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. – Киев : Наук. думка, 1986. – 544 с.

А.М. Тихонова³⁾. Як було встановлено на основі чисельних експериментів, наявність зосередженої маси найбільш суттєво впливає на коливання мембрани безпосередньо в точці приєднання і зменшується, як правило, у міру віддалення. Наявність пружної основи знижує амплітуди коливань системи у всіх її точках.

При розв'язанні оберненої задачі з пошуку невідомого збурюючого навантаження була побудована система інтегральних рівнянь Вольтерра I роду, яка складалась з рівнянь сумісності переміщень мас та відповідних точок мембрани та рівняння коливань точки, прогини якої є відомою функцією часу. Згадана система рівнянь була розв'язана чисельно з використанням узагальненого методу Крамера та регуляризації. Як вхідні дані було прийнято прогини в деякій точці системи (крива 3 на рис. 2).

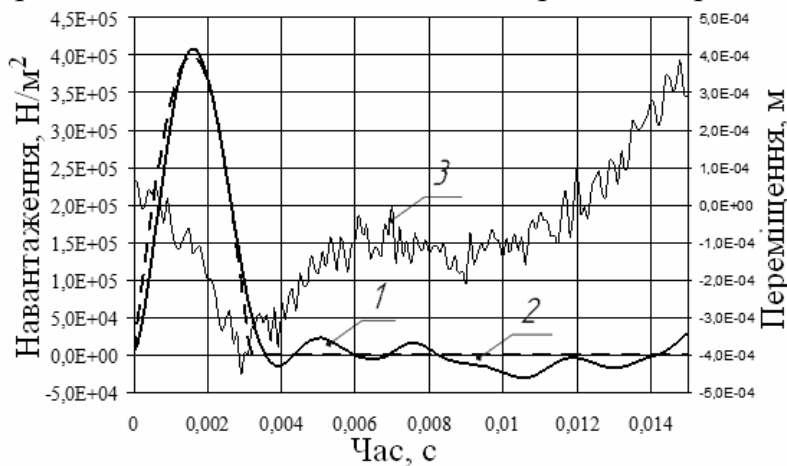


Рис. 2. Результати ідентифікації навантаження

Зіставлення кривих 1 (ідентифіковане навантаження) та 2 (задане при розв'язанні прямої задачі) на рис. 2 свідчить про достовірність побудованого розв'язку і стійкість до неточності задання вихідних даних.

У розділі також містяться результати оцінки достовірності розрахунків, яка у випадку розв'язання

прямої задачі оцінювалась шляхом дослідження збіжності отриманих розв'язків, а також зіставленням з результатами, отриманими іншими вченими при граничному переході (відсутність приєднаних мас). Достовірність розв'язку оберненої задачі з ідентифікації навантаження була підтверджена шляхом зіставлення з вихідними даними відповідної прямої задачі.

Третій розділ роботи присвячений аналізу обернених задач для шарнірно-обпертої балки, яка несе на своїй поверхні зосереджену масу. На прикладі розв'язання задач зі встановлення місця прикладання навантаження та величини приєднаної маси показано можливість побудови розв'язку задач з пошуку невідомих параметрів системи. Для моделювання коливань балки була використана модель балки типу Тимошенка, що описується системою диференціальних рівнянь такого вигляду:

$$\begin{cases} \rho F \cdot \partial^2 w / \partial t^2 - k' (\partial^2 w / \partial x^2 - \partial \psi / \partial x) FG = Q^*(x, t) - R^*(x, t); \\ EI \cdot \partial^2 \psi / \partial x^2 + k' (\partial w / \partial x - \psi) FG - \rho I \cdot \partial^2 \psi / \partial t^2 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

³⁾ Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1979. – 288 с.

Позначення, що входять до (5), детально описані в роботі ⁴⁾. Реакція $R^*(x, t)$ враховує приєднання маси.

Система рівнянь (5) розв'язувалась за граничних умов, що відповідають шарнірному спиранню та нульовим початковим умовам, шляхом розкладання шуканих функцій прогину балки $w(x, t)$ та кута нахилу поперечного перерізу $\psi(x, t)$ в ряди Фур'є

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(t) \sin \frac{k\pi x}{l}; \quad \psi(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k(t) \cos \frac{k\pi x}{l}. \quad (6)$$

Функції, що входять в (5), отримані у вигляді

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t (P(\tau) \sin(\lambda_k x_Q) - R(\tau) \sin(\lambda_k x_M)) \sum_{i=1}^2 (-1)^i 2C_{ik} \frac{\sin(\gamma_{ik}(t-\tau))}{\rho FL} d\tau \sin(\lambda_k x); \quad (7)$$

$$\psi(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t (P(\tau) \sin(\lambda_k x_Q) - R(\tau) \sin(\lambda_k x_M)) \sum_{i=1}^2 \frac{(-1)^i 2b\lambda_k}{\gamma_{ik} \sqrt{D_k}} \frac{\sin(\gamma_{ik}(t-\tau))}{\rho FL} d\tau \cos(\lambda_k x),$$

де $a = k'G/\rho$; $b = k'GF/(\rho l)$; $c = E/\rho$; $D_k = ((a+c)\lambda_k^2 + b)^2 - 4ac\lambda_k^4$; $\lambda_k = k\pi/l$;
 $\gamma_{ik} = \sqrt{[(a+c)\lambda_k^2 + b + (-1)^{i+1} \sqrt{D_k}]/2}$; $C_{ik} = (c\lambda_k^2 + b - \gamma_{ik}^2)/(\gamma_{ik} \cdot \sqrt{D_k})$.

