

UDC 539

G.N. Yaskov, PhD, Ass. Prof.

*A. Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine
(Kharkiv, Ukraine, yaskov@ukr.net)*

PACKING UNEQUAL SPHERES INTO A MULTICONNECTED SET

The problem of packing unequal spheres into a multiconnected set is considered. Given a set of spheres of various radii, the objective is to maximize packing factor provided that spheres packed do not overlap each other.

The problem of packing unequal spheres arises in stereotactic radio surgery radiation therapy [1, 2]. The gamma-rays are focused on a common center, creating a spherical volume of high radiation dose. A key geometric problem in gamma knife treatment planning is to fit balls into a 3D irregular-shaped tumor. Paper [3] proposes a new algorithm based on nondifferentiable optimization techniques to solve this problem.

In most cases tumors have irregular shapes. The target region being a sphere or a polytope with prohibition areas (prisms, cylinders and special sets) is under investigation. The Phi-function conception [4] is used to describe interactions between spheres and the target region.

Let there be sets $\Theta_k = \{S_{k1}, S_{k2}, \dots, S_{k\hat{j}_k}\}$ consisting of spheres with radii $\hat{r}_k$, $k \in K = \{1, 2, \dots, \bar{k}\}$. Thus, the total number of the given spheres is $\bar{j} = \sum_{k=1}^{\bar{k}} \hat{j}_k$. For the sake of convenience we rename spheres $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1\hat{j}_1}, S_{21}, S_{22}, \dots, S_{2\hat{j}_2}, \dots, S_{\bar{k}1}, S_{\bar{k}2}, \dots, S_{\bar{k}\hat{j}_{\bar{k}}}$ as S_i , $i \in I = \{1, 2, \dots, \bar{j}\}$. Radii of spheres S_i are assigned as follows: $r_i = \hat{r}_1$ for $i = 1, 2, \dots, \hat{j}_1$, $r_i = \hat{r}_2$ for $i = \hat{j}_1 + 1, \hat{j}_1 + 2, \dots, \hat{j}_2$ and so on, $r_i = \hat{r}_{\bar{k}}$ for $i = \bar{j} - \hat{j}_{\bar{k}} + 1, \bar{j} - \hat{j}_{\bar{k}} + 2, \dots, \bar{j}$.

Let $v_i = (x_i, y_i, z_i)$ be coordinates of centers of S_i , $i \in I$. Consequently, a vector $v = (v_1, v_2, \dots, v_n) \in \mathbf{R}^{3\bar{j}}$ defines a location of S_i , $i \in I$, in $\mathbf{R}^3$.

Spheres S_i , $i \in I$, have to be packed into a multiconnected container

$$C = cl \left(A / \left(\left(\bigcup_{q \in Q} C_q \right) \cup \left(\bigcup_{l \in L} P_l \right) \cup \left(\bigcup_{m \in M} G_m \right) \right) \right) \neq \emptyset,$$

where A is a sphere $S = \{X = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 - R^2 \leq 0\}$ or a convex polytope $P = \{X \in \mathbf{R}^3 : a_h x + b_h y + c_h z + d_h \geq 0, h = 1, 2, \dots, \bar{h}\}$; $C_q, q \in Q = \{1, 2, \dots, \bar{q}\}$, are circular cylinders; $P_l, l \in L = \{1, 2, \dots, \bar{l}\}$ are convex prisms and

$G_m = G_{1m} \setminus S_{1m}$, $G_{1m} \cap S_{1m} \neq \emptyset$, $m \in M = \{1, 2, \dots, \bar{m}\}$ are special sets, where H_{1m} are halfspaces and S_{1m} are spheres.

Problem. Find a vector v ensuring a packing of spheres from the set $\{S_i, i \in I\}$ (all spheres or part of them) without their mutual overlappings within the container A with the maximal sum of volumes of spheres.

Then a mathematical model of the problem has the form:

$$\Psi^* = \Psi(v^*) = \frac{4}{3}\pi \max \Psi(v), \text{ s.t. } v = (v_1, v_2, \dots, v_{\bar{j}}) \in W \subset \mathbf{R}^{3\bar{j}},$$

where

$$\Psi(v) = \sum_{i=1}^{\bar{j}} r_i^3 t_i, \quad t_i = \begin{cases} 1 & \text{if } \Phi_i(v_i) \geq 0, \\ 0 & \text{otherwise;} \end{cases}$$

$$W = \{Y \in \mathbf{R}^{3\bar{j}} : t_i t_j \Phi_{ij}(v_i, v_j) \geq 0, i < j \in I\},$$

$$\Phi_i(v_i) = \min\{\Phi_i^S(v_i), \Phi_{iq}^{SC}(v_i), q \in Q, \Phi_{il}^{SP}(v_i), l \in L, \Phi_{im}^{SG}(v_i), m \in M\}, i \in I;$$

$$\Phi_i^S(v_i) = \begin{cases} \Phi_i^{SS}(v_i) & \text{if } A \text{ is a sphere,} \\ \Phi_i^{SA}(v_i) & \text{if } A \text{ is a polyhedron;} \end{cases}$$

$$\Phi_{ij}(v_i, v_j) = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 - (r_i + r_j)^2.$$

The general solution scheme consists of construction of the solution tree, development of pruning rules to reduce the number of variants to be treated, solving the problem for each terminal node of the truncated tree, selection of the best solution.

1. Gavriliouk E.O. Unequal Sphere Packing Problem in the Context of Stereotactic Radiosurgery. Germany: Shaker Verlag GmbH, 2007. 94 p.
2. Wang J. Packing of unequal spheres and automated radiosurgical treatment planning. *J. of Combinatorial Optimization*. 2010. No. 3. P. 160-168.
3. Blyuss O., Koriashkina L., Kiseleva E., Molchanov R. Optimal Placement of Irradiation Sources in the Planning of Radiotherapy: Mathematical Models and Methods of Solving. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*. 2015. Vol. 2015. Article ID 142987. 8 p. <http://dx.doi.org/10.1155/2015/142987>.
4. Chernov N., Stoyan Yu., Romanova T. Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem. *Computational Geometry*. 2010. Vol. 43(5). P. 535-553.

УДК 541.444

А.Н. Авраменко, канд. техн. наук

А.М. Левтеров, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
(Харьков, Украина, an0100@ukr.net)*

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОНАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТЕПЛОПРОВОДЯЩЕЙ МАТРИЦЫ МЕТАЛЛОГИДРИДНОГО АККУМУЛЯТОРА

Проблемой безопасного и эффективного хранения водорода занимаются многие исследователи в разных странах мира. Использование гидридов металлов позволяет добиться высокой плотности хранения водорода, которая на сегодняшний день достигает $0,2 \text{ г/см}^3$, а для интерметаллических гидридов до $0,56 \text{ г/см}^3$. Также следует отметить высокую безопасность хранения водорода в металлгидридных аккумуляторах, что особенно важно при использовании водорода на транспорте.

Гидрид магния (MgH_2) на сегодняшний день являются одними из наиболее перспективных гидридов для хранения водорода. Как известно, MgH_2 относится к высокотемпературным металлгидридам (абсорбция и десорбция водорода может протекать только при повышенных температурах $250 - 350 \text{ }^\circ\text{C}$), что требует высоких энергозатрат на реализацию процесса десорбция водорода.

В работе с использованием численных методов рассматривается теплонапряженное и деформированное состояние теплопроводящей матрицы металлгидридного аккумулятора цилиндрической формы. Матрица выполнена из алюминиевого сплава и имеет ячейки для хранения металлгидрида прямоугольной формы. Нагрев матрицы реализуется при помощи двух электронагревательных элементов: центральный (стержневого типа) и периферийный (в виде цилиндра). Моделирование теплонапряженного и деформированного состояния теплопроводящей матрицы рассматривается для режима – десорбции водорода на протяжении 900 с при температуре $350 \text{ }^\circ\text{C}$. В качестве металлгидрида рассматривается гидрид магния. Плотность хранения водорода в металлгидриде принята равной $0,11 \text{ г/см}^3$.

В результате расчета установлено, что в процессе десорбции водорода максимальный перепад температуры между зонами подвода и отвода теплоты теплопроводящей матрицы составляет $40 \text{ }^\circ\text{C}$. Максимальная деформация теплопроводящей матрицы отмечается на периферийных участках и достигает $0,56 \text{ мм}$, что не критично для надежной работы металлгидридного аккумулятора, уровень эквивалентных напряжений (по Мизесу) в теплопроводящей матрице не превышает предельно допустимый.

УДК 519.85

К.В. Аврамов¹, д-р техн. наук, проф.

И.В. Гребенник², д-р техн. наук, проф.

А.В. Панкратов¹, д-р техн. наук, ст. науч. сотр.

Т.Е. Романова¹, д-р техн. наук, проф.

¹Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
(Харьков, Украина, kvavr@kharkov.ua, pankratov2001@yahoo.com,
sherom@kharkov.ua)

²Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(Харьков, Украина, igor.grebennik@nure.ua)

ОПТИМИЗАЦИЯ КОМПОНОВКИ УЗЛОВ И ДЕТАЛЕЙ БРОНЕТАНКОВОЙ ТЕХНИКИ

Рассматривается класс задач размещения 3D объектов, которые могут быть использованы для оптимизации компоновки узлов и деталей бронетанковой техники с учетом геометрических и механических ограничений.

В качестве геометрических ограничений учитываются: минимально допустимые расстояния между деталями, ограничения на возможную ориентацию деталей, зоны запрета, ограничения на параметры размещения и переменные метрические характеристики (размеры) оборудования. При этом размеры оборудования могут быть либо фиксированными, либо переменными (заданы параметрически).

Исследуются следующие постановки задач размещения 3D объектов:

- 1) поиск допустимых компоновок;
- 2) оптимизация допустимой компоновки деталей (оптимизация параметров, задающих размеры отсека, минимизация уклонения центра тяжести от заданной точки, оптимизация параметров, задающих размеры элементов оборудования);
- 3) добавление нового оборудования в допустимую компоновку.

Для аналитического описания геометрических ограничений используется метод ϕ -функций Ю.Г. Стояна. Строятся математические модели задач размещения 3D объектов в виде задач нелинейного программирования. Предлагаются быстрые алгоритмы построения допустимых компоновок и эффективные оптимизационные процедуры поиска локально оптимальных решений.

С целью уменьшения вычислительных затрат применяется специальный алгоритм, позволяющий свести задачу компоновки большой размерности к последовательности подзадач меньшей размерности с меньшим числом нелинейных неравенств.

Приводятся результаты численных экспериментов для тестовых задач.

УДК 517.11+519.92+539.3

В.О. Бараненко, д-р техн. наук, проф.

Д.Л. Волчок, канд. техн. наук, доц.

Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»

(Дніпро, Україна, Denys.L.Volchok@gmail.com, bva0984387404@gmail.com)

ОЦІНКА РЕСУРСУ КОНСТРУКЦІЇ З ТРІЩИНОЮ НОРМАЛЬНОГО РОЗРИВУ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Сучасний рівень розвитку механіки руйнування, теорії надійності дає змогу оцінити працездатність елементів конструкції з урахуванням невизначеності впливу силових факторів, геометричних і механічних характеристик, процесів розвитку макротріщини та довговічності. В машинобудуванні, як правило, розглядається невизначеність стохастичної природи. Але в останній час, крім такої, з'явилась можливість уведення інших видів невизначеності, таких як нечіткість і неточність [1].

Нечіткість припускає опис вихідних параметрів за допомогою дескрипторів виду «приблизно», «близько до», «мабуть», «в інтервалі» та інше. Неточність припускає опис параметрів за допомогою інтервалів з їх неточними границями. Для роботи з такими об'єктами в самому кінці минулого сторіччя виник в математиці новий напрямок – теорія нечітких і неточних множин [2, 3].

1. Припущення про можливість нормального функціонування силової конструкції за наявності тріщини спричинило розвиток методів розрахунку на тріщиностійкість та живучість. При невеликих, порівняно з границею текучості, руйнівних напруженнях елемент конструкції перебуває в критичному стані. І тому розрахунок на міцність можна вести за відомим критерієм Ірвіна лінійної механіки руйнування

$$K \leq K_{IC}, \quad (1)$$

де K – коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН), а K_{IC} – його критичне значення – в'язкість руйнування при плоскому деформуванні.

У крихкому стані за допомогою коефіцієнта K_{IC} зв'язують руйнівне навантаження і критичну довжину a_* тріщини таким співвідношенням $K = K_{IC}$. Коефіцієнт КІН подається виразом [4]

$$K(a) = \sigma \sqrt{\pi a} Y(\lambda); \quad \lambda = \frac{a}{b}, \quad (2)$$

де a – характерний розмір (довжина) тріщини; σ – параметр навантаження - значення нормального напруження; $Y(\lambda)$ – функція геометрії тріщини; b – ширина полоси з поперечною тріщиною при осьовому розтягненні.

У доповіді розглянуто полосу, як елемент конструкції, з крайовою поперечною тріщиною нормального розриву, що розтягнута силами, які

еквівалентні нормальним напруженням $\sigma^{\max}$ і $\sigma^{\min}$ в межах одного циклу. Під дією змінного навантаження сталий ріст тріщини описується рівнянням Периса [3]

$$\frac{da}{dN} = f(a, \sigma), \quad (3)$$

де N – число циклів навантаження.

Умова відмовлення, що означає перехід конструкції в непридатність, має вид $a|_{N=N^*} = a_*$, де N^* – число циклів навантаження (ресурс конструкції), за яке тріщина збільшить свою довжину від $a_0 = a|_{N=0}$ до a_* . Розв'язання рівняння (3) з урахуванням граничних умов дає

$$N^* = \frac{2}{\beta(2-n)} (\sqrt{a_*^{2-n}} - \sqrt{a_0^{2-n}}), \quad \beta = A(1.12\sqrt{\pi}\Delta\sigma)^n, \quad (4)$$

де n , A – емпіричні коефіцієнти.

Критична довжина тріщини подається таким виразом:

$$a_* = \left(\frac{K_{IC}}{1.12\sqrt{\pi}\sigma_{\max}} \right)^2. \quad (5)$$

2. Аналітичні співвідношення покладено в основу моделей розрахунку ресурсу N^* і граничної довжини a_* макротріщини у випадку, коли задаються навантаження $\Delta\sigma = \sigma^{\max} - \sigma^{\min}$ і початкова довжина a_0 за допомогою перелічених вище словесних дескрипторів. Ці змінні задаються функціями належності трикутного та гаусового виду. На основі нечіткого моделювання будується нечітка множина шуканих N_* і a_* . Подальша дефазифікація цих множин дає можливість отримати значення ресурсу і критичної довжини макротріщини з урахуванням різного ступеню нечіткості вихідних даних. Порівняння їх із значенням N_* і a_* , отриманих при чітких вихідних даних, дає можливість дати числову оцінку (в %) – наскільки уведення до розгляду нечіткості даних зменшує ресурс конструкції.

3. Також розглянуто оптимізаційну задачу щодо параметрів σ і a_0

$$N^{\max} = \arg \left\{ \max \bar{N} \mid N(a, \sigma) \geq \bar{N}; K(a, \sigma) \leq K_{IC} \right\}, \quad a_0 \leq a \leq a_* \quad (6)$$

в умовах повної і неповної інформації.

1. Liu B. Theory and practice of Uncertain programming. Berlin: Springer-Verlag, 2009. 201 p.
2. Kaufmann A. Introduction à la théorie des sous-ensembles flous: à l'usage des ingénieurs: (Fuzzy sets theory) Paris: Masson et C-ie, 1977. 235 p.
3. Pawlak Z. Rough sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. 224 p.
4. Broek D. Elementary Engineering Fracture Mechanics. Alphen aan den Rijn: Sijthoff & Noordhoff, 1978. XIII. 437 p.

УДК 519.6

І.А. Баранов, канд. фіз.-мат. наук

О.В. Кравченко, д-р техн. наук, ст. наук. співроб.

І.Г. Суворова, д-р техн. наук, проф.

*Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України
(Харків, Україна, igbaranov.84@gmail.com)*

РОЗВИТОК СТРУКТУРНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ПОЛІВ В ОБЛАСТЯХ З НЕГЛАДКОЮ МЕЖЕЮ

Математичне моделювання фізико-механічних полів різної природи базується на розв'язанні крайових задач математичної фізики в областях складної форми. Адекватне врахування геометричної інформації про область є дуже важливим, особливо в околах кутових точок, яке в різних методах реалізується з різним ступенем ефективності. Структурні методи дозволяють точно враховувати геометричну інформацію про форму області і граничні умови. В цих методах використовуються математичні засоби теорії R-функцій. Базисні функції, які побудовано з використанням стандартних систем R-операцій, є універсальними, що дозволяє розв'язувати широкий клас задач, проте ці функції не враховують особливості конкретних розв'язків, і тому, можуть мати низьку апроксимаційну здатність в околах кутових точок при розв'язанні певних класів задач. Роботу присвячено розвитку структурних методів для підвищення точності розв'язків крайових задач в околах кутових точок межі області при моделюванні фізико-механічних полів різної природи.

