# НАЦІОНАЛЬНИЙ АЕРОКОСМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. М.Є. ЖУКОВСЬКОГО «ХАІ» МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ ІМ. А.М. ПІДГОРНОГО НАН УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова робота на правах рукопису

## НАЗІН ВОЛОДИМИР ІОСИФОВИЧ

УДК 621.822.5

# ДИСЕРТАЦІЯ ДИНАМІКА ЗДВОЄНИХ ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНИХ ПІДШИПНИКІВ КОВЗАННЯ АГРЕГАТІВ ЕНЕРГОУСТАНОВОК

05.02.09 – динаміка та міцність машин технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

В.І. Назін

Науковий консультант

<u>Доценко Володимир Миколайович</u> доктор технічних наук, професор

Харків – 2018

#### АНОТАЦІЯ

Назін В.І. Динаміка здвоєних гідростатодинамічних підшипників ковзання агрегатів енергоустановок. – Кваліфікаційна наукова робота на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.02.09 «Динаміка та міцність машин». – Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут». – Інститут проблем машинобудування, ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, 2018.

<u>У вступі</u> обґрунтовано актуальність дослідження, сформульовано проблему, мету, об'єкт і предмет досліджень, визначено наукову новизну, практичну цінність і особистий внесок здобувача.

**Об'єкт дослідження.** Гідростатодинамічні процеси в опорах ковзання із декількома мастильними шарами.

**Предмет дослідження.** Вплив конструктивних та робочих параметрів здвоєних гідростатодинамічних підшипників ковзання на їх несучу та демпфуючу здатність і діапазон стійкої роботи.

### Наукова новизна:

Наукова новизна роботи полягає в тому, що у ній вперше отримані такі наукові результати, які за сукупністю вирішують проблему створення теоретичних основ проектування і аналізу динаміки здвоєних гідростатодинамічних підшипників ковзання.

1. Обґрунтовано можливість підвищення несучої і демпфуючої здатності, розширення діапазону стійкої роботи шляхом створення здвоєних гідростатодинамічних підшипників із декількома шарами змащування.

2. Створено та верифіковано за експериментальними даними математичні моделі здвоєних гідростатодинамічних підшипників, які забезпечують визначення траєкторії руху ротора, амплітудно-частотні характеристики і межі стійкості обертання ротора за відомими конструктивними і робочими параметрами.

 Теоретично і експериментально досліджено вплив конструктивних та робочих параметрів здвоєних гідростатодинамічних підшипників на їх статичні і динамічні характеристики.

4. Теоретично обґрунтовано наявність двох критичних частот обертання у здвоєних гідростатодинамічних підшипників із пружною установкою робочих поверхонь диска.

5. Розроблено та запатентовано нові конструкції гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу, що дозволяють істотно підвищити несучу та демпфуючу здатності і розширити діапазон стійкого руху вала на цих підшипниках.

Дисертаційна робота складається зі вступу, дев'яти розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та 3 додатків.

У першому розділі показано що основними особливостями роботи підшипників роторів агрегатів енергоустановок є велика навантаженість, нестаціонарність навантаження, високі частоти обертання роторів, використання в якості мастила малов'язких рідин і, як наслідок цих факторів, велика ймовірність турбулентної течії робочої рідини.

Нові умови роботи сучасних швидкохідних машин потребують удосконалення існуючих підшипників рідинного тертя або створення нових конструкцій. Дуже перспективними конструкціями підшипників ковзання рідинного тертя для перерахованих умов роботи є запропоновані і запатентовані автором даної роботи конструкції здвоєних гідростатодинамічних підшипників із декількома мастильними шарами. На відміну від звичайних втулкових гідростатодинамічних підшипників вони мають більшу несучу та демпфуючу здатність і біль широкий діапазон стійкої роботи.

Наведений в першому розділі дисертації аналіз стану поставленої проблеми показав, що гідростатодинамічні підшипники здвоєного типу є новими, перспективними і для них відсутні дослідження статичних і динамічних характеристик.

У другому розділі розроблена математична модель здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника при постійному зовнішньому навантаженню. Яка дозволяє визначати його статичні характеристики: несучу здатність, витрату робочої рідини і втрати потужності на тертя і прокачування. В основі визначення цих характеристик лежить функція розподілу тиску по робочих поверхнях підшипника, яка визначається зі спільного рішення рівнянь Рейнольдса, балансу витрат і функції зміни зазору в підшипнику. Розроблена теоретична модель представлена у безрозмірному вигляді і узагальнена на випадок турбулентної течії робочої рідини за допомогою коефіцієнтів турбулентності, запропонованих В. Н. Константинеску.

У третьому розділі розроблена математична модель здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника при нестаціонарному зовнішньому навантаженні, дозволяє яка розраховувати динамічні характеристики цього підшипника. При цьому спільно розв'язувалися рівняння Рейнольдса, балансу витрат робочої рідини, функція зміни зазору в підшипнику і рівняння руху ротора усередині підшипника. Рівняння руху ротора записувалися в нелінійному вигляді і вирішувалися чисельно за допомогою багатокрокового методу Адамса. Вихідна інформація для методу Адамса визначалася за допомогою однокрокового методу Ейлера. У результаті рішення перерахованих рівнянь визначалися траєкторії руху ротора, по яким будувалися амплітудно-частотні характеристики, що дозволяють аналізувати зони резонансу і межі стійкості руху ротора.

У четвертому розділі розроблена математична модель здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника при нестаціонарному зовнішньому навантаженні, яка дозволяє визначати як радіальні, так і осьові навантаження. На відміну від радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника в розглянутому підшипнику зовнішня робоча поверхня диска, встановленого нерухомо на валу, виконана у вигляді двох конічних поверхонь. Зовнішня робоча поверхня підшипника також виконана у вигляді двох конусів і на цих конічних поверхнях розташовані несучі камери, в які подається рідина під великим тиском. Завдяки наявності двох конічних поверхонь на підшипнику і на диску підшипник може сприймати двосторонні осьові навантаження спільно з радіальними. Для аналізу динамічних явищ, що відбуваються в опорах вала, використовувалися амплітудно-частотні характеристики, які дозволяють виявити зони резонансу і межі стійкої роботи вала. Побудова амплітудно-частотних характеристик також, як і для радіального підшипника, пов'язана зі спільним розв'язком рівнянь Рейнольдса, балансу витрат робочої рідини, рівнянь руху вала з дисками і функції зміни зазору в підшипнику.

Розроблена математична модель підшипника представлена у безрозмірному вигляді і пристосована для чисельної реалізації.

У п'ятому розділі розроблена математична модель здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника з пружною установкою робочих поверхонь диску при нестаціонарному зовнішньому навантаженні. У цього підшипника робочі поверхні диска виконані окремо з тілом диска і з'єднані з ним за допомогою пружних елементів. Підбором пружних елементів дана конструкція підшипника дозволяє поліпшити його демпфуючі властивості і розширити діапазон стійкої роботи вала з дисками. Для отримання динамічних характеристик системи «вал-підшипник» спільно розв'язувалися рівняння Рейнольдса, балансу витрат робочої рідини, рівняння руху вала з дисками, функції зміни зазору в підшипнику, а також рівняння руху кілець відносно диска на пружній основі.

У шостому розділі приведені розроблені автором роботи конструкції гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу. Описані їх конструкції і принцип роботи. Для повнішого розуміння конструкції підшипників приведені їх ЗД-моделі. Розроблено сім конструкцій гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу, п'ять із яких запатентована. У сьомому розділі представлені результати розрахунку різних типів здвоєних гідростатодинамічних підшипників при різних значеннях геометричних і робочих параметрів.

Аналіз результатів розрахунку радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника показав, що він має більшу несучу здатність приблизно в 1,7 – 1,85 рази в порівнянні із звичайним втулковим гідростатодинамічним підшипником. Аналіз динамічних характеристик здвоєного гідростатодинамічного підшипника показав, що область резонансу у цього підшипника має більш розмитий (нечітко виражений) характер і амплітуди коливань в області резонансу приблизно в 1,5 рази менші, а діапазон його стійкої роботи приблизно в 1,41 рази більше порівняно із звичайними втулковими гідростатодинамічними підшипника.