Невідома реакція з боку приєднаної маси може бути визначена шляхом аналізу інтегрального рівняння Вольтерра I роду, побудованого на підставі рівності переміщень маси та точки балки, яка відповідає приєднанню цієї маси. У свою чергу, рівняння руху зосередженої маси може бути отримане на основі другого закону Ньютона і записане так:

$$w_M(t) = -1/M \cdot \int_0^t (t-\tau) R(\tau) d\tau. \quad (8)$$

Для пошуку координати прикладання навантаження балка умовно ділилась на ланки x_i точками, після чого визначались прогини або деформація в деякій точці балки з умови прикладання сили в x_i точці, які порівнювалися із заданими прогинами або деформаціями (9). Розв'язку з деякою точністю відповідала точка, в якій спостерігався мінімум функціонала нев'язки згаданих прогинів чи деформацій

$$\int_0^T (w_e(t) - w(x_i, t))^2 d\tau = \xi_i; \quad \int_0^T (\varepsilon_e(t) - \varepsilon(x_i, t))^2 d\tau = \xi_i. \quad (9)$$

Для пошуку величини приєднаної маси вводиться припущення, що її величина знаходиться в деякому діапазоні від 0 до M . При умовному поділі величини M на I рівних частин ($mas = M/I$) на поверхні балки "розміщується" маса величиною $i \cdot mas$ ($i=0, 1..I$), після чого визначаються прогини або деформація в деякій точці балки, які порівнюються із заданими прогинами

⁴⁾ Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М. : Физматгиз, 1967. – 444 с.

або деформаціями згідно з одним з критеріїв (10). Розв'язку з деякою точністю буде відповідати величина маси, при приєднанні якої буде спостерігатися мінімум функціонала нев'язки вказаних прогинів чи деформацій

$$\int_0^T (\varepsilon_e(t) - \varepsilon(i \cdot mas, t))^2 d\tau = \xi_i; \int_0^T (w_e(t) - w(i \cdot mas, t))^2 d\tau = \xi_i, i = 0, 1..I. \quad (10)$$

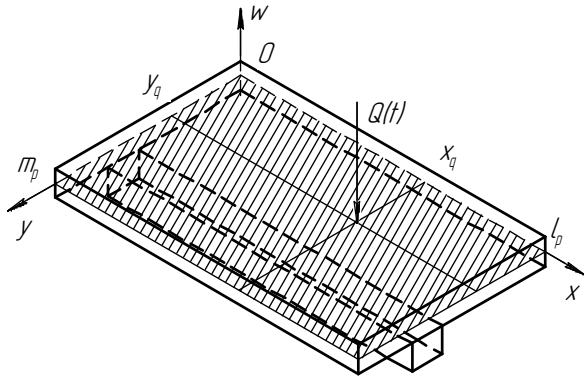


Рис. 3. Схема досліджуваної системи

Згідно зі схемою (рис. 3) на шарнірно-обперту пластину, скріплену з лінійним ребром жорсткості, діє зосереджене навантаження, яке викликає коливання системи.

В основі розв'язання задачі лежить метод штучного роз'єднання деформівної системи із подальшим вивченням НДС елементів як окремих об'єктів (рис. 4). Природно, що задача розв'язується при деяких спрощеннях, що мають відношення до умов контакту.

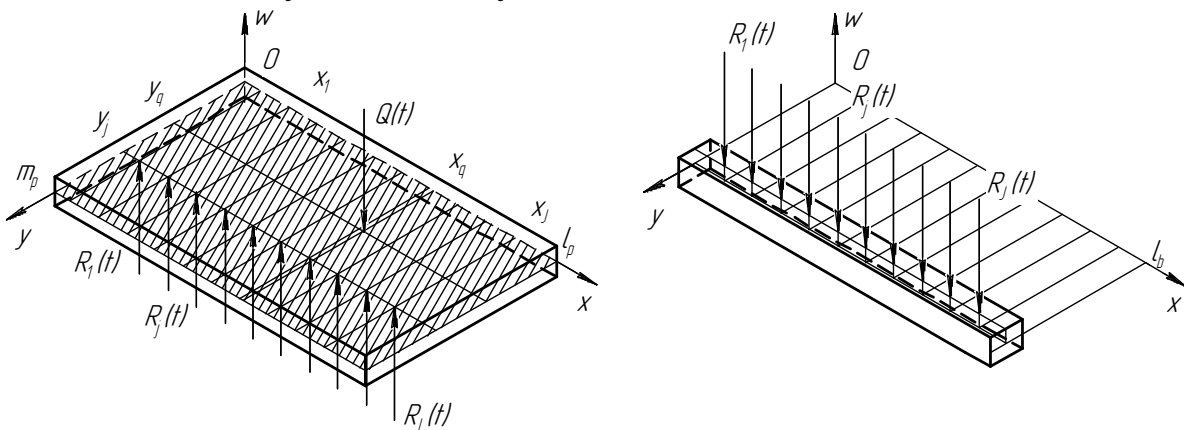


Рис. 4. Умовне роз'єднання системи

Дослідження коливань пластини здійснено на основі моделі типу Тимошенка у формі, яку використовував А. П. Філіппов⁵⁾, а саме

$$\Delta\Delta w - \left(\frac{1}{c_1^2} + \frac{1}{c_2^2} \right) \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial t^2} + \frac{1}{c_1^2 c_2^2} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} + \frac{\rho_p h_p}{D_p} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} =$$

⁵⁾ Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем / А. П. Филиппов. — М. : Машиностроение, 1970. — 736 с.