У роботі запропоновано нові конструктивні засоби структурних методів для побудови базисів крайових задач, а саме: нова система асимптотично нормалізованих R-операцій заданого класу гладкості та система R-операцій, функції з якої є нормалізовані задану кількість разів. Для крайових задач, розв'язки яких мають особливості, близькі до особливостей оператора Лапласа у кутових точках області, побудовано вагові гармонічні знаковизначені функції для апроксимації узагальнених розв'язків крайової задачі Діріхле. Показано, що зазначені функції можуть бути використані для задач прогину мембрани, кручення стрижнів, теплових та гідродинамічних задач. Для моделювання задач теплопровідності з розривними граничними умовами Діріхле побудовано структури з розривними гармонічними функціями.

За допомогою нових конструктивних засобів структурних методів удосконалено методику математичного моделювання течій в'язкої нестискуваної рідини по плоских та осесиметричних каналах. Удосконалені підходи до математичного моделювання гідродинамічних процесів було використано при розрахунку характеристик течій у каналах гідровихрових форсунок. Такі форсунки використовуються для розпилювання різних технологічних рідин, в першу чергу, композиційних палив.

И.В. Библик

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
(Харьков, Украина, miles@ipmtash.kharkov.ua)*

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОВЕРХНОСТНОГО УПРОЧНЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Модели, основанные на использовании нейронных сетей, могут рассматриваться как перспективная альтернатива и дополнение к традиционным методам оценки усталостной прочности поверхностно упрочненных деталей. Основное достоинство нейронных сетей состоит в отсутствии необходимости выбора модельного процесса и задания закона распределения данных.

Основными характеристиками нейронной сети являются структура, количество слоев, тип нейрона, входные и выходные величины, алгоритм обучения. Выбор входных параметров нейронной сети обусловлен объемом и качеством экспериментальных данных, имеющихся для обучения.

Для прогнозирования усталостной прочности поверхностно упрочненных материалов нецелесообразно построение универсальной сети, учитывающей воздействие всех возможных входных факторов. Такой подход требует разработки сети сложной структуры с большим количеством слоев и нейронов и большой обучающей выборкой для получения приемлемого результата.

В настоящей работе для прогнозирования усталостной прочности поверхностно упрочненных материалов предлагается использовать нейронную сеть, реализованную в среде программирования *Delphi*. В качестве активационной функции нейронной сети используется сигмоидальная функция. В качестве обучающего алгоритма выбран алгоритм обратного распространения ошибки, который основан на алгоритме минимизации среднеквадратической ошибки и предусматривает два прохода по слоям сети, прямого и обратного. Нейронная сеть состоит из входного слоя, содержащего четыре элемента, одного скрытого слоя с четырьмя нейронами и выходного слоя с одним элементом.

В качестве обучающей выборки для нейронной сети предполагается, наряду с экспериментальными и литературными данными, использовать результаты компьютерного моделирования упрочняющей обработки материала с учётом распределения остаточных напряжений сжатия в поверхностном слое.

Ранее было показано, что компьютерное моделирование процесса разрушения поверхностного слоя материалов при циклическом нагружении, проводимое в рамках специального расчетно-экспериментального метода [1], может рассматриваться как один из подходов к оценке эффективности методов поверхностной упрочняющей обработки материалов, поскольку позволяет

определять предел выносливости поверхностно упрочненных материалов по известной эпюре остаточных напряжений [2, 3], т.е. с учетом особенностей, уровня и характера их распределения.

В связи с этим, в качестве входных параметров нейронной сети были выбраны следующие:

$\sigma_{нов}$ – остаточные напряжения на поверхности;

σ_{max} – величина максимума остаточных напряжений в приповерхностном слое;

$h_{ост}$ – общая глубина залегания остаточных напряжений;

h_{max} – глубина залегания максимума остаточных напряжений.

В качестве выходного параметра используется коэффициент упрочнения, характеризующий изменение усталостной прочности в результате поверхностного упрочнения и представляющий собой один из важнейших факторов при расчете запаса прочности элементов конструкций.

Для каждого из входных параметров сети выбирались интервалы возможных значений. При этом факторы, влияющие на коэффициент упрочнения, но не вошедшие в реализуемую модель (степень и глубина наклепа, шероховатость поверхности), приняты постоянными. Выходные значения коэффициента поверхностного упрочнения определялись для симметричного цикла нагружения изгибом на базе $2 \cdot 10^6$ циклов при температуре 20 °С.

Построенная нейронная сеть корректно выполняет прогнозирование на интервале изменения предела выносливости поверхностно упрочненных материалов от 250 до 600 МПа. Средняя квадратичная ошибка прогноза, вычисляемого нейронной сетью, составляет 0,037. Кроме прямой задачи прогнозирования усталостной прочности, с помощью разработанной нейронной сети может быть решена и обратная задача, когда по известной величине коэффициента упрочнения (предела выносливости) может быть определено значение одного из неизвестных входных параметров (максимума или глубины залегания остаточных напряжений сжатия и т.д.).

Результаты оценки коэффициента поверхностного упрочнения на основе нейронных сетей подтверждают целесообразность их использования для выбора оптимальных режимов упрочнения с целью обеспечения необходимого значения предела выносливости элементов конструкций в процессе усталостного нагружения.

1. Милешкин М.Б., Библик И.В. Применение специального расчетно-экспериментального метода для оценки остаточного ресурса элементов конструкций по фактическому состоянию материала. *Надежность и долговечность машин и сооружений*. 2006. Вып. 27. С. 304-310.

2. Милешкин М.Б., Библик И.В. Новый подход к применению метода компьютерного моделирования для оценки влияния состояния поверхностного слоя на циклическую долговечность. *Авиационно-космическая техника и технология*. 2010. № 10 (77). С. 127-131.

3. Библик И.В. Развитие метода компьютерного моделирования для оценки влияния поверхностной обработки на усталостную прочность. *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии*. 2017. Вып. 77. С. 13-18.

УДК 517.977

Д.Є. Бобилєв

Криворізький державний педагогічний університет
(Кривий Ріг, Україна, dmytrobobyliiev@gmail.com)

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ДЕМПФЕРА В ЗАДАЧАХ ГАСІННЯ КОЛИВАНЬ

У зв'язку з підвищенням вимог до міцності та надійності машин, приладів і апаратури, технічних споруд та засобів транспортування проблема гасіння коливань все більше привертає увагу дослідників. Незважаючи на існування різних типів гасителів коливань та чисельних теоретичних й експериментальних досліджень, дотепер не існує універсальних підходів до ефективного розв'язання проблем гасіння коливань сучасної техніки. Використання нових типів динамічних нелінійних гасителів коливань стримується за відсутності адекватних методів аналізу їхніх можливостей щодо гасіння коливань в механічних системах. За останні десятиріччя вітчизняними та закордонними науковими школами розвиваються методи теорії нелінійної динаміки та стійкості руху нелінійних механічних систем. Тому застосування цих теорій для створення розрахункових методів дослідження коливань механічних систем з динамічними нелінійними гасителями коливань є актуальною науковою проблемою, яка має важливе практичне значення для сучасного машинобудування.

Як відомо, коливання струни задаються гіперболічним рівнянням [2]

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + g(t, x), \quad t > 0, \quad 0 < x < l, \quad (a > 0) - \text{const}, \quad (1)$$

де t – час; x – координата точки струни; y – функція коливань струни; a – фізичні характеристики струни; l – довжина струни. Функція $g(t, x)$ буде описана нижче.

У нашому випадку, у якості початкових даних виступають початкові відхилення та швидкість

$$y|_{t=0} = h_0(x), \quad \frac{\partial y}{\partial t}|_{t=0} = h_1(x), \quad x \in (0, l), \quad (2)$$

які будемо розглядати як початкові коливання, де $h_0(x)$, $h_1(x)$ – фіксовані функції. На границі струни накладемо умови жорсткого закріплення

$$y|_{x=0} = 0, \quad y|_{x=l} = 0 \quad (3)$$

Також, відомо що енергія струни, яка коливається в момент часу t , задається таким інтегралом:

$$E(t) = \int_0^l \frac{1}{2} (T y_x^2(t, x) + P y_t^2(t, x)) dx. \quad (4)$$

Розглянемо основні математичні ідеї теорії управління. Задачі теорії управління (варіаційні задачі) складаються з таких елементів [1]:

- 1) цільова функція $J(u)$ яку необхідно мінімізувати на множині управляючих функцій $u \in U$;
- 2) система обмежень, що накладаються на управляючу функцію, яка задається підмножиною $U_g \in U$.

Будемо розглядати проблему гасіння (демпфірування) коливань на основі припущення, що управляюча функція $g(t, x)$ належить достатньо малому інтервалу по змінній x $x \in [\alpha, \beta] \subset [0, l]$, де $\frac{(\beta - \alpha)}{l} \ll 1$. Отже, розглянемо таку задачу гасіння: знайти управляючу функцію (з деякої множини U), яка дозволяє повністю погасити початкові коливання (2) за скінченний час $T > 0$, що відповідає такій цільовій функції:

$$E(t) = 0. \quad (5)$$

Аналіз літератури дає змогу зробити висновки, що задача гасіння коливань струни розглядалась в роботах Рассела Д.Л. [3], Лагнесса Ж.Є. [1], Бутковського А.Г. [3], Мурав'я Л.А. [4] та інших для описаного вище вигляду функції $g(t, x)$ та $g(t, x) = u(t)f(x)$, $g(t, x) = u(t)\delta(x - x_0)$, де $u(t) \in L_2[0, T]$, $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака; x_0 – деяка фіксована точка відрізка $[0, l]$.

У даному випадку управління гасінням коливань струни відбувається лише в одній точці інтервалу.

Розглядаємо в роботі точковий стаціонарний демпфер, розміщений у точці x_0 на струні. При цьому, коли демпфер розміщується в точці, яка є вузлом стоячої хвилі, задача стає нестійкою.

У результаті вибору оптимальних параметрів демпфера, за час $t = 2,356$ с струна повертається у стан спокою, що свідчить про ефективність управляючої функції та вказує на те, що для гасіння коливань струни у подібних випадках управляючу функцію можна шукати серед вибраного класу функцій. Також, при порівнянні з результатами задач розглянутих у роботах Атамуратова А.Ж. [3 – 5], можна дійти висновку, що даний клас задач має потенціал. Це дає підставу розглянути інші значення основних параметрів та вхідних даних, а також шукати більш ефективні вигляди управляючих функцій.

1. Асланов С.Ж., Михайлов И.Е., Муравей Л.А. Аналитические и численные методы в задаче гашения колебаний струны точечным демпфером. *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2006. № 7. С. 28-35.

2. Асланов С.Ж. Расчет оптимальных режимов гашения колебаний механических систем: дис.... канд. техн. наук / ГОУ ВПО «МАТИ» – Российский государственный технологический университет имени К.Э. Циолковского. Москва, 2001. 101с.

3. Атамуратов А.Ж., Михайлов И.Е., Муравей Л.А. О гашении колебаний балки. *Динамика неоднородных систем: тр. ИСА РАН*. Т. 50(1). Москва: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. С. 53-58.

4. Атамуратов А.Ж., Михайлов И.Е., Муравей Л.А. О гашении колебаний сложных механических структур. *Авиакосмическая техника и технология*. 2012. № 4. С. 54-59.

5. Атамуратов А. Ж. Численное исследование точечного демпфера для задачи гашения колебаний балки. *Вестник ТвГУ. Сер. Прикладная математика*. 2015. № 2. С. 35-46.

УДК 539.3

А.В. Воропай, канд. техн. наук, доц.

П.А. Егоров, канд. техн. наук, доц.

*Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
(Харьков, Украина, voropay.alexey@gmail.com)*

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПЛАСТИН С РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ. ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

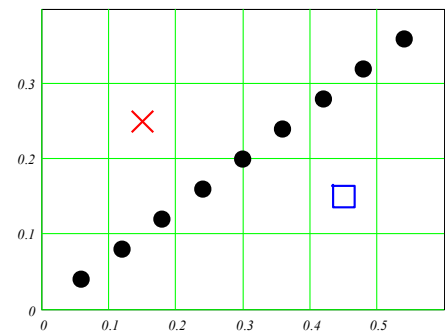
Исследуется нестационарное силовое нагружение механической системы, состоящей из прямоугольной изотропной пластины средней толщины, шарнирно опертой по её контуру и имеющей дополнительное подкрепление в виде ребра жесткости.

Предлагается подход, позволяющий учитывать влияние дополнительных подкреплений на нестационарное деформирование пластины. Суть подхода заключается в рассмотрении ребра жесткости как присоединенной балки, контактирующей не по всей поверхности, а в некоторых конкретных точках, или конечной системы единичных сосредоточенных опор, имеющих некоторую постоянную жесткость. То есть, по сути, при условном рассоединении системы «пластина-ребро жесткости» влияние балки или набора единичных сосредоточенных опор заменяется конечным числом дополнительных независимых внешних нагрузок.

Упругое деформирование пластины моделируется в рамках гипотез Тимошенко. В исходную модель вводится система дополнительных нестационарных внешних сил (реакций, моделирующих влияние ребра жесткости). Эти неизвестные нестационарные нагрузки могут быть определены из соответствующих интегральных соотношений, путем сведения их к системе интегральных уравнений Вольтерра.

Благодаря предложенным допущениям, описанный подход позволяет моделировать влияние прямых и косых ребер жесткости (например, показанное на рисунке диагональное ребро), а также любых дополнительных произвольных опираний (по дуге и т.п.).

Естественно, что при выполнении конкретных расчетов необходимо искать компромисс между количеством неизвестных сил (точностью модели) и временем, затрачиваемым на расчёты.



× — точка нагружения;

• — точки реакций от ребра;

□ — точка исследования

В рамках прямой задачи определяются реакции, моделирующие влияние ребра жесткости, а затем перемещения или деформации любых точек пластины. При решении обратной задачи по известным перемещениям произвольной точки пластины находятся силовые воздействия, вызвавшие это перемещение.

УДК 539.3

О.Я. Григоренко¹, д-р фіз.-мат. наук, проф.

І.А. Лоза², д-р фіз.-мат. наук, проф.

¹Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

(Київ, Україна, ayaagrigorenko1991@gmail.com)

²Національний транспортний університет

(Київ, Україна, lozaigor1956@gmail.com)

ВИМУШЕНІ ОСЕСИМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ НЕОДНОРІДНОЇ П'ЄЗОКЕРАМІЧНОЇ КУЛІ

Розглянуто задачу про вимушені осесиметричні коливання порожнистої кулі з функціонально градієнтного п'єзокерамічного матеріалу. Матеріал кулі складається з двох компонент – сталі та п'єзокераміки. Його характеристики змінюються по товщині за законом: $P(r) = (P_m - P_p)V(r) + P_p$, в цій формулі P_m – фізико-механічні характеристики сталі, P_p – фізико-механічні характеристики п'єзокераміки, а $V(r)$ – об'ємна частка п'єзокераміки і визначається формулою: $V(r) = \left(\frac{r - R_0}{2h} + \frac{1}{2} \right)^n$, параметр визначає частку п'єзокераміки в неоднорідному матеріалі ($0 \leq n < 1000$). При $n = 1000$ маємо практично однорідний п'єзокерамічний матеріал із зовнішньою бічною поверхнею, вкритою тонким сталевим електродом. Внутрішня поверхня – п'єзокерамічна $D_r(r, \theta, t)|_{r=R_0+h} = 0$. Нехай вона також вільна від механічних навантажень $\sigma_r(r, \theta, t)|_{r=R_0-h} = \tau_{rz}(r, \theta, t)|_{r=R_0-h} = 0$. А зовнішня – металева $\varphi(r, \theta, t)|_{r=R_0-h} = 0$ і нехай на неї діє тиск $\sigma_r(r, \theta, t)|_{r=R_0+h} = P_1(\cos \theta)e^{i\omega t}$. Компоненти вектора розв'язку шукаємо у вигляді розвинення у ряди по поліномам Лежандра.

Такий вибір вектора розв'язку дозволяє перейти від вихідної задачі у частинних похідних до крайової задачі зі змінними коефіцієнтами у звичайних

диференціальних рівняннях $\frac{d\mathbf{R}}{dx} = A(x, \Omega)\mathbf{R}$, з крайовими умовами

$\mathbf{B}_1\mathbf{R}(-1) = \mathbf{C}_1, \mathbf{B}_2\mathbf{R}(1) = \mathbf{C}_2$, тут $\mathbf{C}_1^T = \{0, 0, 0, 0, 0, 0\}$, а $\mathbf{C}_2^T = \{P, 0, 0, 0, 0, 0\}$.