Для гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска дослідження амплітудно-частотних характеристик при різних значеннях коефіцієнта демпфування показало, що в цьому випадку має місце подвійний резонанс. Розрахунки також показали, що зовнішнє і внутрішні кільця в стійкій області здійснюють одне повне коливання за один оберт валу. Коливання кілець в нестійкій області відбуваються з необертальною частотою і носять бігармонічний характер.

У восьмому розділі визначена основна мета експериментальних досліджень, яка полягає в перевірці працездатності гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу, підтвердженні результатів розрахунку, розроблених отриманих основі математичних моделей i на експериментальному порівнянні статичних і динамічних характеристик здвоєних і звичайних втулкових гідростатодинамічних підшипників. Для реалізації поставленої мети був спроектований і виготовлений спеціальний вузол. Експериментальні дослідження проводилися на спеціальному стенді, який був відлагоджений і пристосований для випробування здвоєних гідростатодинамічних підшипників.

Порівняння розрахункових і експериментальних даних для здвоєних гідростатодинамічних підшипників показало, що відмінність амплітуд коливань не перевищує приблизно 8 мкм, а межа стійкості в порівнянні з експериментальними значеннями дещо завищена в межах 10 – 15%.

Порівняння динамічних характеристик втулкового і здвоєного підшипників показало, що область резонансу у здвоєного підшипника має більш розмитий характер і амплітуди коливань в області резонансу у здвоєного підшипника менші приблизно в 1,5 рази. Діапазон стійкої роботи валу на здвоєних підшипниках більше приблизно в 1,4 рази порівняно з діапазоном стійкої роботи валу на втулкових гідростатодинамічних підшипниках.

У дев'ятому розділі розроблені рекомендації по проектуванню здвоєних гідростатодинамічних підшипників. Розроблена методика розрахунку гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу з використанням програми розрахунку або з використанням розробленого наближеного способу розрахунку динамічних характеристик ротора на даних підшипниках.

У загальних висновках приведені висновки які отримані в результаті виконаних теоретичних і експериментальних досліджень.

Результати роботи впроваджені і використовуються при проектуванні паливних насосів на ПАТ «ФЕД» і при проектуванні гідростатичних підшипників для турбін Н-360-150, К-325-23,5 на ПАТ «Турбоатом».

Ключові слова: гідростатодинамічний підшипник, турбулентна течія, математична модель, динамічна характеристика, експериментальні дані, амплітудно-частотна характеристика, рекомендації по проектуванню, малов'язка рідина, вантажопідйомність, тиски в камерах, траєкторія руху, зони резонансу, межі стійкості.

### СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

1. Назин В.И. Радиальный гидростатодинамический подшипник повышенной несущей способности // Авиационно-космическая техника и технология. 2012. №9/95. С. 94-100.

2. Назин В.И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке // Авиационно-космическая техника и технология. 2013. № 8/105. С. 160-166.

3. Назин В.И. Математическая модель сдвоенного радиальноупорного гидростатодинамического подшипника // Авиационно-космическая техника и технология. 2013. № 9/106. С. 127-133.

4. Назин В.И. Стенд, опытная установка и методика опытных исследований гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 8/115. С. 100-103.

5. Назин В.И. Теория гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа с упругой установкой рабочих поверхностей диска // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 7/114. С. 100-104.

6. Назин В.И. О применимости метода Ньютона-Рафсона для определения давлений в камерах гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 9/116. С. 103-107.

7. Назин В.И. Динамические характеристики неуравновешенного ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ», 2014. Вип. 66. С. 116-122

8. Назин В.И. Радиальные гидростатодинамические подшипники сдвоенного типа с различной жиклерной компенсацией // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 2/119. С. 112-115.

9. В.И. Назин Влияние угла конусности на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Открытые информационные компьютерные И

интегрированные технологии: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 67. С. 79-87.

10. Назин В.И. Влияние расположения камер по окружности на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Вестник двигателестроения. 2015. № 2. С. 42-46.

11. Назин В.И. Влияние давления питания на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Вестник двигателестроения. 2015. № 1. С. 64-69.

12. Назин В.И. Влияние режима течения рабочей жидкости на динамические характеристики гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 3/120. С. 90-93.

13. Назин В.И. Сравнение динамических характеристик сдвоенных и одинарных гидростатодинамических подшипников // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 9/126. С. 85-88.

14. Назин В.И. Динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа при различных значениях диаметра // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 4/121. С. 43-46.

15. Назин В.И. Влияние осевого эксцентриситета на динамические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 68. С. 93-100.

16. Назин В.И. Амплитудно-частотные характеристики ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях угла конусности // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 69. С. 165-173.

17. Назин В.И. Влияние жесткости упругой установки колец на диске на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 10/127. С. 72-76.

18. Назин В.И. Влияние демпфирования упругой установки колец на диске на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 5/122. С. 11-15.

19. Назин В.И. Влияние массы колец, упруго установленных на диске, на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 6/123. С. 27-31.

20. Назин В.И. Анализ статических характеристик сдвоенных и втулочных гидростатодинамических подшипников при различных значениях геометрических параметров // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 70. С. 174-183.

21. Назин В.И. Влияние температуры рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника // Вестник двигателестроения. 2016. № 2. С. 92-96.

22. Назин В.И. Влияние типа рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического підшипника // Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 3/130. С. 4-8.

23. Назин В.И. Особенности динамических характеристик упругодемпферных конструкций гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 6/133. С. 27-31. 24. Назин В.И. Упрощенный способ определения динамических характеристик гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2017. № 1/136. С. 19-23.

25. Назин В.И. Расчет комбинированных гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа при стационарной внешней нагрузке // Авиационно-космическая техника и технология. 2017. № 6/141. С. 40-44.

26. Патент на винахід України № 112922, МПК F 16 C 32/06. (2006.01). Радіальний гідростатодинамічний комбінований підшипник / Назін В.І. –Заяв.10.04.2015; Опубл. 10.11.2016, Бюл. № 21.

27. Патент України на винахід № 109997 МПК F 16 C 32/06(2006.01).
Радіально-упорний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв.
22.09.2014; Опубл. 26.10.2015, Бюл. № 20.

28. Патент України на корисну модель №91100, МПК F 16 C 17/02 (2006.01). Радіальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв. 16.12.2013; Опубл. 25.06.2014, Бюл.№12.

29. Патент України на корисну модель №98201, МПК F 16 C 17/02 (2006.01). Самоустановлювальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв. 22.09.2014; Опубл. 27.04.2015, Бюл№8.

30. Патент України на корисну модель №98202, МПК F 16 C 17/02
(2006.01). Радіальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв.
22.09.2014; Опубл. 27.01.2015, Бюл.№8.

31. Назин В.И. Сравнение динамических характеристик сдвоенных и одинарных гидростатодинамических подшипников // ХХ Міжнародний конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2015р. С. 31.

32. Назин В.И. Влияние температуры рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника // XXI Міжнародний конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «XAI». 2016р. С. 23-24. 33. Назин В.И. Виброустойчивые конструкции подшипников скольжения для авиационных газотурбинных двигателей // Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: тез. доп. Міжнародна науково-технічна конференція, Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2010. С. 103.

34. Назин В.И. Анализ работы двухстороннего упорного гидростатического подшипника // XVI Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «XAI». 2011р. С. 41.

35. Назин В.И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке // XVIII Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2013р. С. 38-39.

36. Назин В.И. Теория гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа с упругой установкой рабочих поверхностей диска // XIX Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2014р. С. 29.

37. Назин В.И. Радиальный гидростатический подшипник повышенной несущей способности // XVII Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «XAI». 2012р. С. 41.