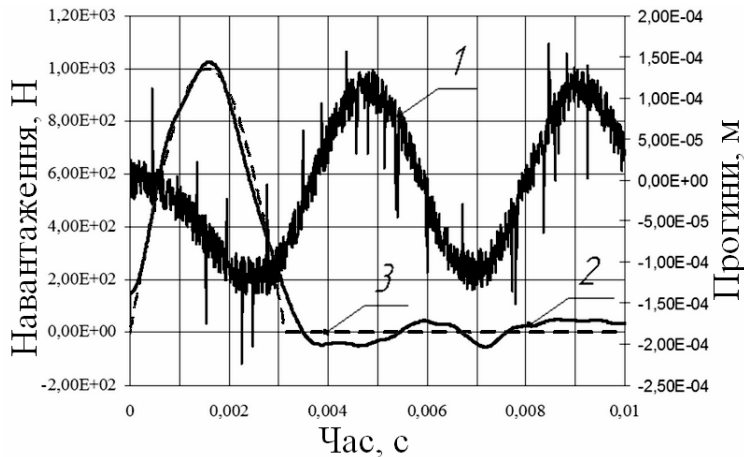


Рис. 6. Графіки вихідних даних, заданого та ідентифікованого навантажень

Отриману систему розв'язано чисельно з використанням узагальненого методу Гаусса та регуляризації.

На рис. 6 наведено графіки відновленого (крива 2) і прикладеного навантажень (крива 3). Тут під прикладеним навантаженням розуміється відоме навантаження, необхідне для одержання прогинів $w_e(t)$ (крива 1) при аналізі прямої задачі.

Розв'язання прямої та оберненої задач для шарнірно-обпертої оболонки з концентричними ребрами жорсткості наведено в **п'ятому розділі** дисертації.

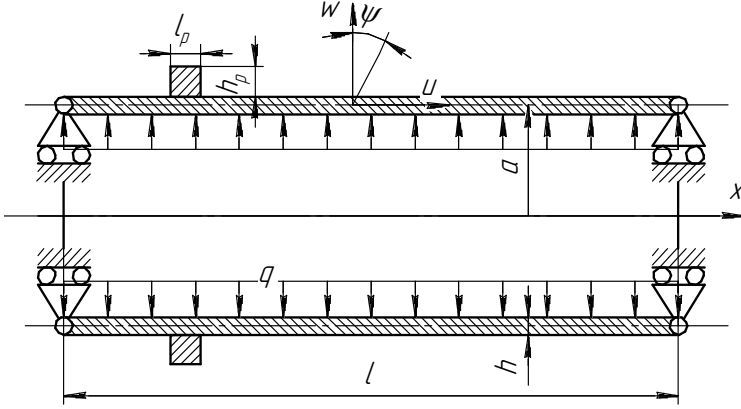


Рис. 7. Оболонка з ребром жорсткості

система перебуває у спокої. В рамках аналізу прямої задачі досліджено коливання системи під дією заданого динамічного навантаження. Відзначимо, що розв'язок прямої задачі для оболонки з ребром жорсткості отримано аналогічно розв'язку, описаному в монографії ⁶⁾, однак розроблений в дисертаційній роботі новий варіант розв'язання прямої задачі спеціально орієнтований на подальший аналіз відповідної оберненої задачі.

Як вихідна модель коливань прийнята модель типу Тимошенка, яка має такий вигляд:

ності отриманих результатів проведено зіставлення з результатами, отриманими за допомогою МСЕ (крива 3 на рис. 5).

При розв'язанні оберненої задачі побудована система інтегральних рівнянь, яка включала J рівнянь контакту та рівняння коливань точки пластини, прогини якої є відомою функцією часу $w_e(t)$.

Досліджувана система складалася із шарнірно-обпертої ізотропної кругової циліндричної оболонки й закріпленого на ній без прокозвання концентричного ребра жорсткості. До внутрішньої поверхні оболонки прикладено нестационарне навантаження (рис. 7). У початковий момент часу

⁶⁾ Кохманюк С. С. Колебания деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках / С. С. Кохманюк, Е. Г. Янютин, Л. Г. Романенко. — Киев : Наукова думка, 1980. — 232 с.

$$\left\{ \begin{aligned} E_p \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t_p^2} + E_p \frac{v}{a} \frac{\partial w}{\partial x} &= P_x(x, t_p); \\ E_p \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{E_p}{a^2} w - k_1^2 Gh \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t_p^2} - k_1^2 Gh \frac{\partial \psi}{\partial x} &= P_z(x, t_p); \\ -k_1^2 Gh \frac{\partial w}{\partial x} + D \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - k_1^2 Gh \psi - \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t_p^2} &= -M_x(x, t_p). \end{aligned} \right. \quad (13)$$

