



II міжнародна науково-технічна конференція «Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні»

**МЕТОДИ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ
ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В ОБОЛОНКАХ ОБЕРТАННЯ
ПРИ РІЗНИХ РІВНЯХ ЗАПОВНЕННЯ**

А. Тонконоженко

stcu-yuzhnoye@freemail.dnepr.net



ДП «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»

**О. Стрельнікова, В. Гнітько, М. Мироненко,
Д. Крютченко**

estrel@ipmach.kharkov.ua, mariamyronenko87@gmail.com, wollydenis@gmail.com

Інститут проблем машинобудування
ім. А.М. Підгорного НАН України

ОБОЛОНКОВІ КОНСТРУКЦІЇ, ЗАПОВНЕНІ РІДИНОЮ



ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

$$\mathbf{L}(\mathbf{U}) + \mathbf{M}(\ddot{\mathbf{U}}) = p\mathbf{n} \quad \Delta\Phi = 0 \quad p - p_0 = -\rho \left[\frac{\partial\varphi}{\partial t} + a_x(t)x + (g + a_z(t))z \right]$$

- **Граничні умови відносно φ**

$$\left. \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} \right|_{S_1} = \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\left. \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} \right|_{S_0} = \frac{\partial\zeta}{\partial t};$$

$$\left. \frac{\partial\Phi}{\partial t} + gz \right|_{S_0} = 0$$

- **$w = (\mathbf{U}, \mathbf{n})$**
- **Умови закріплення щодо \mathbf{U}**
- **Початкові умови**

$$\zeta(x, y, 0) = H; \quad \dot{\zeta}(x, y, 0) = 0$$

ГРАНИЧНІ УМОВИ НА ЗМОЧЕНИХ ЖОРСТКИХ І ПРУЖНИХ ПОВЕРХНЯХ

$$(\text{grad}\varphi \cdot \vec{n})|_{s_1} = \frac{\partial(U, n)}{\partial t}; (\text{grad}\varphi \cdot \vec{n})|_{s_2} = 0$$

МЕТОД ЗАДАНИХ ФОРМ

$$U(x, t) = e^{i\Omega t} u(x)$$

$$u = \sum_{k=1}^N c_k u_k$$

$$L(u_k) = \Omega_k^2 M(u_k), (M(u_k), u_j) = \delta_{kj}$$

МЕТОД ЗАДАНИХ ФОРМ

- **ПЕРЕМІЩЕННЯ ОБОЛОНКИ З РІДИНОЮ**

$$\mathbf{u} = \sum_{k=1}^N c_k \mathbf{u}_k$$

перша система базисних функцій

- \mathbf{u}_k - форми коливань незаповненої оболонки

ПОТЕНЦІАЛ ШВИДКОСТЕЙ

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

КРАЙОВА ЗАДАЧА ВІДНОСНО ПОТЕНЦІАЛА Φ_1

ПОТЕНЦІАЛ Φ_1 ВІДПОВІДАЄ ЗА КОЛИВАННЯ ПРУЖНИХ
СТІНОК

друга система базисних функцій

$$\nabla^2 \Phi_1 = 0 \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad P \in S_1 \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = 0, \quad P \in S_0$$

$$\Phi(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^m \varphi_{1k}(x, y, z) \dot{c}_k(t)$$

- Для функцій φ_{1k} отримуємо крайові задачі

$$\nabla^2 \varphi_{1k} = 0$$

$$\frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial n} \Big|_{S_1} = w_k$$

$$\varphi_{1k} = 0, \quad P \in S_0$$

ВИЗНАЧЕННЯ ПОТЕНЦІАЛУ Φ_2

третя система базисних функцій

$$\nabla^2 \Phi_2 = 0$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial n} = 0, \quad P \in S_1 \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial n} = \zeta, \quad P \in S_0$$

$$\dot{\Phi}_2(t) + g\zeta = 0$$

- ВИЗНАЧЕННЯ ПОТЕНЦІАЛУ

$$\Phi_2$$

$$\Phi_2 = \sum_{k=1}^M \dot{d}_k(t) \varphi_{2k}$$

- Гармонічні коливання

$$\varphi_2(x, y, z, t) = e^{ikt} \psi(x, y, z)$$

$$\nabla^2 \psi = 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \quad P \in S_1$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{\kappa^2}{g} \psi, \quad P \in S_0$$

Три системи базисних функцій

- На першому етапі отримуємо частоти і форми коливань порожньої оболонки – **перша система базисних функцій**
- Виражаємо потенціал швидкостей у вигляді суми $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$
- і для кожного доданку вирішуємо крайову задачу для рівняння Лапласа
- Потенціал Φ_1 відповідає завданню про вільні коливання пружної оболонки з рідиною, але без урахування сили тяжіння - **друга система базисних функцій**
- Потенціал Φ_2 відповідає задачі про вільні коливання рідини в твердій оболонці з урахуванням сили тяжіння -
- **третя система базисних функцій**

СУМАРНИЙ ПОТЕНЦІАЛ Φ

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(x, y, z, t) &= \varphi_1(x, y, z, t) + \varphi_2(x, y, z, t) = \\ &= \sum_{k=1}^N \varphi_{1k}(x, y, z) \dot{c}_k(t) + \sum_{k=1}^M \varphi_{2k}(x, y, z) \dot{d}_k(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta(x, y, z, t) &= \\ &= \sum_{k=1}^N \frac{\partial \varphi_{1k}(x, y, z)}{\partial \mathbf{n}} c_k(t) + \sum_{k=1}^M \frac{\partial \varphi_{2k}(x, y, z)}{\partial \mathbf{n}} d_k(t) \end{aligned}$$

$$\Delta \Phi = 0$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_1} = \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz \right|_{s_0} = 0$$

Залишилося задовольнити динамічній умові

$$p - p_0 = 0$$

Якщо коливання вільні, то

$$p - p_0 = -\rho \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\zeta \right) = 0$$

Якщо коливання вимушені, то

$$p - p_0 = -\rho \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + a_x(t)x + (g + a_z(t))z \right]$$

Співвідношення для задачі про вільні коливання оболонки з рідиною

- рівняння руху

$$\mathbf{L}\left(\sum_{k=1}^N c_k(t)\mathbf{u}_k\right) + \mathbf{M}\left(\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t)\mathbf{u}_k\right) = -\rho\left(\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t)\varphi_{1k} + \sum_{k=1}^M \ddot{d}_k(t)\varphi_{2k}\right) - \rho g\left(\sum_{k=1}^N c_k(t)\frac{\partial\varphi_{1k}}{\partial\mathbf{n}} + \sum_{k=1}^M d_k(t)\frac{\partial\varphi_{2k}}{\partial\mathbf{n}}\right)$$

- динамічна умова

$$\sum_{k=1}^M \ddot{d}_k(t)\varphi_{2k} + g\left(\sum_{k=1}^N c_k(t)\frac{\partial\varphi_{1k}}{\partial\mathbf{n}} + \sum_{k=1}^M \chi_k^2 d_k(t)\varphi_{2k}\right) = 0$$

Диференційні рівняння для задач про вільні і вимушені коливання оболонки з рідиною

- рівняння руху

$$\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t)(\delta_{ik} + H_{ik}) + \Omega_i^2 c_i(t) = -\rho \left(\sum_{k=1}^M \ddot{d}_k(t) G_{ik}^1 \right) - \rho g \left(\sum_{k=1}^N c_k(t) G_{ik}^2 + \sum_{k=1}^M d_k(t) G_{ik}^3 + A_2 a_z(t) \right) - \rho A_1 a_x(t) \quad (36)$$

- динамічна умова

$$\ddot{d}_i(t) + \chi_i^2 d_i(t)(g + B_2 a_z(t)) + g \left(\sum_{k=1}^N c_i(t) S_{ik} \right) + \rho B_1 a_x(t) = 0 \quad (37)$$

- Ω_i ЧАСТОТИ КОЛИВАНЬ ПУСТОЇ ОБОЛОНКИ

Проблема власних значень

- **ЯКЩО РОЗГЛЯДАЮТЬСЯ ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ**

$$c_i(t) = C_i \exp(i\omega t), \quad d_i(t) = D_i \exp(i\omega t), \quad a_x(t) = 0, \quad a_z(t) = 0 \quad (38)$$

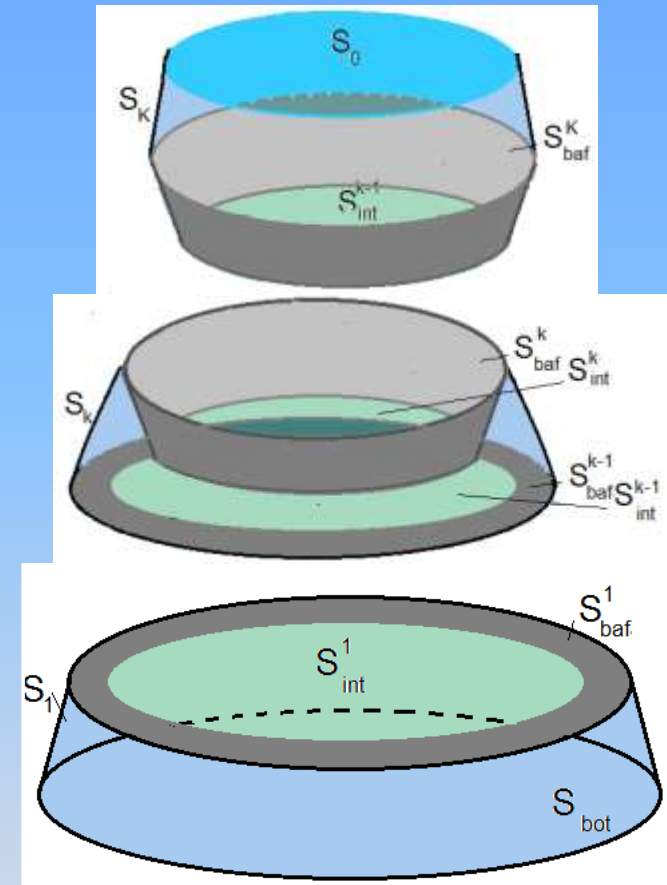
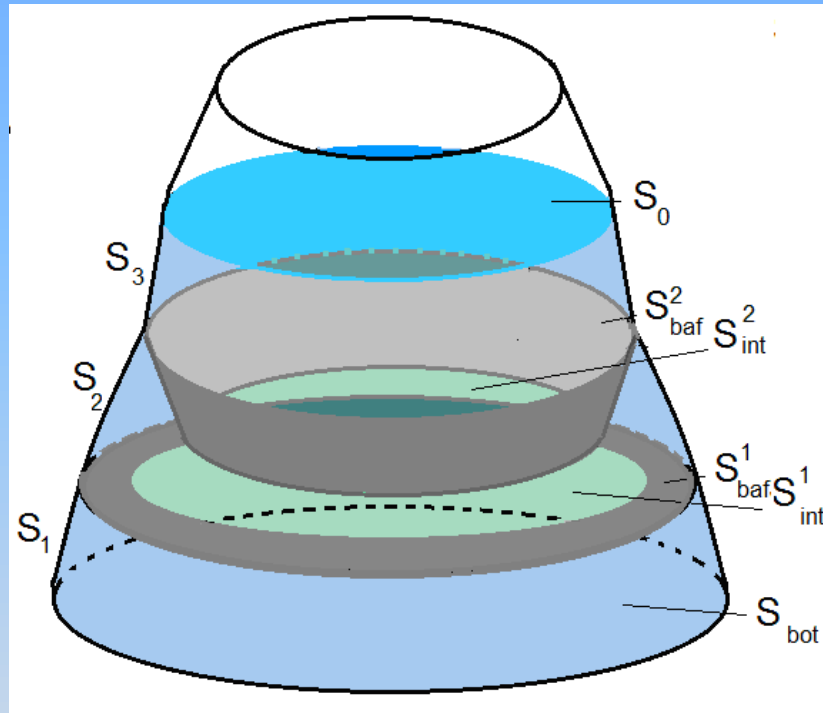
- **ОТРИМАЄМО ПРОБЛЕМУ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ**

$$AX = \omega^2 BX, \quad X = (C_1, C_2, \dots, C_N, D_1, D_2, \dots, D_M) \quad (39)$$

- **У РАЗІ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ВИРІШУЄМО СИСТЕМУ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ (36), (37) З ПОЧАТКОВИМИ УМОВАМИ**

$$c_i(0) = c_{i0}, \quad \dot{c}_i(0) = c_{i1}, \quad d_i(0) = d_{i0}, \quad \dot{d}_i(0) = d_{i1} \quad (40)$$

Оболонки з внутрішніми перегородками

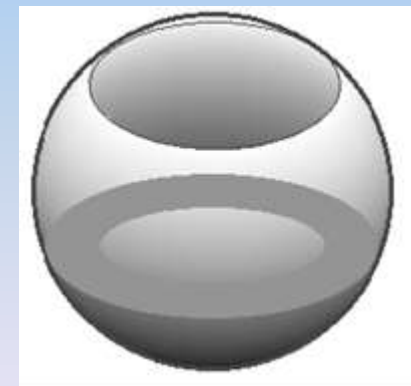
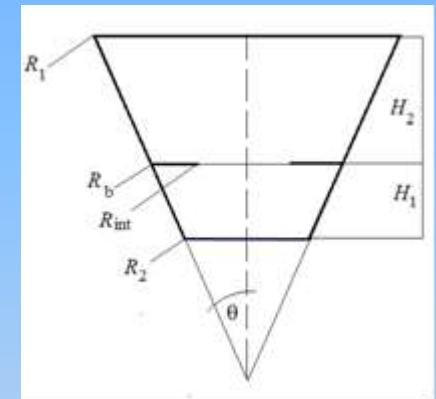
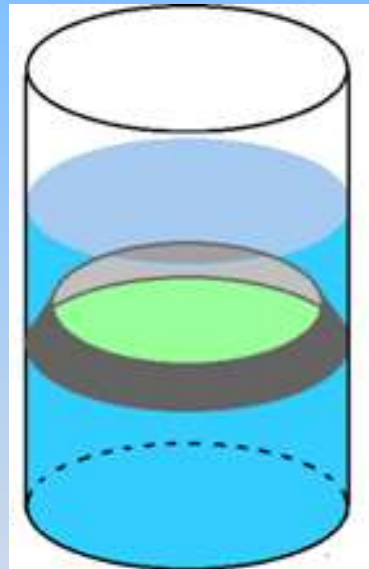
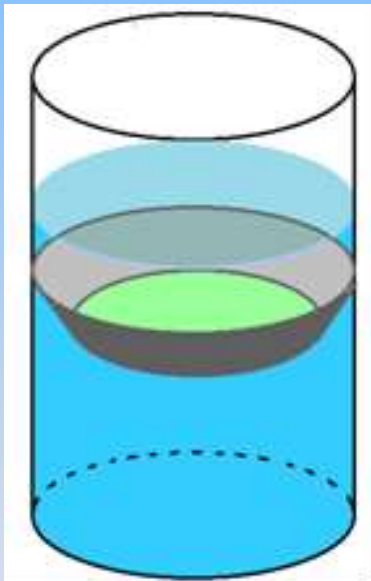
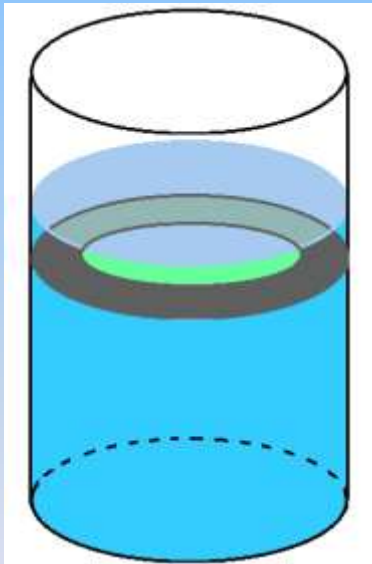