Для розв'язання отриманої крайової задачі застосовано стійкий метод дискретної ортогоналізації. Наведено результати чисельного аналізу даної задачі. Досліджено вплив фактора неоднорідності на динамічні та кінематичні характеристики вимушених коливань кулі.

УДК 539.3

О.В. Демидов

В.Г. Попов, д-р фіз.-мат. наук, проф.

Національний університет «Одеська морська академія»

(Одеса, Україна, alexandr.v.demidov@gmail.com, dr.vg.popov@gmail.com)

НАПРУЖЕНИЙ СТАН У СКІНЧЕННОМУ ЦИЛІНДРІ З КРУГОВОЮ ТРІЩИНОЮ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ ЗАКРУТІ

Багато елементів машин і конструкцій мають циліндричну форму. Наявність у них дефектів, наприклад, тріщин, суттєво знижує їх експлуатаційні характеристики і може привести до руйнування, особливо в умовах динамічного навантаження. Тому дослідження розподілу напружень у циліндричних тілах з тріщинами за динамічного навантаження є важливою задачею. У даній роботі розв'язано задачу про визначення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) в околі плоскої кругової тріщини у скінченному циліндрі за умови дії нестационарного крутного навантаження. До цього така задача розглядалась лише у стаціонарній постановці [1] або для гармонічного моменту [2].

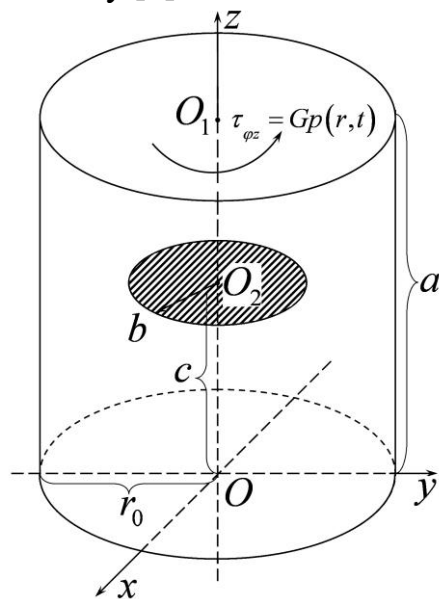


Рис. 1

Розглядається скінченний пружний циліндр з ізотропного матеріалу висотою a і радіусом r_0 (Рис. 1). З циліндром пов'язана циліндрична система координат, центр якої співпадає з центром нижньої основи, а вісь Oz з віссю циліндра. Нижня основа вважається нерухомою, а до верхньої основи у початковий момент часу $t=0$ прикладене крутне навантаження. Усередині циліндра, паралельно до його торців, міститься кругова тріщина радіуса $b < r_0$, центр якої знаходиться на осі циліндра і має координату $z=c$, $0 < c < a$. Бічна поверхня циліндра і поверхня тріщини вважаються вільними від напружень. За цих умов циліндр перебуває у стані вісесиметричної

деформації крутіння й відмінним від нуля буде тільки кутове переміщення $w(r, z, t)$, яке задовольняє рівнянню

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

з нульовими початковими умовами і наступними граничними умовами на нижньому торці, бічній поверхні і на поверхні тріщини:

$$w(r,0,t)=0, \tau_{\varphi r}(r_0,z,t)=0, 0 < r < r_0, 0 < z < a, t \in [0, +\infty)$$

$$\tau_{\varphi z}(r,c,t)=0, w(r,c+0,t)-w(r,c-0,t)=\chi(r,t), 0 \leq r \leq b, t \in [0, +\infty).$$

На верхньому торці граничні умови формулюються в залежності від способу навантаження. Розглядаються два випадки. У першому випадку до торця безпосередньо прикладені дотичні напруження

$$\tau_{\varphi z}(r,a,t)=G \cdot p(r,t), 0 \leq r \leq r_0, t \in [0, +\infty).$$

У другому випадку з верхнім торцем зчеплена жорстка накладка, товщиною d і того ж радіуса, що і циліндр, до якої прикладений крутний момент $M(t)$. Тоді

$$w(r,a,t)=\alpha(t) \cdot r.$$

Тут $\alpha(t)$ – невідомий кут повороту накладки, який визначається з рівняння руху.

Для розв'язання сформульованої початково-крайової задачі застосуємо підхід, який ґрунтується на різницевій апроксимації тільки похідних за часом і детально викладений у [3]. Скориставшись перетвореннями, аналогічними до викладених у [4], задачу звели до системи послідовно розв'язуваних однорідних крайових задач відносно нових функцій.

Розв'язок цих задач розшукується методом інтегральних перетворень. У результаті застосування цього методу отримане інтегральне подання, яке містить невідомий стрибок кутового переміщення у площині тріщини. З граничної умови на тріщині, отримано інтегральне рівняння відносно невідомої функції, пов'язаної зі стрибком.

Це рівняння, за відомою методикою [2, 4], перетворено до рівняння Фредгольма другого роду, наближений розв'язок якого шукаємо методом колокацій.

У результаті отримано формули для розрахунку КІН у вузлах розбиття за часом. За допомогою цих формул було проведено числове дослідження зміни КІН за часом при різних видах навантаження, а також вплив на його значення геометричних і механічних параметрів циліндра.

1. Попов П. Задача про кручення скінченного циліндра з кільцевою тріщиною. *Машинознавство*. 2005. №9. С.15-18.

2. Попов В.Г. Напряженное состояние конечного упругого цилиндра с круговой трещиной при крутильных колебаниях. *Прикладная механика*. 2012. Т. 48, № 4. С. 86-93.

3. Savruk M.P. New method for the solution of dynamic problems of the theory of elasticity and fracture mechanics. *Mater. Sci.*, Kluwer Academic Publishers-Plenum Publishers, 2003. Vol. 39, No. 4. P. 465-471.

4. Демидов О.В., Попов В.Г. Нестационарный закрут скінченного циліндра з круговою тріщиною. *Вісник Запорізь. нац. ун-ту. Фізико-математичні науки*. 2017. № 1. С. 131-142.

УДК 534.1

А.Г. Дем'яненко, канд. техн. наук, проф.

Дніпровський державний аграрно-економічний університет
(Дніпро, Україна, anatdem@ukr.net)

ДО ПРОБЛЕМИ ДИНАМІКИ ПРУЖНИХ ОБ'ЄКТІВ З РУХОМИМ ІНЕРЦІЙНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Світлій пам'яті професора Горошко О.О.

Проблема визначення динамічної дії рухомого навантаження на пружні об'єкти має понад 170 річну історію. Поштовхом до інтенсивних теоретичних та експериментальних досліджень стали катастрофи – руйнування мостів з довгими прогонами, зокрема Честерського мосту в Англії у 1847 р. Перед інженерами в першу чергу постало питання, чим відрізняються результати дії рухомого навантаження на пружні конструкції від статичного [9]. Інтерес до цієї проблеми з часом перемістився з чисто прикладної в область фізико-математичну – побудови механічних, відповідних математичних моделей та їх дослідження, оскільки розмаїття постановок задач і методів їх розв'язування нерідко породжували суперечливі результати. Простими прикладами таких систем є мости, трубопроводи, стержні, пластинки, оболонки під дією рухомих масових потоків. Математичні моделі, які описують динаміку пружних об'єктів за дії рухомих інерційних навантажень, мають цілу низку специфічних особливостей [4, 5]. Вагомий внесок у дослідження проблеми внесли українські науковці Філіппов А.П., Голоскоков Е.Г., Моргаєвський А.Б., Кохманюк С.С., Доценко П.Д., Горошко О.А., Колесник І.А. та інші [1 – 3, 5, 8 – 11]. Сучасне збільшення мас і швидкостей руху ставить нові задачі, викликаючи появу нових підходів у механічному та математичному моделюванні, нових і удосконалення старих методів їх дослідження, які дозволяють більш повно виявити усі кількісні та якісні особливості кінематичних та динамічних характеристик руху таких систем. Суттєво змінилося і традиційне уявлення про механічні системи з рухомим інерційним навантаженням. До цього класу задач у рамках певних аналогій можна віднести об'єкти змінної за часом довжини та об'єкти, які рухаються у поздовжньому напрямку, такі як нитки, дроти, профільні стержні у прокатному виробництві, смугові та ланцюгові пили, паски пасових передач, канати шахтних підймальних машин, аеродинамічну дію на пружний об'єкт рухомого потоку рідини чи газу, причому швидкості рідини у трубопроводах літальних апаратів досягають 50-80 м/с, газів 200 – 250 м/с [1 – 5]. Задачі динаміки пружних об'єктів за дії рухомого інерційного навантаження мають цілу низку специфічних особливостей, суттєву значимість для практики та складають самостійний напрямок у будівельній механіці МТДТ.

Для дослідження задач динаміки пружних об'єктів з рухомим інерційним навантаженням застосовують наступні найбільш поширені математичні методи [3, 8]:

1. Метод Шаленкампа.

2. Метод Інґліса - Болотіна.
3. Метод А.П. Філіппова і С.С. Кохманюка.
4. Метод двохвильового подання коливань.
5. Метод інтегральних перетворень Лапласа і Фур'є.
6. Чисельні методи.

У зв'язку з неможливістю прямого застосування класичного методу Фур'є до дослідження математичних моделей цих задач у загальному випадку зроблені спроби його модифікації та узагальнення [12]. Саме в розвиток цього напрямку започатковано метод двохвильового подання коливань пружних об'єктів за дії рухомого інерційного навантаження, фізична інтерпретація якого вперше була наведена О.О. Горошко [1 – 3] та який дозволяє у деяких випадках отримати точні розв'язки задач у вигляді суми двох рядів. Один з рядів являє собою класичну частину розв'язку, а другий ту частину, яка обумовлена інерційністю рухомого навантаження і не виявляється при традиційному застосуванні прямих методів математичної фізики. Форми першої групи названі власними формами, а форми другої групи – супровідними формами коливань пружної системи, які обумовлені і нетривіальні лише за наявності рухомого інерційного навантаження або інших чинників системи [1 – 3]. Згодом розвиток цього методу з прикладної площини перейшов у фізико-математичну та набув узагальнень у працях школи Скоробагатько В.Я., Каленюка П.І. [6 – 7], які знаходять і, без сумніву, знайдуть своє подальше застосування. В доповіді коротко наведено історію виникнення і розвитку неklasичного методу відокремлення змінних (метод двохвильового подання коливань) запропонованого О.О. Горошко, зроблено акцент на деяких аналогіях математичних моделей задач статки і динаміки пружних об'єктів з рухомим інерційним навантаженням та пружних об'єктів змінної довжини, що в свою чергу обумовлює аналогії в їх поведінці. Методом двохвильового подання руху розглянуто динаміку зубчатого паска, який рухається на шківках з натяжним роликком. Дослідження коливань та стійкості паска з урахування інерції обертання поперечних перерізів зводиться до наступної математичної моделі

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{I}{Al^2} \frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} + \frac{2v}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} - \frac{c^2}{l^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

при однорідних крайових та деяких початкових умовах,

де $c^2 = \frac{N - \rho v^2}{\rho}$, $0 \leq x \leq 1$; I , A – відповідно осьовий момент інерції і площа

поперечного перерізу зведеного однорідного паска сталого поперечного перерізу; l – довжина; N – осьове зусилля; ρ – погонна маса; v – швидкість руху паска.

Загальний розв'язок диференціального рівняння (1) на основі методу двохвильового подання має вигляд [1]

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \varphi_n(x) \cos(\omega_n t + \alpha_n) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \psi_n(x) \sin(\omega_n t + \alpha_n).$$

На основі досліджень коливань та стійкості руху паска з урахуванням інерції обертання поперечних перерізів за методом двохвильового подання

виявлено наявність двох значень критичної швидкості руху паска. Для $v > v_1^*$ система динамічно не стійка, а будь-яке значення $v \geq v_2^*$ є критичним, що не виявляється при дослідженні руху паска прямими методами математичної фізики.

Урахування інерції обертання поперечних перерізів суттєво впливає на якісне дослідження стійкості коливань, які виявляють тенденцію до зростання амплітуд при досягненні швидкістю руху значення v_2^* . Нестійкість, яка має місце для значень v_1^* , можна виявити і статичним методом без урахування як сил інерції Коріоліса, так і інерції обертання. Можна стверджувати, що взаємодія згаданих ефектів є негативною, тому що їх сукупне врахування погіршує динамічну індивідуальність паска. Це – ще один доказ чутливості пружних систем з рухомим навантаженням, а також об'єктів, що рухаються у поздовжньому напрямі, до будь-яких навіть другорядних ефектів, а, відповідно, в інженерних розрахунках доцільно враховувати інерцію обертання, оскільки це, з одного боку, дозволяє передбачити можливість виникнення коливань із зростаючими амплітудами, зокрема на високих частотах, а з іншого – обґрунтувати резерви несучої здатності смуги в області низьких частот.

1. Горошко О.А. Собственные и сопровождающие колебания в системах с подвижными инерционными нагрузками. *Тр. V Междунар. конф. по нелинейным колебаниям*. 1970. Т. 3. С. 215-220.
2. Горошко О.А., Савин Г.Н. Введение в механику деформируемых одномерных тел переменной длины. Киев: Наук. думка, 1973. 224 с.
3. Горошко О.О., Дем'яненко А.Г., Киба С.П. Двохвильові процеси в механічних системах. Київ: Либідь, 1991. 188 с.
4. Дем'яненко А.Г. Механічні і математичні моделі деяких задач динаміки пружних систем з рухомим інерційним навантаженням та їх дослідження. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2014. № 2(74). С. 12-22.
5. Доценко П.Д. Динамика трубопроводных систем. Харьков: Основа, 1998. 222 с.
6. Каленюк П.І., Скоробогатко В.Я. Якісні методи теорії диференціальних рівнянь. Київ, 1977. 122 с.
7. Каленюк П.І., Нитребич З.М. Узагальнена схема відокремлення змінних. Диференціально-символьний метод. Львів: Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка», 2002. 292с.
8. Колесник И.А. Колебания комбинированных арочных систем под действием подвижных нагрузок. Київ: Вища шк., 1977. 150 с.
9. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. Москва: Наука, 1987. 352 с.
10. Филиппов А.П., Кохманюк С.С., Воробьев Ю.С. Воздействие динамических нагрузок на элементы конструкций. Киев: Наук. думка, 1974. 176 с.
11. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. Москва: Машиностроение, 1970. 734 с.
12. Housner G.W. Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid. *J. of Applied Mechanics. Trans ASME*. 1952. Vol. 19, No. 2. P. 205-209.

УДК 539.37 : 629.4.077

Н.В. Долгополова¹, канд. техн. наук

В.Г. Равлюк², канд. техн. наук, доц.

¹Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України
(Харків, Україна, n_dolgopolova@ukr.net)

²Український державний університет залізничного транспорту
(Харків, Україна, ravvg@kart.edu.ua)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧИХ НАПРУЖЕНЬ В ГАЛЬМІВНИХ КОЛОДКАХ ВАНТАЖНИХ ВАГОНІВ

Візки вантажних вагонів «Укрзалізниці» обладнані композитними гальмівними колодками. В процесі експлуатації колодки в поперечних перетинах своєї довжини мають клиноподібний знос. Це є проявом ненормативної фрикційної взаємодії.

Для збільшення ресурсу гальмівних колодок потрібно проводити своєчасне технічне обслуговування вагонів, а також розробку більш удосконаленого гальмівного обладнання. Для проектування оптимального гальмівного обладнання та покращення умов експлуатації колодок потрібно провести математичне моделювання робочих напружень у колодках при зношуванні, які виникають в процесі роботи.

Розглянемо силову взаємодію тріботехнічної пари – колесо-колодка для випадку, коли контактна площа рівномірно навантажена розподіленими контактними силами [1]. Дія сили тертя F розглядається дезінтегрально, де на елементарні майданчики ds прикладено реакції дискретних сил dF , які діють під кутом тертя $\alpha_{\text{тр}}$ відносно кожної з нормалей дискретних поверхонь колодки, K – сила натиснення (рис. 1).