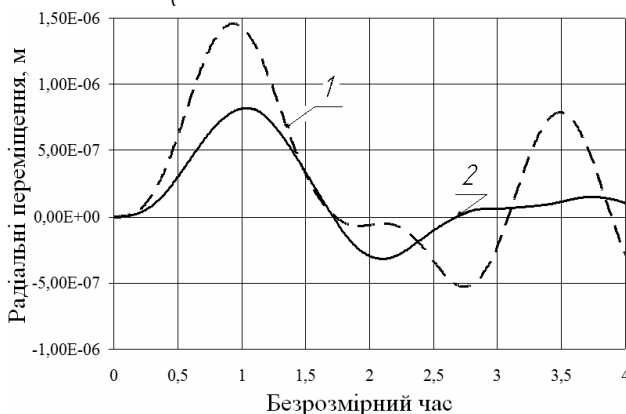


Рис. 8. Графіки радіальних переміщень

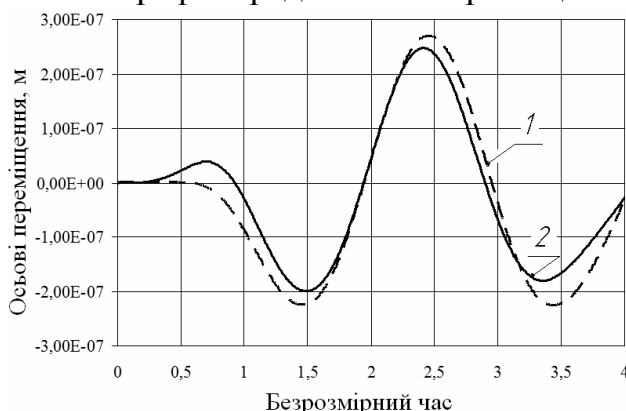


Рис. 9. Графіки осьових переміщень

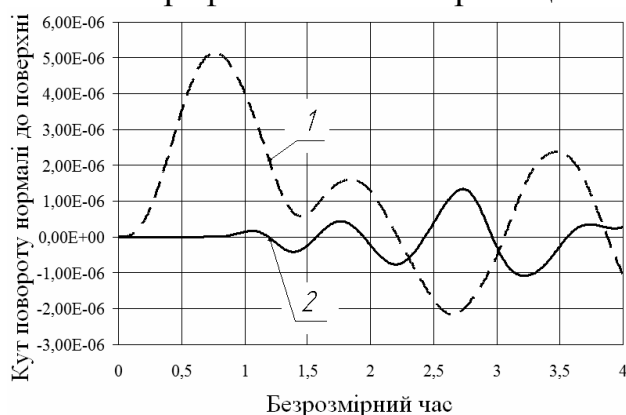


Рис. 10. Графіки кута повороту нормалі до серединної поверхні

Розв'язок системи (13) отримано при переході до безрозмірних величин координати вздовж осі оболонки та часу шляхом розкладання шуканих функцій у ряди Фур'є та перетворення Лапласа.

Вплив ребра жорсткості за його умовного від'єднання змодельовано введенням додаткових радіальної й осьової реакцій, а також згинального моменту.

Коливання ребра жорсткості розглядалися на основі стрижневої теорії⁷⁾.

Прийняті умови контакту оболонки й ребра жорсткості відповідали рівності радіальних переміщень ребра жорсткості й відповідних точок оболонки, відсутності проковзування й малості області контакту елементів у порівнянні з довжиною оболонки.

У результаті чисельних експериментів отримано криві радіальних, осьових переміщень та кута нахилу нормалі до серединної поверхні оболонки. На рис. 8 - 10 проведено зіставлення результатів дослідження НДС оболонки без ребра жорсткості (крива 1) та за наявності ребра жорсткості (крива 2). Відзначимо, що при граничному переході, коли товщина ребра жорсткості дуже мала, інформація щодо коливань системи збігається з даними отриманими авторами роботи⁷⁾.

⁷⁾ Математическое моделирование нестационарных колебаний элементов конструкций / С. Г. Янютин, Н. И. Воропай, Г. А. Гнатенко, А. С. Шарапата. — Харьков : Лидер, 2014. — 297 с.

Для підтвердження достовірності отриманого розв'язку також було проведено зіставлення з МСЕ (рис. 11, 12). На рисунках суцільній кривій відповідає аналітичний розв'язок, пунктирній – розв'язок МСЕ.

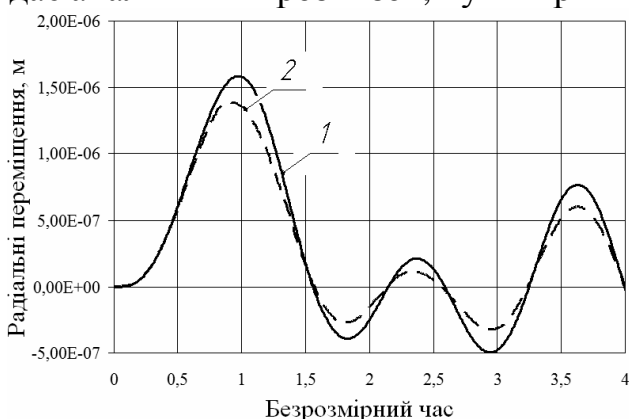


Рис. 11. Графіки радіальних переміщень

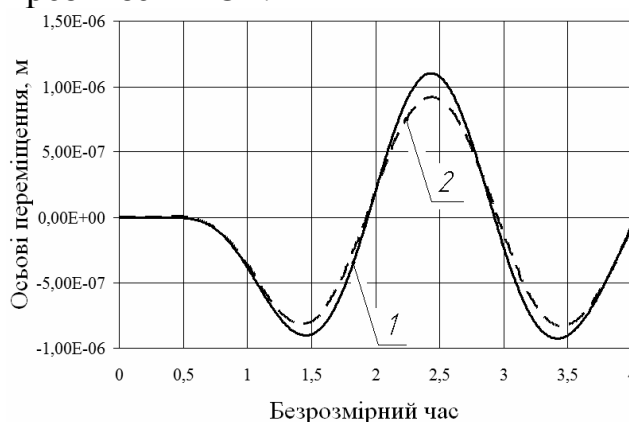


Рис. 12. Графіки осьових переміщень

Розв'язання оберненої задачі з пошуку невідомого навантаження, яке обумовило задані коливання елементів, зводилося до аналізу системи трьох інтегральних рівнянь, перше з яких відповідає умові реєстрації зміни однієї з кінематичних характеристик (радіальні, осьові переміщення або кут нахилу нормалі до серединної поверхні) у часі, а інші два – умовам контакту.

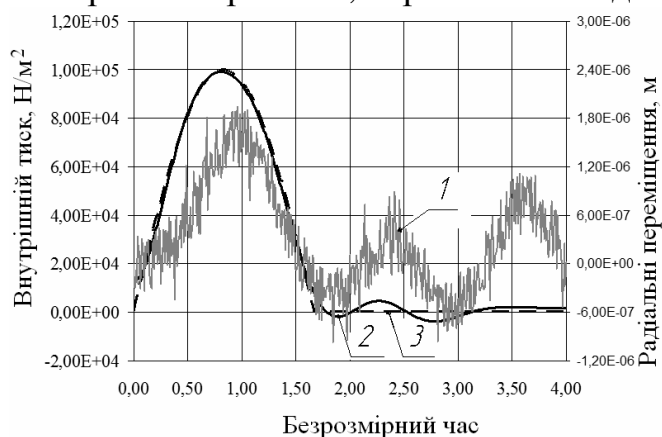


Рис. 13. Графіки вихідних даних, заданого та ідентифікованого навантажень

Кривими 3 та 2 позначено відповідно задане та ідентифіковане за інформацією про радіальні прогини оболонки (крива 1) навантаження. Наведені криві ілюструють добре узгодження розв'язку оберненої задачі з точними значеннями навантаження.