- Граничні умови на поверхнях інтерфейсу (S_{int})

$$\varphi_{int}^{k1} = \varphi_{int}^{k2}; \quad q^{k1} = -q^{k2}$$

Оболонки з перегородками

- Розглядаються циліндричні, конічні і сферичні оболонки з перегородками і без перегородок



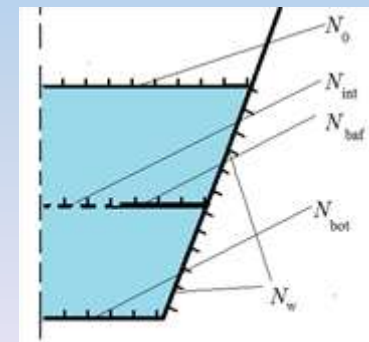
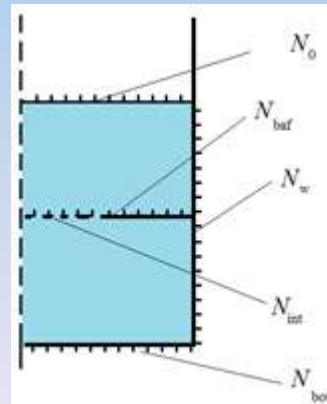
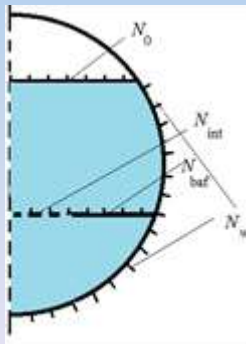
Числове визначення потенціалів φ_1 і φ_2

- Використано метод граничних елементів
- Для потенціалів застосовується інтегральне представлення

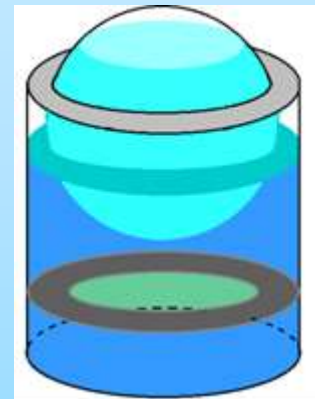
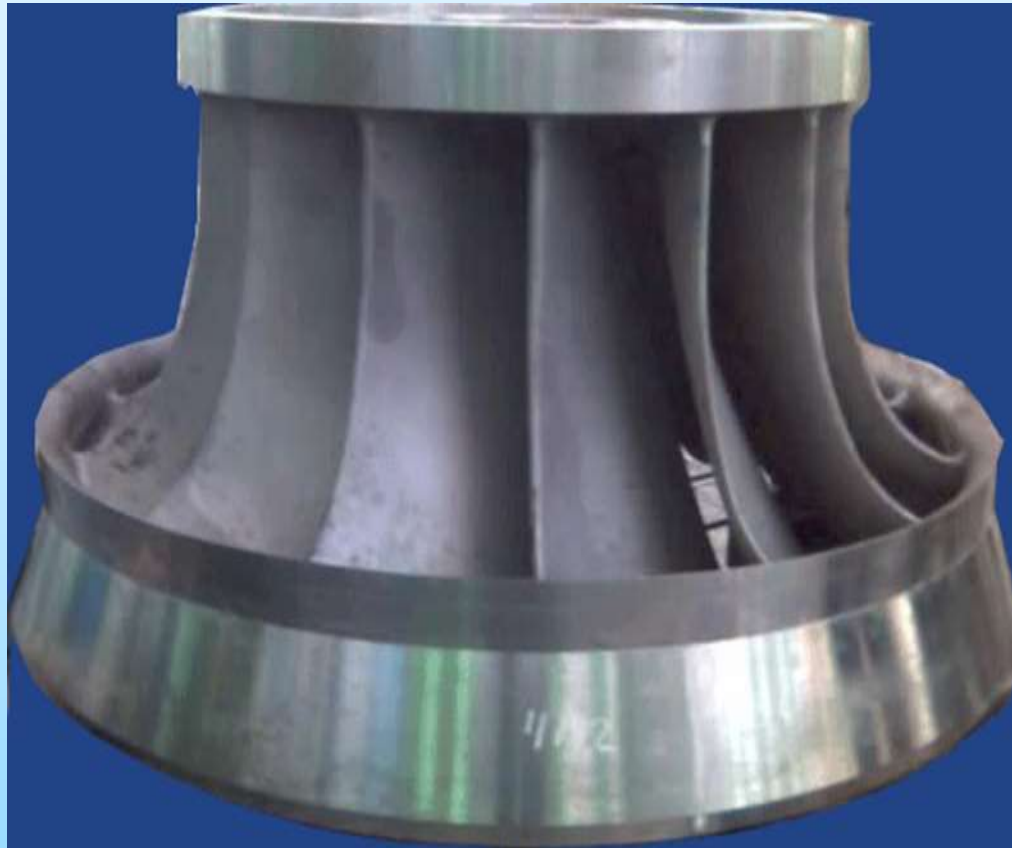
$$2\pi\varphi(P_0) = \iint_{\sigma} q \frac{1}{|P - P_0|} d\sigma - \iint_{\sigma} \varphi \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|P - P_0|} d\sigma \quad (41)$$

$$|P - P_0| = \sqrt{r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \theta_0)}$$

- Потім використовуємо розкладання невідомих функцій в ряди Фур'є. Отримуємо одномірні інтегральні рівняння. На граничні елементи розбиваємо тільки межі областей інтегрування.



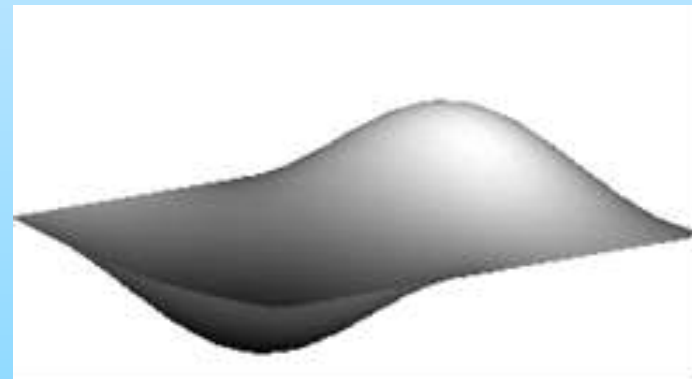
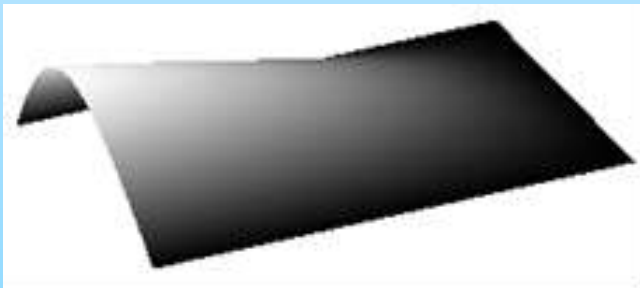
ЧАСТОТИ І ФОРМИ КОЛИВАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ, ЯКІ НЕ ВЗАЄМОДІЮТЬ ІЗ РІДИНОЮ (перша система базисних функцій)



ПРЯМОКУТНІ ПЛАСТИНИ

h, м	ω повітря Експеримент/ розрахунок	ω_1 рідина, метод Релея	К-т зниження	ω_1 рідина, ГСИУ	К-т зниження	ω_1 рідина Експери- мент	К-т зниження
0,00215	194/197	125	1,57	112	1,75	106	1,82
0,003	290/280	220	1,27	182	1,53	179	1,62
0,005	413/458	370	1,23	360	1,27	305	1,21

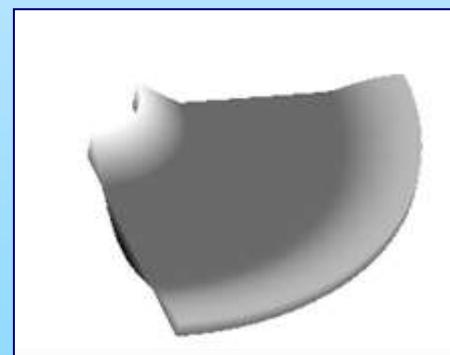
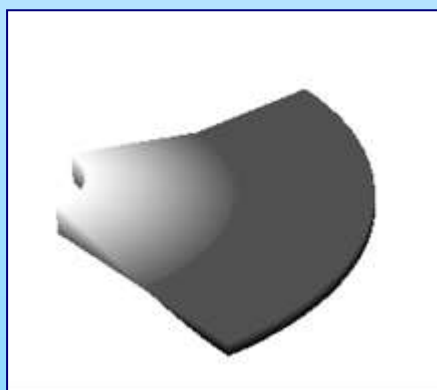
ФОРМИ КОЛИВАНЬ



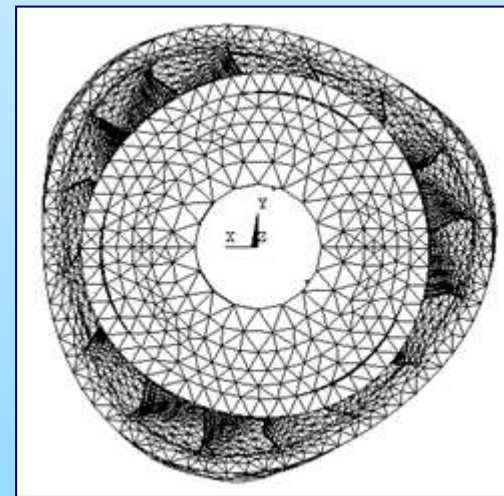
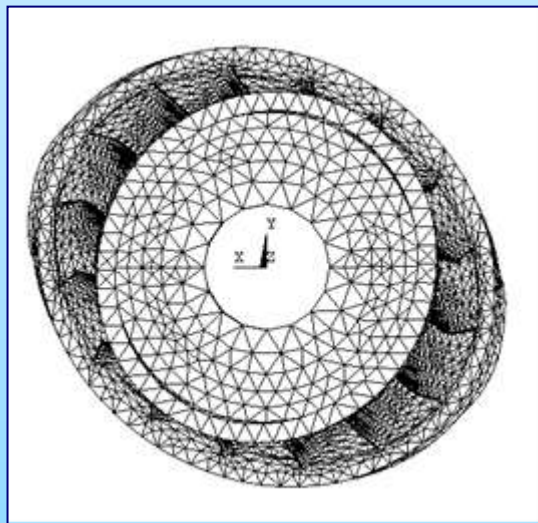
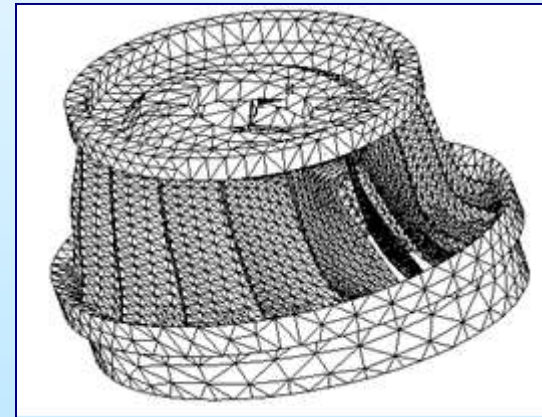
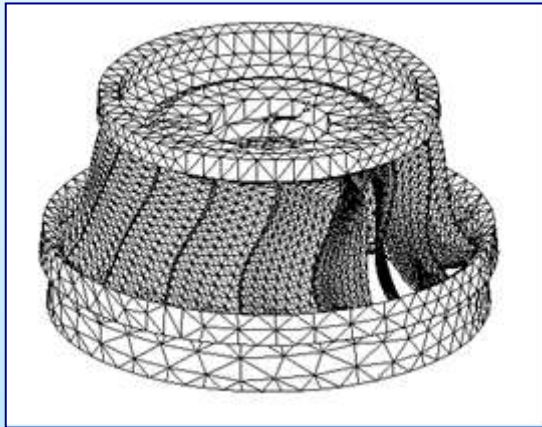
СЕКТОРІАЛЬНІ ПЛАСТИНИ

Номер частоти	Частоти коливань, Гц			
	в вакуумі		В рідині	
	експеримент	розрахунок	експеримент	розрахунок
1	402	398.2	159	181/191
2	416	425.0	–	242/281
3	514	549.7	277	300/407
4	714	791.0	420	480/628