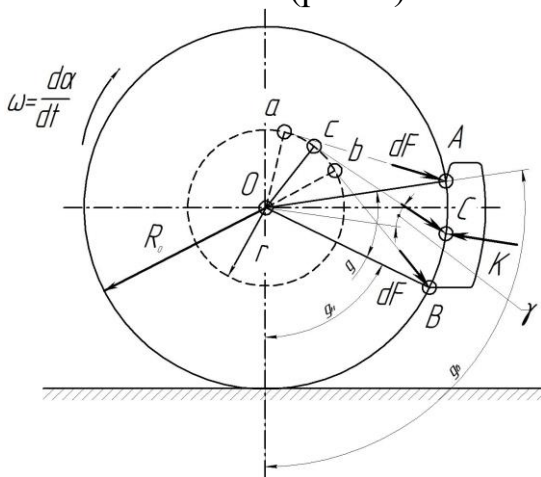


Рис. 1. Формування реакції колеса на силу F

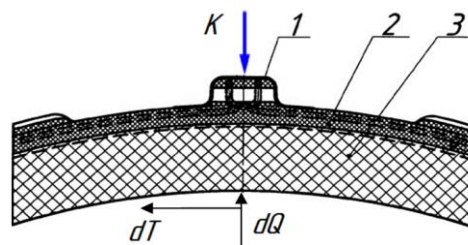


Рис. 2. Схема гальмівної колодки

Для розв'язування задачі визначення напружено-деформованого стану (НДС) побудовано розрахункову модель з урахуванням розподілу сили натиснення K по площі колодки на елементарні складові dF , що визначаються у вигляді векторної суми елементарних сил притиснення колодки до колеса dQ і відповідних їм елементарних сил тертя dT (з урахуванням граничних умов).

Вважається, що всі розглянуті сили лежать в площині перетину колодки (рис. 2), що збігається з площиною рисунка. На рисунку позначено: 1 – вушко; 2 – гранична частина; 3 – тіло колодки; навантаження моделі силами натиснення dQ і силами тертя dT Лінії дії сил dF (в секторі охоплення колеса колодкою g) сходяться до точки K , яка знаходиться на колі тертя з радіусом r :

$$r = \frac{\varphi_k (D_0 / 2)}{\sqrt{1 + \varphi_k^2}}, \quad (1)$$

де D_0 – діаметр кола кочення колеса в площині, яка «розсікає» колодку симетрично; φ_k – коефіцієнт тертя між колодкою і колесом.

Для оцінювання НДС композиційної колодки вантажного вагону, розглянуто ідеальний випадок прикладення до неї з боку башмака рівномірно-розподіленого навантаження (рис.2). Колодку будемо розглядати як товстостінну циліндричну оболонку радіусом r_0 . Матеріал приймаємо однорідним, пружним та ізотропним. Поведінка оболонки описується в рамках тривимірної теорії оболонок рівняннями Ламе [2]. Метод розв'язання описано в [3] при врахуванні граничних та початкових умов.

Проводилися розрахунки НДС для трьох ступенів зносу колодки по товщині: незношена колодка товщиною $H_{к.пч}=65$ мм; середньо зношена $H_{к.ср}=35$ мм; гранично зношена $H_{к.гр}=23$ мм. У якості навантаження на колодку приймали гальмівне зусилля $F=35$ кН, перетворене в тиск з інтенсивністю $f(x, y) = 1,32$ МПа. Фізичні характеристики: модуль пружності 1-го роду $E=5 \cdot 10^3$ МПа; коефіцієнт Пуассона $\mu=0,37$; міцність матеріалу, як у колодок типу 2ТР-11.

Результати, які отримано в роботі, дозволяють на початковому етапі досліджень оцінити вплив зносу колодки на її НДС, що дасть можливість визначити раціональні значення геометричних параметрів колодки, які забезпечують потрібну контактну міцність в умовах експлуатації.

1. Равлюк В. Г. Щодо визначення силових перетворень при клиноподібному зносі гальмівних колодок вантажних вагонів. *Вісник НТУ «ХПІ»: Динаміка і міцність машин*. 2017. № 40 (1262). С. 75-80.

2. Бабенко А.Є., Бобир М.І., Бойко С.Л., Боронко О.О. Теорія пружності. Ч. 1: Підручник. Київ: ТОВ Основа, 2009. 244 с.

3. Shupikov A., Dolgoplova N. Dynamic response of multilayer cylinders: three-dimensional elasticity theory. *J. of Mechanics of Materials and Structures*. 2006. Vol. 1 (2). P. 205-222.

УДК 539.3

А.Г. Зеленський, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» (Дніпро, Україна, a.zelensky@ukr.net)

МЕТОД ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ В ТЕОРІЇ НЕТОНИХ ПОЛОГИХ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНИХ ОБОЛОНОК

Використовується математична теорія пологих оболонок [1], яка базується на зображенні усіх компонент напружено-деформованого стану (НДС) (як функцій трьох змінних) у вигляді рядів за поперечною координатою при допомозі поліномів Лежандра. Тривимірні задачі зводяться до двовимірних з використанням варіаційного принципу Рейснера і точним задоволенням граничних умов на лицевих поверхнях. Такий підхід дає можливість знаходити НДС з високою точністю. Теорії типу Тимошенка-Рейснера впливають із розробленої, як теорії в першому наближенні. Огляд теорій наведено в [2].

Порядок систем диференціальних рівнянь (ДР) теорії зростає із збільшенням кількості членів у рядах для НДС. І тому актуальним є побудова наближених методів високої точності для розв'язування цих систем. У [3] наближений метод оснований на послідовному урахуванні доданків у рядах для НДС. У даній роботі розв'язок будується методом послідовних наближень (МПН). Для цього систему (1) восьми ДР рівноваги 16-го порядку [3], яка відповідає 2-му наближенню в рядах для переміщень, запишемо так:

$$L_1(u_0, v_0) = -(k_{1w1}w_{1,x} + k_{1w3}w_{3,x}); \quad L_2(u_0, v_0) = -(k_{2w1}w_{1,y} + k_{2w3}w_{3,y});$$

$$L_3(u_1, u_3, v_1, v_3, w_1, w_3) = \beta_{u1}q_{,x}; \quad L_4(u_1, u_3, v_1, v_3, w_1, w_3) = \beta_{u1}q_{,y};$$

$$L_5(u_1, u_3, v_1, v_3, w_1, w_3) = \beta_{u3}q_{,x}; \quad L_6(u_1, u_3, v_1, v_3, w_1, w_3) = \beta_{u3}q_{,y};$$

$$L_7(u_i, v_i, w_i) = \beta_{w1}q - (k_{1w1}u_{0,x} + k_{2w1}v_{0,y} + r_{1w1}w_1 + r_{1w3}w_3);$$

$$L_8(u_i, v_i, w_i) = \beta_{w3}q - (k_{1w3}u_{0,x} + k_{2w3}v_{0,y} + r_{1w3}w_1 + r_{3w3}w_3),$$

де L_j – оператори над функціями від x, y ; $q(x, y)$ – поперечне навантаження; k і r залежать від кривин; β – сталі. Надалі система розв'язується МПН.

1. Зеленський А.Г. Моделі і методи аналітичної теорії нетонких пологих оболонок при статичному навантаженні. *Вісник Придніпровської держ. академії будівництва та архітектури*: зб. наук. праць. 2011. № 1-2. С. 21-30.

2. Немиш Ю.Н., Хома И.Ю. Напряженно-деформированное состояние нетонких оболочек и пластин. Обобщенная теория. Обзор. *Прикладная механика*. 1991. 29, № 11. С. 3-27.

3. Зеленський А.Г. Наближений метод розв'язування системи диференціальних рівнянь теорії нетонких пологих оболонок. *Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла*: зб. наук. праць. Дніпропетровськ: Ліра, 2011. Вип. 12. С. 131-139.

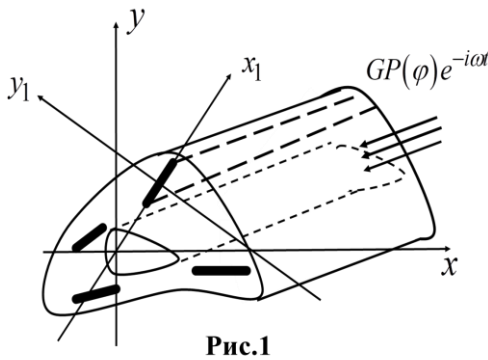
УДК 539.3

О.І. Кирилова, канд. фіз.-мат. наук
В.Г. Попов, д-р фіз.-мат. наук, проф.

Національний університет «Одеська морська академія»
 (Одеса, Україна, olga.i.kyrylova@gmail.co, dr.vg.popov@gmail.com)

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПОРОЖНИННОГО ЦИЛІНДРА З СИСТЕМОЮ ТРІЩИН ЗА ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ПОВЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ

Проблеми визначення двовимірного напруженого стану в необмежених тілах, що містять включення при динамічному, зокрема гармонічному навантаженні, вважаються досить вивченими. Але аналогічні задачі для тіл скінченних розмірів розглянуто значно менше. Це пов'язано з тим, що застосування прямих чисельних методів (різницевих і скінченних елементів) ускладнюється необхідністю згущення дискретизації в околі дефекту. Одним з перспективних методів розв'язання таких задач є метод граничних інтегральних рівнянь, але його використання приводить вихідну крайову задачу до системи інтегральних рівнянь і на границі тіла, і на поверхні дефекту, що суттєво ускладнює числову реалізацію, особливо у випадку непоодиноких дефектів та багатозв'язних областей. У поданій роботі пропонується метод, що дозволяє незалежно послідовно задовольняти граничні умови на дефектах і на поверхні тіла.



Розглядається порожнинний пружний циліндр з твірними, паралельними осі Oz , переріз якого площиною xOy являє собою двозв'язну плоску область, що обмежена довільними замкненими гладкими кривими (рис. 1). Ці криві в полярній системі координат, центр якої співпадає з початком координат xOy , визначаються рівняннями:

$$r = r_0 \psi_0(\varphi) - \text{зовнішня}, \quad r = r_1 \psi_1(\varphi) - \text{внутрішня}$$

границі, $0 \leq \varphi < 2\pi$. У циліндрі міститься N наскрізних тріщин, що у площині xOy не виходять за межі перерізу і займають відрізки довжиною $2a_i, i = \overline{1, N}$. У циліндрі відбуваються коливання повздовжнього зсуву внаслідок дії на бічну поверхню самоврівноважуючого гармонічного навантаження $P(\varphi)e^{-i\omega t}$. Множник $e^{-i\omega t}$ всюди далі опущений. При таких умовах відмінною від нуля є тільки z -компонента вектора переміщення, яка задовольняє рівнянню Гельмгольца [1]. Це рівняння у полярній системі має вигляд:

$$\Delta w + \kappa_2^2 w = 0; \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (1)$$

де $\kappa_2 = \frac{\omega}{c_2}$; $c_2 = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$; ρ – густина матеріалу циліндра.

Зовнішня поверхня циліндра вважається завантаженою:

$$\tau_{rz}(r_0\psi_0(\varphi), \varphi) = GP(\varphi), \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad (2)$$

внутрішня – нерухомою:

$$w(r_1\psi_1(\varphi), \varphi) = 0, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi. \quad (3)$$

Для формулювання граничних умов на тріщинах з кожною пов'язується локальна система координат $x_i O_i y_i$, $i = \overline{1, N}$ (рис. 1). Дефекти вважаються вільними від навантаження:

$$\tau_{zy_i}(x_i, 0) = G \frac{\partial w_i}{\partial y_i}(x_i, 0) = 0, \quad |x_i| < a_i, \quad i = \overline{1, N}. \quad (4)$$

Також на поверхнях тріщин розривні переміщення зі стрибками

$$\langle w_i \rangle = w_i(x_i, +0) - w_i(x_i, -0) = \chi_i(x_i), \quad |x_i| < a_i, \quad i = \overline{1, N}. \quad (5)$$

За таких умов ставиться задача визначення напруженого стану в околі тріщин.

Для розв'язання задачі переміщення подається у вигляді

$$w(r, \varphi) = \sum_{i=1}^N w_i(r, \varphi) + w_0(r, \varphi),$$

де $w_i(r, \varphi)$ – розривні розв'язки [2] рівняння (1) зі стрибками переміщень (5); $w_0(r, \varphi)$ – деяка невідома функція, яка є розв'язком (1) і за рахунок якої будуть задовольнятися умови (2), (3) на поверхні циліндра. Далі ця функція подається у вигляді лінійної комбінації частинних розв'язків рівняння Гельмгольца (1). Це дає можливість спершу задовольнити умови на тріщинах, що приводить до сукупності систем інтегро-диференціальних рівнянь, які відрізняються лише правими частинами. Наближені розв'язки цих систем отримано методом механічних квадратур. Після цього з умов на границі методом колокації визначаються невідомі коефіцієнти лінійної комбінації.

У результаті отримано наближені формули для розрахунку КІН, за допомогою яких досліджено вплив на їх значення частоти коливань, геометричних розмірів циліндра, розташування тріщин в ньому, а також проведено числове дослідження резонансних явищ.

1. Поручиков В.Б. Методы динамической теории упругости. Москва: Наука, 1986. 328 с.

2. Попов В.Г. Сравнение полей перемещений и напряжений при дифракции упругих волн сдвига на различных дефектах: трещина и тонкое жесткое включение. *Динамические системы*. 1993. Вып. 12. С. 35-41.

УДК 519.6

О.А. Коваленко¹

Ю.В. Бразалук², канд. физ.-мат. наук

А.И. Губин², канд. техн. наук, доц.

Д.В. Евдокимов²

*¹Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное»
им. М.К. Янгеля»*

(Днепр, Украина)

*²Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара
(Днепр, Украина, 7204924@gmail.com)*

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУР В ТЕЛАХ С ВАКУУМИРОВАННЫМИ ТРЕЩИНАМИ

Разнообразие материалов, конструкций и систем, применяемых в современной технике и технологиях, столь велико, что представляется совершенно необходимой глубокая специализация вычислительных подходов, позволяющих учесть специфические особенности подлежащих расчету объектов. Примерами подобных систем с особенностями, заметно усложняющими расчетные процедуры, являются поля температур в твердых телах с тонкими вакуумированными трещинами, которым и посвящена настоящая работа. Очевидной особенностью такого класса задач является теплообмен излучением, имеющий место в поперечном направлении к поверхности тонких трещин. Не вдаваясь в подробности физики теплообмена излучением, отметим лишь, что наличие теплообмена через трещину предполагает наличие разрыва температур поперек трещины, что означает необходимость отыскивать решение задачи теплопроводности в классах разрывных функций. Ещё одной особенностью рассматриваемого класса задач усложняющей его анализ, являются нелинейные граничные условия в виде закона Стефана-Больцмана на поверхностях, где имеет место теплообмен излучением.

Вакуумированные трещины могут иметь совершенно произвольную форму, что затрудняет построение сеток классических методов решения задач теплопроводности – метода конечных разностей и метода конечных элементов. Но именно вблизи трещин необходимо проводить наиболее сложные и ресурсоемкие вычисления, поскольку на их поверхности локализованы сильные нелинейности и разрывы. В таких обстоятельствах вполне естественным представляется выбор методов вычислительной теории потенциала в качестве основного инструмента численного анализа. В ряде случаев теория потенциала позволяет получить чисто граничную постановку задачи, то есть исключить дискретизацию области, а сам вычислительный процесс локализовать на её границах, в том числе и на поверхности трещины. При этом для поверхности

трещины будут записаны нелинейные граничные интегральные уравнения независимо от того, являются линейными или нелинейными граничные интегральные уравнения, полученные для других частей границы области.

Для численного решения описанных выше нелинейных граничных интегральных уравнений использовался метод граничных элементов, согласно которому границы области решения разбивались на достаточно малые части, называемые граничными элементами, а известные и неизвестные граничные значения искомой температуры и её нормальной производной аппроксимировались на некотором конечном множестве пробных функций, включающих подлежащие определению произвольные. При необходимости, область решения или её часть также некоторым образом разбивалась на достаточно малые конечные элементы, однако это значительно снижало вычислительную эффективность описанных далее расчетных процедур.

Простоты ради, все расчеты в настоящей работе были проведены для плоских стационарных температурных полей, что позволило без труда варьировать параметры расчетной схемы. К сожалению, к настоящему времени, вопросы численного решения нелинейных граничных интегральных уравнений разработаны явно недостаточно, поэтому для решения полученной в результате применения граничноэлементной аппроксимации системы нелинейных алгебраических уравнений применялись метод итераций и метод Ньютона, а рассчитанные данные сравнивались между собой. Оба алгоритма решения систем нелинейных алгебраических уравнений продемонстрировали приемлемую скорость сходимости. Следует отметить, что при заметном изменении характерных температур процесса поле температур в теле, ослабленном вакуумированными трещинами, менялось весьма значительно, что было показано в вычислительных экспериментах.

УДК 004.43

В.М. Колодяжний¹, д-р фіз.-мат. наук, проф.