У шостому розділі з використанням методів та підходів, описаних в попередніх розділах, розв'язані задачі відновлення нестационарних навантажень у часі та пошуку точки прикладання навантаження в задачі удару стрижня по шарнірно-опертій балці.

Досліджувана механічна система складалась з вільно падаючого стрижня й балки скінченної довжини в припущенні, що закріплення її торців близьке до шарнірного обпирання (рис. 14, а). Реалізація закріплення торців балки була здійснена з використанням циліндрів, які її обтискають (рис. 14, б). Шарнірні опори балки жорстко зв'язані з масивною стійкою, що виключає випадкові коливання установки. На ударному кінці стрижень мав закруглену форму.

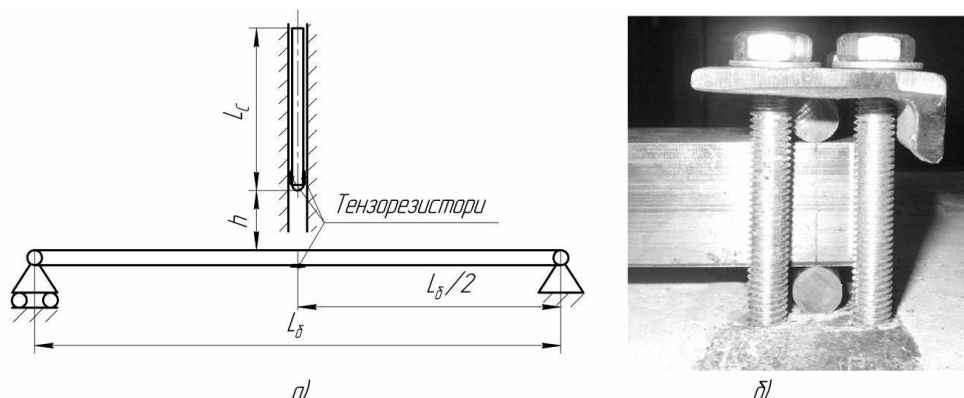


Рис. 14. Схема системи та реалізація обпирання балки

Дослідження НДС елементів проведено з використанням тензометрії. Вимірювальний комплекс складався з тензомоста, що виконує роль чутливого елемента, підсилювача сигналу, аналогово-цифрового перетворювача (АЦП) і персонального комп'ютера з відповідним програмним забезпеченням. АЦП та підсилювач сигналу при цьому обирались з урахуванням власних частот коливання об'єктів та часу протікання процесу, що був встановлений на основі залежності, отриманої Н.О.Кільчевським⁸⁾.

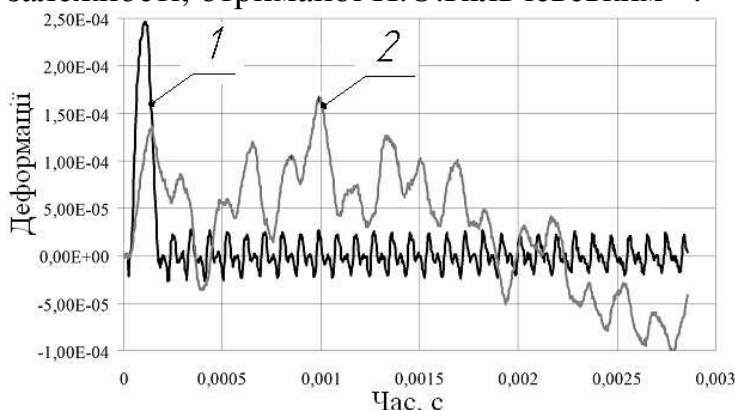


Рис. 15. Графіки деформацій

Як вхідні дані для побудови розв'язку відповідних обернених задач використані експериментально отримані деформації стрижня (рис. 15, крива 1) та балки (крива 2).

Пошук розв'язку для стрижня, який вільно падає, було здійснено за допомогою МСР на основі рівняння, яке описує поздовжні коливання

стрижня

$$\partial^2 u / \partial t^2 = a^2 \cdot \partial^2 u / \partial x^2. \quad (14)$$

Заповнення матриці переміщень відбувалось з урахуванням інформації на фронті деформаційної хвилі на основі явної тришарової скінченно-різницевої схеми. Відтворюване навантаження знайдене на підставі бокових різниць, граничні умови при цьому мали вигляд

$$\sigma_x(t)|_{x=0} = -R(t)/F; \quad \sigma_x(t)|_{x=L} = 0. \quad (15)$$

Для підтвердження достовірності розв'язку оберненої задачі з відновлення навантаження проведено аналіз відповідної прямої задачі на основі ме-

⁸⁾ Кильчевский Н. А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар / Н. А. Кильчевский. — К. : Наук. думка, 1976. — 320 с.

тоду Даламбера з використанням отриманої інформації як вихідних даних (рис. 16).