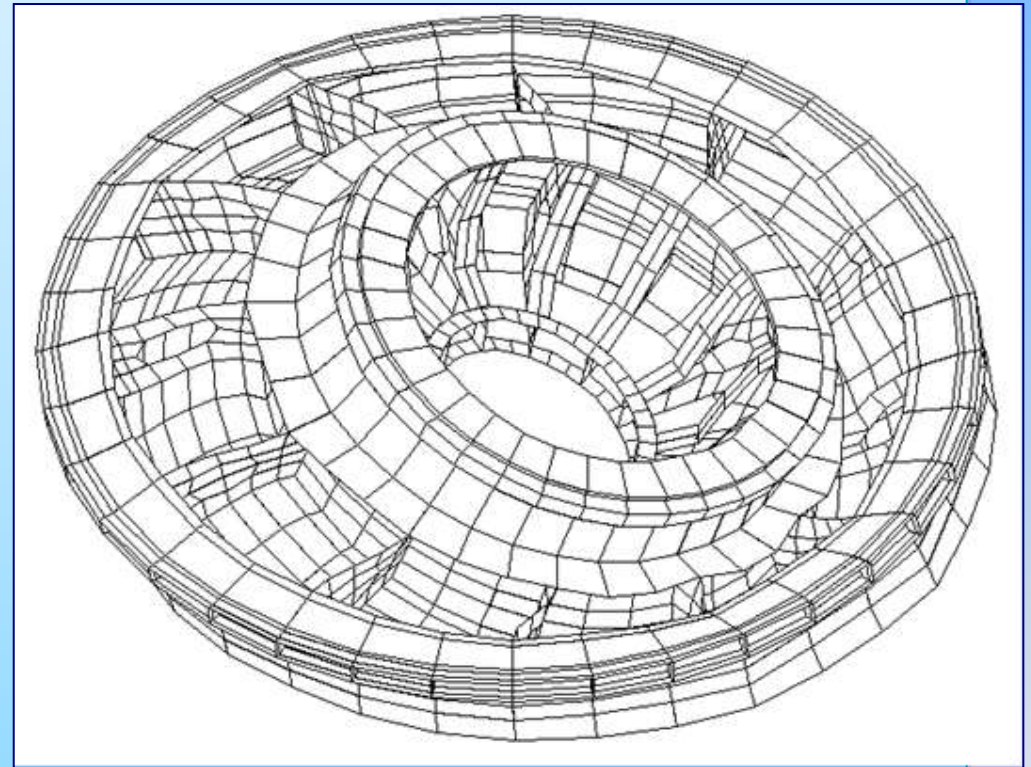
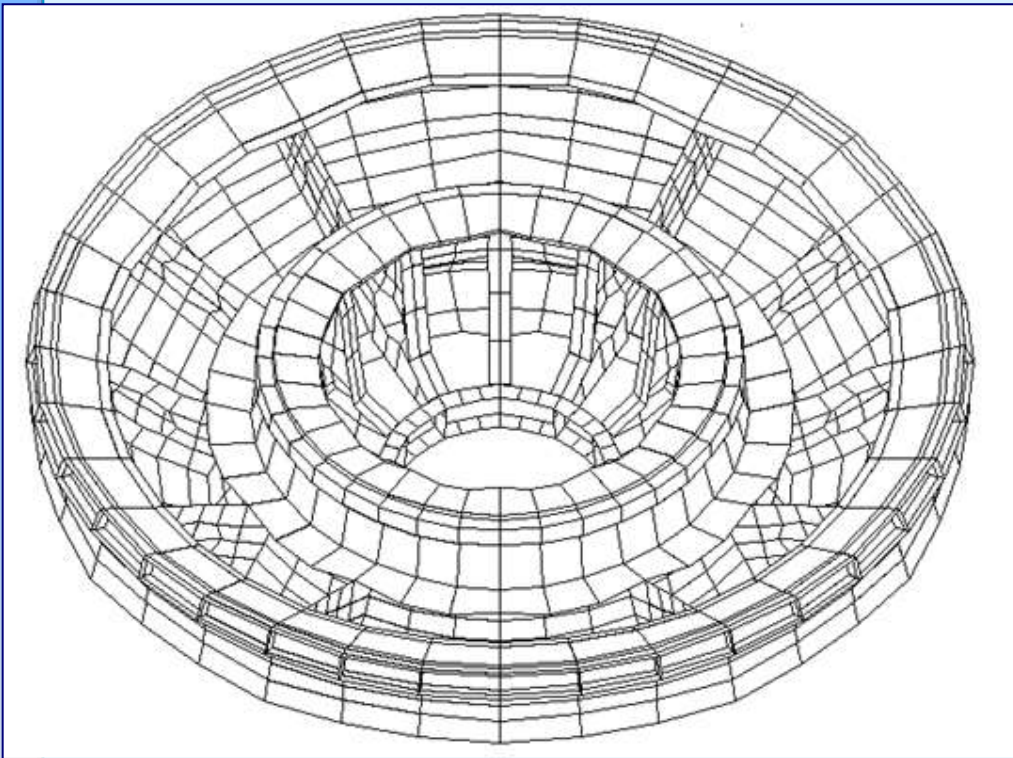
ФОРМИ КОЛИВАНЬ



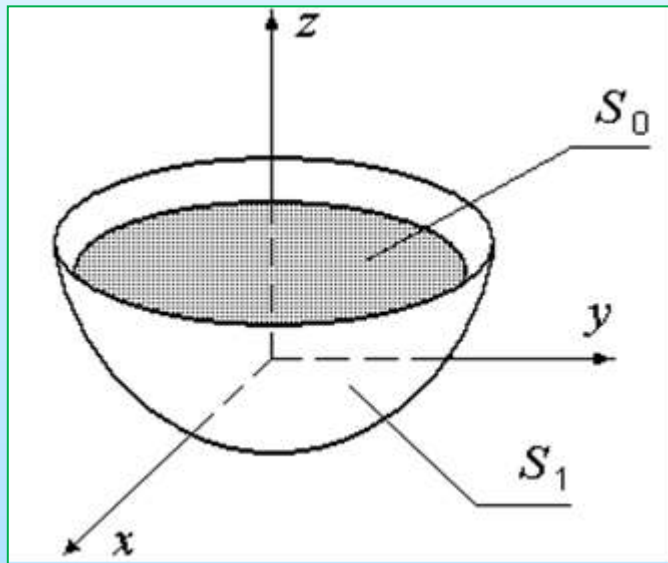
ФОРМИ КОЛИВАНЬ РОБОЧОГО КОЛЕСА ГЕС ПЕДРО ДЕЛЬ АГІЛО



ФОРМИ КОЛИВАНЬ КРИШКИ ГЕС ЛАРДЖИ

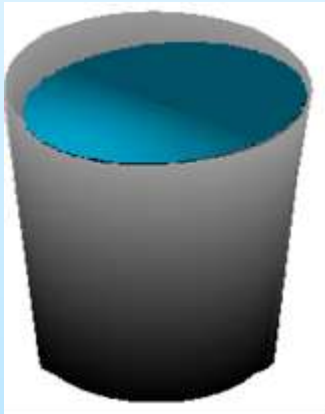


ДРУГА СИСТЕМА БАЗИСНИХ ФУНКЦІЙ НАПІВСФЕРИЧНА ПРУЖНА ОБОЛОНКА



α	n	Частоти (Гц)		
		Запропонований метод (МКЕ-МГЕ)	[45]	ANSYS (Shell63)
0	1	23.59	22.00	22.07
	2	35.70	33.38	33.41
	3	43.92	42.02	41.30
1	1	21.96	22.44	22.18
	2	33.40	36.88	34.68
	3	41.52	48.92	42.98
2		31.57	31.57	31.50
		40.44	41.55	40.50
		46.97	50.29	
3		37.30	36.98	36.65
		45.62	46.27	
		52.11	54.86	

КОНІЧНІ ОБОЛОНКИ



n	m	Частоти		
		Плескання	Незаповнена пружна оболонка	Заповнена пружна оболонка
0	1	5.836	101.07	41.67
	2	8.300	393.49	214.06
	3	9.997	559.52	257.91
	4	11.443	675.88	471.43
1	1	3.659	210.34	113.56
	2	7.001	327.90	126.64
	3	8.979	601.83	425.00
	4	10.577	649.99	438.22
4	1	6.460	100.89	58.200
	2	9.340	436.93	467.25
	3	11.005	689.26	265.86
	4	12.394	693.20	506.67
5	1	7.1288	101.85	56.908
	2	9.9581	385.15	232.28
	3	11.568	671.56	452.47
	4	12.915	897.75	686.67
6	1	7.736	123.20	78.861
	2	10.529	368.32	241.18
	3	12.094	663.03	458.88
	4	13.406	952.83	688.34

СИСТЕМА ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

- **ІНТЕГРАЛЬНІ ОПЕРАТОРИ**

$$2\pi\psi_1 + \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1 = A\psi_1$$

$$B\psi_0 = \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r} dS_0; \quad C\psi_0 = \iint_{S_0} \psi_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) dS_0$$

$$-\iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1 = D\psi_1$$

$$2\pi\psi_0 - \frac{\kappa^2}{g} \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r} dS_0 = 2\pi E\psi_0 - \frac{\kappa^2}{g} F\psi_0$$

- **Власні форми (3-тя система базисних функцій) і**

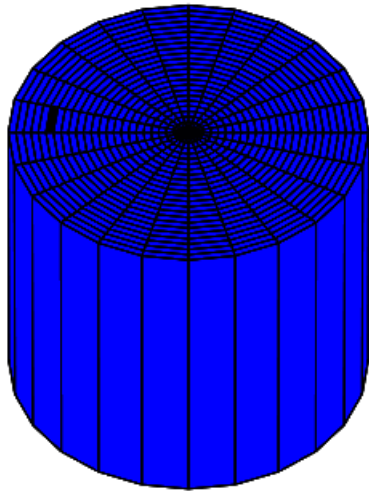
ПРОБЛЕМА ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ

$$(\tilde{A} - \lambda E)\psi_0 = 0,$$

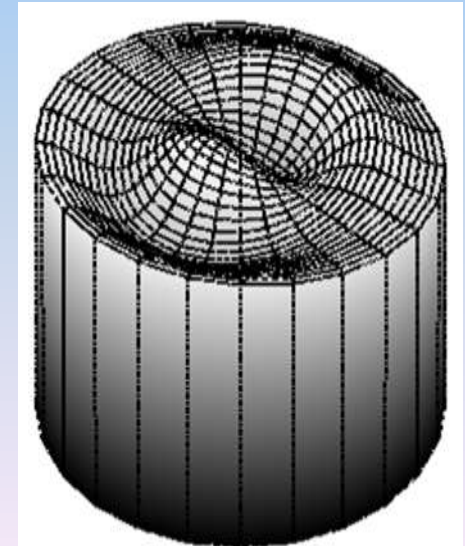
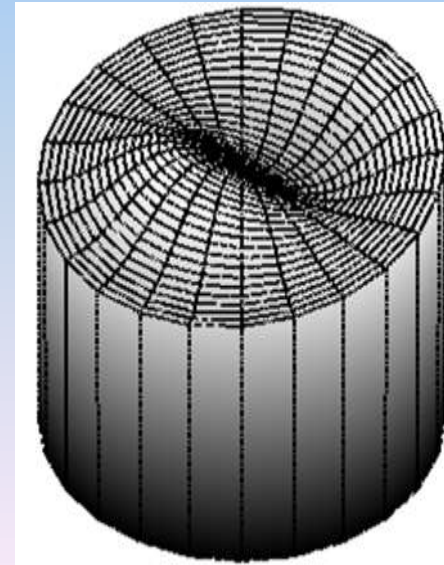
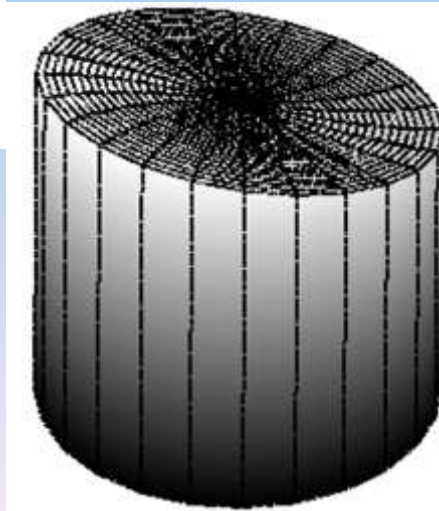
$$\tilde{A} = (DA^{-1}B + F)^{-1}(2\pi E + DA^{-1}C);$$

$$\lambda = \frac{\kappa^2}{g}$$

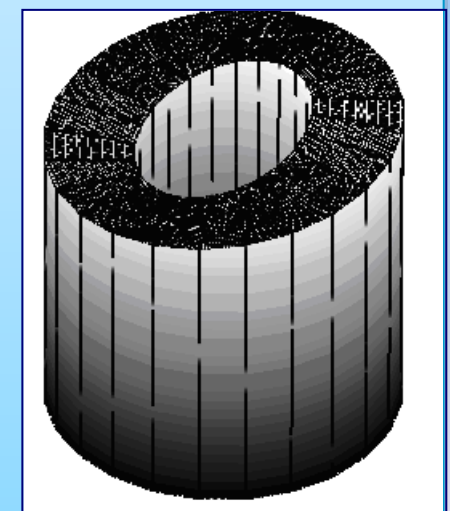
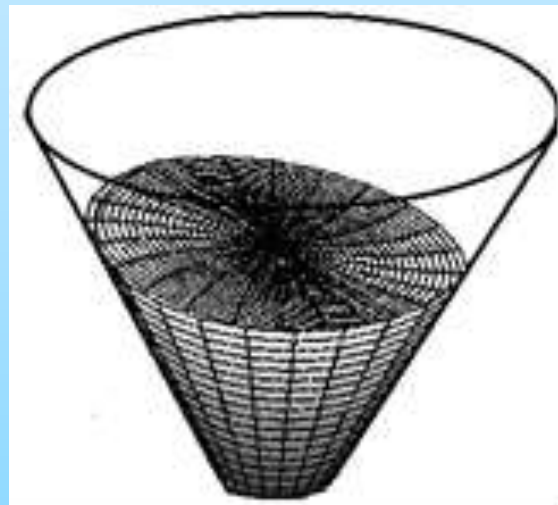
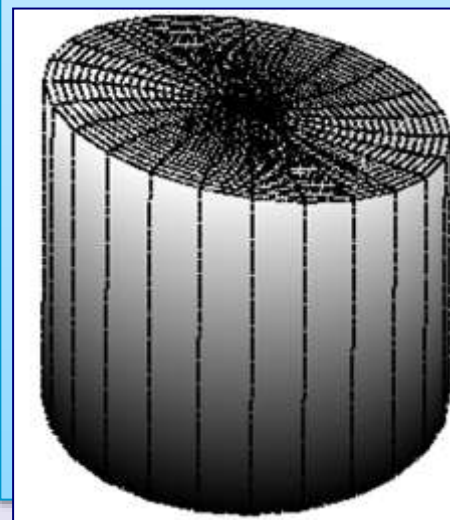
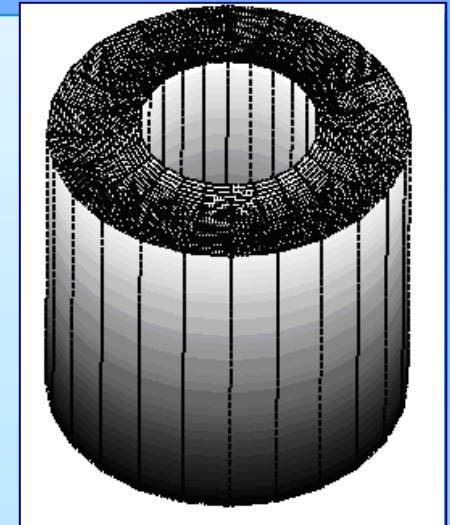
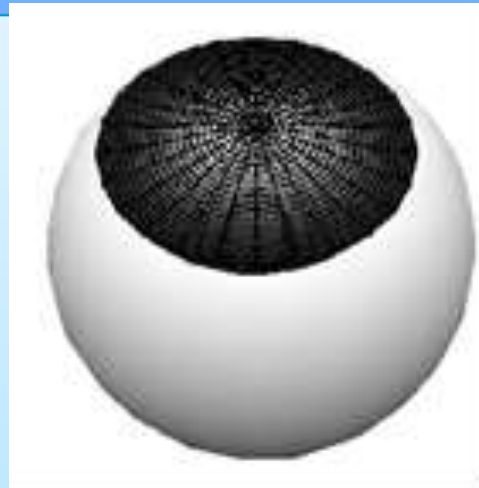
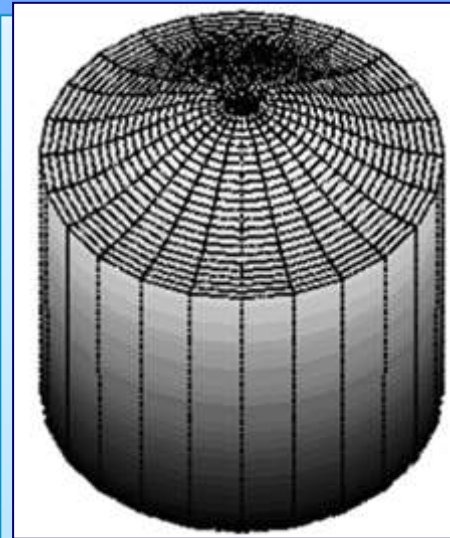
ТЕСТУВАННЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ



