

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА МЕХАНИКИ
РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ВТУЛКИ
ФРИКЦИОННОЙ ПАРЫ

В.М. Мирсалимов, *Азербайджанский технический университет (AzTU)*

П.Э. Ахундова, *Азербайджанский государственный экономический
университет (UNEC)*

Практика эксплуатации фрикционных пар показывает, что при многократном возвратно-поступательном движении плунжера разрушение втулки фрикционной пары происходит на пятнах фактического касания в тонких приповерхностных слоях путем образования микротрещин, с которыми втулка «живет» значительную часть ресурса работы. В связи с этим необходимо осуществлять предельный анализ деталей контактной пары, чтобы установить, что предполагаемые исходные трещины, расположенные самым неблагоприятным образом, не будут расти до катастрофических размеров и не вызовут разрушения в течение расчетного срока службы. Размер исходной минимальной трещины следует рассматривать как проектную характеристику материала.

На современном этапе развития техники большое значение имеет оптимальное проектирование деталей фрикционной пары, обеспечивающее увеличение работоспособности элементов фрикционной пары.

Представляет значительный интерес решение задачи механики по определению такой функции перемещений точек внешнего контура втулки, при которой созданное ею напряженное поле тормозило бы развитие трещины во втулке.

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние втулки контактной пары. В процессе работы фрикционной пары происходит силовое взаимодействие между контактирующими поверхностями втулки и плунжера, возникают силы трения, приводящие к изнашиванию материалов сопряжения. Для определения контактного давления необходимо рассмотреть износоконтактную задачу о вдавливании плунжера в поверхность втулки.

Пусть к внутренней поверхности втулки на некотором участке прижимается плунжер.

Втулка на внешнем контуре имеет некоторые перемещения, функция которых заранее неизвестна и подлежит определению в процессе решения задачи оптимизации. Принято, что выполняются условия плоской деформации. Режимы работы фрикционной пары, в которой могут возникнуть остаточные деформации, приняты недопустимыми. Пусть в упругой втулке вблизи поверхности трения имеется прямолинейная трещина. Считается, что берега трещины свободны от внешних нагрузок. Условие, связывающее перемещения втулки и плунжера, запишется в виде

$$v_1 + v_2 = \delta(\theta), \quad (\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2). \quad (1)$$

Здесь $\delta(\theta)$ – осадка точек поверхности втулки и плунжера, определяемая формой внутренней поверхности втулки и плунжера, а также величиной прижимающей силы P ; $(\theta_2 - \theta_1)$ – величина угла (площадка) контакта.

В зоне контакта, кроме контактного давления, действует касательное напряжение $\tau_{r\theta}$, связанное с контактным давлением $p(\theta, t)$ по закону Амонтона-Кулона: $\tau_{r\theta} = fp(\theta, t)$, где f – коэффициент трения пары «втулка-плунжер». Касательные усилия (силы трения) $\tau_{r\theta}$ способствуют тепловыделению в зоне контакта. Общее количество тепла в единицу времени пропорционально мощности сил трения, а количество тепла, выделяемое в точке зоны контакта с координатой θ , будет равно $Q(\theta, t) = Vfp(\theta, t)$, где V – средняя за период скорость перемещения плунжера относительно втулки.

Общее количество тепла $Q(\theta, t)$ будет расходоваться следующим образом: поток тепла во втулку $Q_b(\theta, t)$ и аналогичный поток $Q_1(\theta, t)$ тепла на повышение температуры плунжера. Для радиального перемещения втулки будем иметь

$$v_1 = v_{1e} + v_{1u}, \quad (2)$$

где v_{1e} радиальные термоупругие перемещения точек контактной поверхности втулки; v_{1u} – перемещения, вызванные износом поверхности втулки.

Перемещениями, вызванными смятием микровыступов поверхности втулки, пренебрегаем. Анализ контактной задачи с учетом шероховатости деталей контактной пары проведен в [1]. Аналогично (2) можно записать соотношения для радиального перемещения v_2 плунжера.

Износ деталей фрикционной пары считается абразивным. Скорость изменения перемещения поверхности при износе материала втулки будет [2]

$$\frac{dv_{1u}}{dt} = K_b p(\theta, t), \quad (3)$$

где K_b – коэффициент изнашивания материала втулки.

1. Мирсалимов В. М. Моделирование закрытия трещины со связями между берегами во втулке контактной пары. *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 2009. Т. 44. № 2. С. 78–92.
2. Горячева И. Г. Механика фрикционного взаимодействия. Москва: Наука, 2001. 478 с.

Так как частота движения плунжера достаточно велика, рассматриваем задачу как стационарную. В этом случае температура втулки $T(r, \theta)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению теории теплопроводности $\Delta T = 0$ и граничным условиям

$$\text{при } r = R_0 \quad A_{T_1} \lambda \frac{\partial T}{\partial r} - A_{T_2} \alpha_1^* (T - T_c) = -Q_*(\theta), \quad (4)$$

$$\text{при } r = R \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial r} + \alpha_2 (T - T_c) = 0.$$

Здесь λ – коэффициент теплопроводности втулки; Δ – оператор Лапласа; α_1^* – коэффициент теплоотдачи с внутренней поверхности втулки; α_2 – коэффициент теплоотдачи с наружной цилиндрической поверхности втулки с внешней средой с температурой T_c ; A_{T_1} – теплопоглощающая поверхность; A_{T_2} – охлаждающая поверхность; Q_* – часть количества тепла, выделившегося при трении, приходящегося на нагрев втулки; $Q_* = Q_b$ на площадке контакта; $Q_* = 0$ вне площадки контакта.