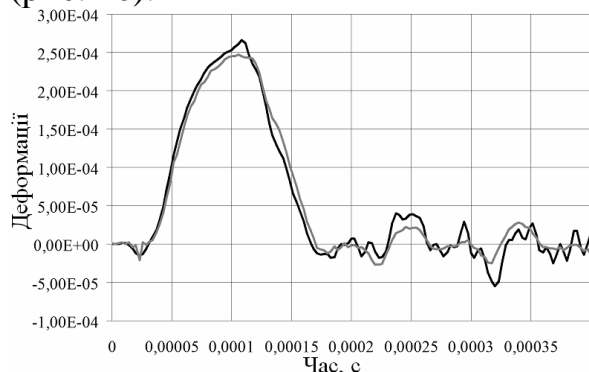


Рис. 16. Графіки деформацій

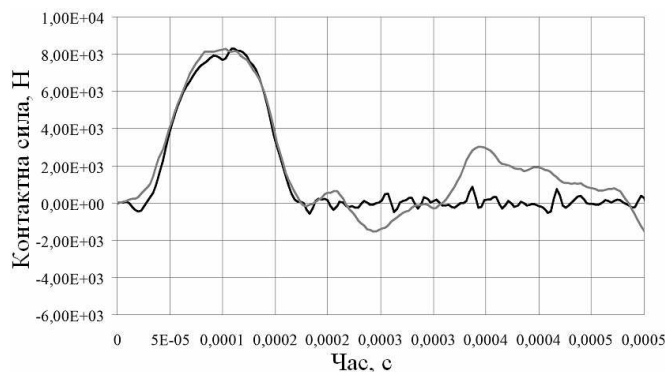


Рис. 17. Графіки контактних сил

Обернена задача для балки розв'язана з використанням моделі та підходів, описаних у третьому розділі дисертації. Графіки контактних сил, відновлених за деформаціями стрижня і балки, наведені на рис. 17. Задовільне узгодження кривих свідчить про ефективність запропонованих підходів до розв'язання обернених задач.

В цьому ж розділі описана задача зі встановлення координати точки прикладання ударного навантаження за експериментальними даними. Задача аналізувалась з використанням підходів, описаних у третьому розділі дисертації.

Можливості застосування результатів дисертаційної роботи наведені у **додатку А**. Наприклад, описані в роботі способи розв'язання задач теорії пружності можуть бути використані при проектуванні (дослідження НДС та ідентифікація дійсних навантажень) і в процесі експлуатації (контроль технологічного процесу, шляхом відновлення діючих навантажень) конструкцій під дією імпульсних та вибухових навантажень. Прикладом таких конструкцій можуть бути вибухові камери, бронеканери, контейнери для зберігання вибухонебезпечних речовин та інші ємності, підсилені ребрами жорсткості.

Також результати розв'язання обернених задач можуть бути використані для контролю повноти підриву маси вибухової речовини при ліквідації аварій, які можуть виникати при експлуатації нафтових та газових свердловин.

Підходи з дослідження НДС елементів конструкцій з приєднаними масами слід використовувати у випадках, коли величиною маси неможна знехтувати.

Додаток Б містить довідки про безпосереднє впровадження результатів дисертаційної роботи.

ВИСНОВКИ

Основні результати дисертації полягають в такому:

1. Для системи «мембрана-маса-пружна основа» уперше на основі застосування регуляризованих методів розроблений ефективний підхід до розв'язання прямих і обернених задач.

2. Уперше для шарнірно-обпертої пластини, підкріпленої лінійними ребрами жорсткості, у вітчизняній і закордонній літературі отримано розв'язок прямої задачі. При цьому нестационарне деформування пластини вивчалось на основі одного хвильового розв'язувального рівняння, що відповідає уточненій теорії С.П.Тимошенка.

3. Розроблено, побудовано і вперше реалізовано стійкі до збурювання вихідних даних обчислювальні алгоритми з відновлення імпульсного навантаження, що діє на прямокутну пластину типу С.П.Тимошенка, підкріплену лінійними ребрами жорсткості, та циліндричну оболонку з концентричними ребрами жорсткості. Деформування елементів вивчалось в рамках уточненої теорії на основі моделі типу С.П.Тимошенка.

4. На основі експериментальних досліджень отримані залежності деформацій балки й стрижня від часу при їхній ударній взаємодії, з використанням яких відновлені контактні сили як функції часу.

5. При розв'язанні проблеми ударної взаємодії балки й стрижня вперше на основі експериментальних даних отримано розв'язок оберненої задачі з визначення точки прикладання навантаження й закону його зміни в часі.

6. Набули подальшого розвитку методи аналізу обернених задач з визначення невідомих параметрів деформованих систем типу «балка-маса».

7. Оцінено вплив приєднаних об'єктів на протікання процесу коливань систем, що може бути використано для зменшення амплітуди коливань відповідальних конструкцій.

8. Вірогідність отриманих результатів підтверджена аналізом збіжності і стійкості отриманих розв'язків у всіх розглянутих задачах, узгодженням результатів розв'язків прямих і обернених задач, зіставленням з результатами, отриманими іншими методами та іншими дослідниками, порівнянням результатів ідентифікації контактної сили за експериментальними даними при розв'язанні обернених задач для балки й стрижня.

9. Можливе використання отриманих результатів наведено в додатку А дисертації, в якому докладно описані конструкції й технологічні процеси, що супроводжуються впливом імпульсних навантажень.

Окремі результати дисертаційної роботи з вивчення НДС й ідентифікації нестационарних навантажень, що впливають на елементи конструкцій, використані в конструкторсько-технологічному відділі науково-виробничого підприємства «Хартрон-Плант», а також на кафедрі вишукування і проектування доріг й аеродромів ХНАДУ при виконанні науково-дослідної роботи за договором №66/37-50-12 "Переробити, доповнити та привести у відповідність до сучасних нормативних вимог альбом типових конструкцій дорожніх одягів нежорсткого типу під розрахункові навантаження А1, А2, Б" (додаток Б).

ПУБЛІКАЦІЇ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

1. Янютин Е. Г. Нестационарные колебания мембран с присоединенными массами / Е. Г. Янютин, П. А. Егоров // Вестник ХНАДУ : сб. науч. тр. – 2012. – Вып. 56. – С. 75-79.