### ANNOTATION

Nazin V.I Dynamics of dual hydrostatodynamic bearings of sliding of units of power plants. – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

Thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences in specialty 05.02.09 "Dynamics and strength of machines". - National Aerospace University named after N.E. Zhukovsky "Kharkov Aviation Institute". - A.N. Podgorny Institute for mechanical engineering problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkov, 2018.

**In the introduction** the relevance of the study is grounded, the problem, goal, object and subject of research is formulated, scientific novelty, practical value and a special contribution of the applicant are determined.

**Object of study.** Hydrostatodynamic processes in sliding bearings with several lubricating layers.

**Subject of study.** Influence of structural and operational parameters of the sliding support with several lubricating layers on its bearing and damping capacity and range of stable operation.

Scientific novelty of the thesis:

Scientific novelty of the work lies in the fact that in it, for the first time, such scientific results have been obtained, which together solve the problem of creating theoretical foundations for the design and analysis of the dynamics of dual hydrostatodynamic sliding bearings.

1. The possibility of increasing the bearing and damping capacity, extending the range of stable operation by creating dual hydrostatodynamic bearings with several layers of lubrication is substantiated.

2. Mathematical models of dual hydrostatodynamic bearings are created and verified by experimental data. These models allow determining rotor motion trajectories, amplitude-frequency characteristics and stability limits of the rotor rotation according to known design and operational parameters.

3. The influence of constructive and working parameters of dual hydrostatodynamic bearings on their static and dynamic characteristics was studied theoretically and experimentally.

4. Theoretically justified the presence of two critical rotation frequencies for dual hydrostatodynamic bearings with elastic mounting of the working surfaces of the disk.

5. These solutions to the scientific problem were used in the design of slip support for power plant aggregates, which made it possible to significantly improve their static and dynamic characteristics.

The thesis consists of an introduction, nine sections, general conclusions, a bibliography and an appendix.

In the first section it is shown that the main features of the rotor bearings of power plant aggregates are high loading, nonstationary loading, high rotational speeds of rotors, use of low-viscosity liquids as lubricants and, as a consequence, high probability of turbulent flow of working fluid.

New working conditions of modern high-speed machines require the improvement of existing bearings of liquid friction or the creation of new structures. Very promising designs of liquid friction sliding bearings for the above operating conditions are the designs of dual hydrostatodynamic bearings with several lubricating layers proposed and patented by the author of this work. Unlike conventional hub-type hydrostatodynamic bearings, they have a larger bearing and damping capacity and a wider range of stable operation.

The analysis of the state of the problem presented in the first section of the dissertation showed that hydrostatodynamic bearings of the dual type are new, promising and for them there are no studies of static and dynamic characteristics.

In the second section, a mathematical model of a dual radial hydrostatodynamic bearing is developed with a constant external load, which allows one to determine its static characteristics: the bearing capacity, the flow rate of the working fluid and the loss of power for friction and pumping. The definition of these characteristics is based on the pressure distribution function over the bearing working surfaces, which is determined from the joint solution of the Reynolds equations, the balance of costs and the function of changing the clearance in the bearing. The developed theoretical model is presented in a dimensionless form and generalized to the case of turbulent flow of a working fluid with the help of turbulence coefficients proposed by VN Konstantinesku.

In the third section, a mathematical model of a dual radial hydrostatodynamic bearing is developed for non-stationary external loading, which allows calculating the dynamic characteristics of this bearing. At the same time, the Reynolds equations, the balance of working fluid flow, the function of bearing clearance variation and the equation of rotor motion inside the bearing were solved together. The equations of motion of the rotor were written in a nonlinear form and solved numerically with the aid of the multistep Adams method. The initial information for the Adams method was determined using the one-step Euler method. As a result of solving the listed equations, the trajectories of the rotor motion were determined, along which the amplitude-frequency characteristics were constructed, which made it possible to analyze the resonance zones and the stability boundaries of the rotor motion.

In the fourth section, a mathematical model of a dual radial-thrust hydrostatodynamic bearing is developed for a non-stationary external load, which allows determining both radial and axial loads. Unlike the radial dual hydrostatodynamic bearing in the bearing under consideration, the outer working surface of the disc, mounted motionless on the shaft, is made in the form of two conical surfaces. The outer working surface of the bearing is also made in the form of two cones and on these conical surfaces there are supporting chambers into which liquid is supplied under high pressure. Due to the presence of two tapered surfaces on the bearing and on the disc, the bearing can take two-sided axial loads together with the radial ones. For the analysis of dynamic phenomena occurring in the shaft supports, amplitude-frequency characteristics were used that allow to identify the resonance zones and the boundaries of the stable operation of the shaft. The construction of amplitude-frequency characteristics as well as for a radial bearing is connected with the joint solution of the Reynolds equations, the balance of the flow of working fluid, the equations of motion of the shaft with disks, and the function of changing the clearance in the bearing.

The developed mathematical model of the bearing is presented in a dimensionless form and is adapted for numerical realization.

the fifth section, a mathematical In model of a dual radial hydrostatodynamic bearing with elastic mounting of the disk working surfaces is developed for a non-stationary external load, in which the working surfaces of the disk are made separately from the disk body and connected to it by means of elastic elements. By selecting elastic elements, the bearing structure under consideration allows improving its damping properties and widening the range of stable operation of the shaft with the discs. To obtain the dynamic characteristics of the "shaft-bearing" system, the Reynolds equations, the balance of flow rates of the working fluid, the equation of motion of the shaft with disks, the functions of changing the clearance in the bearing, and the equations of motion of the rings relative to the disc on an elastic foundation were jointly solved.

All equations are written in a dimensionless form and are adapted for numerical realization. The equations of motion of the shaft with disks and the equations of motion of the rings elastically mounted on the disk were solved using the multistep Adams method. The initial information for the Adams method was determined using the one-step Euler method.

In the sixth section, the designs of the hydrostatodynamic bearings of the dual type developed by the author are presented. Their design and principle of operation are described. For a more complete understanding of the bearing design, their 3D models are given. Seven designs of hydrostatodynamic bearings of dual type are developed, six of which are patented.

The seventh section presents the results of calculating the various types of dual hydrostatodynamic bearings for different values of geometric and operating parameters.

Analysis of the results of calculating the radial dual hydrostatodynamic bearing at a constant external load showed that it has a large load-bearing capacity of approximately 1,7 - 1,85 times compared to a conventional hub hydrostatodynamic bearing. An analysis of the dynamic characteristics of a dual hydrostatodynamic bearing showed that the resonance region of this bearing has a more diffuse (indistinctly pronounced) character and the amplitude of the oscillations in the resonance region is approximately 1,5 times smaller, and the range of its stable operation is approximately 1,41 times greater in comparison with conventional hydrostatic bearing bushings.

For a hydrostatodynamic bearing of a dual type with an elastic mounting of the disk working surfaces, an investigation of the amplitude-frequency characteristics for different values of the damping coefficient showed that in this case there is a double resonance. Calculations also showed that the outer and inner rings in the stable region make one complete swing in one revolution of the shaft. Oscillations of rings in an unstable region occur with a non-negotiable frequency and are biharmonic in nature.

In the eighth section, the main goal of the pilot studies is determined, which consists in testing the performance of hydrostatodynamic bearings of the dual type, confirming the calculation results obtained on the basis of the developed mathematical models and an experimental comparison of the static and dynamic characteristics of dual and conventional hydrostatodynamic bearing bushings. To realize this goal, a special assembly was designed and manufactured. Experimental studies were carried out on a special bench, which was debugged and adapted to test dual hydrostatodynamic bearings.

A comparison of the calculated and experimental data for dual hydrostatodynamic bearings showed that the difference in the amplitude of the oscillations does not exceed about 8  $\mu$ m, and the stability boundary is somewhat overestimated in comparison with the experimental values within the range of 10 – 15%.