В.Л. Аносов²

Л.М. Богданова², канд. техн. наук

В.Д. Літовка²

¹*Харківський національний автомобільно-дорожній університет*

(Харків, Україна, vladmax1949@ukr.net)

²*Донбаська державна машинобудівна академія*

(Краматорськ, Україна, darkness481@gmail.com)

ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ СТРУКТУРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ КОНСТРУКЦІЇ ФРЕЗИ НА ОСНОВІ МУЛЬТИАГЕНТНОГО ПІДХОДУ

Пріоритетною ціллю будь-якого машинобудівного, металургійного, транспортного або іншого виробничого підприємства є якісне та швидке автоматизоване проектування. Воно дозволяє досягти високого економічного та технологічного ефекту від впровадження [1].

На виробництві часто стає завдання не тільки побудови моделі конструкції, але й вибору оптимального її варіанту з декількох можливих альтернатив і з урахуванням певних обмежень, властивостей та технічних характеристик.

Новизна даної роботи полягає в розробці системи підтримки прийняття рішень, що визначає оптимальну конструкцію ріжучого інструменту – фрези на основі поєднання методу резолюцій, розрахунку статичних, динамічних характеристик конструкції з подальшою оптимізацією її продуктивності, надійності та енергоефективності. Пропонується архітектура системи, що побудована на інтеграції CAD/CAE-систем з мультиагентною системою (МАС).

В основі мультиагентного підходу лежить поняття мобільного програмного агента, який реалізований і функціонує як самостійна спеціалізована комп'ютерна програма або елемент штучного інтелекту. На відміну від класичного способу, коли проводиться пошук деякого чітко детермінованого алгоритму, в мультиагентних технологіях рішення виходить автоматично в результаті взаємодії декількох самостійних цілеспрямованих програмних модулів – агентів [2].

Традиційні програмні системи здатні діяти строго по закладених у них програмах і в чітких послідовностях. Головна перевага МАС – це гнучкість. МАС здатні орієнтуватися в складній обстановці, мати справу з нечітко поставленими завданнями, адаптуватися до умов, що міняються. У МАС кожній сутності ставиться у відповідність програмний агент, який представляє її інтереси [3, 4].

Багато МАС мають комп'ютерні реалізації, що ґрунтовані на покроковому імітаційному моделюванні. В даній роботі для побудови мультиагентної

системи використовується бібліотека Jade в середовищі розробки Eclipse мови Java.

Змінними показниками будуть геометричні форми та розміри фрези. Для кожного варіанту геометричної форми буде виконуватися побудова 3D-моделі фрези та розрахунок її статичних та динамічних характеристик. Вибір конструкції фрези буде знайдено за допомогою роботи системи декількох інтелектуальних агентів. Функції розроблюваної програми подано на рис. 1.

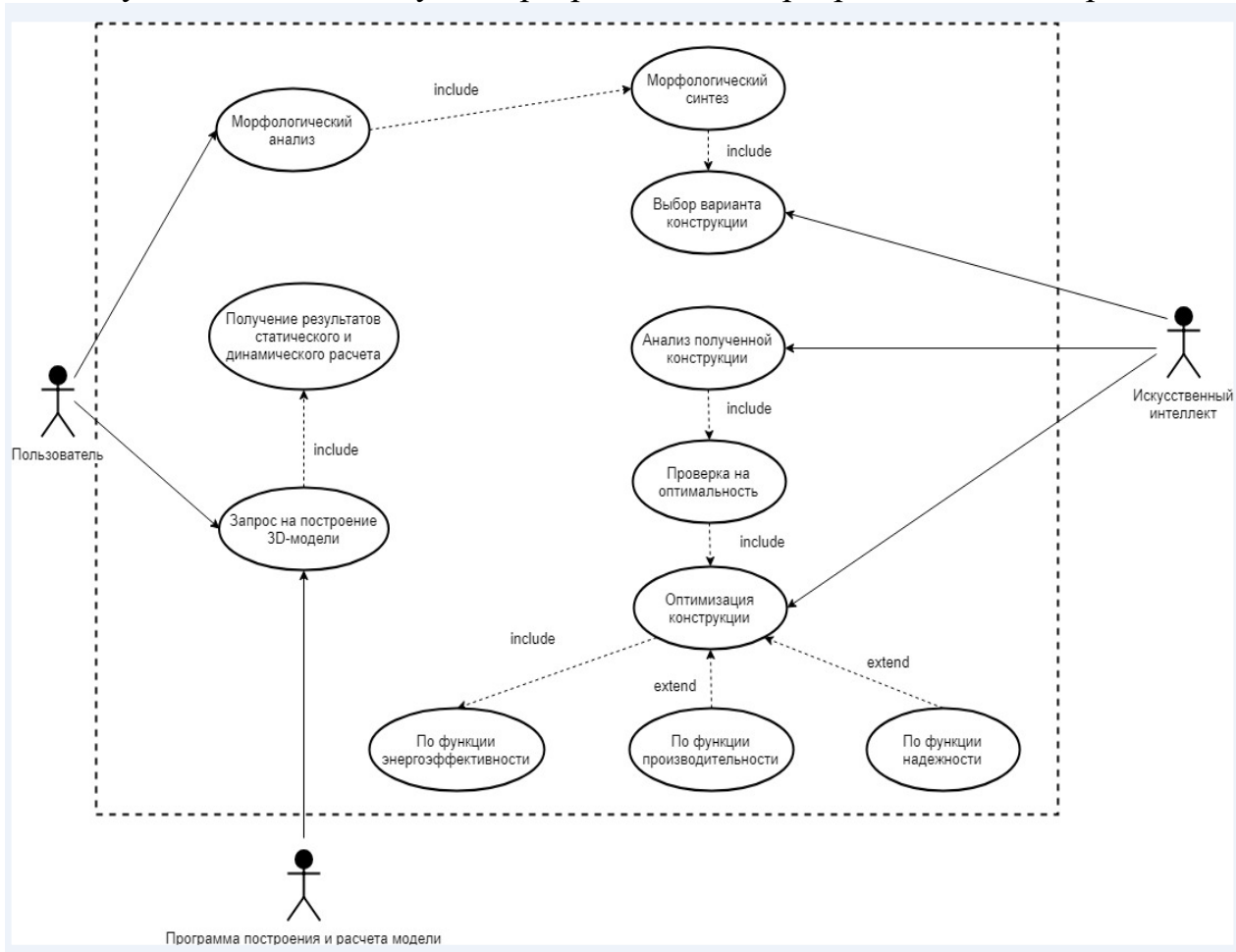


Рис. 1. Діаграма прецедентів програмного комплексу

Запропонована інтелектуальна система дозволить суттєво зменшити витрати часу на проектування конструкції інструменту [5], мінімізувати помилки при виборі конкретної фрези, що підвищить якість процесу фрезерування,

1. Сенькин Е.Н. Подсистема многокритериальной параметрической оптимизации режущего инструмента. *Станки и инструмент*. 1989. № 4. С. 15–17.

2. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный поход. Москва: Издательский дом «Вильямс», 2006. 1408 с.

3. Субботин С.О., Олейник А.О., Олейник О.О. Неитеративные, эволюционные и мультиагентные методы синтеза нечеткологических и нейросетевых моделей: монография. Субботина С.О. (ред.). Запорожье: ЗНТУ, 2009. 375 с.

4. Multiagent Systems. A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence: Gerhard Weiss (ed.). Massachusetts: MIT Press, 1999. 619 p.

5. Фреза торцева зі ступінчастою схемою різання: пат. № 32129 Україна, МПК (2006) B23 C5/02. Гузенко В.С., Бабін О.Ф., Аносов В.Л. № у 2007 12614; заявл. 14.11.2007. Опубл. 12.05.2008. Бюл. № 9.

УДК 536.24:621.039

А.О. Костіков, чл.-кор. НАН України

С.В. Альохіна, канд. техн. наук, ст. наук. співроб.

*Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України
(Харків, Україна, kostikov@ipmach.kharkov.ua)*

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ЗАБЕЗПЕЧЕННІ БЕЗПЕЧНОГО ЗБЕРІГАННЯ ВІДПРАЦЬОВАНОВОГО ЯДЕРНОГО ПАЛИВА

Як відомо, в Україні відсутній повний ядерний паливний цикл, в зв'язку з чим виникає дуже серйозна і з економічної, і з екологічної точок зору проблема поводження з відпрацьованим ядерним паливом (ВЯП). Для її вирішення свого часу на державному рівні була прийнята концепція так званого відкладеного рішення, коли ВЯП відправляється на довгострокове зберігання. На Запорізькій АЕС пристанційне сухе сховище відпрацьованого ядерного палива було введено в експлуатацію в 2001 р. В ньому на відкритому повітрі встановлені бетонні контейнери, всередині кожного з яких розміщена герметична металева корзина, що містить відпрацьовані паливні збірки, які знаходяться в інертному газовому середовищі – гелії. Відведення остаточного тепловиділення відбувається за рахунок природної тяги атмосферного повітря у вентиляційному тракті контейнера. Серед критеріїв безпечної експлуатації такого сховища є й теплові: неперевищення максимально допустимих температур оболонок твелів, а саме – 350 °С у тривалому режимі і 450 °С у короткостроковому аварійному.

Необхідність застосування методів моделювання й ідентифікації при дослідженні теплових процесів у такому енергетичному об'єкті пов'язана перш за все, з неможливістю його ретельного експериментального дослідження через причини радіаційної безпеки. Єдина тепла інформація, яка вимірюється на сховищі відпрацьованого ядерного палива Запорізької АЕС – це температура охолоджуючого повітря у вихідних вентиляційних каналах. Цієї інформації замало для того, щоби мати уявлення про детальний температурний стан відпрацьованого ядерного палива всередині контейнера.

Для дослідження теплового стану контейнерів з ВЯП застосовувалася математична модель спряженого теплообміну. Задача розглядалася в тривимірній нелінійній постановці з урахуванням турбулентності течії охолоджуючого повітря і гелію та променевого теплообміну між поверхнями металевої корзини, бетонного корпусу, паливних збірок. Для розв'язання задачі застосовувався ітераційний підхід із використанням моделей різного рівня складності. Розглядалося 5 рівнів моделей: група контейнерів на майданчику зберігання, окремий контейнер з ВЯП, корзина зберігання ВЯП, відпрацьована паливна збірка, твел. Алгоритм розрахунку будується на ітераційному процесі поперемінного використання моделей низького та високого рівня, в ході якого уточнюються дані, що зв'язують ці моделі, а саме – результати розрахунку на

моделях низького рівня дозволяють сформулювати граничні умови для моделей високого рівня, а на основі температурних полів, що отримані з використанням моделей високого рівня, ідентифікуються еквівалентні теплофізичні властивості для моделей низького рівня.

Впродовж майже 15 років дослідження теплових процесів в сухому сховищі відпрацьованого ядерного палива Запорізької АЕС співробітниками ІПМаш НАН України було отримано такі висновки та рекомендації щодо його експлуатації:

- Обґрунтовано теплову складову безпеки експлуатації сховища після побудови захисної огорожі.
- Обґрунтовано теплову складову безпеки вводу в дію другої черги сховища.
- Визначено умови безпечного зберігання в сховищі відпрацьованих паливних збірок типу ТВС-А з підвищеним рівнем остаточного тепловиділення.
- Уперше в світі звернуто увагу на проблему підвищення температури ВЯП внаслідок вітрового впливу при окремих значеннях швидкості вітру і кутів натікання на вихідні вентиляційні канали, що призводить до закупорки одного з них.
- Розроблено рекомендації стосовно захисної конструкції, яка запобігатиме блокуванню вентиляційних каналів внаслідок вітрового впливу.
- Розроблено рекомендації стосовно модернізації системи моніторингу теплового стану контейнерів зберігання.
- Доведено можливість відвантаження у сховище паливних збірок із більш високим залишковим тепловиділенням, ніж це передбачено проектною документацією, через те, що при перевірці критеріїв теплової складової безпеки експлуатації сховища в екстремальних літніх температурних умовах можна використовувати середньодобову температуру атмосферного повітря на відміну від максимальної добової температури повітря. Це обумовлено тим, що добові коливання максимальних температур відпрацьованих паливних збірок відбуваються із значно меншою амплітудою (до 1 °C), ніж коливання температури атмосферного повітря.
- Показано, що добові коливання інтенсивності сонячної інсоляції не призводять до суттєвих змін температури відпрацьованих паливних збірок. Проте зміни температури поверхні бетонного контейнера сягають кількох десятків градусів, що може бути чинником появи тріщин, які спостерігаються на поверхні бетонних корпусів контейнерів зберігання.
- Методологію, яку було розроблено для моделювання, ідентифікації і оптимізації теплових процесів в сухому сховищі ВЯП Запорізької АЕС, адаптовано для проведення робіт по забезпеченню теплових режимів при зберіганні збірок реакторів РБМК-1000 на об'єкті ХОЯТ-2 в Чорнобильській зоні, а також планується застосувати при дослідженні теплових процесів у Центральному сховищі відпрацьованого ядерного палива.

УДК 539.3

П.З. Луговой¹, д-р техн. наук, проф.

А.П. Шугайло²

А.М. Колупаев²

¹Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины
(Киев, Украина, plugovyy@inmtech.kiev.ua)

²ГП «Государственный научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности»
(Киев, Украина, ap_shugaylo@sstc.com.ua, am_kolupaev@sstc.com.ua)

РАЗРАБОТКА РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛООБМЕННЫХ ТРУБ ПАРОГЕНЕРАТОРА С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ЗОН СКОПЛЕНИЯ ШЛАМА НА ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Теплообменные трубки (ТОТ) парогенератора (ПГ) являются границей контура давления между первым (радиоактивным) и вторым (чистым) контурами атомной энергетической установки. Обеспечение целостности ТОТ является важной практической задачей при эксплуатации атомной станции. С учетом особенностей температурного и водно-химического режимов эксплуатации ПГ образуются зоны скопления шлама, который, налипая на трубки, может оказывать влияние в виде дополнительной массы на погонный метр трубки, влиять на условия закрепления трубки в опорах и т.д. [1].

Для оценки влияния шлама на напряженно-деформированное состояние (НДС) ТОТ разработана и верифицирована расчетная модель. Эта модель создана на основе проектной документации с учетом обобщённых результатов эксплуатационного контроля и оценки состояния ТОТ ПГ на разных этапах эксплуатации [2].

Опорные решетки, через которые проходят ТОТ, сконструированы таким образом, что при разогреве и расхолаживании трубки должны свободно перемещаться в опорных местах и дополнительных усилий и моментов в местах их крепления не возникает. А скопление шлама по длине трубки и в опорах может приводить к изменению условий опирания трубки.

Для оценки целостности ТОТ выбраны внешняя линия ТОТ верхнего слоя трубчатки, имеющая максимально большие расстояния между опорными элементами, и фрагмент, находящийся в зоне максимальной загрязненности шлама [3].

Для детального анализа НДС было выбрано 3 линии ТОТ внешнего U-образного пучка и 4 линии ТОТ внутреннего U-образного пучка. Выбор данных трубок обусловлен следующими факторами: геометрическая форма (выбранные линии охватывают все разновидности форм ТОТ по трассировке); ТОТ с максимально большими расстояниями между опорными элементами.

Конечноэлементная модель была создана в расчетном комплексе «ANSYS 16», разрешенного ГП НАЭК «Энергоатом» к применению для

обоснования безопасности.

При моделировании линий ТОТ использовались плоские 4-х и 3-х узловые оболочечные элементы типов Quad4 и Tri3. Элементы «shell» типа Quad4 применены при построении общей расчетной модели для статического анализа НДС при нормальных условиях эксплуатации.

Нагрузки и граничные условия приняты следующим образом: внутреннее давление при нормальных условиях эксплуатации 9,8 МПа; температура поверхности линии ТОТ 350° С; нагрузка на трубопровод от массы находящейся в нем среды вес 1 м.п. трубы = 0,558 кг; вес среды, содержащейся в 1 м.п. трубы: 0,133 кг; приведенная удельная плотность трубы с теплоносителем 10162 кг/м³.

Особое внимание уделено корректному моделированию кинематических граничных условий взаимодействия ТОТ с опорными конструкциями в местах установки трубок в дистанционирующих устройствах согласно проектно-конструкторской документации. Поскольку скопление шлама по длине трубки и в опорах может приводить к изменению условий опирания трубки, то в этом случае дистанционирующие элементы системы опорных конструкций реализованы моделированием упругих опор с расчётными характеристиками жесткостей K1 и K2 с целью приблизить моделируемые условия к реальным.

На первом этапе создания модели ТОТ для оценки влияния шлама на ГУ выполнен ряд итерационных расчетов: расчет НДС ТОТ для условий проектного расположения и опирания трубок; расчет НДС для условия начального образования шлама, накопления шлама и его образования в нескольких местах по длине трубки.

Итерационный анализ результатов расчетов в зависимости от уточнения ГУ показал их существенное влияние на конечный результат.

1. Кирияченко В.А., Черкашин А.С., Черкашина Н.И., Радчук И.В. Анализ статистики выхода из строя теплообменных труб парогенератора. *Збірник наукових праць СХУЯЕтаП*. 2011. № 4 (40). С. 29-33.