2. Янютин Е. Г. Нестационарные колебания мембраны, несущей несколько сосредоточенных масс / Е. Г. Янютин, П. А. Егоров // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2012. – № 54 (960). – С. 209-216.

3. Янютин Е. Г. Колебания мембраны, контактирующей с упругим основанием, при импульсном нагружении / Е. Г. Янютин, П. А. Егоров // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2013. – № 37 (1010). – С. 223-230.

4. Янютин Е. Г. Идентификация параметров нестационарно колеблющейся системы «балка-масса» / Е. Г. Янютин, П. А. Егоров // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2013. – № 54 (1027). – С. 207-213.

5. Егоров П. А. Идентификация нестационарных нагрузок, воздействующих на шарнирно-опертую оболочку, подкрепленную концентрическими ребрами жесткости. / П. А. Егоров // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2014. – № 39 (1082). – С. 71-80.

6. Янютин Е. Г. Нестационарные колебания шарнирно-опертой пластины, подкрепленной линейными ребрами жесткости (прямая и обратная задача) / Е. Г. Янютин, П. А. Егоров // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2015. – № 6 (1115). – С. 191-200.

7. Исследование деформирования образца из асфальтобетона на раскол с использованием тензометрической аппаратуры / А. Г. Батракова, В. Н. Ряпухин, А. В. Воропай, Е. В. Дорожко, П. А. Егоров // Вестник ХНАДУ : сб. науч. тр. – 2015. – Вып. 71. – С. 45-49.

8. Воропай А. В. Измерительный комплекс для экспериментальных исследований напряженно-деформированного состояния упругих элементов конструкций при ударном нагружении / А. В. Воропай, А. А. Дзюбенко, П. А. Егоров // [Электронный ресурс] / Автомобіль і електроніка. Сучасні технології: електронне наукове фахове видання. – Х.: ХНАДУ, 2015. – №2(8). – С. 182-187. – ISSN 2226-9266 – Режим доступа: <http://www.khadi.kharkov.ua/nauka/naukovo-doslidna-chastina/naukovi-vidannja/avtomobil-elektronika-suchasni-tehnologiji/arkhiv-nomeriv.html>.

9. Экспериментальное измерение деформаций балок из различных материалов при ударном нагружении / А. В. Воропай, А. А. Дзюбенко, П. А. Егоров, Е. С. Малахов // [Электронный ресурс] / Автомобіль і електроніка. Сучасні технології: електронне наукове фахове видання. – Х.: ХНАДУ, 2016. – №1(9). – С. 128-138.– Режим доступа: <http://www.khadi.kharkov.ua/nauka/naukovo-doslidna>

chastina/ naukovi-vidannja/ avtomobil-elektronika-suchasni-tehnologiji/arkhiv-nomeriv.html.

10. Янютин Е. Г. Нестационарные колебания мембраны с присоединенной массой / Е. Г. Янютин, П. А. Егоров // Прикладные задачи математики и механики («ПЗММ» - 2012) : междунар. науч.-техн. конф., 10-14 сент. 2012 г. : материалы конференции – Севастополь : 2012. – С. 38-42.

11. Янютин Е. Г. Прямые и обратные нестационарные задачи теории упругости / Е. Г. Янютин, А. С. Шарапата, П. А. Егоров // Материалы XVI междунар. конф. "Dynamical system modelling and stability investigation – DSMSI", 29-31 мая 2013 г. – Киев : КНУ им. Т. Шевченко. – 2013. – С. 279.

12. Янютин Є. Г. Розв'язування обернених нестационарних задач теорії пружності / Є. Г. Янютин, А. С. Шарапата, П. А. Єгоров // Матеріали всеукр. наук.-метод. конф. «Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі», 26-27 червня 2013 р. – К. : НУХТ. – 2013. – С. 28-29.

13. Янютин Е. Г. Определение точки приложения нестационарной сосредоточенной силы, воздействующей на балку / Е. Г. Янютин, П. А. Егоров // Тез. докл. междунар. науч. шк.-конф. «Тараповские чтения», 29 сент. – 4 окт. 2013 г. – Харьков : 2013. – С. 78.

14. Егоров П. А. Нестационарные колебания шарнирно-опертой оболочки с концентрическими ребрами жесткости / П. А. Егоров // Новейшие технологии развития конструкции, производства, эксплуатации, ремонта и экспертизы автомобиля : междунар. науч.-практ. конф., 15-16 окт. 2014 г. : тез. докл. – Харьков : ХНАДУ, 2014. – С. 190.

15. Янютин Е. Г. Неустановившиеся колебания шарнирно-опертой пластины, подкрепленной линейными ребрами жесткости / Е. Г. Янютин, П. А. Егоров // Материалы XVII междунар. конф. "Dynamical system modelling and stability investigation – DSMSI", 27-29 мая 2015 г. – Киев : КНУ им. Т. Шевченко. – 2015. – С. 104.

16. Янютин Є. Г. Ідентифікація нестационарного навантаження, яке діє на циліндричну шарнірно-обперту оболонку, підкріплену концентричними ребрами жорсткості / Є. Г. Янютин, П. А. Єгоров // Матеріали всеукр. наук.-метод. конф. «Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі», 25-26 червня 2015 р. – К. : НУХТ. – 2015. – С. 48-50.

17. Егоров П. А. О влиянии жесткости основания на результаты экспериментальных исследований нестационарного деформирования элементов конструкций / П. А. Егоров // Новітні технології в автомобілебудівництві та транспорті : міжнар. наук.-практ. конф., 15-16 окт. 2015 г. : наук. пр. – Харків : ХНАДУ, 2015. – С. 273-274.

АНОТАЦІЯ

Єгоров П.А. Інтегральні рівняння Вольтерра в нестационарних задачах деформування пружних елементів конструкцій. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, 2016.