A comparison of the dynamic characteristics of the bushing and dual bearings showed that the resonance region of the dual bearing is more blurred and the oscillation amplitudes in the resonance region of the double bearing are less than the examples 1,5 times. The range of stable operation of the shaft on dual bearings is approximately 1,4 times more in comparison with the range of stable operation of the shaft on bushing hydrostatodynamic bearings.

In the ninth section, recommendations have been developed for the design of dual hydrostatodynamic bearings. A technique for calculating hydrostatic dynamic bearings of a dual type was developed using the calculation program or using the developed approximate method for calculating the dynamic characteristics of the rotor on the bearings in question.

In the general conclusions, conclusions are drawn that are obtained as a result of the theoretical and experimental studies carried out.

The results of the work are implemented and used in the design of fuel pumps at PJSC "FED" and in the design of hydrostatic bearings for turbines N-360-150, K-325-23.5 at PJSC "Turboatom".

**Key words:** hydrostatodynamic bearing, turbulent flow, mathematical model, dynamic characteristics, experimental data, amplitude-frequency characteristic, design recommendations, low-viscosity liquid, load-carrying capacity, chamber pressures, trajectory, resonance zones, stability boundaries.

# СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

1. Назин В.И. Радиальный гидростатодинамический подшипник повышенной несущей способности // Авиационно-космическая техника и технология. 2012. №9/95. С. 94-100.

2. Назин В.И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке // Авиационно-космическая техника и технология. 2013. № 8/105. С. 160-166.

3. Назин В.И. Математическая модель сдвоенного радиальноупорного гидростатодинамического подшипника // Авиационно-космическая техника и технология. 2013. № 9/106. С. 127-133.

4. Назин В.И. Стенд, опытная установка и методика опытных исследований гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 8/115. С. 100-103.

5. Назин В.И. Теория гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа с упругой установкой рабочих поверхностей диска // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 7/114. С. 100-104.

6. Назин В.И. О применимости метода Ньютона-Рафсона для определения давлений в камерах гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 9/116. С. 103-107.

7. Назин В.И. Динамические характеристики неуравновешенного ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ», 2014. Вип. 66. С. 116-122

8. Назин В.И. Радиальные гидростатодинамические подшипники сдвоен-ного типа с различной жиклерной компенсацией // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 2/119. С. 112-115.

9. Назин В.И. Влияние конусности угла на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника // Открытые информационные сдвоенного типа И компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 67. С. 79-87.

10. Назин В.И. Влияние расположения камер по окружности на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Вестник двигателестроения. 2015. № 2. С. 42-46.

11. Назин В.И. Влияние давления питания на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Вестник двигателестроения. 2015. № 1. С. 64-69.

12. Назин В.И. Влияние режима течения рабочей жидкости на динамические характеристики гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 3/120. С. 90-93.

13. Назин В.И. Сравнение динамических характеристик сдвоенных и одинарных гидростатодинамических подшипников // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 9/126. С. 85-88.

14. Назин В.И. Динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа при различных значениях диаметра // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 4/121. С. 43-46.

15. Назин В.И. Влияние осевого эксцентриситета на динамические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 68. С. 93-100.

16. Назин В.И. Амплитудно-частотные характеристики ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях угла конусности // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 69. С. 165-173.

17. Назин В.И. Влияние жесткости упругой установки колец на диске на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 10/127. С. 72-76.

18. Назин В.И. Влияние демпфирования упругой установки колец на диске на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 5/122. С. 11-15.

19. Назин В.И. Влияние массы колец, упруго установленных на диске, на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 6/123. С. 27-31.

20. Назин В.И. Анализ статических характеристик сдвоенных и втулочных гидростатодинамических подшипников при различных значениях геометрических параметров // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 70. С. 174-183.

21. Назин В.И. Влияние температуры рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника // Вестник двигателестроения. 2016. № 2. С. 92-96.

22. Назин В.И. Влияние типа рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического підшипника // Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 3/130. С. 4-8.

23. Назин В.И. Особенности динамических характеристик упругодемпферных конструкций гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 6/133. С. 27-31. 24. Назин В.И. Упрощенный способ определения динамических характеристик гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2017. № 1/136. С. 19-23.

25. Назин В.И. Расчет комбинированных гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа при стационарной внешней нагрузке // Авиационно-космическая техника и технология. 2017. № 6/141. С. 40-44.

26. Патент на винахід України № 112922, МПК F 16 C 32/06. (2006.01). Радіальний гідростатодинамічний комбінований підшипник / Назін В.І. –Заяв.10.04.2015; Опубл. 10.11.2016, Бюл. № 21.

27. Патент України на винахід № 109997 МПК F 16 C 32/06(2006.01).
Радіально-упорний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв.
22.09.2014; Опубл. 26.10.2015, Бюл. № 20.

Патент України на корисну модель №91100, МПК F 16 C 17/02
 (2006.01). Радіальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв.
 16.12.2013; Опубл. 25.06.2014, Бюл.№12.

29. Патент України на корисну модель №98201, МПК F 16 C 17/02
(2006.01). Самоустановлювальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв. 22.09.2014; Опубл. 27.04.2015, Бюл№8.

30. Патент України на корисну модель №98202, МПК F 16 C 17/02 (2006.01). Радіальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв. 22.09.2014; Опубл. 27.01.2015, Бюл.№8.

31. Назин В.И. Сравнение динамических характеристик сдвоенных и одинарных гидростатодинамических подшипников // ХХ Міжнародний конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2015р. С. 31.

32. Назин В.И. Влияние температуры рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника // XXI Міжнародний конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «XAI». 2016р. С. 23-24. 33. Назин В.И. Виброустойчивые конструкции подшипников скольжения для авиационных газотурбинных двигателей // Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: тез. доп. Міжнародна науково-технічна конференція, Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2010. С. 103.

34. Назин В.И. Анализ работы двухстороннего упорного гидростатического подшипника // XVI Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2011р. С. 41.

35. Назин В.И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке // XVIII Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2013р. С. 38-39.

36. Назин В.И. Теория гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа с упругой установкой рабочих поверхностей диска // XIX Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2014р. С. 29.

37. Назин В.И. Радиальный гидростатический подшипник повышенной несущей способности // XVI Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2012р. С. 41.

# **3MICT**

Вступ	6
Розділ 1 Гідростатодинамічні підшипники здвоєного типу як	
опори роторів агрегатів енергоустановок	12
1.1 Характер роботи опор роторів агрегатів енергоустановок	
і вимоги, що пред'являються до них	12
1.2 Гідростатодинамічні підшипники здвоєного типу	15
1.3 Існуючі методики розрахунку несучої здатності, витрати	
мастила, втрат на тертя, а також вимушених коливань і стійкості руху	
ротора на гідростатодинамічних підшипниках	17
1.4 Висновки	30
Розділ 2 Теорія здвоєного радіального гідростатодинамічного	
підшипника при постійному зовнішньому навантаженні	31
2.1 Конструктивна схема і визначення тисків у камерах	31
2.2 Визначення функції розподілу тиску на міжкамерних	
перемичках з рішення рівнянь Рейнольдса	38
2.3 Визначення несучої здатності здвоєного радіального	
гідростатодинамічного підшипника	46
2.4 Визначення витрати робочої рідини через підшипник	52
2.5 Визначення втрат потужності на тертя і прокачування	52
2.6 Висновки	57
Розділ 3 Теорія здвоєного радіального гідростатодинамічного	
підшипника при нестаціонарному зовнішньому навантаженні	58
3.1 Конструктивна схема і принцип роботи підшипника	58
3.2 Визначення тисків в камерах з рівняння балансу витрат	60
3.3 Визначення функції розподілу тиску на міжкамерних	
перемичках з розв'язку рівнянь Рейнольдса	66
3.4 Визначення несучої здатності здвоєного радіального	