2. ПНАЭ Г-7-002-86. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. М.: Энергоатомиздат, 1989. 524 с.

3. Крицкий В.Б., Луговой П.З., Шугайло А.П. Бажуков А.В., Биндус М.Г., Чучуй Н.Г. Методология оценки прочности фрагментов трубопроводов второго контура, подверженных эрозионно-коррозионному износу. *Надежность и долговечность машин и сооружений: междунар. науч.-техн. сб.* 2004. № 1. С. 130-136.

УДК 517.95+518.517+629.735.33-519

К.В. Максименко-Шейко^{1,2}, д-р техн. наук, ст. науч. сотр.

Т.И. Шейко¹, д-р техн. наук, проф.

А.И. Морозова³

¹Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
(Харьков, Украина, sheyko@ipmach.kharkov.ua)

²Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
(Харьков, Украина)

³Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(Харьков, Украина)

R-ФУНКЦИИ В АНАЛИТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ДЛЯ ИХ РЕАЛИЗАЦИИ НА 3D-ПРИНТЕРЕ

Одной из новых технологий, которая в последнее время получает растущую популярность, стала 3D-печать, позволяющая создавать объемные модели любых предметов при помощи 3D-принтера. С помощью программы можно посмотреть на прототип со всех ракурсов, увидеть реальные размеры, пропорции, а также еще на стадии моделирования исправить ошибки и усовершенствовать продукт. Технологию 3D-печати называют третьей промышленной революцией. Компания 3D Systems Corporation (США) объявила об успешном испытании трехмерного принтера BFB-3000 в условиях невесомости. В настоящее время все необходимые в космосе предметы и детали изготавливаются на Земле, и только после стыковки на орбите космонавты получают требуемые предметы. 3D-принтер позволяет облегчить создание и обустройство жизненного пространства на орбите, снижая потребность в доставке грузов с Земли. Инженеры NASA строят ракету из специального пластика, используя 3D-принтер с технологией селективного лазерного спекания. Все более востребованными становятся беспилотные летательные аппараты (БПЛА), что обусловлено рядом преимуществ перед пилотируемой авиацией: отсутствием экипажа, относительно небольшой стоимостью БПЛА при больших продолжительности и дальности полета.

Цель работы заключается в создании математических и компьютерных моделей ряда ЛА на основе теории R-функций для реализации технологии 3D-печати.

Все построения выполнены с использованием как простейших R-операций

$$fk \wedge_0 fl = fk + fl - \sqrt{fk^2 + fl^2}; \quad fk \vee_0 fl = fk + fl + \sqrt{fk^2 + fl^2},$$

так и R-операций для сглаживания острых кромок и углов [1]

$$fk \wedge_\rho fl = fk + fl - \sqrt{fk^2 + fl^2 + \frac{FR}{8\rho^2}(|FR + FR|)};$$

$$fk \vee_\rho fl = fk + fl + \sqrt{fk^2 + fl^2 + \frac{FR}{8\rho^2}(|FR + FR|)}; \quad FR = \rho^2 - fk^2 - fl^2, \quad \text{а также}$$

периодических функций
$$\mu(n\theta) = \frac{8}{n\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin \left[(2k-1) \frac{n\theta}{2} \right]}{(2k-1)^2},$$
 позволяющих

транслировать построенные объекты заданное число раз. В работе применялась как хорошо известная методика стандартных примитивов, так и блендинг на каркасе [2, 3].

В качестве одного из примеров рассмотрим уравнение макетов ракет-носителей (РН), предназначенных для выведения в космос грузовых и пилотируемых транспортных кораблей с экипажем на борту (рис. 1, а)

$$f11 = (R^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 z(L - z) \geq 0; f1 = \left(1 - \frac{x^2}{R^2} - \frac{y^2}{R^2} - \frac{(z-L)^2}{(4R)^2} \right) \vee_0 f11 \geq 0;$$

$$fs = ((R+e)^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 z(Le - z) \geq 0; f1n = f1 \vee_0 fs \geq 0;$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x}; ff = \frac{\theta n o}{2}; \mu = \frac{8}{\pi n o} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{\sin \left[(2k-1) \frac{n o \theta}{2} \right]}{(2k-1)^2};$$

$$x1 = \rho \cos \mu - R - rn - e/4; y1 = \rho \sin \mu; f22 = (rn^2 - x1^2 - y1^2) \wedge_0 z(ln - z) \geq 0;$$

$$f2 = \left(1 - \frac{x1^2}{rn^2} - \frac{y1^2}{rn^2} - \frac{(z-ln)^2}{(2rn)^2} \right) \vee_0 f22 \geq 0; W = f1n \vee_0 f2 \geq 0.$$

Меняя значения буквенных параметров, получим семейство РН. При этом данный алгоритм позволяет автоматически пересчитывать все необходимые для построения константы.

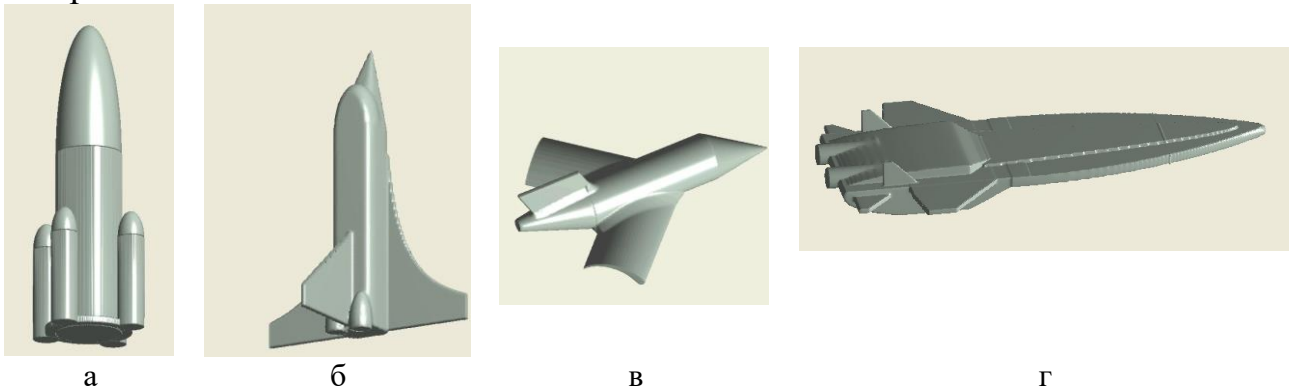


Рис. 1. Примеры ЛА, рассмотренные в работе

Построены также уравнения макетов космического корабля (рис.1, б), ряда БПЛА (рис.1, в, г) и других примеров ЛА. Полученные уравнения моделей объектов визуализированы с помощью программы **RFPreview** [3], а их реализация на 3D-принтере выполнена в ИПМаш им. А.Н. Подгорного НАН Украины.

1. Максименко-Шейко К.В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. 306 с.

2. Литвинова Ю.С., Максименко-Шейко К.В., Шейко Т.И., Толоч А.В. Аналитическая идентификация машиностроительных деталей с помощью R-функций. *Информационные технологии в проектировании и производстве*. 2016. № 1 (161). С. 38-44.

3. Лисин Д.А., Максименко-Шейко К.В., Толоч А.В., Шейко Т.И. R-функции в компьютерном моделировании дизайна 3D-поверхности автомобиля. *Прикладная информатика*. 2011. № 6 (36). С. 78-85.

УДК 536.24:621.039.584

Ю.М. Мацевитий^{1,2}, акад. НАН України

С.В. Альохіна^{1,2}, канд. техн. наук, ст. наук. співроб.

А.О. Костіков¹, чл.-кор. НАН України

Д.І. Луньов²

¹*Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України
(Харків, Україна, alyokhina@ipmach.kharkov.ua)*

²*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
(Харків, Україна, alyokhina@karazin.ua)*

ЗАСТОСУВАННЯ БАГАТОРІВНЕВОЇ МЕТОДОЛОГІЇ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ТЕПЛОВОГО СТАНУ СУХОГО СХОВИЩА ВІДПРАЦЬОВАНОГО ЯДЕРНОГО ПАЛИВА РЕАКТОРІВ РБМК-1000

Для країн із розімкненим ядерним паливним циклом часто використовують стратегію тимчасового сухого зберігання відпрацьованого ядерного палива (ВЯП). В Україні така стратегія використовується протягом останніх 10 років для діючих реакторів ВВЕР-1000 Запорізької АЕС, але все ще залишається невирішеним питання поводження з відпрацьованим паливом реакторів РБМК-1000 знятої з експлуатації Чорнобильської АЕС. Паливо цієї електростанції планується зберігати сухим способом у зоні відчуження в сховищі (ХОЯТ-2), що має модульну структуру. Підвищення безпеки експлуатації сухих сховищ ВЯП є пріоритетною задачею, виконання якої неможливе без наукового супроводу, що включає дослідження радіаційних та теплових параметрів палива, що зберігається.

Зважаючи на особливості об'єкта дослідження, методики визначення його радіаційних та теплових параметрів базуються на проведенні чисельних досліджень. Для визначення теплового стану ВЯП пропонується використання багаторівневої методики [1], яка добре зарекомендувала себе при дослідженні теплового стану ВЯП реакторів ВВЕР-1000, що зберігається сухим способом у вентильованих контейнерах на Запорізькій АЕС. Методика базується на розбитті розрахункової області на частини та поетапному розв'язанні прямих спряжених та обернених задач теплообміну для кожної з них. Зв'язок між частинами розрахункових областей відбувається через граничні умови та еквівалентні теплофізичні властивості компонентів, що визначаються у результаті розв'язання оберненої задачі теплообміну. Для окремого модуля ХОЯТ-2 із застосуванням вищезазначеної методики були проведені розрахунки та отримані температурні поля ВЯП, основного обладнання зберігання та температурне поле і поле швидкостей вентиляційного повітря.

1. Alyokhina S., Goloshchapov V., Kostikov A., Matsevy Yu. Simulation of thermal state of containers with spent nuclear fuel: multistage approach. *Intern. J. of Energy Research*. 2015. Vol. 39, Iss. 14. P. 1917–1924. DOI: 10.1002/er.3387

УДК 536.24

Ю.М. Мацевитый, акад. НАН Украины

А.О. Костиков, чл.-корр. НАН Украины

Н.А. Сафонов, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.

В.В. Ганчин

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
(Харков, Украина, matsevit@ipmach.kharkov.ua)*

К РЕШЕНИЮ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ КОМПОЗИТНЫХ СРЕД

Решение обратных задач теплопроводности для идентификации параметров математических моделей имеет особенное значение как важный этап обеспечения адекватности этих моделей при наличии экспериментальной информации об исследуемом тепловом процессе. В данном докладе линейная обратная задача теплопроводности рассматривается как задача определения теплового сопротивления и теплового потока на границе по данным измерений температур в одной или нескольких внутренних точках пространственной области. В данной работе для получения устойчивого решения обратной задачи теплопроводности применяется метод регуляризации А.Н. Тихонова с эффективным алгоритмом поиска регуляризирующего параметра [1].

Рассмотрим тепловой процесс в двухслойной пластине с реальным контактом между слоями, описываемый следующими уравнениями

$$C_1 \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L_1, \quad C_2 \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad L_1 < x < L, \quad \tau > 0, \quad (1)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = 0, \quad \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x} = Q(\tau), \quad x = L, \quad \tau > 0, \quad (2)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_1-0} = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_1+0}, \quad \left(\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{R(\tau)} T \right) \Big|_{x=L_1-0} = \frac{1}{R(\tau)} T \Big|_{x=L_1+0}, \quad \tau > 0, \quad (3)$$

$$T(x, 0) = T_0, \quad (4)$$

$$T(x_j, \tau_k) = T_{j,k}^{\text{эк}}, \quad \tau_k = k\Delta\tau, \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (5)$$

где $Q(\tau)$, $R(\tau) > 0$ – искомые тепловой поток и термическое контактное сопротивление; x – пространственная координата; τ – время; λ_i, C_i , $i = 1, 2$ – теплопроводность и массовая теплоёмкость для каждой среды соответственно; L – толщина слоя композитной среды; L_1 – толщина первого слоя; T – температура; T_0 – начальная температура; $\Delta\tau$ – интервал времени между измерениями; m – количество измерений за время исследования; n – количество точек измерений в исследуемой области $T_{j,k}^{\text{эк}}$, $j = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, m}$, – температуры, полученные в результате теплофизического эксперимента с

погрешностью, которая характеризуется случайной величиной, распределённой по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 .

Представим искомые тепловые потоки на границе $Q(\tau)$ и на границе раздела $Q_R(\tau)$ в виде

$$Q(\tau) = \sum_{j=1}^{n_Q} q_{Q,j} \varphi_{Q,j}(\tau), \quad Q_R(\tau) = \sum_{j=1}^{n_R} q_{R,j} \varphi_{R,j}(\tau),$$

где $\varphi_{Q,j}(\tau)$, $j = \overline{1, n_Q}$ и $\varphi_{R,j}(\tau)$, $j = \overline{1, n_R}$ – некоторые финитные базисы на всем интервале измерения температур; $q_{Q,j}$, $j = \overline{1, n_Q}$ и $q_{R,j}$, $j = \overline{1, n_R}$ – искомые коэффициенты.

Тогда, следуя принципу суперпозиции с целью использования метода функций влияния [2], температурное поле можно представить в виде

$$T(x, \tau) = \bar{T}(x, \tau) + \sum_{j=1}^{n_Q+n_R} q_j T_j(x, \tau),$$

где $\vec{q} = (q_{Q,1}, \dots, q_{Q,n_Q}, q_{R,1}, \dots, q_{R,n_R})$; $\bar{T}(x, \tau)$ – решение краевой задачи (1 – 4) с неоднородным начальным условием (4) и однородными граничными условиями для каждой среды; $T_j(x, \tau)$, $j = \overline{1, n_Q + n_R}$ – решение краевой задачи (1 – 4) с однородным начальным условием и неоднородным граничным условием второго рода в следующем виде: $\lambda_2 \frac{\partial T_j}{\partial x} = \begin{cases} \varphi_{Q,j}(\tau), & x = L \\ 0, & x = L_1 \end{cases}$ для $j = \overline{1, n_Q}$ и

$\lambda_2 \frac{\partial T_j}{\partial x} = \begin{cases} 0, & x = L \\ \varphi_{R,j-n_Q}(\tau), & x = L_1 \end{cases}$ для $j = \overline{n_Q + 1, n_Q + n_R}$, то есть функции влияния для данного случая.

Регуляризирующий алгоритм А.Н. Тихонова для решения линейной обратной задачи (1) – (5) сводится к минимизации функционала

$$J = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m [T(x_i, \tau_k) - T_{i,k}^{\text{экс}}]^2 + \alpha \Omega[Q],$$

где α – параметр регуляризации; $\Omega[Q]$ – стабилизирующий функционал; $T(x_i, \tau_k)$ и $T_{i,k}^{\text{экс}}$ – моделируемая температура и температура из теплофизического эксперимента.

Идентификация потока на границе раздела сред позволяет, используя граничное условие (3), определить термическое сопротивление.

В докладе приводятся результаты идентификации тепловых потоков и термического сопротивления для задач с композитными средами.

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1979. 288 с.

2. Мацевитый Ю.М. Обратные задачи теплопроводности. В 2-х т. Т. 1. Методология. Киев: Наук. думка, 2002. 408 с. Т. 2: Приложения. Киев: Наук. думка, 2003. 392 с.

УДК 539.3

В.Ю. Мірошніков, канд. техн. наук, доц.

*Харківський національний університет будівництва та архітектури
(Харків, Україна, m0672628781@gmail.com)*

ТРЕТЯ ОСНОВНА ЗАДАЧА ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ ПІВПРОСТОРУ З КРУГОВИМИ ЦИЛІНДРИЧНИМИ ПОРОЖНИНАМИ

У роботі представлено аналітико – чисельне розв’язання третьої основної просторової задачі теорії пружності (на межах задані напруження та переміщення) для ізотропного півпростору з декількома паралельними круговими циліндричними порожнинами. Як приклад, подано докладний числовий аналіз напружено-деформованого стану півпростору з двома порожнинами і вивчено взаємний вплив порожнин та межі півпростору.

Робота основана на узагальненому методі Фур’є [1 – 5] та є продовженням тематики автора [4, 5].

Постановка задачі. Пружний однорідний півпростір має N кругових циліндричних паралельних порожнин, непересічних між собою і межею півпростору. Межа півпростору розташована на відстані $y=h$. Рівняння межі півпростору $S_d - y=h$, поверхні циліндрів $S_p - \rho_p=R_p$. На межах порожнин та на межі півпростору задані напруження або переміщення, які будемо вважати швидко спадаючими до нуля на далеких відстанях від початку координат по координаті z на циліндрах та по координатах z і x на півпросторі.