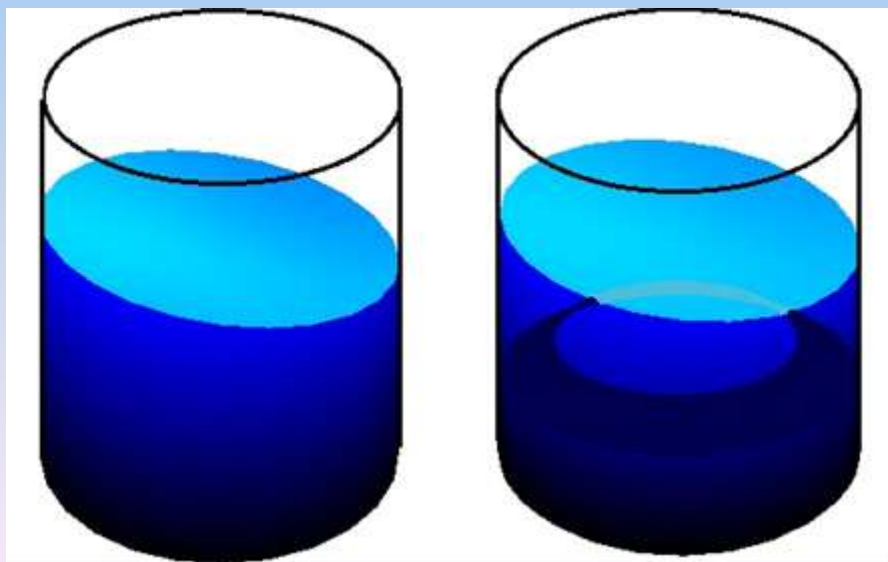
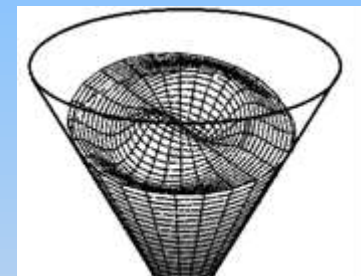
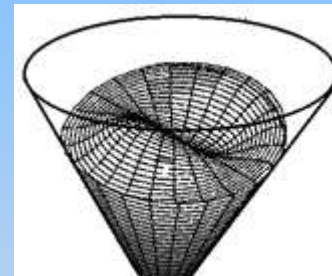
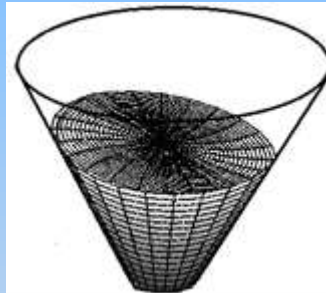
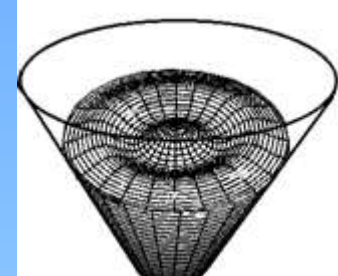
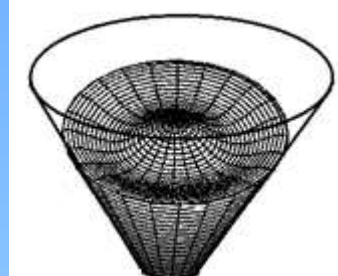
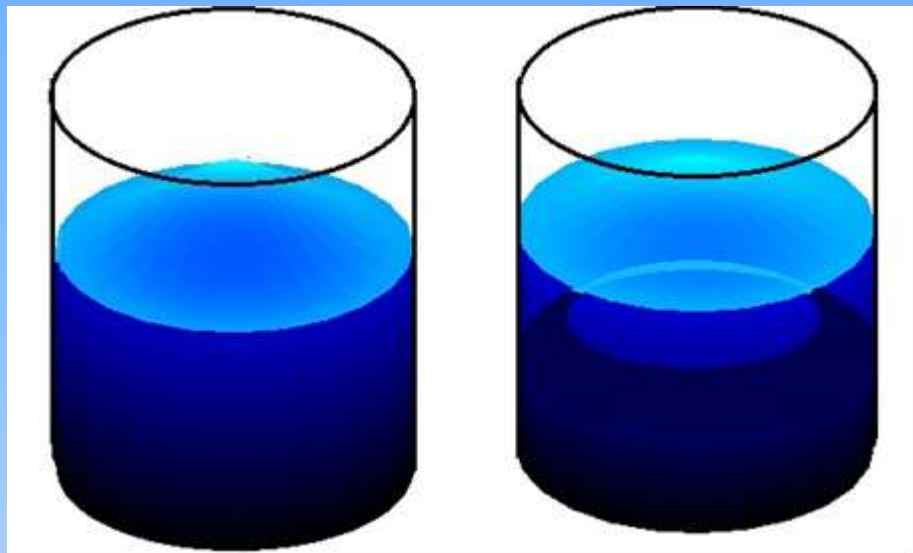
Method	Frequency parameter ω^2/g				
	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
BEM	1.833886	5.331447	8.536322	11.706103	14.864072
ANALYTICAL	1.833885	5.331442	8.536316	11.706005	14.863589



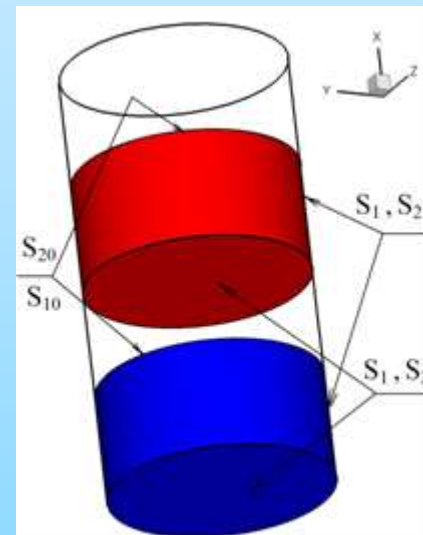
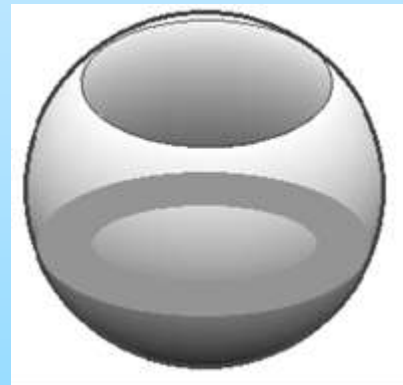
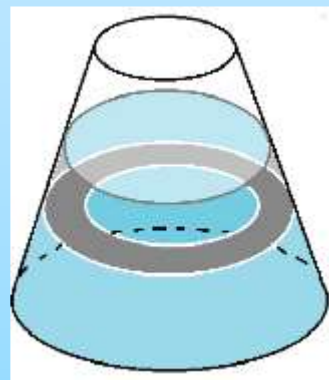
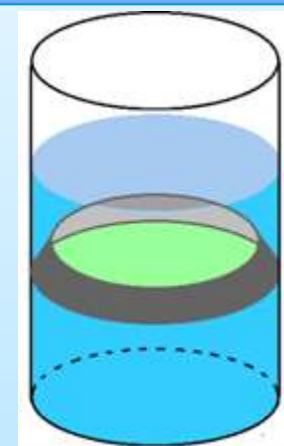
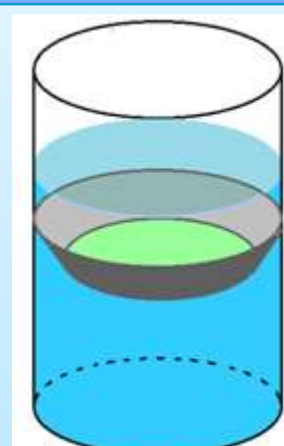
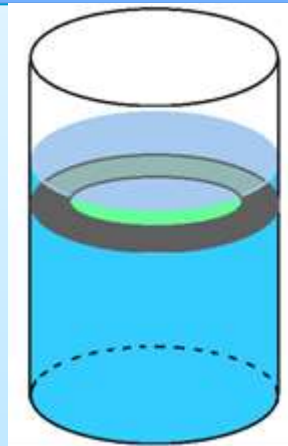
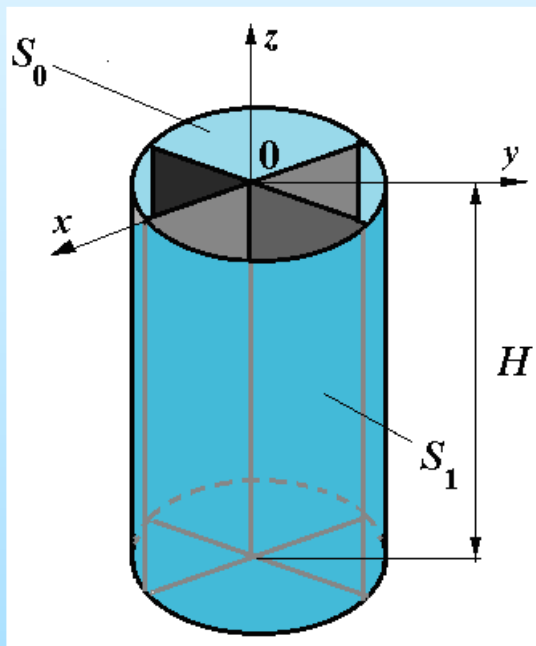
КОЛИВАННЯ ВІЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ



Форми коливань рідини жорсткі оболонки



ОБОЛОНКИ З ПЕРЕГОРОДКАМИ



ВПЛИВ ПЕРЕГОРОДОК НА ЧАСТОТИ КОЛИВАНЬ

• Сферична оболонка

Номер частоти	ω^2/g		
	<i>Без перегородки</i>	$R_{\text{int}} = 0.7 \text{ m}$	$R_{\text{int}} = 0.2 \text{ m}$
1	2.1232	2.0435	1.4234
2	5.9800	5.9723	5.8405
3	9.4789	9.4785	9.4567

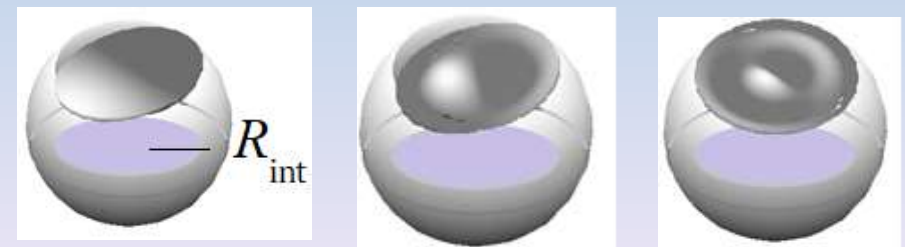
Наявність горизонтальної перегородки призводить до зменшення частот

• Форми коливань

• Без перегородки



• З перегородкою

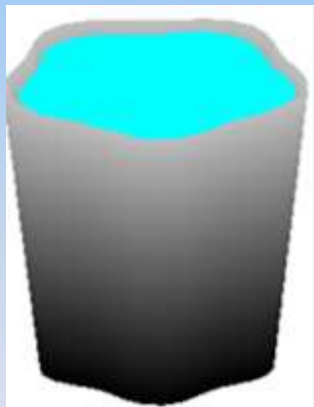


Форми коливань пружні оболонки



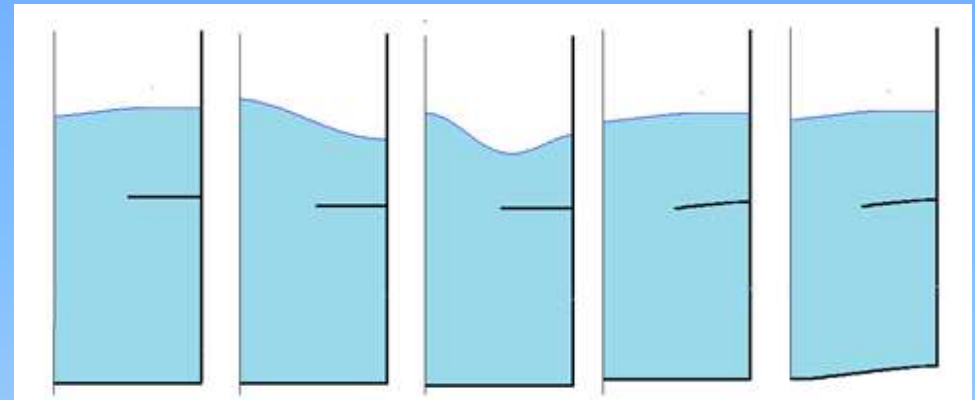
найнижча частота коливань
пружної кінчної оболонки
з пружним дном