	3
гідростатодинамічного підшипника	75
3.5 Визначення витрати робочої рідини через підшипник	81
3.6 Визначення втрат потужності на тертя і прокачування	82
3.7 Рівняння руху диска з валом всередині підшипника	86
3.8 Висновки	90
Розділ 4 Теорія здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного	
підшипника при нестаціонарному зовнішньому навантаженні	91
4.1 Конструктивна схема і принцип роботи підшипника	91
4.2 Визначення тисків в камерах з рівняння балансу витрат	93
4.3 Визначення функції розподілу тиску на міжкамерних	
перемичках з розв'язку рівнянь Рейнольдса	101
4.4 Визначення несучої здатності здвоєного радіально-упорного	
гідростатодинамічного підшипника	115
4.5 Визначення витрати робочої рідини через підшипник	127
4.6 Визначення втрат потужності на тертя і прокачування	128
4.7 Рівняння руху диска з валом всередині підшипника	135
4.8 Висновки	139
Розділ 5 Теорія здвоєного радіального гідростатодинамічного	
підшипника з пружною установкою робочих поверхонь диску при	
нестаціонарному зовнішньому навантаженні	140
5.1 Визначення тисків в камерах з рівнянь балансу витрат	140
5.2 Визначення функції розподілу тиску на міжкамерних	
перемичках з розв'язку рівнянь Рейнольдса	147
5.3 Визначення несучої здатності здвоєного радіального	
гідростатодинамічного підшипника з пружною установкою робочих	
поверхонь диска	156
5.4 Визначення витрати робочої рідини через підшипник	162
5.5 Визначення втрат потужності на тертя і прокачування	162
5.6 Рівняння руху диска з валом і рівняння руху кілець,	
встановлених пружно на диску	166

5.7 Висновки	171
Розділ 6 Конструкції здвоєних гідростатодинамічних підшипників	173

4

6.2 Висновки...... 192

7.2 Результати досліджень динамічних характеристик радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу ...... 200

8.1 Мета і завдання експериментальних досліджень..... 280

8.4 Результати експериментальних досліджень здвоєних

8.5 Висновки...... 299

9.5 Висновки	322
Загальні висновки	323
Список використаних джерел	326
Додаток А Список публікацій здобувача	343
Додаток Б Акти впровадження результатів роботи	348
Додаток В Програма розрахунку гідростатодинамічного підшипника	
здвоєного типу	351

#### ВСТУП

Актуальність Олним сучасного теми. 3 основних завлань машинобудування є створення роторних машин з високою частотою обертання і малими габаритами, маючими досить великий ресурс. Якщо раніше ротори оберталися, як правило, з частотою менше першої критичної швидкості, то в сучасних машинах застосовуються все частіше «закритичні» ротори, що обертаються з частотою більшою першої (і іноді другої) критичної швидкості. Обмеження на збільшення частоти обертання ротора накладаються, перш за все, з боку динаміки системи ротор-підшипник. Як правило, ротор і підшипники визначають ресурс всієї машини. У зв'язку з цим вивчення динаміки системи ротор-підшипник відноситься одного 3 найважливіших до завдань машинобудування.

Необхідність демпфування коливань зовнішніх навантажень сприяє більш широкому використанню в якості опор роторів швидкохідних машин підшипників ковзання рідинного тертя, що мають велику демпфуючу здатність в порівнянні з підшипниками кочення. У класифікації підшипників ковзання рідинного тертя важливе місце займають гідростатодинамічні підшипники, які в своїй роботі використовують як гідростатичні, так і гідродинамічні ефекти. Для цих підшипників не потрібна додаткова система мастила з іншим робочим тілом, так як вони можуть працювати на робочому тілі машини. Робочими тілами машин, як правило, є мало в'язкі рідини. Мала в'язкість робочих тіл і порівняно високі швидкості ковзання створюють умови, при яких існує велика ймовірність появи турбулентної течії робочої рідини.

Наведені нові умови роботи опор роторів вимагають створення нових вібростійких конструкцій підшипників ковзання і необхідність їх динамічної оцінки. Одним з можливих варіантів вирішення даної проблеми є запропоновані автором даної роботи здвоєні гідростатодинамічні підшипники ковзання із декількома мастильними шарами, що дозволяють істотно поліпшити статичні і динамічні характеристики підшипників ковзання рідинного тертя. Аналіз динамічних явищ, що відбуваються в цих підшипниках, в даний час відсутній. Таким чином, створення теоретичних основ проектування і аналіз динаміки здвоєних гідростатодинамічних підшипників ковзання є актуальною проблемою для машинобудівної галузі України.

Зв'язок 3 науковими програмами, Робота планами, темами. кафедрі «Теоретичної механіки, виконувалася машинознавства i на роботомеханічних систем» Національного аерокосмічного університету «ХАІ». Дослідження проводилися відповідно до затвердженої держбюджетної тематики: «Дослідження вузлів і деталей літальних апаратів та їх двигунів шляхом їх моделювання як гетерогенних механічних систем». № ДР 0115U001161. (2015-2017 pp.), «Дослідження працездатності та напружено-деформованого стану елементів механічних та біомеханічних систем» № ДР 0117U006804. (2017-2019 pp.).

Робота виконувалася також в рамках договору підряду № 1544 від 05.01.2015 р. з ПАТ «ФЕД» по темі: «Розробка теорії і розрахунок гідростатичного підшипника для паливного насоса шестеренчастого типу».

**Мета і завдання дослідження**. Метою роботи є підвищення несучої і демпфуючої здатності, розширення діапазону стійкої роботи підшипників ковзання завдяки створенню декількох мастильних шарів в підшипнику.

Для досягнення мети в роботі поставлені наступні завдання:

1. Провести комплексну оцінку і системний аналіз існуючих підходів щодо вирішення проблеми поліпшення статичних і динамічних характеристик підшипників ковзання рідинного тертя.

2. Запропонувати новий спосіб поліпшення статичних і динамічних характеристик підшипників ковзання, який заснований на удосконаленні процесів змащування.

3. Реалізувати новий процес змащування в конструкціях різних типів підшипників ковзання рідинного тертя.

4. Розробити математичні моделі для визначення характеристик різних типів підшипників ковзання рідинного тертя із декількома мастильними шарами.

5. Провести теоретичні дослідження статичних і динамічних характеристик підшипників ковзання з декількома мастильними шарами, і встановити закономірності впливу нового процесу змащування на несучу здатність і діапазон стійкого обертання ротора.

6. Дослідити теоретично вплив характеристик пружних елементів на динамічні характеристики підшипників ковзання з декількома мастильними шарами і пружною установкою робочих поверхонь диска.

7. Розробити основні завдання та методику експериментального дослідження статичних і динамічних характеристик підшипників ковзання з декількома мастильними шарами.

8. Провести порівняльні експериментальні дослідження статичних і динамічних характеристик підшипників ковзання з декількома мастильними шарами і звичайних втулкових підшипників ковзання.

9. На основі теоретичних та експериментальних досліджень, а також з урахуванням існуючого досвіду проектування розробити рекомендації з проектування підшипників ковзання з декількома мастильними шарами.

10. Розробити спрощену методику визначення динамічних характеристик підшипників ковзання з декількома мастильними шарами.

**Об'єкт дослідження.** Гідростатодинамічні процеси в опорах ковзання із декількома мастильними шарами.

**Предмет дослідження.** Вплив конструктивних та робочих параметрів здвоєних гідростатодинамічних підшипників ковзання на їх несучу та демпфуючу здатність і діапазон стійкої роботи.

Методи дослідження. Теоретичні залежності, які використані при розробці математичних моделей здвоєних гідростатодинамічних підшипників, базуються на фундаментальних законах математики, технічної гідромеханіки, гідродинамічної теорії мастила і теорії коливань, що дозволяє максимально точно описати фізичні процеси, які відбуваються в щілинному тракті підшипника.

