

Національна академія наук України

Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Заступник директора  
з наукової роботи



20 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

**Математичні моделі процесів аерогідропружних коливань тонкостінних  
конструкцій**

(назва навчальної дисципліни)

спеціальність 113 Прикладна математика

2019 / 2020 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою інституту 18 жовтня 2018 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)  
Стрельнікова Олена Олександрівна, д-р техн. наук, професор

Програму схвалено на засіданні відділу математичного моделювання та оптимального проектування.

Протокол № 2, від 05.09.2018 р.

Завідувач відділу математичного  
моделювання та оптимального  
проектування

  
(підпис)

Ю.Г.Стоян  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-технічною проблемною радою «Математичне моделювання. Механіка де формівного твердого тіла. Динаміка та міцність машин»

Протокол № 5 від 06.09.2018 р.

Голова НТПР

  
(підпис)

Стоян Ю. Г.  
(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Математичні моделі процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій” складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика (спеціалізація «Прикладна математика»)

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є оволодіння математичними методами для дослідження процесів аерогідропружних коливань, які дають можливість аналізувати і моделювати фізичні процеси і явища коливань за умови аеропружної взаємодії елементів конструкцій з оточуючим рухомим повітряним або водним середовищем, формування практичних умінь і навичок щодо формулювання задач моделювання фізичних процесів, розробки математично-комп'ютерного інструментарію для їх розв'язання та його використання при розв'язанні практичних задач.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є практична реалізація можливостей застосування методів моделювання фізичних процесів, засвоєння прийомів дослідження і розв'язання прикладних задач аеропружності та гідропружності, вміння аналізувати одержані результати для аналізу фізичних процесів в енергетичних системах та інших технічних об'єктах.

Здобувачі вищої освіти ступеня доктора філософії мають досягти таких результатів навчання:

- вміти формулювати задачу, формувати математичну модель процесів аеропружності та гідропружності, що розглядаються;
- складати математичні моделі фізичних та механічних процесів та використовувати методи чисельного розв'язання, проаналізувавши задачу, правильно обирати наближений метод її розв'язку
- знати важливі поняття теорії чисельного розв'язання крайових задач математичної фізики;
- вміти будувати алгоритми наближеного розрахунку для розв'язання різних типів задач математичного моделювання процесів аеропружності та гідропружності;
- застосовувати наближені методи для побудови дискретних математичних моделей процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій;
- розуміти властивості та можливості наближених методів і числових алгоритмів для розв'язання задач аеропружності та гідропружності
- вміти проводити наближені розрахунки та аналізувати отримані результати з вивчення аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій;
- вміти використовувати отримані знання для розв'язання прикладних задач за спеціальністю.

#### 1.3. Кількість кредитів 3

#### 1.4. Загальна кількість годин 90

### 1.5. Характеристика навчальної дисципліни

Вибіркова	
Вид підсумкового контролю: залік	
Рік підготовки	1-й
Семестр	1-й
Лекції	30 год.
Практичні, семінарські заняття	- год.
Індивідуальні заняття	- год.
Самостійна робота	60 год.

### 1.6. Заплановані результати навчання

Після вивчення курсу студенти повинні:

- *Знати:* базові положення і основні поняття методів і числових алгоритмів для розв'язання задач аеропружності та гідропружності, можливості їх застосування, основні поняття теорії числового розв'язання крайових задач аеропружності та гідропружності.

*Вміти:* формулювати задачу опису фізичного процесу або явища як крайову задачу математичної фізики, формувати неперервні та дискретні математичні моделі процесів аерогідропружних коливань, що розглядаються, будувати алгоритми розрахунку для розв'язання різних типів задач, проводити розрахунки та аналізувати отримані результати, використовувати отримані знання для розв'язання прикладних задач за спеціальністю.

*Розуміти:* властивості та можливості наближених методів і числових алгоритмів моделювання процесів аерогідропружних коливань.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Основні поняття механіки суцільного середовища

#### Тема 1. Явища аерогідропружності

Аеро-гідропружність: Давнина і сучасність. Еолова арфа, літаки та мости. Класичний флатер: Бафтінг. Доріжка Кармана. Поняття про суцільне середовище та основні гіпотези.