перша частота плескань

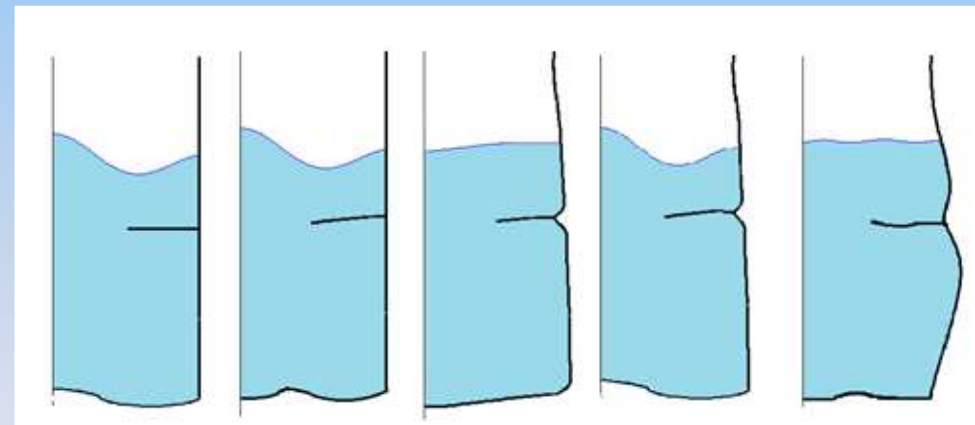


найнижча частота коливань
пружною кінчної оболонки
з жорстким дном

**пята частота коливань
бокової стінки**



n=1 n=2 n=3 n=7 n=8



n=9 n=10 n=11 n=12 n=13

форми коливань пружної циліндричної оболонки з пружним дном
і пружною перегородкою

Частоти коливань пружні оболонки

Частоти коливань пустої конічної оболонки з днищем та без днища

ЧАСТОТИ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ КОЛИВАНЬ НЕЗАПОВНЕНОЇ ОБОЛОНКИ				
m	Конічна оболонка без днища		Конічна оболонка з жорстко-затисненим пружним днищем	
	Частота	Форми коливань	Частота	Форми коливань
1	559,46	стінка	101,67	днище
2	675,85	стінка	393,43	днище
3	707,27	стінка	559,48	стенка
4	824,91	стінка	675,85	стенка
5	1001,1	стінка	707,68	стенка
6			824,91	

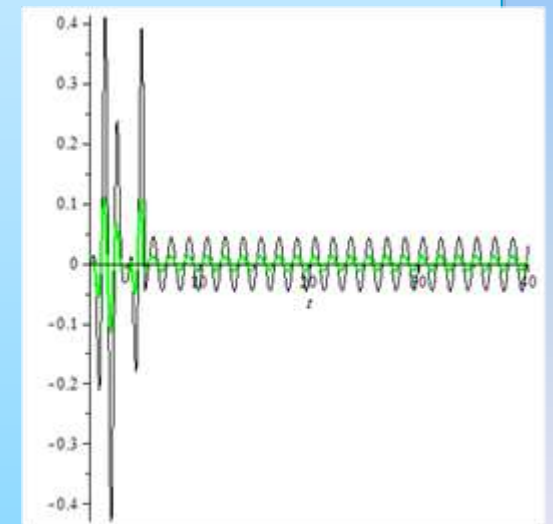
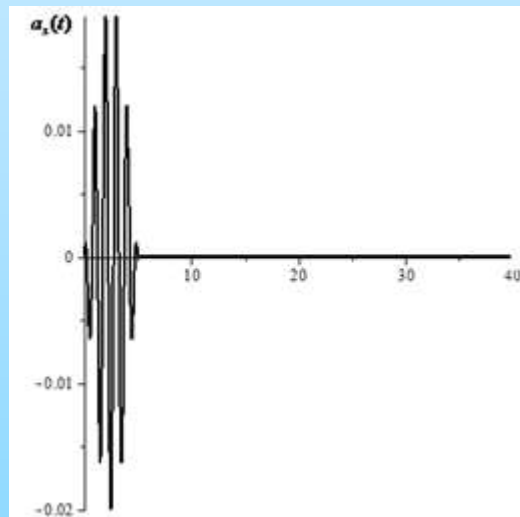
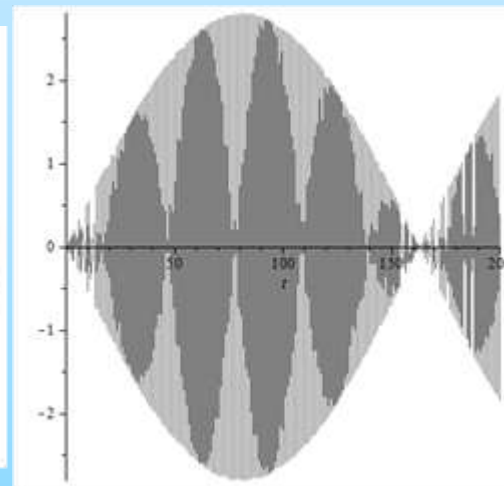
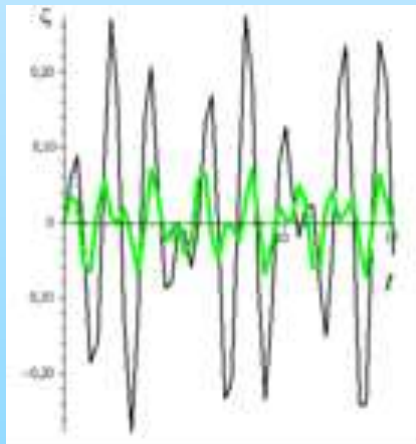
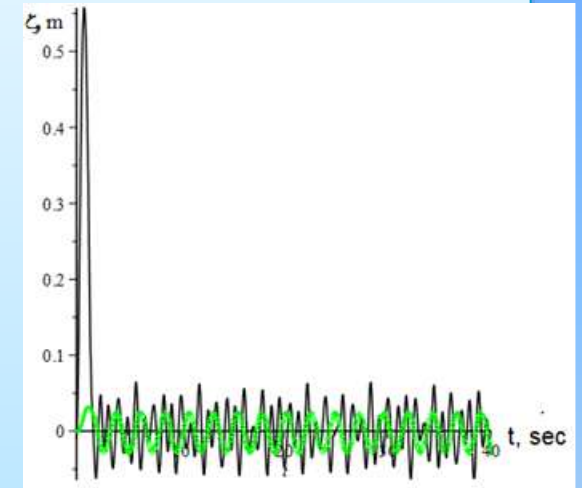
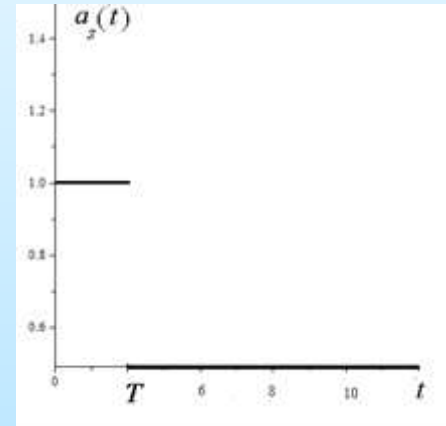
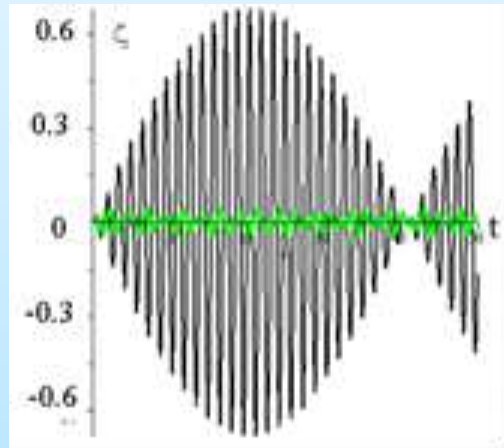
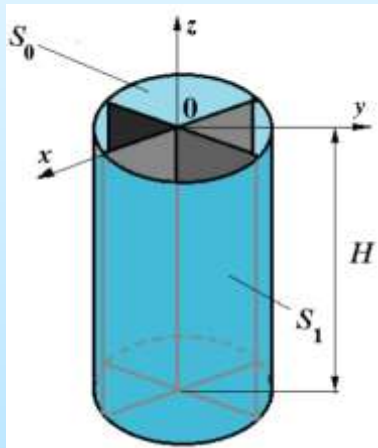
Циліндрична оболонка, найнижчі частоти, $n=1$

n	n_S	n_L	Пуста оболонка	Заповнена оболонка	Незв'язані коливання
1		1		5.5213	5.2415
2		2		8.2991	8.3172
3		3		9.9900	9.9958
4		4		11.441	11.441
5		5		12.723	12.723
7	1	1	40.4818	15.172	15.172
8	2	1,2	91.1015	43.769	43.769
9	4	1,2	205.253	119.145	119.145
10	5	1	213.551	168.052	168.052
11	6	1	365.794	196.125	196.125
12	7	1,2	553.183	370.881	370.881
13	8	3	572.280	401.324	401.324

Частоти плескань циліндричної та конічної оболонок однакової висоти. Осесиметричний випадок

m	Форма оболонки	
	Циліндрична	Конічна
1	6,1309	5,8368
2	8,3007	8,1042
3	9,9975	9,8394
4	11,434	11,3082
5	12,7261	12,6069

ВПЛИВ ПЕРЕГОРОДОК НА АМПЛІТУДИ КОЛИВАНЬ ВІЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ

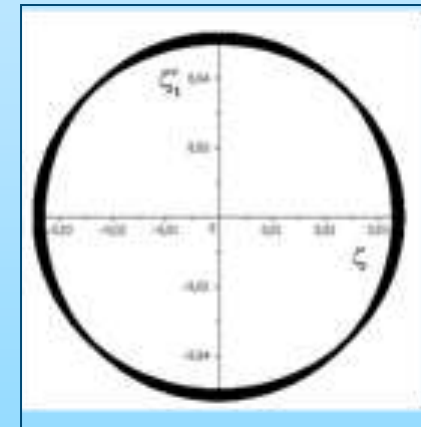
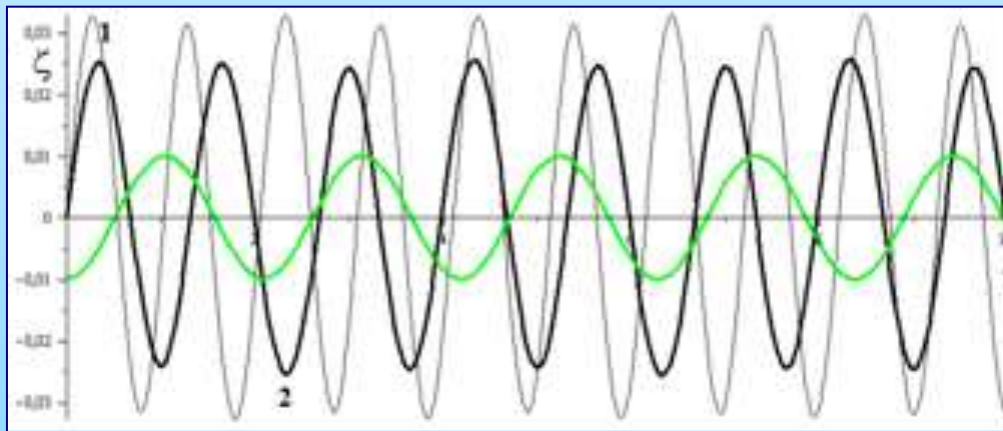
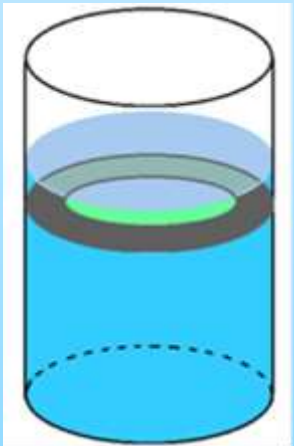


ВЕРТИКАЛЬНЕ ЗБУРЕННЯ

$$\ddot{d}_{0k} + \chi_{0k}^2 \left(1 - \frac{a_2 \cos \omega t}{g} \right) d_{0k} = 0, \quad k = \overline{1, M}$$

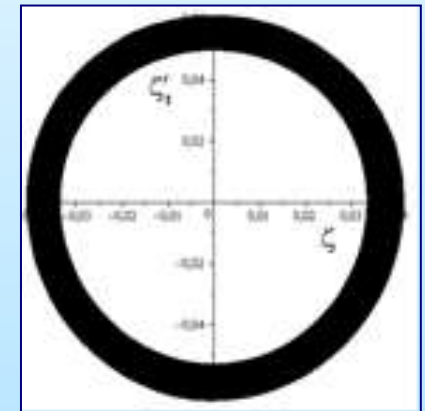
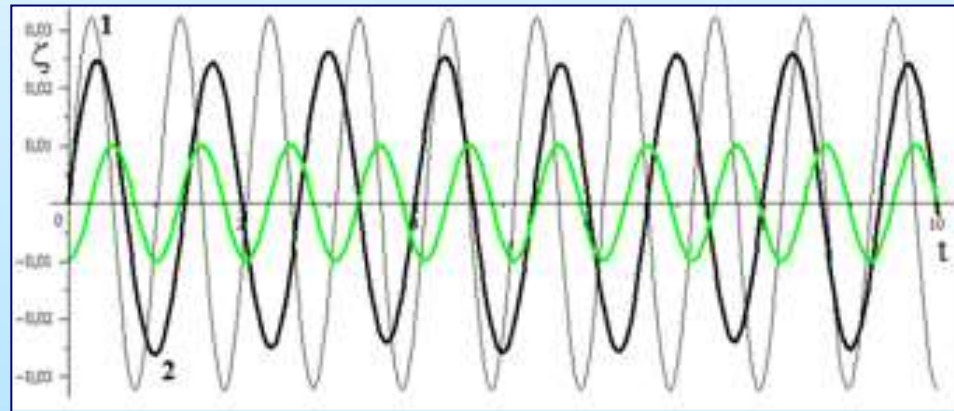
$$\dot{d}_{01}(0) = 0.05, \quad \dot{d}_{0k}(0) = 0.0, \quad k = \overline{2, M}, \quad d_{0k}(0) = 0, \quad k = \overline{1, M}$$

$$\omega = 3 \text{ Hz, } A$$

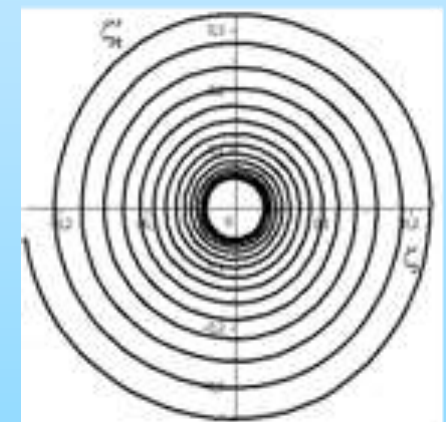
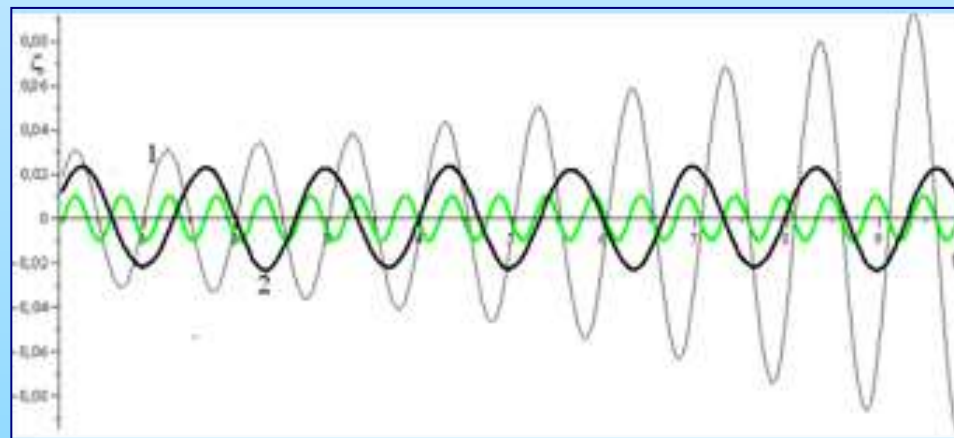