Під час запису рівнянь Рейнольдса використовувалися рівняння руху в'язкої рідини (закон кількості руху) і рівняння нерозривності або суцільності (закон

збереження маси). Рівняння руху вала з дисками всередині підшипників записувалися з використанням законів механіки і гідродинамічної теорії мастила. В основі визначення статичних та динамічних характеристик підшипника лежала функція розподілу тиску в шарі робочої рідини, яка розраховувалася з використанням найбільш поширених, економічних і раціональних чисельних методів. При визначенні функції розподілу тиску на міжкамерних перемичках використовувався метод скінченних різниць в поєднанні з методом поперечнопоздовжньої прогонки. Для чисельного розв'язання рівнянь руху вала всередині аналіз різних методів підшипника проводився чисельних розв'язання диференціальних рівнянь, і був обраний багатокроковий метод Адамса. Початкові точки для запуску методу Адамса обчислювалися однокроковим методом Ейлера. При проведенні експериментальних досліджень для побудови амплітудночастотних характеристик використовувався метод траєкторій.

#### Наукова новизна одержаних результатів.

Наукова новизна роботи полягає в тому, що у ній вперше отримані такі результати, які за сукупністю вирішують проблему наукові створення аналізу теоретичних основ проектування i динаміки здвоєних гідростатодинамічних підшипників ковзання.

1. Обґрунтовано можливість підвищення несучої і демпфуючої здатності, розширення діапазону стійкої роботи шляхом створення здвоєних гідростатодинамічних підшипників із декількома шарами змащування.

2. Створено верифіковано та за експериментальними ланими гідростатодинамічних математичні моделі здвоєних підшипників, які забезпечують визначення траєкторії руху ротора, амплітудно-частотні характеристики і межі стійкості обертання ротора за відомими конструктивними і робочими параметрами.

3. Теоретично і експериментально досліджено вплив конструктивних та робочих параметрів здвоєних гідростатодинамічних підшипників на їх статичні і динамічні характеристики.

4. Теоретично обґрунтовано наявність двох критичних частот обертання у здвоєних гідростатодинамічних підшипників із пружною установкою робочих поверхонь диска.

5. Розроблено та запатентовано принципово нові конструкції гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу, що дозволяють істотно підвищити несучу та демпфуючу здатності і розширити діапазон стійкого руху вала на цих підшипниках.

### Практичне значення одержаних результатів.

Розроблено рекомендації та підтверджено експериментально методику розрахунку гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу з урахуванням характеру навантаження і режиму течії робочої рідини. Запропонована методика амплітудно-частотні розрахунку дозволяє отримати характеристики, встановлювати межі стійкості і аналізувати виникнення самозбуджуваних «ротор-підшипники». Отримані В роботі коливань системи результати теоретичних і експериментальних досліджень дозволяють встановити найбільш ймовірні області застосування гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу. Наприклад, вони можуть бути застосовані при проектуванні опор турбін для атомних електростанцій, турбодетандерів для газоперекачувальних станцій, важконавантажених редукторів турбогвинтових двигунів, різних типів насосів, турбонасосних агрегатів рідинних ракетних двигунів і інших агрегатів енергоустановок. Результати роботи впроваджені і використовуються при проектуванні паливних насосів на ПАТ «ФЕД» і при проектуванні гідростатичних підшипників для турбін на ПАТ «Турбоатом» [Дод. Б].

Особистий внесок здобувача. Основні результати теоретичних і експериментальних досліджень, які представлені як наукова новизна, отримані дисертантом особисто. Всі статті опубліковані в різних журналах, виконані без співавторів. Отримані патенти на різні типи гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу, також не мають співавторів.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на 7 науково-технічних конференціях, а саме: міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки» (м.Харків, НАКУ «ХАІ», 2010 р.), XVI, XVII, XVIII Міжнародному конгресі двигунобудівників (Харків-Рибаче, Україна, 2011, 2012, 2013рр. 5 доповідей), XIX, XX, XXI Міжнародному конгресі двигунобудівників (м.Харків-Миколаїв-Коблево, Україна, 2014, 2015, 2016рр., 7 доповідей).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 37 наукових праць, серед яких 25 статей [1-25] у журналах і збірниках наукових праць, включених до Переліку наукових фахових видань України, і в міжнародні бібліометричні і наукометричні бази даних: наукової електронної бібліотеки LIBRARY.RU, Index Copernicus; Cite Factor; Academic Keys; Infobase Index; WordCat; Google Scholar, 5 патентів [26-30] на винаходи та корисні моделі, 7 – матеріали та тези доповідей на міжнародних конференціях [31-37].

#### **РОЗДІЛ 1**

# ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНІ ПІДШИПНИКИ ЗДВОЄНОГО ТИПУ ЯК ОПОРИ РОТОРІВ АГРЕГАТІВ ЕНЕРГОУСТАНОВОК

# 1.1 Характер роботи опор роторів агрегатів енергоустановок і вимоги, що пред'являються до них

Вибір типу підшипника і розробка методики його розрахунку визначаються, головним чином, характером роботи підшипникових вузлів і енергоустановок в цілому.

В якості опори роторів агрегатів енергоустановок знаходять застосування гідростатодинамічні підшипники.

Одним з важливих агрегатів в системі роботи двигуна є паливний насос, найбільш широко як опори валів паливних насосів застосовують підшипники кочення. Однак застосування підшипників кочення має деякі недоліки. Через великі навантаження, що діють на підшипники кочення, вони мають великі діаметральні розміри, які часто перевищують діаметри зубчастих коліс. Крім того, для змащення підшипників кочення потрібна додаткова система мастила. Одним з основних переваг гідростатодинамічних підшипників є можливість застосування як мастильного матеріалу робочого тіла агрегату, в даному випадку, палива. Паливо в насосі перебуває під великим тиском, що також вказує на можливість застосування гідростатодинамічного підшипника. Ці підшипники відносяться до пілшипників рідинного тертя. Основним критерієм працездатності гідростатодинамічних підшипників є мінімальна товщина робочої рідини, що розділяє поверхні, що труться. Товщина мастильної плівки повинна перевищувати сумарну висоту мікронерівностей і відхилень від форми вала і підшипника, тобто за один повний оберт не повинно відбуватися контакту мікронерівностей. Тому ці підшипники є практично безізносними, якщо не враховувати початкові миті пуску і кінець зупинки.

гідростатодинамічних підшипників Отже, застосування розширює асортимент застосовуваних матеріалів. Діаметральні розміри гідростатодинамічних підшипників також менше, ніж підшипників кочення. На відміну від підшипників які кочення, мають дискретні стандартні діаметри, гідростатодинамічні підшипники ковзання виготовити будь-якого можна діаметру.

Цілий ряд розглянутих переваг гідростатодинамічних підшипників вказують на необхідність їх застосування в паливних насосах, а дослідження цих підшипників є дуже актуальними.

Підшипники ковзання рідинного тертя, що розробляються для роторів турбін атомних станцій, повинні також працювати на робочому тілі турбіни. Навантаження, які діють на підшипники в цих енергоустановках, складають десятки тонн, підшипники мають розміри діаметрів 520 мм і більше, окружні швидкості в цих підшипниках досягають 100 м / с.

З огляду на високу навантажувальну здатність і більш високі демпфуючі властивості, можливе застосування підшипників ковзання рідинного тертя в авіаційних двигунах. В роботі [38] наводиться обґрунтування необхідності застосування підшипників ковзання рідинного тертя в редукторах авіаційних двигунів і приклади їх застосування. В даний час одним з напрямків розвитку літаків цивільної авіації газотурбінних двигунів € збільшення ступеня двоконтурності. Це дає істотне підвищення економічності двигуна. Для подальшого підвищення ступеня двоконтурності (понад 9) в двигуни необхідно понижуючий редуктор. встановлювати Останнім часом такі двигуни розробляються різними двигунобудівними фірмами. Фірмою ВАТ «Кузнєцов» був розроблений газотурбінний двигун НК-93 з редуктором. Ступінь двоконтурності двигуна становить 16. Недоліком цього двигуна є те, що для підвіски зубчастих коліс внутрішнього зачеплення редуктора традиційно використовуються підшипники кочення (як в редукторах турбогвинтових двигунів). У зв'язку з великою переданої редуктором потужністю на підшипники зубчастих коліс внутрішнього зачеплення діють дуже великі навантаження порядка 100000 -

200000 Н при частоті обертання близько 10000 об / хв. При таких великих навантаженнях і високій частоті обертання підшипники кочення не можуть забезпечити необхідний призначений ресурс, який становить понад 10000 годин.