Потрібно розв’язати рівняння рівноваги Ламе за умов, що на межах N_1 циліндричних порожнин задано напруження $\vec{f}_p(\varphi_p, z)$, на межах N_2 циліндричних порожнин задано переміщення $\vec{U}_p^0(\varphi_p, z)$, $N_1 + N_2 = N$; $p = 1, 2, \dots, N$; (ρ_p, φ_p, z) – система локальних циліндричних координат, а на межі півпростору задано напруження $\vec{f}_d(x, z)$ або переміщення $\vec{U}_d^0(x, z)$.

Розв’язання задачі шукаємо у вигляді

$$\begin{aligned} \vec{U} = & \sum_{k=1}^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_k(\lambda, \mu) \cdot \vec{u}_k^{(+)}(x, y, z; \lambda, \mu) d\mu d\lambda + \\ & + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^3 \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{k,m}^{(p)}(\lambda) \vec{S}_{k,m}(\rho_p, \varphi_p, z; \lambda) d\lambda, \end{aligned} \quad (1)$$

де $\vec{S}_{k,m}(\rho_p, \varphi_p, z; \lambda)$ і $\vec{u}_k^{(+)}(x, y, z; \lambda, \mu)$ – базисні розв’язки рівняння Ламе, а невідомі функції $H_k(\lambda, \mu)$ і $B_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ необхідно знайти із крайових умов.

При розв’язанні задачі скористаємось узагальненим методом Фур’є та використаємо особливі формули переходу в базисних розв’язках між локальними циліндричними системами координат, пов’язаними з циліндрами, а також формули переходу від декартової системи координат, пов’язаної з

півпростором, до циліндричної системи координат, пов'язаної з кожним циліндром та навпаки, від локальної циліндричної системи координат до декартової системи координат півпростору.

Задача зводиться до сукупності нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Результати. Вивчено напружений стан для півпростору з двома паралельними циліндричними порожнинами при двох різних граничних умовах.

1. На межі півпростору задані переміщення у вигляді $U_y = U_z = U_x = 0$, на межах циліндричних порожнин задані напруження у вигляді

$$\sigma_{\rho}^{(p)} = -\left(10^{-4} \cdot (z^2 + 10^2)^2\right) \cdot \left(10^{-4} \cdot (x^2 + 10^2)^2\right); \quad \tau_{\rho\phi}^{(p)} = \tau_{\rho z}^{(p)} = 0.$$

2. На межі півпростору задані напруження у вигляді

$$\sigma_y = -\left(10^{-4} \cdot (z^2 + 10^2)^2\right) \cdot \left(10^{-4} \cdot (x^2 + 10^2)^2\right); \quad \tau_{yx} = \tau_{yz} = 0,$$

на межах циліндричних порожнин задані переміщення $U_{\rho}^{(p)} = U_{\phi}^{(p)} = U_z^{(p)} = 0$.

Числові дослідження алгебраїчної системи для двох циліндрів і півпростору дають можливість стверджувати, що її рішення може бути з будь-яким ступенем точності знайдено методом редукції.

За темою дослідження можливий подальший розгляд подібної задачі контактного типу, коли на одних межах задані нормальні переміщення та дотичні напруження, або розрахунок циліндричних порожнин у шарі з різними граничними умовами.

1. Николаев А.Г., Проценко В.С. Обобщенный метод Фурье в пространственных задачах теории упругости. Харьков: Нац. аэрокосм. университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2011. 344 с.

2. Николаев А.Г., Орлов Е.М. Решение первой осесимметричной термоупругой краевой задачи для трансверсально-изотропного полупространства со сфероидальной полостью. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. Дніпропетровськ: Дніпропетров. нац. ун-т ім. О. Гончара. 2012. Вип.20. С. 253-259.

3. Проценко В.С., Українець Н.А. Применение обобщенного метода Фурье к решению первой основной задачи теории упругости в полупространстве с цилиндрической полостью. *Вісник Запоріж. нац. ун-ту*. 2015. Вип. 2. С. 193-202.

4. Мірошніков В.Ю. Третья основна задача теорії пружності в просторі з N паралельними круговими циліндричними порожнинами. *Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр.* Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». Вып. 2 (90). 2017. С. 89-103.

5. Miroshnikov V.Yu. On computation of the stress-strain state of a space weakened by a system of parallel circular cylindrical cavities with different edge conditions. 4th Intern. Conf. «Science and practice: a new level of integration in the modern world». Scope academic house. Sheffield, UK, 2017. P. 77-83.

УДК 539.3

А.С. Мішарін

В.Г. Попов, д-р фіз.-мат. наук, проф.

Національний університет «Одеська морська академія»

(Одеса, Україна, as.mishandr@gmail.com, dr.vg.popov@gmail.com)

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ БІЛЯ ТРІЩИНИ, ЩО ВІДХОДИТЬ ВІД ВКЛЮЧЕННЯ, ПРИ ДІЇ ХВИЛЕЮ ПОЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ

Сучасні елементи будівельних конструкцій і деталі машин досить часто містять конструктивні елементи або технологічні дефекти, які можна розглядати як тонкі включення великої жорсткості. Армуючі елементи композитних матеріалів теж можуть представляти собою тонкі жорсткі виключення. Але як показують дослідження, тонкі жорсткі включення спричиняють значну концентрацію напружень у оточуючому середовищі, яка може привести до утворення тріщин на його продовженні. Задачі по визначенню динамічного напруженого стану навколо дефектів що представляють собою тонке включення, від краю якого під деяким кутом відходить тріщина, майже не розв'язувались.

Розглянемо подібну задачу для ізотропного тіла, в якому міститься наскрізний дефект у вигляді смугового включення, і від краю якого під деяким кутом відходить тріщина (рис. 1). В площині Oxy цей дефект займає відрізки $2d_l$, які утворюють з віссю Ox кути α_l , $l=1,2$. З дефектами взаємодіє плоска хвиля поздовжнього зсуву, яка викликає в тілі наступні переміщення уздовж осі Oz :

$$W_0(x, y) = Ae^{ik_2(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0)}, \quad k_2^2 = \frac{\rho \omega^2}{G}, \quad (1)$$

ω — частота коливань; ρ , G — густина і модуль зсуву тіла; θ_0 — кут між напрямком поширення хвилі і віссю Ox .

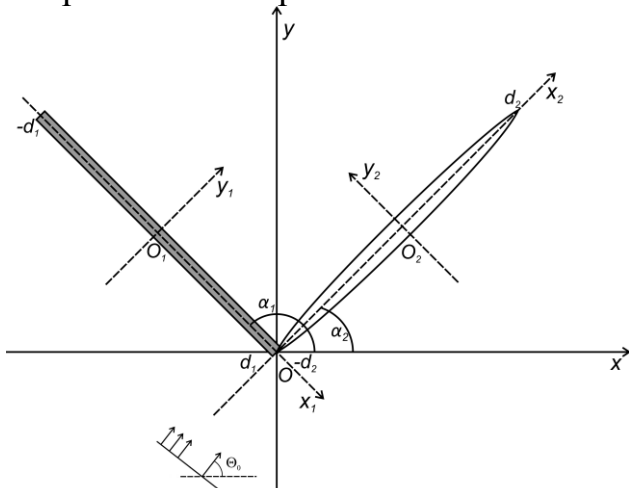


Рис. 1.

За таких умов тіло знаходиться в умовах антиплоскої деформації і єдина відмінна від нуля z — компонента вектора переміщень задовольняє рівнянню Гельмгольца:

$$\Delta W + k_2^2 W = 0$$

Для формулювання граничних умов на дефекті з включенням і тріщиною пов'язуються локальні системи координат (рис. 1). Граничні умови на тріщині сформульовані виходячи з того, що її поверхня вважається

незавантаженою, а між включенням і оточуючим середовищем реалізовані умови ідеального зчеплення

Розв'язок задачі розшукується у вигляді суперпозиції розривних розв'язків рівняння Гельмгольца, побудованих відповідно для тріщини і включення. Після цього, внаслідок реалізації граничних умов, отримаємо систему сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно стрибків напружень і переміщень на дефектах

$$\begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_1(\tau) \left[\frac{1}{\tau - \varsigma} + R_1(\tau, \varsigma) \right] d\tau - \frac{\sin \beta}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_2'(\tau) g_2(1 + \tau, 1 - \varsigma) d\tau - \\ - \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_2(\tau) R_2(\tau, \varsigma) d\tau = f_1(\varsigma), \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_2'(\tau) \left[\frac{1 + \tau}{(\tau - \varsigma)(1 + \varsigma)} + R_3(\tau, \varsigma) \right] d\tau + \frac{\kappa_0^2 \gamma_2^2}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_2(\tau) [\ln |\tau - \varsigma| + \\ + R_4(\tau, \varsigma)] d\tau - \frac{\sin \beta}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_1(\tau) [g_1(1 - \tau, 1 + \varsigma) + R_5(\tau, \varsigma)] d\tau = f_2(\varsigma), \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_1(\tau) [\ln |1 + \tau| + R_6(\tau)] d\tau + \frac{\gamma_2^2 \sin \beta}{\pi} \int_{-1}^1 \varphi_2(\tau) R_7(\tau) d\tau = f_3. \end{cases} \quad (2)$$

$$g_l(x, y) = \frac{x}{\gamma_l^2 y^2 - 2\gamma_l y x \cos \beta + x^2}, \beta = |\alpha_1 - \alpha_2|.$$

де $\varphi_1(\tau)$ і $\varphi_2(\tau)$ – функції, пов'язані з стрибками напружень і переміщень.

Як можна бачити, сингулярна складова системи (2) містить нерухомі особливості при $\tau = \pm 1$, $\varsigma = \pm 1$. Це визначає наступний вигляд для невідомих функцій

$$(\varphi_2(\tau))' = (1 + \tau)^{-\delta} (1 - \tau)^{-\frac{1}{2}} \psi_2(\tau), \varphi_1(\tau) = (1 + \tau)^{-\frac{1}{2}} (1 - \tau)^{-\delta} \psi_1(\tau),$$

де степеневий показник знаходиться за формулою

$$\delta = \frac{2\beta - 3\pi}{2(\beta - 2\pi)}, \beta = |\alpha_1 - \alpha_2|, 0 \leq \beta \leq \pi.$$

Далі невідомі функції $\psi_l(\tau)$ наближаються інтерполяційними многочленами. Така апроксимація дає можливість отримати для сингулярних інтегралів спеціальні квадратурні формули і застосувати до (2) метод колокації. Отримано формули для розрахунку КІН для тріщини і включення, досліджено вплив на їх значення кутів між включенням і тріщиною і частоти падаючої хвилі.

УДК 539.4: 621.81

В.В. Сатокін

*Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»
(Дніпро, Україна, info@yuzhное.com)*

МОДЕЛЮВАННЯ РУЙНУВАННЯ СОПЛОВОЇ МЕМБРАНИ МІКРОГАБАРИТНОГО РДТП

Соплова мембрана ракетного двигуна на твердому паливі (РДТП) призначена для створення герметичності РДТП і необхідного рівня внутрішньокамерного тиску для початку його роботи.

Для прогнозування напружено-деформованого стану (НДС) мембрани і характеру руйнування була створена 3D – копія досліджуваної мембрани з використанням програмного модуля, описаного в [1].

Моделювання руйнування мембрани проводилось в комплексі LS-DYNA.

В якості розрахункових моделей розглядались наступні мембрани:

- «ідеальна» мембрана за документацією;
- «ідеальна» мембрана з проточкою за документацією;
- 3D-копія мембрани;
- 3D-копія мембрани з проточкою;
- 3D-копія мембрани з проточкою і потовщенням на межі проточки.

Кількість скінченних елементів у мембрані вибиралась за умовою відповідності пружного моделювання в ANSYS інженерному рішенню.

Мета роботи:

- провести дослідження руйнування мембрани при експлуатаційних навантаженнях;
- визначати характер розподілу напружень у мембрані;
- вивчити відмінності в НДС і схемі руйнування «ідеальної» мембрани за кресленнями і її 3D-копії.

Проведене дослідження дає можливість при проектуванні більш широко використовувати скінченноелементне моделювання для мінімізації витрат на натурні випробування.

1. Сатокин В.В. Разработка и апробация программного модуля для построения виртуальных моделей реальных конструкций в комплексе ANSYS. *Космическая техника. Ракетное Вооружение*. Днепропетровск: ГП «КБ «Южное», 2016. № 2. С. 57-59.

УДК 621.4

Н.В. Сметанкина¹, д-р техн. наук, ст. наук. сотр.
Д.В. Ивченко²

¹*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
(Харьков, Украина, nsmetankina@ukr.net)*

²*ГП «Ивченко-Прогресс»
(Запорожье, Украина, ivchenko.dmitry@gmail.com)*

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПТИЦЕСТОЙКОСТИ РАБОЧИХ ЛОПАТОК ВЕНТИЛЯТОРА ТРДД МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Двухконтурный турбореактивный двигатель (ТРДД) является основным типом двигателя для региональных пассажирских и транспортных самолетов гражданской авиации. Каждый тип ТРДД проходит сертификацию по нормам летной годности CS-E, FAR-33, AP-33 и др. Сертификация ТРДД включает в себя комплекс испытаний, в том числе стендовые испытания по попаданию птиц в проточную часть двигателя. При этом должно быть продемонстрировано, что после попадания птиц отсутствуют опасные последствия, связанные с ТРДД, и ТРДД сохраняет работоспособность в случае попадания средних и мелких птиц.

Однако, несмотря на проведенную сертификацию, опыт эксплуатации показывает, что вероятность повреждения ТРДД при попадании птиц существует. Согласно статистике Национального бюро по расследованию авиационных происшествий и инцидентов гражданских воздушных судов, наиболее склонными к повреждениям элементами самолета при столкновении с птицами являются двигатели. При этом по данным за период 2013-2017 гг. 15 из 42 столкновений с птицами привели к повреждению ТРДД. Одно из этих столкновений привело к отказу ТРДД при взлете и существенным повреждениям выкатившегося самолета за пределы взлетной полосы [1].

При попадании птицы в ТРДД, как правило, наибольшие повреждения имеют рабочие лопасти вентилятора (РЛВ). Типичным повреждением сплошной РЛВ из титанового сплава является деформация передней кромки пера [2]. Повреждение РЛВ и других деталей ТРДД приводит к снижению надежности, проведению внеплановых инспекций и ремонтов ТРДД, увеличивая стоимость его эксплуатации.

Дальнейшее развитие ТРДД идет по пути улучшения его экономичности с одновременным снижением массы и увеличением его объемной тяги [3]. В связи с этим авиадвигателестроительные фирмы ГП «Ивченко-Прогресс», GE, P&W и R&R предлагают перспективные ТРДД, которые имеют большую степень двухконтурности и увеличенный КПД, и, соответственно, больший размер диаметра вентилятора и его рабочих лопаток, которые имеют сложную трехмерную геометрическую форму и тонкие кромки [4].

При проектировании вентилятора перспективного ТРДД возникают проблемы, так как применение сплошных РЛВ из титанового сплава не обеспечивает их требуемую прочность. Поэтому авиадвигателестроительные фирмы разрабатывают конструкции полых РЛВ, а также конструкции из композитных материалов и новых высокопрочных алюминиевых сплавов. Также для перспективных ТРДД необходимо обеспечивать стойкость РЛВ к повреждающему воздействию птиц. Решение этой актуальной проблемы связано с проведением дальнейших экспериментальных и теоретических исследований процессов удара птицы и повреждения РЛВ, в том числе с их математическим и физическим моделированием.

По аналогии с инициативой FAA по содействию применения моделирования при сертификации авиационной техники [5] процесс разработки концепта птицестойкой РЛВ можно представить в виде таких этапов:

- математическое моделирование процессов удара птицы и повреждения РЛВ; при этом математические модели верифицируются, а затем с их использованием выполняется прогноз птицестойкости РЛВ, а также возможная оптимизация конструкции РЛВ, целью которой будет достижение наибольшей стойкости к повреждающему воздействию птиц;

- физическое моделирование процессов удара птицы и повреждения РЛВ; данный этап включает экспериментальные исследования образцов и (или) отдельных РЛВ для проверки птицестойкости;

- проведение сертификационных стендовых испытаний ТРДД по попаданию в проточную часть птиц для демонстрации соответствия требованиям норм летной годности.

Второй и третий этапы также используются для валидации математических моделей.

Применение данного подхода, основанного на математическом и физическом моделировании, позволит разработать новые эффективные конструкции РЛВ, соответствующие требованиям по птицестойкости, и обеспечить безопасность полетов.