ВЕРТИКАЛЬНЕ ЗБУРЕННЯ

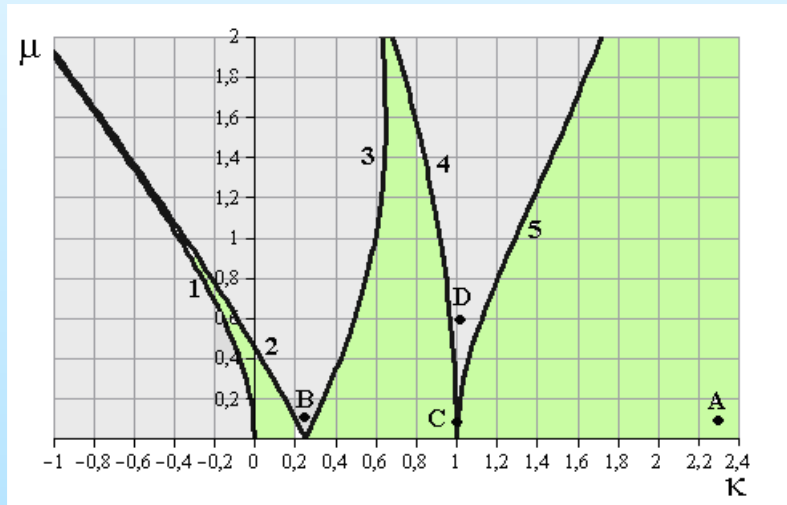
$\omega = 6.125\text{Hz},$
В



$\omega = 12.25\text{Hz},$
С

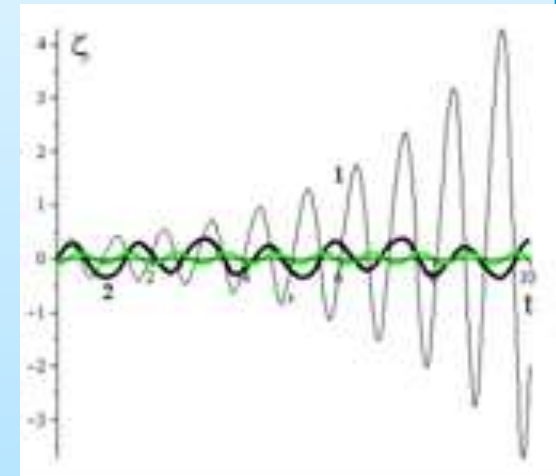


ДІАГРАМА АЙНСА - СТРЕТТА



$$\omega = 6.125 \text{ Hz},$$

$$a = 0.6, D$$



$$\mu_1(\kappa) = 2\sqrt{\kappa(\kappa-1)(\kappa-4)/(3\kappa-8)}, \kappa < 0,$$

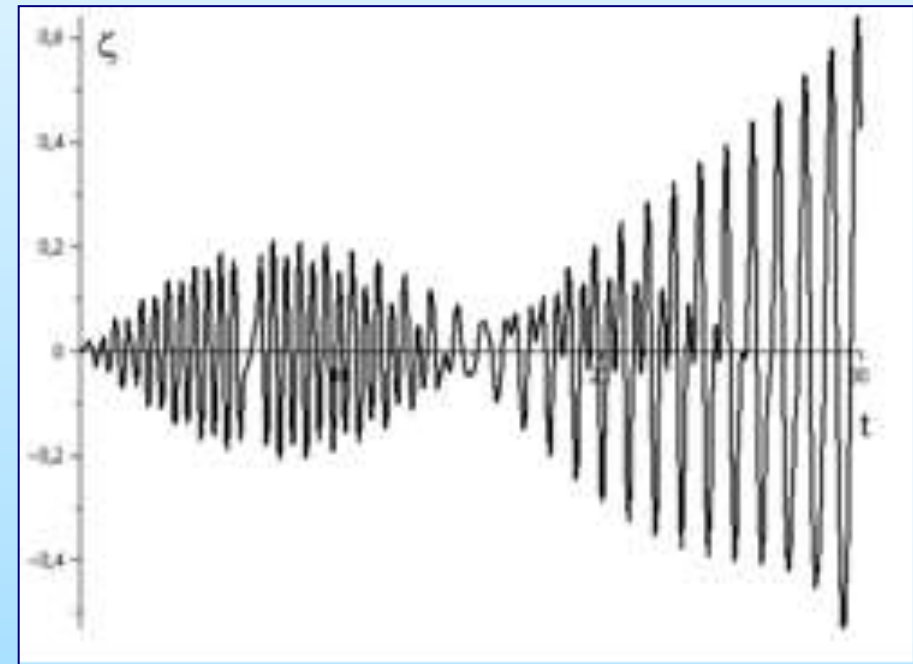
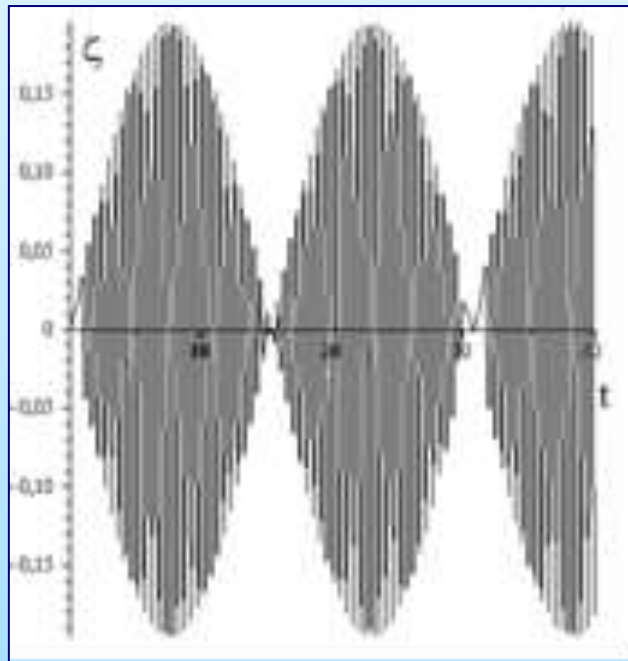
$$\mu_2(\kappa) = \frac{1}{4}\sqrt{(9-4\kappa)(13-29\kappa)} - (9-4\kappa), 0 < \kappa < 1/4,$$

$$\mu_3(\kappa) = \frac{1}{4}(9-4\kappa \mp \sqrt{(9-4\kappa)(13-29\kappa)}), 1/4 < \kappa < 13/20,$$

$$\mu_4(\kappa) = \sqrt{2(\kappa-1)(\kappa-4)(\kappa-9)/(\kappa-5)}, 13/20 < \kappa < 1,$$

$$\mu_5(\kappa) = 2\sqrt{\kappa(\kappa-1)(\kappa-4)/(3\kappa-8)}, \kappa > 1.$$

ОДНОЧАСНА ДІЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ І ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ЗБУРЕНЬ



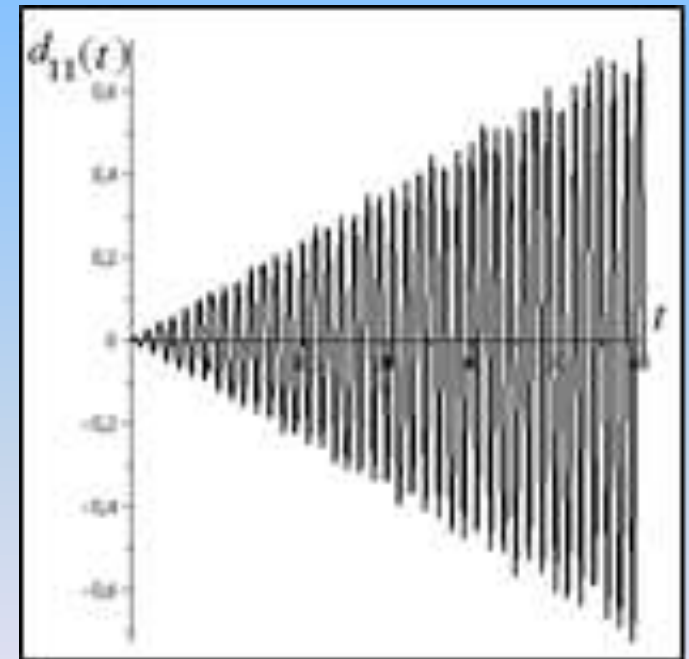
ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ РІДИНИ В БАКАХ ПРИ ЗОВНІШНІХ ВПЛИВАХ У ПОДОВЖНЬОМУ І ПОПЕРЕЧНОМУ НАПРЯМАХХ

- **ВПЛИВ У ПОПЕРЕЧНОМУ НАПРЯМКУ**

$$a_x(t) = a_h \cos \omega_h t \quad (43)$$

Втрата стійкості відбувається, якщо частоти змушуючої сили близька до однієї із власних частот вільних коливань рідини в баку.

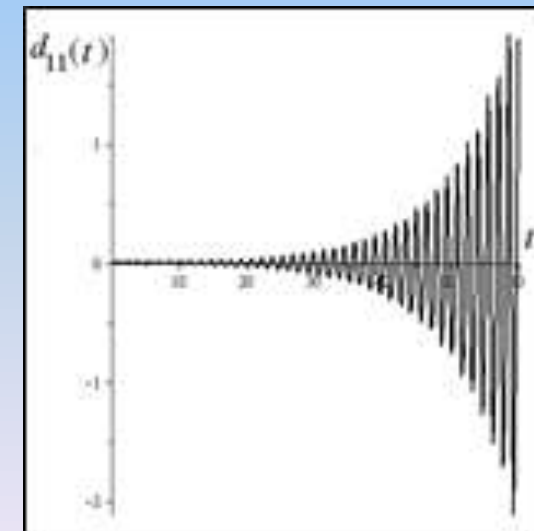
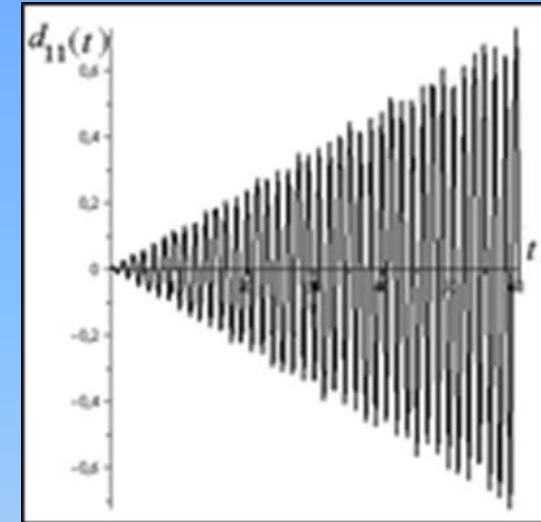
При цьому спостерігається лінійне зростання амплітуди коливань вільної поверхні



ЗОВНІШНІЙ ВПЛИВ В ПОЗДОВЖНЬОМУ НАПРЯМКУ

$$a_z(t) = -a_v \cos \omega_v t \quad (44)$$

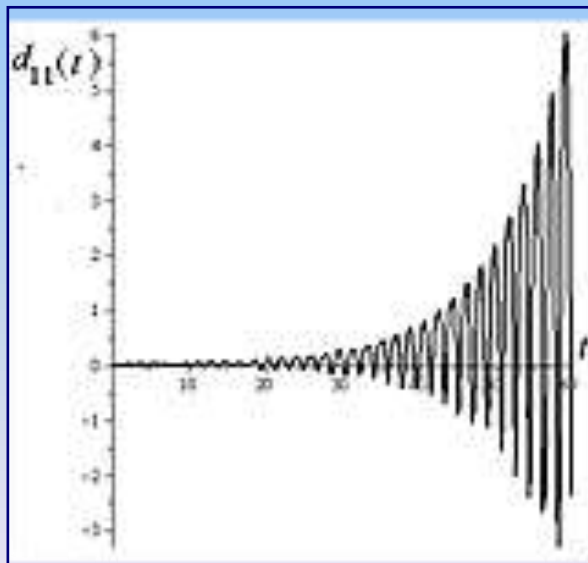
- ВТРАТА СТІЙКОСТІ ВІДБУВАЄТЬСЯ, ЯКЩО
- ЧАСТОТА ЗМУШУЮЧОЇ СИЛИ БЛИЗЬКА ДО
- ОДНІЄЇ ІЗ ЧАСТОТ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ
- РІДИНИ В БАКУ. СПОСТЕРІГАЄТЬСЯ
- ЛІНІЙНЕ ЗРОСТАННЯ АМПЛІТУДИ
- КОЛИВАНЬ АБО ДО ОДНІЄЇ З ПОДВОЄНИХ
- ЧАСТОТ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ
- (ПАРАМЕТРИЧНИЙ РЕЗОНАНС). ВИДНО
- ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНЕ ЗРОСТАННЯ
- АМПЛІТУДИ КОЛИВАНЬ ВІЛЬНОЇ
- ПОВЕРХНІ.