#### Тема 2. Теорія деформацій суцільного середовища

Матеріальна точка. Абсолютне тверде тіло. Система матеріальних точок. Суцільне середовище. Системи відліку. Переміщення та деформації. Співвідношення Коші. Тензори деформації Гріна, Альмансі та Коші і їх вирази через компоненти вектора пружного переміщення. Інваріанти тензора деформації Коші та їх механічний зміст. Замкнута система рівнянь руху ідеальної нестисливої рідини. Інтеграл Бернуллі. Задача про обтікання циліндра та сфери. Парадокс Даламбера. Ефект Магнуса.

#### Тема 3. Теорія напружень суцільного середовища

Тензор напружень Коші та його інваріанти. Теорема про зміну кількості руху та моменту кількості руху. Закон парності дотичних напружень. Закон Гука. Рівняння руху в напруженнях та переміщеннях. Умови на поверхні; напружено-деформований стан у точці тіла; узагальнений закон Гука; розв'язання задач теорії пружності; плоска задача теорії пружності у прямокутних координатах.

### Розділ 2. Аналіз напружено-деформованого та динамічного стану конструкцій

#### Тема 4.: Коливання мембран

Вільні коливання прямокутної мембрани.. Оператор Лапласа в криволінійній системі координат. Метод Фур'є для розв'язання задач про вільні коливання круглої мембрани. Функції Бесселя.

#### Тема 5. : Розрахунки на міцність та коливання оболонок та оболонкових конструкцій

Основні поняття та гіпотези теорії оболонок. Розрахунок оболонок обертання на вісесиметричне навантаження по безмоментній теорії. Диференціальні рівняння рівноваги. Переміщення та деформації. Рівняння рівноваги та руху кругової циліндричної оболонки.

«Напівбезмоментна» теорія Власова. Розрахунок оболонок обертання на симетричне навантаження за моментною теорією.

**Тема 6.: Розрахунки на міцність та коливання елементів плоских та просторових елементів конструкцій**

Аналіз пружно-деформованого стану елементів конструкцій. Моделювання балочними, стрижньовими, трубчастими і суцільними скінченими елементами. Розв'язання двовірної і тривимірної задач теорії пружності. Моделювання напружено-деформованого стану плоских та просторових елементів конструкцій.

### **Розділ 3. Методи розв'язання зв'язаних задач аерогідрпружності**

**Тема 7. Формулювання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем**

Граничні та початкові умови. Їх фізична інтерпретація. Класифікація крайових задач. Постановки крайових задач для еліптичних рівнянь. Формулювання початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем в диференціальному та варіаційному формулюванні та зведення крайових задач до вигляду, прийнятному для чисельної реалізації на ЕОМ. Припущення відносно рідини та газу. Математичні моделі динаміки пружних тіл. Формулювання зв'язаних задач.

**Тема 8. Методи розв'язання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем**

Метод заданих форм. Побудова узагальнених координат. Методи теорії потенціалу та інтегральних рівнянь. Гармонічні функції в обмежених та необмежених областях. Формули Гріна. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа. Основна інтегральна формула Гріна та основна формула теорії гармонічних функцій. Функція Гріна для оператора Лапласа. Потенціали об'єму, простого та подвійного шарів. Властивості потенціалів. Логарифмічні потенціали. Задача Діріхле для рівняння Лапласа. Задача Неймана для рівняння Лапласа. Методи граничних та скінчених елементів для розв'язання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем.