1. Аналіз стану безпеки польотів за результатами розслідування авіаційних подій та інцидентів з цивільними повітряними суднами України та суднами іноземної реєстрації, що сталися у 2017 році. Київ: Національне бюро з розслідування авіаційних подій та інцидентів з цивільними повітряними суднами, 2018. 52 с.

2. Demers Chris G. Developments in Aircraft Engine Design for Bird Ingestion: *ICAO Wildlife Symposium*. (Montreal, 16 - 18 May, 2017). Montreal, Canada, 2017.

3. Палкин В.А., Солонин В.И., Скибин В.А. Работы ведущих авиадвигателестроительных компаний в обеспечении создания перспективных авиационных двигателей (аналитический обзор). Москва: ЦИАМ, 2010. 676 с.

4. Григорьев В.В., Еланский А.В., Попуга А.И. Перспективные схемы авиационных двигателей с высокой топливной эффективностью. *Двигатели и энергоустановки аэрокосмических летательных аппаратов*. 2013. № 9 (106). С. 231-236.

5. Pellettiere J. Analytical Methods in Aerospace Applications. *Decision Making: ASME V&V Symposium*. (Las Vegas, 3-5 May, 2017). Las Vegas, USA, 2017. P. 15.

УДК 539.3

Г.Н. Тимченко, канд. техн. наук, доц.

А.А. Осетров, канд. техн. наук

И.О. Морачковская, канд. техн. наук, доц.

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

(Харьков, Украина, gntimchenko2000@gmail.com)

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ВЛИЯНИЯ СМЕШАННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Многослойные оболочки с различными врезами, а также имеющие смешанные условия закрепления широко используются для моделирования композитных элементов многих современных конструкций. Поэтому разработка методов для исследования их динамического поведения является актуальной проблемой механики. В настоящей работе предлагается численно-аналитический метод, базирующийся на применении вариационных методов и теории R-функций [1].

В данной работе рассматриваются задачи о свободных геометрически нелинейных колебаниях пологих оболочек с учетом поперечных деформаций сдвига. Математическая постановка задачи формулируется в рамках уточненной теории первого порядка. Благодаря использованию теории R-функций и вариационных методов, задача сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения, нелинейного по времени [2]. В качестве базисных функций были выбраны собственные функции, соответствующие линейной частоте, и представленные в аналитическом виде. Для решения полученного уравнения применялся численный метод Бубнова-Галеркина.

Предложенный метод и соответствующее ему программное обеспечение было протестировано на ряде примеров о свободных геометрически нелинейных колебаниях многослойных пологих оболочек с различными способами укладки и количеством слоев. Совпадение результатов с приведенными в литературе подтвердило достоверность предложенного метода. В работе представлен ряд новых результатов, полученных для многослойных пологих оболочек сложной геометрии и комбинированных граничных условий, а также проведен анализ их влияния на исследуемые динамические характеристики.

1. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наук. думка, 1982. 552 с.

2. Kurpa L., Timchenko G., Osetrov A., Shmatko T. Nonlinear vibration analysis of laminated shallow shells with clamped cutouts by the R-functions method. *Nonlinear Dynamics*. 2018. Vol. 93, Iss. 1. P. 133-147. <https://doi.org/10.1007/s11071-017-3930-2>

УДК 519.85

А.М. Чугай, канд. техн. наук, ст. наук. співроб.

*Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України
(Харків, Україна, chugay.andrey80@gmail.com)*

БАГАТОЕТАПНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПАКУВАННЯ НЕОПУКЛИХ НЕОРІЄНТОВАНИХ БАГАТОГРАННИКІВ

У класі задач, присвячених оптимальній упаковці геометричних об'єктів, особливий інтерес викликають тривимірні оптимізаційні задачі геометричного проектування (3D Cutting & Packing problems). Оптимізаційні задачі упаковки тривимірних геометричних об'єктів довільних просторових форм виникають у різних областях науки і техніки і знаходять своє застосування при розв'язанні безлічі практичних задач.

У роботі розглядається оптимізаційна задача упаковки заданого набору довільно орієнтованих неопуклих багатогранників без їх взаємного перетину в прямому паралелепіпеді мінімального об'єму. В якості конструктивних засобів математичного моделювання поставленої задачі пропонується використовувати метод ϕ -функції. На основі ϕ -функції для двох неопуклих неорієнтованих багатогранників будується математична модель задачі та досліджуються її основні властивості. Побудована математична модель представляє задачу у вигляді класичної задачі нелінійного програмування, що дозволяє використовувати для пошуку розв'язку сучасні солвери.

Пропонується стратегія розв'язання, яка складається з низки етапів. На першому етапі для пошуку «гарних» початкових розміщень багатогранників вирішується задача кластеризації, яка полягає в пошуку попарних упаковок заданих багатогранників у паралелепіпед та кулю мінімального об'єму. В результаті розв'язання задачі кластеризації формується множина, що складається з паралелепіпедів та куль. Із сформованої множини обирається підмножина паралелепіпедів та куль, в якій може бути розміщена множина заданих багатогранників. При формуванні зазначеної підмножини використовується критерій максимального коефіцієнта заповнення.

На наступному етапі вирішується оптимізаційна задача упаковки кластерів у паралелепіпед мінімального об'єму. В залежності від типу елементів підмножини кластерів використовуються різні підходи для пошуку оптимального упакування, а саме: 1) для упаковки паралелепіпедів, для яких допустимі лише ортогональні повороти; 2) для упаковки куль; 3) для упаковки неорієнтованих паралелепіпедів та куль. Після цього відбувається розв'язок низки допоміжних задач нелінійного програмування для пошуку параметрів розміщення багатогранників відповідно до отриманої на попередньому етапі кластерів. На останньому етапі відбувається пошук локального мінімуму основної задачі.

Перевагою запропонованого підходу є використання на кожному етапі пошуку розв'язку методів нелінійної оптимізації та сучасних солверів.

УДК 539.3

І.В. Янчевський¹, д-р фіз.-мат. наук, проф.

І.В. Мозгова², канд. фіз.-мат. наук, доц.

В.Р. Шугай¹

¹Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Київ, Україна, i.yanchevskyi@kpi.ua)

²Ганноверський університет імені Готфріда Вільгельма Лейбніца (Ганновер, Німеччина, mozgova@ipeg.uni-hannover.de)

ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА, ЩО ПЕРЕБУВАЄ В УМОВАХ ІНТЕНСИВНОГО ВИПАДКОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Більшість деталей машин і елементів сучасних конструкцій при експлуатації перебувають в умовах складного динамічного навантаження. Причиною передчасних поломок таких елементів є, зазвичай, або короткочасні пікові навантаження, які спричиняють виникнення механічних напружень вище певного граничного значення, або накопичені втомні ушкодження, як результат тривалої дії знакозмінного напруженого стану, що обумовлює зародження й розвинення утомних тріщин. І якщо на етапі проектування елементів конструкцій можна передбачити різні заходи щодо зниження впливу пікових навантажень на надійність елементів (наприклад, через збільшення коефіцієнта запасу міцності, використання захисних механізмів, тощо), то попередження на цьому етапі їх утомного руйнування представляє собою досить складне завдання. Однією з причин цього є той факт, що поступове й незворотне накопичення в матеріалі ушкоджень призводить до деградації матеріалу, яка проявляється в зміні її мікроструктури і, відповідно, міцнісних властивостей (модуль пружності, тріщиностійкість, рівень дисипації циклічної енергії, тощо). Процес деградації матеріалів, що є предметом дослідження багатьох вчених [1, 2], може бути прослідкований вже на етапі експлуатації конструктивного елемента через контроль відповідних діагностичних параметрів [1, 3, 4]. За допомогою цього контролю, проведеного в першу чергу для відповідальних елементів конструкцій і вузлів, можна не тільки оцінити поточний технічний стан, але й на підставі певних аналітичних залежностей, що апроксимують історію зміни діагностуємих параметрів, спрогнозувати залишковий ресурс досліджуваного елемента (в припущенні, що гранично допустимі їх значення відомі). Однак зазначені методи прогнозування зазвичай вимагають значень таких параметрів, які можуть бути отримані виключно експериментально, і отже, їхня кількість суттєво обмежена, а самі результати можуть мати значний розкид. Тому більшість розроблених на цей момент підходів з оцінки (прогнозування) залишкового ресурсу елементів конструкцій, огляд яких можна знайти в публікаціях [1, 4–6], побудовані на статистичних методах обробки даних із

залученням методів теорії імовірності, методів нейронних мереж, вейвлет аналізу.

Ефективність розвинених у згаданих роботах підходів може бути покращена як за рахунок підстановки фактичних значень діючих на деталь навантажень, так і за рахунок обґрунтованої оцінки моменту моніторингу стану деталі, зокрема, на підставі інформації про міру вже накопичених утомних мікроушкоджень нестационарно навантаженого матеріалу [7]. Цій проблемі і присвячена дана доповідь.

У розробленому авторами підході реалізована класична гіпотеза накопичення ушкоджень Пальмгрена-Майнера. При цьому історія зміни еквівалентних напружень у небезпечній точці обчислюється із залученням принципу суперпозиції та окремих результатів скінченноелементного моделювання статичного напружено-деформованого стану елемента. Діючі на деталь навантаження визначаються вже в режимі реального часу на підставі даних з відповідних датчиків на деталі із застосуванням наведеного у публікації [8] алгоритму.

Перевага даного підходу полягає не тільки в можливості оцінки накопичених деталлю утомних ушкоджень на підставі даних з датчиків, а й в можливості оцінки динамічної міцності деталі та збору даних про діючі на деталь експлуатаційні навантаження. Ці значення можуть бути в подальшому використані при уточненому розрахунку існуючих деталей на міцність, зокрема методом комп'ютерного моделювання, або при проектуванні нових деталей.

Слід зауважити, що розроблений алгоритм може бути розвинений за рахунок урахування інформації про розкид утомних характеристик матеріалу, що дозволяє одержувати більш інформативну характеристику довговічності деталі через функції ймовірності безвідмовної її роботи.

1. Bian L., Gebraeel N., Kharoufeh J. P. Degradation modelling for real-time estimation of residual lifetimes in dynamic environments. *IIE Transactions. Special Issue: Quality and Reliability Engineering*. 2015. Vol. 47, Iss. 5. P. 471-486. DOI: 10.1080/0740817X.2014.955153

2. Zhou R.R., Serban N., Gebraeel N. Degradation modelling applied to residual lifetime prediction using functional data analysis. *The Annals of Appl. Statistics*. 2011. Vol. 5, No. 2(B). P. 1586-1610.

3. Баженов Ю.В., Баженов М.Ю. Прогнозирование остаточного ресурса конструктивных элементов автомобилей в условиях эксплуатации. *Фундаментальные исследования*. 2015. № 4. С. 16-21.

4. Goto S., Tsukamoto K. On-line residual life prediction including outlier elimination for condition based maintenance. *Intern. J. of Innovative Computing, Information and Control*. 2012. Vol. 8, No. 3(B). P. 2193-2202.

5. Zhang Sh., Zhang Yo., Zhu J. Residual life prediction based on dynamic weighted Markov model and particle filtering. *J. Intell. Manuf.* 2018. Vol. 29, Iss. 4. P. 753-761. DOI: 10.1007/s10845-015-1127-4

6. Дубровин В.И., Клименко В.А. Методы оценки остаточного ресурса изделий (обзор). *Математичні машини і системи*. 2010. № 4. С. 162-168.

7. Collins J.A. Failure of materials in mechanical design: Analysis, prediction, prevention. New York: John Wiley & Sons, 1993. 672 p. DOI: 10.1002/maco.19950460314

8. Lachmayer R., Yanchevskyi I., Mozgova I., Gottwald Ph. Identification of several non-stationary loads applied to an elastically deformed structure. *Applied and Computational Mechanics*. 2018. Vol. 12, No. 1. P. 17-32. <https://doi.org/10.24132/acm.2018.365>

УДК 534.134

П.В. Ясній, д-р техн. наук, проф.
Ю.І. Пиндус, канд. техн. наук, доц.
М.І. Гудь

*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
(Тернопіль, Україна)*

ВПЛИВ НАПОВНЮВАЧА НА ЧАСТОТИ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ ЦИЛІНДРИЧНОЇ МОДЕЛІ ПІДСИЛЕНОЇ ОБОЛОНКИ

Підсилені за допомогою стрингерів та шпангоутів циліндричні оболонки широко застосовуються у ракетобудуванні для виготовлення обтікачів та оболонок ракет-носіїв, а також в інших галузях економіки. За звичних умов експлуатації на такі оболонки діють аеродинамічні навантаження від оточуючого газового середовища та двигунів.

Дослідженням динаміки підсилених оболонкових елементів присвячені праці [1, 2]. Огляд експериментальних методів досліджень наведено в роботі [3].

Метою роботи є дослідження впливу наповнювача на частоти власних коливань афінно-подібної підкріпленої моделі повнорозмірної підсиленої оболонки.

Основою для розробки була I ступінь ракети-носія, довжина якої становить 6300 мм, а діаметр 1800 мм, товщина стінки 1,5 мм [2]. При розробці моделі застосовано принцип афінної подібності (узагальнений варіант геометричної подібності, при якому допускається нерівність масштабних коефіцієнтів вздовж окремих координат). Довжина підкріпленої циліндричної моделі становить 1500 мм, діаметр 400 мм. Товщина стінки циліндра 1,5 мм. У моделі використовували стрингери з рівностороннього кутника $10 \times 10 \times 1,5$ мм, які розміщували на внутрішній поверхні, зберігаючи тотожне відношення між площами підкріплених та вільних ділянок моделі та дійсного об'єкта. Стикувальні шпангоути змодельовані у вигляді накладок товщиною 1,5 мм та шириною 100 мм. Для виготовлення моделі оболонки та стрингерів застосовували алюмінієвий сплав Д16АТ з наступними механічними характеристиками: модуль Юнга $E = 7,2 \cdot 10^5$ МПа; коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$; $\rho = 2,7 \cdot 10^4$ Н/м³.

Для дослідження впливу наповнювача на частоти власних коливань, методом скінченних елементів (МСЕ) з використанням програмного забезпечення ANSYS було досліджено власні частоти коливань повнорозмірної циліндричної оболонки і модельної циліндричної оболонки з наповнювачем та без нього. В модельну циліндричну оболонку помістили наповнювач із поліуретану з наступними фізико-механічними властивостями $\rho = 1,0 \cdot 10^3$ Н/м³, модуль Юнга $E = 1,6$ МПа. Як помітно з результатів дослідження (табл. 1.), наповнювач в 16 – 20 разів зменшує власні частоти коливань підсиленої моделі порівняно із моделлю без наповнювача. Таким чином, використання

наповнювача дозволяє побудувати модель повнорозмірної циліндричної оболонки з характеристиками власних частот, наближеними до повнорозмірної оболонкової конструкції. Це є важливим для обґрунтування методик експериментальних досліджень коливань і втомної міцності таких оболонок з використанням модельних малорозмірних конструкцій.

Таблиця 1. – Власні частоти повнорозмірних та масштабних підсиленних оболонок з урахуванням власної ваги із наповнювачем та без нього

№	Власна частота коливань, Гц		
	повнорозмірної підкріпленої оболонки	підкріпленої моделі оболонки (без наповнювача)	підкріпленої оболонки (з наповнювачем)
1	14,2	153,7	7,2
2	14,2	153,7	9,1
3	14,9	162,1	9,8
4	14,9	162,1	10,9
5	16,5	-	11,0
6	16,5	-	12,0
7	19,9	-	12,1
8	20,2	-	12,7
9	20,2	-	12,7
10	20,7	-	13,2
11	24,9	-	13,3
12	24,9	-	14,1
11	24,9	-	13,3
12	24,9	-	14,1

Висновки.

1. Побудовано скінченноеlementну афінно-подібну модель підкріпленої циліндричної тонкостінної оболонки з наповнювачем.
2. Методом скінченних елементів обчислено власні частоти коливань для повнорозмірної підсиленої циліндричної оболонки, а також афінно-подібної моделі оболонки з наповнювачем та без нього.
3. Встановлено, що частоти власних коливань моделі при наявності наповнювача знаходяться в межах одного порядку з власними частотами повнорозмірної циліндричної оболонки.

1. Моссаковский В.И., Макаренков А.Г., Никитин П.И., Савин Ю.И., Спиридонов И.Н. Прочность ракетных конструкций. Москва: Высшая шк., 1990. 358 с.

2. Ясній П.В., Пиндус Ю.І., Гудь М.І. Аналіз частот і форм власних коливань підсиленних циліндричних оболонок. *Вісник Тернопіль. нац. техн. ун-ту*. 2016. № 3. С.7-15.

3. Амиро И.Я., Грачев О.А., Заруцкий В.А., Пальчевский А.С., Санников Ю.А. Устойчивость ребристых оболочек вращения. Киев: Наук. думка, 1987. 180 с.