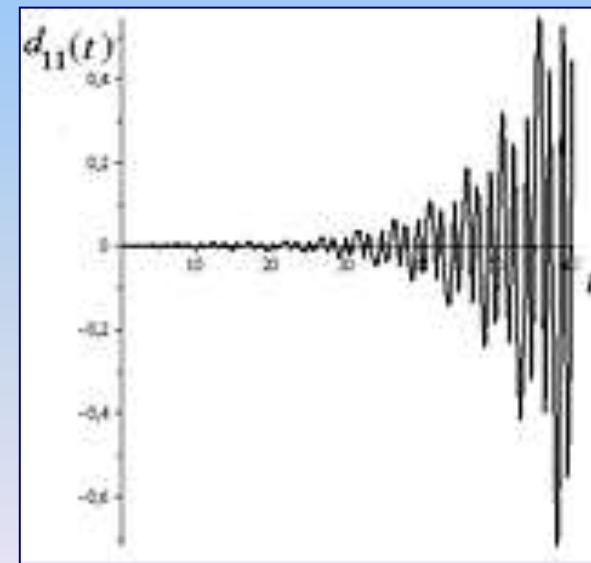
ОДНОЧАСНА ДІЯ ЗОВНІШНІХ ЗБУРЕНЬ У ПОДОВЖНЬОМУ І ПОПЕРЕЧНОМУ НАПРЯМАХ

- В ЦЬОМУ ВИПАДКУ ВИНИКАЮТЬ ДОДАТКОВІ РЕЗОНАНСИ. ВТРАТА СТІЙКОСТІ ВІДБУВАЄТЬСЯ ТАКОЖ, ЯКЩО РІЗНИЦЯ АБО СУМА ЧАСТОТИ ЗМУШУЮЧИХ СИЛ У ПОДОВЖНЬОМУ І ПОПЕРЕЧНОМУ НАПРЯМАХ БЛИЗЬКА ДО ОДНІЄЇ ІЗ ЧАСТОТ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ

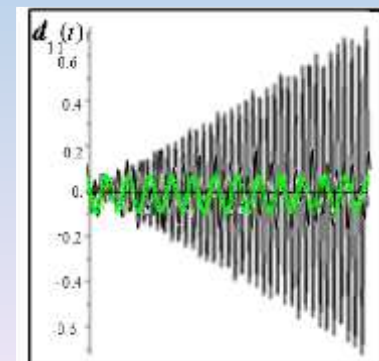
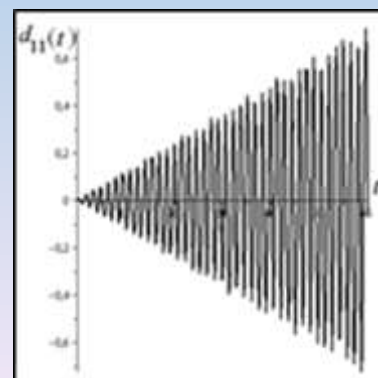
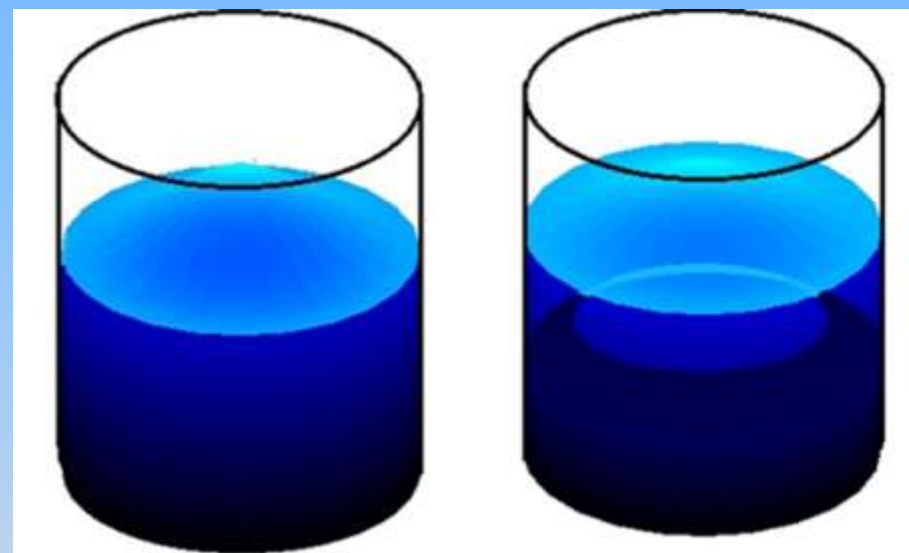
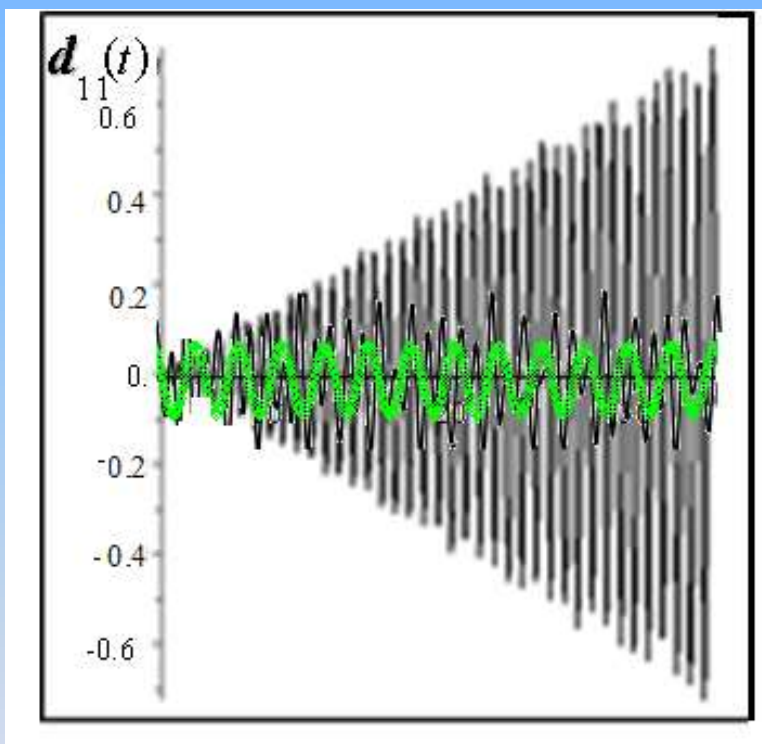
$$\omega_h + \omega_v = \omega_{11}$$



$$\omega_h - \omega_v = \omega_{11}$$

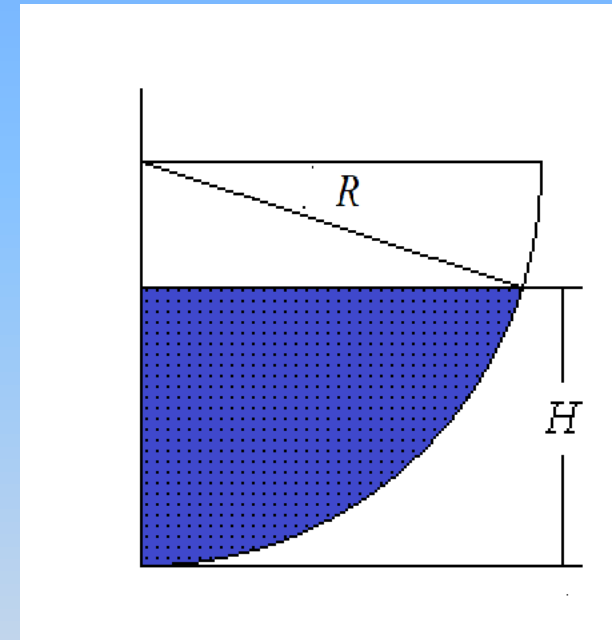


ВПЛИВ ПЕРЕГОРОДКИ НА АМПЛІТУДУ ПЛЕСКАННЯ У ЦИЛІНДРИЧНИХ РЕЗЕРВУАРАХ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ



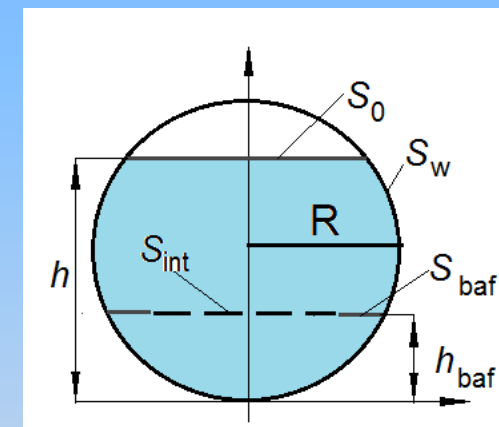
ВПЛИВ РІВНЯ ЗАПОВНЕННЯ РІДИНОЮ НА ЧАСТОТИ КОЛИВАНЬ ПРУЖНИХ НАПІВСФЕРИЧНИХ ОБОЛОНОК, ПЕРША ГАРМОНІКА

	Частоти коливань пружної напівсферичної оболонки з рідиною, Гц		
H/R	1	2	3
1.00	23.69	35.49	44.03
0.826	25.91	38.38	48.05
0.500	29.80	43.72	54.03
0.293	38.05	53.00	66.09
0.134	51.54	67.89	88.56
0.015	88.23	106.51	113.70
0.	89.08	110.97	116.54

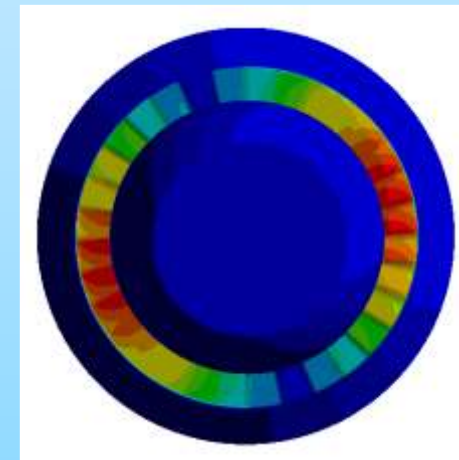
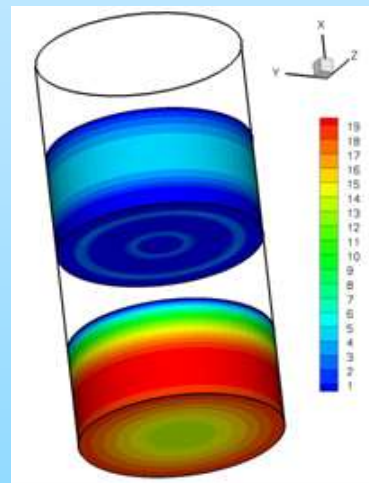
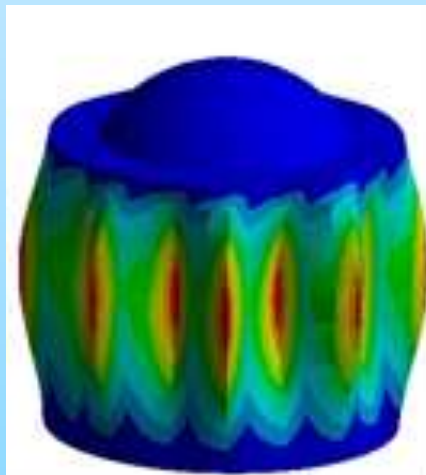
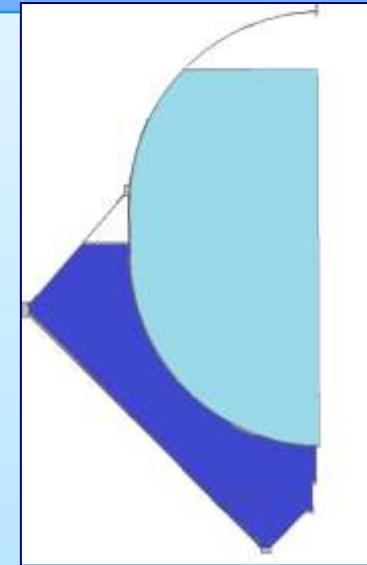
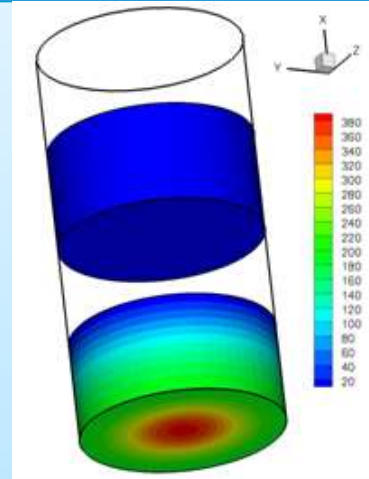
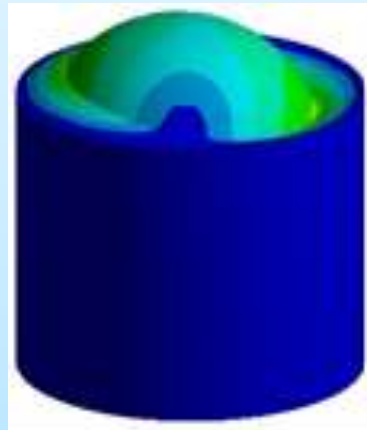
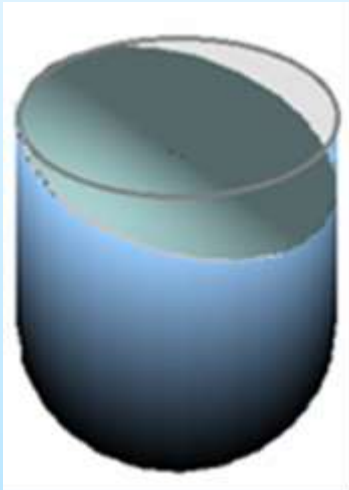


ВПЛИВ РІВНЯ ЗАПОВНЕННЯ НА ЧАСТОТИ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В ЖОРСТКІЙ СФЕРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ, ПЕРША ГАРМОНІКА