### **3. Структура навчальної дисципліни**

Назви розділів і тем	Кількість годин					
	усього	у тому числі				
		лекції	практ.	лаб.	сем.	інд.
<b>Розділ 1. Основні поняття механіки суцільного середовища</b>						
Тема 1. <i>Явища аерогідрпружності</i>	12	4				8
Тема 2. <i>Теорія деформацій суцільного середовища</i>	12	4				8
Тема 3. <i>Теорія напружень суцільного середовища</i>	12	4				8
Разом за розділом 1	36	12				24
<b>Розділ 2. Аналіз напружено-деформованого та динамічного стану конструкцій</b>						
Тема 4. <i>Колівання мембран</i>	12	4				8
Тема 5. <i>Розрахунки на міцність та коливання оболонок та оболонкових конструкцій</i>	12	4				8
Тема 6. <i>Розрахунки на міцність та коливання елементів плоских та</i>	12	4				8



<i>просторових елементів конструкцій</i>							
Разом за розділом 2	36	12					24
<b>Розділ 3. Методи розв'язання зв'язаних задач аерогідрпружності</b>							
<i>Тема 7. Формулювання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем</i>	9	3					6
<i>Тема 8. Методи розв'язання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем</i>	9	3					6
Разом за розділом 3	18	6					12
<b>Усього годин</b>	90	30					60

#### 4. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Задача про обтікання циліндра та сфери. Парадокс Даламбера.	4
2	Плоска задача теорії пружності у прямокутних координатах.	8
3	Метод Фур'є для розв'язання задач про вільні коливання круглої мембрани	8
4	Розрахунок оболонок обертання на симетричне навантаження за моментною та безмоментною теоріями	4
5	Моделювання напружено-деформованого стану плоских елементів конструкцій з використанням методу скінченних елементів	8
6	Гармонічні функції в обмежених та необмежених областях	4
7	Логарифмічні потенціали та їх застосування при розв'язанні плоских зв'язаних задач гідро-пружності	4
8	Метод зважених нев'язок при розв'язанні зв'язаних задач гідро-пружності	8
9	Типи граничних елементів, що використовуються при розв'язанні зв'язаних задач гідро-пружності	8
10	Розв'язання зв'язаних задач гідро-пружності в осесиметричному формулюванні	4
	Разом	60

#### 5. Методи контролю

Поточний контроль теоретичних знань, що отримані здобувачем вищої освіти ступеня доктора філософії здійснюється методом усного опитування. На заняттях оцінюється здатність здобувача вищої освіти приймати участь у науковій дискусії. Підсумковий контроль проводиться у формі заліку.

### 6. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота								Разом	Залік	Сума
Розділ 1			Розділ 2			Розділ 3		65	35	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8			
5	10	10	10	5	10	10	5			

T1, T2 ... – теми розділів.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50 – 100	зараховано
1–49	не зараховано

### 7. Рекомендована література

1. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1979. – 744 с.
2. Божидарник В. В., Сулим Г. Т. Элементы теории пружности. — Львів: Світ, 1994. — 560 с.
3. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. — М.: Наука, 1979. — 560 с.
4. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки.- М.: Наука. Гл. ред. физ.- мат. л-ры, 1966. - 636 с
5. Перестюк М.О., Маринець В. В. Теорія рівнянь математичної фізики. Київ: Либідь, 2006. 422 с.
6. Курпа Л. В., Лінник Г. Б. Рівняння математичної фізики. Харків: Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2011. 312 с
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. М. Наука, 1989, 616 с.
8. Зенкевич О., Морген К. Конечные элементы и аппроксимация. М. Мир, 1986, 318с.
9. Бенерджи П., Батерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках. – М.: Мир, 1984. – 494 с.
10. Бреббия К., Теллес Ж., Врубел Л. Методы граничных элементов. – М.: Мир, 1987. – 524 с

### Допоміжна література

1. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. – М.: Наука, 1985. – 254 с.
2. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. – Киев: Наук. думка, 1986. – 287 с.
3. Гандель Ю.В. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов. – Харьков: Изд. Харьк. национального ун-та им. В.Н.Каразина, 2000. – 92 с.
4. Гюнтер Н.М. Теория потенциала и ее применение к основным задачам математической физики. – М.: Гостехтеориздат, 1953. – 416 с
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 480 с.
7. Кантор Б.Я., Стрельникова Е.А. Гиперсингулярные уравнения в механике сплошной среды, Харьков, Новое слово, 2005, 252с.

### 8. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. Мережа Internet.
2. Бібліотека ІПМаш НАН України.
3. ХДНБ ім. В.Г. Короленка (Харків, пров. Короленка 18