Альтернативою підшипників кочення для підвісу зубчастих коліс редуктора авіаційного двигуна є підшипники ковзання з рідинної змазкою. Ці підшипники здатні витримувати великі навантаження і мають при високій частоті обертання дуже великий ресурс.

Фірма Pratt Whitney розробила двигун з редуктором і тягою 8 і 10 тонн, який після форсування може мати тягу до 14 тонн. В якості підшипників зубчастих коліс внутрішнього зачеплення використовуються підшипники ковзання.

Наведений аналіз показує, що робочими тілами агрегатів енергоустановок, як правило, є малов'язкі рідини. Мала в'язкість робочих тіл і порівняно високі швидкості ковзання створюють умови, при яких може мати місце турбулентний режим течії робочої рідини. Режим течії робочої рідини, як показано в роботах [39-50], може істотно впливати як на статичні, так і на динамічні характеристики підшипників рідинного тертя.

Автором даної роботи при проектуванні гідростатодинамічних підшипників для Харківського турбінного заводу були також отримані результати, що підтверджують суттєвий вплив режиму течії робочої рідини на основні характеристики підшипника.

Внаслідок наявності залишкової неврівноваженості ротора агрегатів енергоустановок, крім постійних за величиною і напрямком сил (вага ротора), навантажені також змінними силами (неврівноваженість ротора). При такому навантаженні центр ротора робить прецесійний рух. Він обертається навколо своєї осі, а також разом з лінією центрів, що проходить через центри підшипника і ротора. Нестаціонарність навантаження може бути викликана також змінною частотою обертання (наприклад, режими пуску і зупинки). Нестаціонарний режим навантаження ротора істотно впливає на характеристики опор рідинного тертя [51-66].
Однією з основних вимог, що пред'являються до будь-яких проектованих підшипників, є висока надійність і довговічність на всіх режимах їх роботи. Крім того, до них ставляться такі вимоги: гарантована тривала працездатність, висока вибухо- та пожежобезпечність, висока експлуатаційна економічність, хороша ремонтопридатність після зберігання, транспортування і перевантажень.

Таким чином, велика навантаженість, нестаціонарність навантаження, високі частоти обертання роторів, використання як мастила малов'язких рідин і, як наслідок цих факторів, велика ймовірність турбулентної течії робочої рідини, є основними особливостями роботи підшипників роторів агрегатів енергоустановок.

#### 1.2 Гідростатодинамічні підшипники здвоєного типу

В існуючих конструкціях енергоустановок використовуються різні типи підшипників ковзання [67-90]. Відома велика кількість типів розточки вкладишів. Найбільш часто застосовують найпростіше циліндричне розточення. Однак круглоциліндричний підшипник має малу область стійкості і порівняно невисоку вантажопідйомність. Широко поширений в турбобудуванні двохцентровий підшипник [73]. Демпфуюча здатність двохцентрового підшипника більше, ніж циліндричного, внаслідок того, що в останньому працюють дві половинки підшипника, кожна з яких має клиновий простір.

Іншим типом підшипника, що забезпечує стійку роботу ротора, є трьохцентровий підшипник.

Жорсткість і вібростійкість високошвидкісних опор певною мірою підвищується шляхом застосування багатоклинових опорних підшипників [91].

Дуже надійним типом підшипника, що протидіє виникненню коливань масляного шару, є підшипник з самовстановлювальними сегментами [92-98]. Правильно спроектований і виготовлений підшипник з самовстановлювальними сегментами, на відміну від традиційних конструкцій, дозволяє розширити область стійкого руху ротора. Крім того, вони здатні компенсувати перекоси валопровіда,

мають малі втрати на тертя. Недоліком цих підшипників є порівняно невисока несуча здатність.

Більш перспективними конструкціями підшипників ковзання для перерахованих умов роботи в складі роторів агрегатів енергоустановок є запропоновані і запатентовані автором даної роботи конструкції здвоєних гідростатодинамічних підшипників. На відміну від розглянутих конструкцій підшипників, вони мають дуже високу вантажопідйомність, підвищену демпфуючу здатність та більш широкий діапазон стійкої роботи.

Радіальні гідростатодинамічні підшипники здвоєного типу розроблені в двох варіантах: з нерухомими робочими поверхнями проміжного диска, встановленого на вал і з пружновстановленними робочими поверхнями диска. Підбором пружних елементів, на яких встановлені робочі поверхні диска, можна істотно розширити діапазон стійкої роботи ротора на цих підшипниках.

Застосування радіально-упорних здвоєних підшипників дозволяє забезпечити осьову фіксацію ротора в двох напрямках, сприймати двосторонні осьові навантаження, і таким чином замінити більш складну комбінацію радіального і упорного підшипників. За рахунок кута нахилу зовнішньої робочої поверхні підшипника можна регулювати величину осьового навантаження в підшипнику.

Конструкція здвоєного самоустановлюваного гідростатодинамічного підшипника дозволяє компенсувати перекоси валу з диском всередині підшипника і таким чином підтримувати характеристики підшипника на стабільному рівні.

Для підвищення надійності роботи опорного вузла в режимах пуску, зупинки, а також у випадках відмови системи подачі робочої рідини, автором даної роботи розроблений комбінований підшипник здвоєного типу, який може працювати як в режимах рідинного тертя ковзання, так і в режимах кочення в аварійних ситуаціях і режимах пуску і зупинки. Результати дослідження гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу, наведені в розділах 7 і 8 даної роботи підтверджують їх істотні переваги в порівнянні з традиційними гідростатодинамічними підшипниками.

## 1.3 Існуючі методики розрахунку несучої здатності, витрати мастила, втрат на тертя, а також вимушених коливань і стійкості руху ротора на гідростатодинамічних підшипниках

При визначенні характеристик гідростатодинамічного підшипника необхідно розв'язувати рівняння балансу витрат робочої рідини, рівняння Рейнольдса, визначати вантажопідйомність, витрати робочої рідини, втрати на тертя і прокачування, а також обчислювати амплітуди коливань ротора у середині підшипника з рівнянь його руху. Спільне рішення цих рівнянь являє собою складну гідромеханічну задачу.

У період, коли обчислювальна техніка мала малу швидкодію, і на вирішення гідромеханічного завдання було потрібно багато часу, для розв'язання рівняння Рейнольдса застосовувалися наближено-аналітичні методи, наприклад метод Фур'є, так як це рівняння в даний час не має точного аналітичного розв'язку. Шукана функція в цьому методі визначалася за допомогою тригонометричних рядів. Точність виконання завдання залежала від кількості членів ряду Фур'є. Завдання мало крайовий характер. Граничними умовами для розв'язання крайової задачі був тиск в камерах і тиск на зливі з підшипника. В міру вдосконалення обчислювальної техніки і особливо її швидкодії обчислень, все частіше стали застосовуватися чисельні методи з використанням скінченних різниць в поєднанні з методами поздовжньо-поперечної прогонки або методи скінченних елементів.

Для розв'язання рівнянь балансу витрат, які представляють систему алгебраїчних рівнянь, зазвичай використовують звичайний метод ітерацій або метод Ньютона-Рафсона. Останній метод є узагальненням на випадок декількох невідомих методу дотичних. Вантажопідйомність підшипника визначається інтеграцією функції розподілу тиску по робочій поверхні підшипника. При цьому використовуються методи прямокутників, трапецій і Сімпсона. Рівняння Рейнольдса розв'язується чисельно за допомогою методу скінченних різниць в поєднанні з методами поздовжньо-поперечної прогонки.

Стосовно до втулкових гідростатодинамічних підшипників з циліндричними розточеними робочими поверхнями підшипника, в припущенні постійної дії зовнішньої сили і з використанням чисельних методів при визначенні вантажопідйомності, витрати робочої рідини і втрат на тертя виконано в роботі [99].