Граничные условия задачи термоупругости для втулки в процессе работы фрикционной пары будут иметь вид

$$\sigma_r = -p(\theta), \quad \tau_{r\theta} = -fp(\theta) \quad \text{на площадке контакта,} \quad (5)$$

$$\sigma_r = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{вне площадки контакта,}$$

$$v_r - iv_\theta = g(\theta) \quad \text{при } r = R,$$

$$\sigma_{y_1} = 0, \quad \tau_{x_1y_1} = 0 \quad \text{на берегах трещины.} \quad (6)$$

Здесь v_r , v_θ – радиальная и касательная составляющие вектора перемещений внешнего контура втулки; $g(\theta)$ – искомая функция перемещений точек внешнего контура втулки.

Аналогично ставится задача термоупругости для определения перемещений контактной поверхности плунжера.

Величины θ_1 и θ_2 , являющиеся концами участка соприкосновения плунжера с втулкой, заранее неизвестны. Для их определения используем условие [3], выражающее, что давление $p(\theta)$ непрерывно переходит в нуль, когда точка θ выходит за участок соприкасания.

В качестве условия определения функции перемещений точек контура (функции $g(\theta)$) принимаем, что в процессе работы фрикционной пары у вершин трещины должны появляться концевые зоны, берега которых смыкаются, т.е. входят в контакт. Смыкание берегов трещины в концевых зонах, примыкающих к вершинам трещины, сдерживает развитие трещины в ее кончиках и тем самым задерживает процесс разрушения втулки фрикционной пары.

3. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Москва: Наука, 1966. 707 с.

Таким образом, требуется так определить функцию $g(\theta)$, чтобы созданное ею в процессе работы фрикционной пары напряженно-деформированное поле обеспечивало смыкание берегов трещин в концевых зонах, примыкающих к вершинам. В концевых зонах, где происходит смыкание берегов трещины, раскрытие трещины должно обращаться в нуль.

Для решения поставленной обратной задачи необходимо совместное решение контактной задачи с задачей механики разрушения. Решение краевой задачи теории теплопроводности ищется методом разделения переменных. Находится распределение избыточных температур для втулки. Для решения задачи термоупругости используем термоупругий потенциал перемещений [2].

Получена бесконечная система уравнений, в правые части которой входят коэффициенты разложения функции $g(\theta)$ перемещений, контактного давления, а также интегралы от искомой функции $g_1(t)$. Решение этой системы не представляет трудностей (см. в [3] §59).

Удовлетворяя краевому условию на берегах трещины, получаем сингулярное интегральное уравнение относительно неизвестной функции $g_1(x_1)$. К сингулярному интегральному уравнению для внутренней трещины следует добавить дополнительное равенство, выражающее условие однозначности смещений при обходе контура трещины.

Аналогично рассматривается задача термоупругости для плунжера и кинетическое уравнение изнашивания материала плунжера. Находится радиальное перемещение v_2 контактной поверхности плунжера. Найденные величины v_1 и v_2 подставляются в основное контактное уравнение (1). Для алгебраизации основного контактного уравнения искомые функции контактного давления ищутся в виде разложений. Сингулярное интегральное уравнение при дополнительном условии с помощью процедуры алгебраизации сводится к системе M алгебраических уравнений для определения M неизвестных $g_1(t_m)$ ($m = 1, 2, \dots, M$). Если перейти к комплексно сопряженным значениям, получим еще M алгебраических уравнений.

Полученные системы уравнений позволяют при заданной функции перемещений точек внешнего контура втулки найти напряженно-деформированное состояние втулки при наличии трещины, контактное давление, коэффициенты интенсивности напряжений в окрестности вершин трещины, распределение температуры, а также абразивный износ деталей фрикционной пары.

Полученная объединенная алгебраическая система не является пока замкнутой. Для построения недостающих уравнений требуем, что в узловых точках, принадлежащих конечным областям, должно происходить смыкание берегов трещины. Так как размеры конечных зон мы задаем заранее, то эта система алгебраических уравнений оказывается линейной. Объединенная же система уравнений из-за неизвестных величин θ_1 и θ_2 оказывается нелинейной. Для ее решения используется метод последовательных приближений.

Совместное решение полученных систем уравнений позволяет найти приближенные значения коэффициентов значений функций $v_1(t_m)$, $u_1(t_m)$ ($m = 1, 2, \dots, M$) и коэффициентов функции перемещений $g(\theta)$.

Отметим, что там, где берега трещины вошли в контакт, т.е. в концевых областях, возникнут нормальные и касательные контактные напряжения. Для их определения, при известной уже функции перемещений $g(\theta)$, необходимо вновь решить задачу механики разрушения для трещины с частично контактирующими берегами. Метод решения таких задач для втулки фрикционной пары был разработан в [1].

Полученные в работе основные разрешающие уравнения позволяют при заданной функции перемещений точек внешнего контура втулки численными расчетами, путем определения коэффициентов интенсивности напряжений, прогнозировать рост имеющейся трещины во втулке; установить допустимый уровень дефектности и максимальные значения рабочих нагрузок, обеспечивающий достаточный запас надежности. Решение обратной задачи по определению функции перемещений точек внешнего контура втулки позволяет на стадии проектирования выбирать оптимальные геометрические параметры элементов фрикционной пары, обеспечивающие повышение несущей способности.

Спасибо за внимание