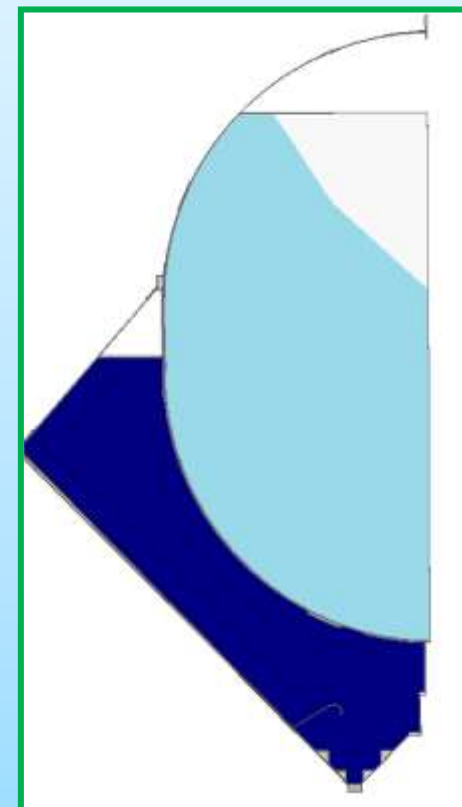
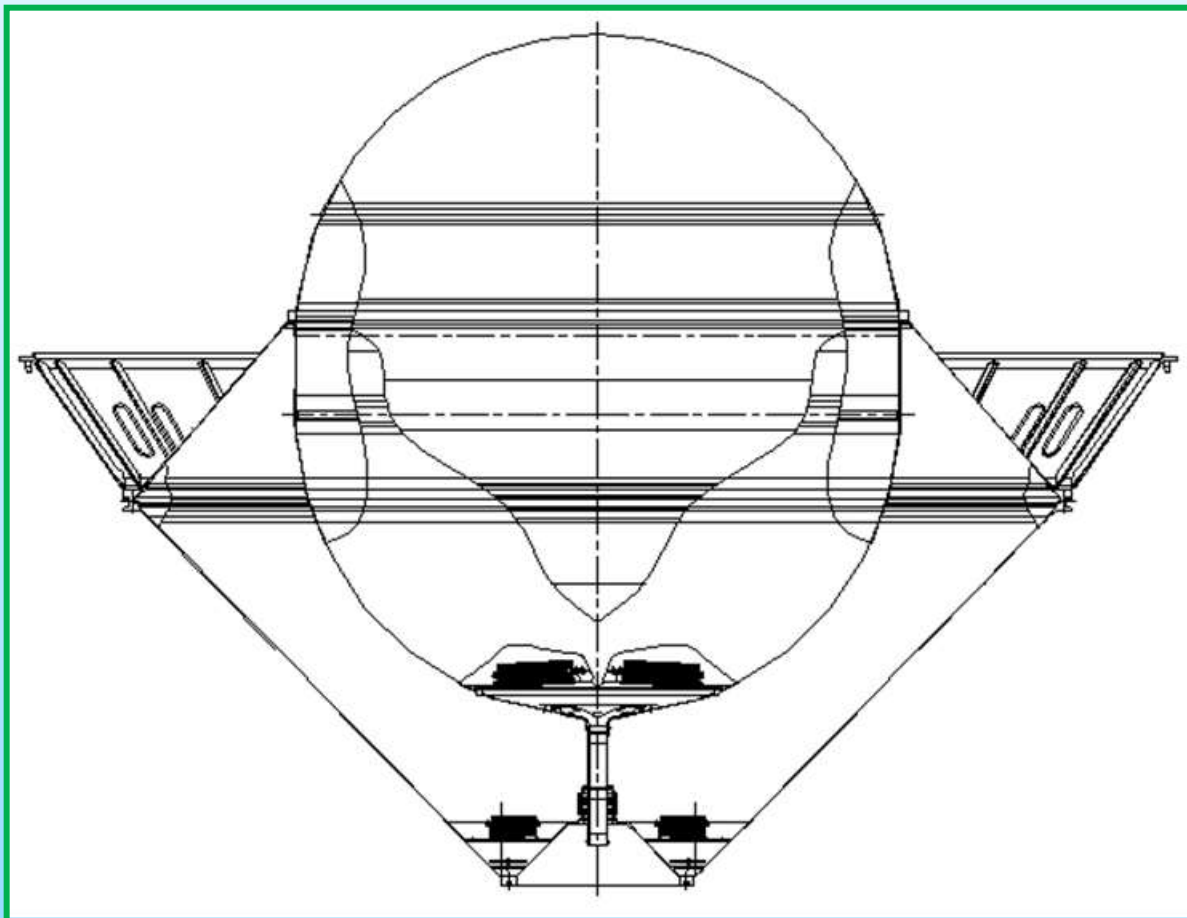
m	Метод	Рівень заповнення h_1 , m				
		$h_1=0.2$	$h_1=0.6$	$h_1=1.0$	$h_1=1.8$	$h_1=1.99$
1	Тимоха А.Н.	3.8261	3.6501	3.7451	6.7641	29.0500
	Miles J.	3.8261	3.6501	3.7451	6.7641	29.2151
	МГЕ 50	3.4034	3.5455	3.7294	6.6098	30.7081
	МГЕ 100	3.8314	3.6510	3.7456	6.7665	29.1811
2	Тимоха А.Н.	9.2561	7.2659	6.9763	12.1139	51.8122
	Miles J/	9.2561	7.2659	6.9763	12.1139	52.0467
	МГЕ 50	9.2636	7.2893	6.9796	12.0008	52.9393
	МГЕ 100	9.2686	7.2684	6.9780	12.1205	52.0255
3	Тимоха А.Н.	14.7556	10.7443	10.1474	17.3960	74.2909
	Miles J/	14.7556	10.7443	10.1474	17.3960	74.5537
	МГЕ 50	14.9214	10.7483	10.1496	17.3136	75.3139
	МГЕ 100	14.7763	10.7502	10.1512	17.4086	74.5547
4	Тимоха А.Н.	20.1187	14.1964	13.3041	22.6579	96.6207
	Miles J/	20.1187	14.1964	13.3041	22.6570	96.9560
	МГЕ 50	20.2066	14.2023	13.3083	22.5962	97.7771
	МГЕ 100	20.1498	14.2056	13.3110	22.6777	96.9021



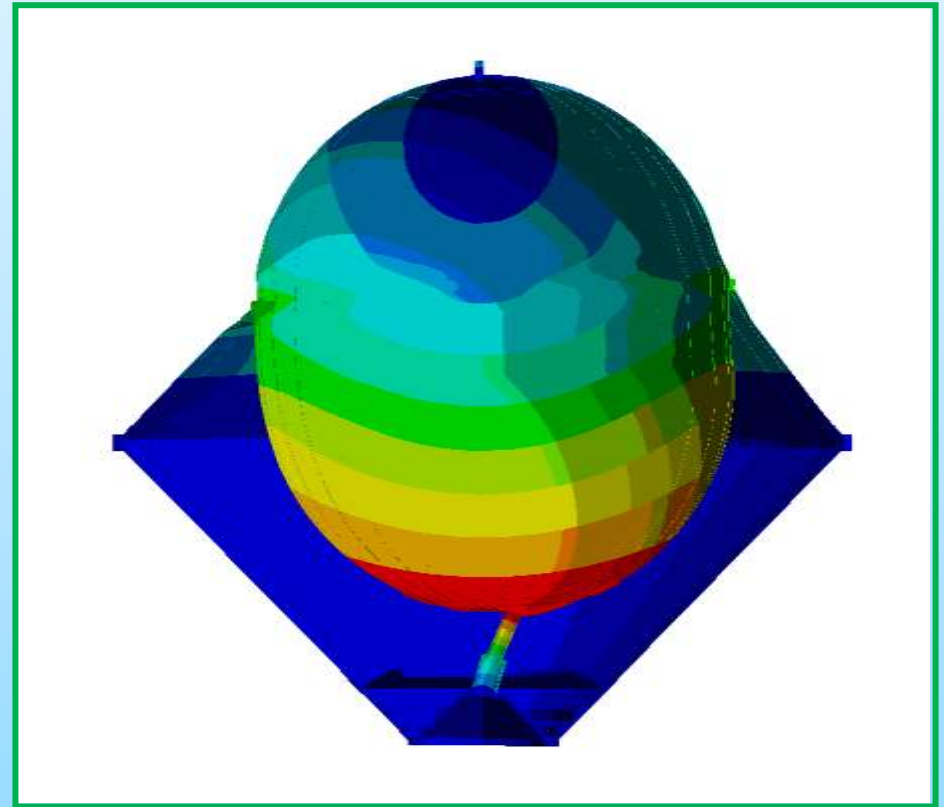
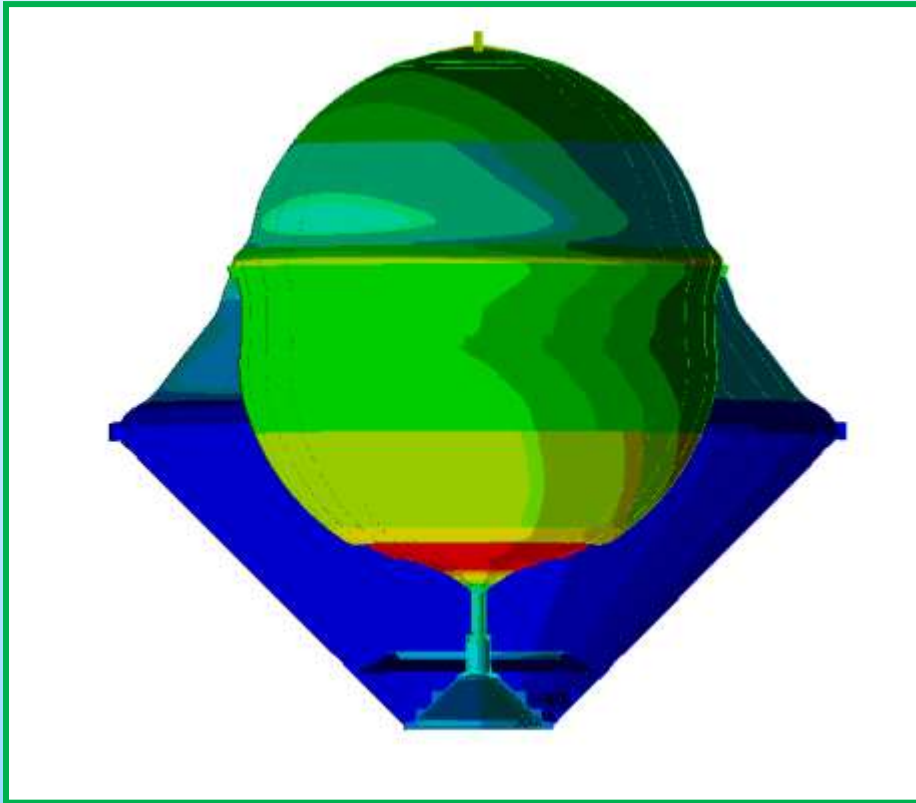
КОЛИВАННЯ РІДИНИ В ПАЛИВНИХ БАКАХ



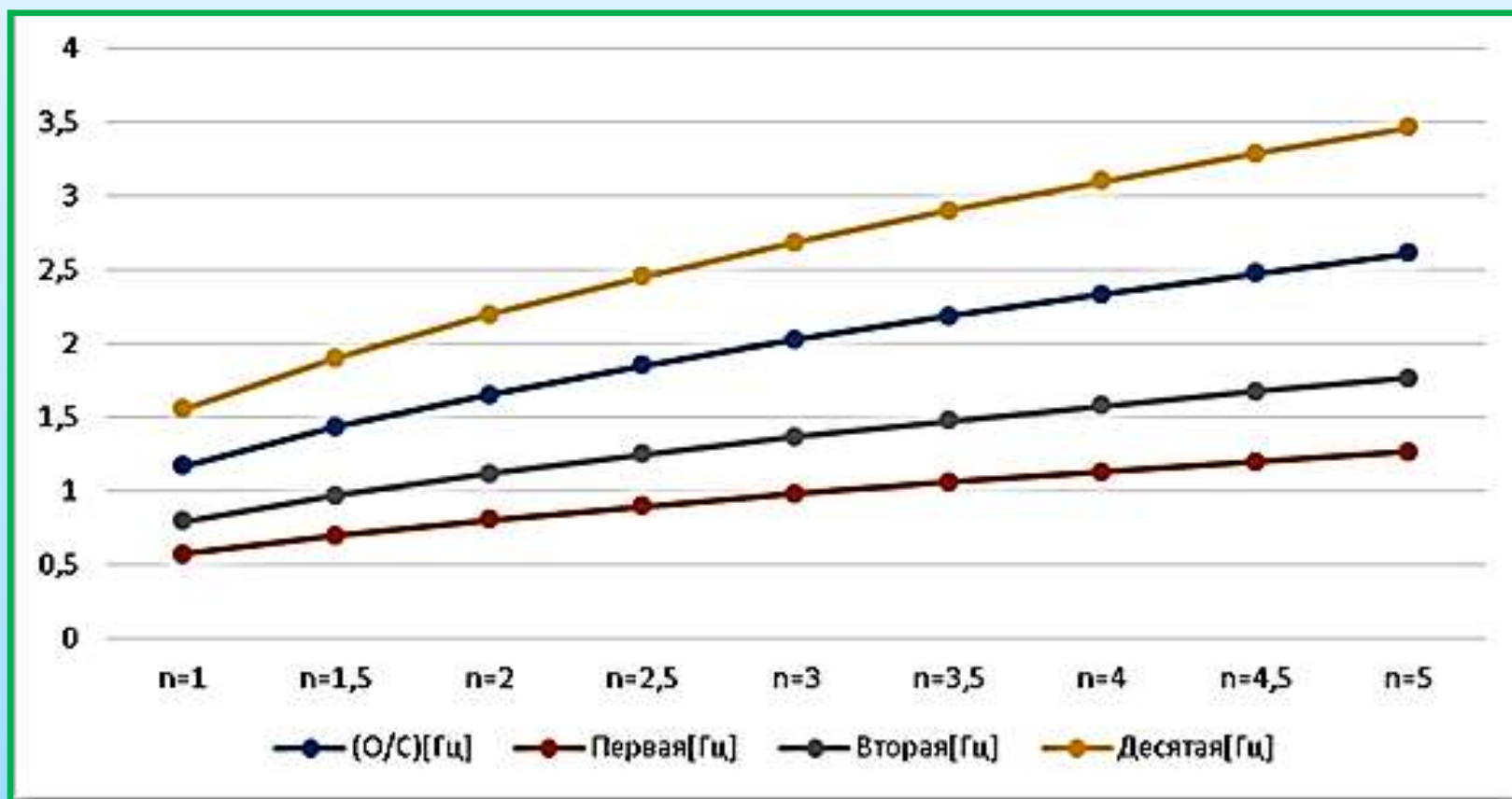
ЧАСТОТИ І ФОРМИ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ПАЛИВНОГО БАКА



ЧАСТОТИ І ФОРМИ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ПАЛИВНОГО БАКА



Залежність частоти плескань від рівня перевантаження конструкції



ВИСНОВКИ

Сформульована загальна постановка задачі про вимушені коливання оболонкової конструкції з відсіками, частково заповненими рідиною. Рідина в відсіках може володіти різними властивостями; рівень заповнення відсіків різний і може змінюватися в часі.

Запропоновано новий метод розрахунку коливань паливних баків, що дозволяє розглядати зазначені вище проблеми в рамках єдиного підходу і на підставі чисельного експерименту судити про спектр частот власних коливань.

Враховуються різні значення перевантаження на різних етапах руху конструкції.

Побудована система комп'ютерного аналізу вільних і вимушених коливань оболонкових конструкцій з відсіками, частково заповненими рідиною.

Розглянуто показний ряд модельних задач про коливання складеної оболонкової конструкції з відсіками, частково заповненими рідиною.



ДЯКУЄМО ЗА УВАГУ