Дисертаційна робота присвячена розв'язанню обернених задач теорії пружності для мембран, стрижнів, балок, пластин та циліндричних оболонок при їх нестационарному деформуванні.

В роботі проведена розробка та реалізація способів ідентифікації зовнішнього навантаження, що діє на мембрани з приєднаними масами, системи типу «мембрана-пружня основа-маси», підкріплені лінійними ребрами жорсткості пластини, оболонки з концентричними ребрами жорсткості, а також на стрижні та балки при їх ударі. Деформований стан балок, пластин та оболонок було досліджено на основі уточненої моделі С.П. Тимошенка. При дослідженні систем, які складаються з декількох об'єктів, використовувались прийоми, що ґрунтуються на умовному роз'єднанні системи, яка деформується, та подальшому розгляді елементів, які входять до її складу, як окремих об'єктів. Невідомі контактні реакції знайдені при розв'язанні інтегральних рівнянь, отриманих на основі умов контакту.

Із використанням методів розвинення в тригонометричні ряди, інтегральних перетворень Лапласа та методів регуляризації побудовані алгоритми, які дозволяють ефективно відновлювати функції зовнішнього навантаження, що діє на вказані механічні системи.

Виконано чисельне моделювання процесів деформування елементів конструкцій та їх подальший аналіз. Проведено оцінку достовірності отриманих результатів, для чого в роботі застосовувались різні методи, в тому числі й метод скінченних елементів. Значну увагу приділено чисельним методам розв'язання некоректних задач, а саме, методам, побудованим на ідеях А. М. Тихонова.

Наведений в дисертаційній роботі науковий матеріал, який належить до способів розв'язання прямих та обернених задач механіки деформівного твердого тіла, може бути використаний в різноманітних технологіях, пов'язаних з проектуванням та моніторингом елементів машинобудівних конструкцій.

Ключові слова: мембрана, стрижень, пластина, оболонка, ребро жорсткості, нестационарне деформування, обернена задача, інтегральне рівняння Вольтерра, метод регуляризації.

ABSTRACT

Yegorov P.A. The integral Volterra equations in non-stationary problems for elastic structural elements. – Manuscript.

Thesis for the scientific degree of Candidate of Technical Science by specialty 01.02.04 – mechanics of the deformable solid – A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering problems National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkov, 2016.

The thesis is devoted to the solution of inverse problems of elasticity theory for membranes, rods, beams, plates and cylindrical shells with their nonstationary deforming. Processes of impulse impact on mechanical systems consisting of several objects are considered.

The identification methods for the external loads, which affects to the membrane with coupled masses, the "membrane-elastic base-masses" system, supported by linear ribs plates, shells with concentric ribs and also rods and beams at impact were developed and implemented in the work. Deformed state of beams, plates and shells was investigated on base of the S.P.Tymoshenko refined model. Methods based on disconnection of deformable system and further consideration of its components as a single objects were used at study of systems consisting of several objects. Unknown reactions of contact was found in the solution of integral equations, derived on the basis of the contact conditions.

The effective procedures for restoring the functions of external loads acting on the specified mechanical systems were built using decomposition methods in trigonometric series, integral Laplace transformations and regularization methods.

The numerical modeling of element deformation processes and their analysis were made. An estimation of the reliability of the results was made with various methods including finite element method. Considerable attention in the thesis is devoted to numerical methods of ill-posed problems solving, namely methods based on the ideas of A.N.Tikhonov.

The methods of inverse and direct problem solutions can be used in various technologies related to the design and monitoring elements of the machine-building structures.

Key words: membrane, rod, bar, plate, shell, stiffener, nonstationary deforming, inverse problem, Volterra integral equation, regularization method.

АННОТАЦИЯ

Егоров П.А. Интегральные уравнения Вольтерра в нестационарных задачах деформирования упругих элементов конструкций. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела. – Ин-

ститут проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, 2016.

Диссертационная работа посвящена решению обратных задач теории упругости для мембран, стержней, балок, пластин и цилиндрических оболочек при их нестационарном деформировании. Рассмотрены процессы импульсного воздействия на механические системы, состоящие из нескольких объектов.

В работе произведена разработка и реализация способов идентификации внешней нагрузки, которая воздействует на мембраны с присоединенными массами, системы типа «мембрана-упругое основание-массы», подкрепленные линейными ребрами жесткости пластины, оболочки с концентрическими ребрами жесткости, а также на стержни и балки при их ударе. Деформированное состояние балок, пластин и оболочек исследовано на основе уточнённой модели С.П. Тимошенко. При исследовании систем, состоящих из нескольких объектов, использовались приемы, основанные на условном рассоединении деформируемой системы и дальнейшем рассмотрении входящих в нее компонентов как отдельных объектов. Неизвестные контактные реакции были найдены при решении интегральных уравнений, полученных на основе условий контакта.

С использованием методов разложения в тригонометрические ряды, интегральных преобразований Лапласа и методов регуляризации построены алгоритмы, которые позволяют эффективно восстанавливать функции внешних нагрузок, воздействующих на указанные механические системы.

Выполнено численное моделирование процессов деформирования элементов конструкций и их последующий анализ. Произведена оценка достоверности полученных результатов, для чего в работе применялись различные методы, в том числе и метод конечных элементов. Значительное внимание в диссертации уделено численным методам решения некорректных задач, а именно, методам, построенным на идеях А. Н. Тихонова.

Приведенный в диссертационной работе научный материал, относящийся к способам решения как обратных, так и прямых задач механики деформируемого твердого тела, может быть использован в различных технологиях, связанных с проектированием и мониторингом элементов машиностроительных конструкций.

Ключевые слова: мембрана, стержень, балка, пластина, оболочка, ребро жесткости, нестационарное деформирование, обратная задача, интегральное уравнение Вольтерра, метод регуляризации.