Високі частоти обертання роторів і використання як мастила малов'язких рідин є основними причинами виникнення турбулентної течії робочої рідини. У щілинних каналах підшипників рідинного тертя існування ламінарних режимів течії можливо лише до певної межі зростання швидкості потоку, коли сили в'язкості ще здатні нейтралізувати дію сил, що дестабілізують потік. При досягненні цієї межі течія стає некерованою, з'являються пульсації швидкості і тиску в шарі робочої рідини. Облік неламінарних течій робочої рідини ускладнює вирішення гідромеханічного завдання. При аналізі турбулентної течії робочої рідини швидкість і тиск в рівняннях гідромеханіки зазвичай представляють у вигляді суми усереднених і пульсаційних складових. Рівняння балансу витрат і Рейнольдса записують в узагальненому вигляді за допомогою коефіцієнтів турбулентності. Існує кілька методів визначення коефіцієнтів турбулентності, використовуваних дослідниками при визначенні характеристик підшипників рідинного тертя.

Метод В.Н. Константинеску ґрунтується на використанні гіпотези Прандтля про довжину шляху перемішування [100-103].

За методом Нг и Пена турбулентні напруги виражаються через градієнт усередненої швидкості [104].

Метод Хирса або метод інтегральних характеристик, базується на тому, що для визначення залежності між напруженнями тертя на стінці і середньою швидкістю течії використовується емпіричне співвідношення [105]. На підставі численних експериментів Хирс показав, що опис комбінації напірних і сдвигових течій зводиться до опису тільки одної течії, обумовленого дією деякого характерного градієнта тиску. Останній представляється у вигляді суми дійсного градієнта і умовного, дія якого рівноцінна впливу компонентів сдвигової течії.

Енергетичний метод заснований на результатах досліджень А.Н. Колмогорова. Турбулентні дотичні напруження в цьому методі виражаються через ефективний коефіцієнт турбулентної в'язкості і градієнт усередненої швидкості.

Найбільш універсальну методику визначення коефіцієнтів турбулентності наведено в роботі [106]. Відповідно до даної методики коефіцієнти турбулентності, які характеризують ступінь турбулентності потоків рідини, що складаються з куеттовського і довільно орієнтованих напірних, мають локальний характер.

Найбільшого поширення в підшипниках рідинного тертя отримав метод В.Н. Константинеску, особливо при вирішенні задач динаміки, так як в останньому випадку рівняння Рейнольдса носить нелінійний характер, і процес обчислення тисків ускладнюється додатковими ітераціями.

У статті, присвяченій сторіччю початку розвитку математичної теорії мастила [107], покладеного Осборном Рейнольдсом, відзначається, що в ході своїх досліджень він лінеаризовав рівняння течії ньютонівської рідини з постійними властивостями між двома твердими поверхнями. Вирішальне значення для теорії мастила мав його аналіз, в результаті якого було прийнято вважати зміну тиску в окружному і осьовому напрямках, а по товщині мастила тиск приймався постійним.

При проектуванні гідростатодинамічних підшипників велика увага приділяється розрахунку втрат потужності. Дослідженню втрат потужності в високошвидкісних гидростатичних підшипниках присвячена робота [108]. Сумарні втрати потужності в гідростатодинамічному підшипнику складаються з втрат на тертя і втрат на прокачку робочої рідини. Як відомо, гідростатодинамічні підшипники характеризуються великими витратами робочої рідини, а, отже, значними втратами на прокачку, так як втрати на прокачку визначаються перемноженням витрати робочої рідини і тиску живлення цієї рідини. Слід зазначити, що сумарні втрати потужності в гідростатодинамічному підшипнику істотно залежать від режиму течії робочої рідини. Відомо, що турбулентний режим течії робочої рідини може істотно збільшити сумарні втрати потужності в гідростатодинамічному підшипнику. При визначенні втрат потужності на тертя іноді обмежуються площею робочої поверхні підшипника без урахування розмірів поверхонь камер. В роботі [109] відзначається, що при певних режимах роботи гідростатодинамічного підшипника необхідно враховувати втрати потужності в його камерах.

На робочих поверхнях гідростатодинамічних підшипників виконано несучі камери, в які подається робоча рідина під великим тиском. Дослідниками запропоновано різні форми несучих камер. Розгляду різних форм несучих камер присвячена робота [110]. У цій роботі експериментальним шляхом були досліджені гідростатодинамічні підшипники з прямокутною, шевронною і точковою формою камер. Результати досліджень показали, що форма камер істотно не впливає на момент тертя в підшипнику. Витратні характеристики у підшипників з прямокутною і шевронною формою камер мають приблизно однакові значення. Підшипники з точковими камерами мають менші витрати робочої рідини в порівнянні з прямокутною і шевронною формами камер. Вантажопідйомність гідростатодинамічних підшипників з різною формою камер залежить від того, які ефекти домінують. Якщо переважають гідростатичні ефекти (великий тиск і невисокі оберти вала), то вантажопідйомність підшипників з прямокутною і шевронною формою камер буде більше, ніж підшипника з точковою формою камер. У разі, якщо переважають гідродинамічні ефекти (великі швидкості обертання валу i невеликий тиск) перевагу за вантажопідйомністю має підшипник з точковими камерами, в порівнянні з підшипниками з прямокутною і шевронною формами камер.

Дослідження амплітудно-частотних характеристик гідростатодинамічних підшипників з трьома формами камер показало, що вони відрізняються мало в досліджуваному діапазоні параметрів. Більшість дослідників при визначенні характеристик гідростатодинамічних підшипників приймають зазор в осьовому напрямку постійним. Робота [112] присвячена аналізу розподілу тисків в шарі мастила при наявності макровідхилення опорних поверхонь.

Іноді при роботі гідростатодинамічних підшипників використовуються двофазні робочі рідини. В роботі [112] розглянуто метод і наведені результати розрахунку стаціонарних характеристик гідростатодинамічних підшипників при роботі на аерірованому мастилі і водоповітряній суміші. Оцінено вплив наявності газу на несучу здатність, витрати робочого тіла і втрати потужності на тертя і прокачування.

У роботах [112-114] наведено статичні характеристики гідростатодинамічного підшипника, що працює в умовах парорідинного мастила. Отримані результати розрахунку показали, що розвинене кипіння мастильного матеріалу по всьому зазору призводить до різкого зниження жорсткості і демпфірування несучої плівки, а також може знайти відображення в зростанні амплітуд коливань вала.

Розробка математичної моделі гідростатодинамічних підшипників і її реалізація на ЕОМ, в припущенні постійної дії зовнішнього навантаження, в даний час не викликає особливих труднощів.

Для випадку дії змінних зовнішніх навантажень розробка математичної моделі і її чисельна реалізація представляють значні труднощі. В цьому випадку істотно ускладнюється математична модель і виникає необхідність у застосуванні більш точних чисельних методів. З огляду на складності побудови математичної моделі і її чисельної реалізації, на початковому етапі розроблялися наближені математичні моделі для аналізу динамічних властивостей підшипника.

У роботах [115,116] при побудові математичної моделі використовувався енергетичний метод. При цьому стійкість роботи вала оцінювалася по співвідношенню збуджуючої і демпфуючої сил. Сили демпфірування розглядалися лінійно залежними від ексцентриситету. Такий спрощений підхід приводив до висновку, що робота демпфуючих сил завжди більше роботи сил, що викликають вібрацію. Слід зазначити, що в цих роботах розглядалися також багатоклинові підшипники рідинного тертя і підшипники з самовстановлювальними сегментами.

На підставі лінійної теорії пропонується оцінювати стійкість руху вала авторами роботи [117]. Згідно з визначеннями А.М. Ляпунова про стійкість нелінійної системи, можна сказати: система стійка в малому, якщо негативні всі дійсні частини коренів характеристичного рівняння, складені для її лінійного наближення. Система нестійка малому, якщо олин В хоча б корінь характеристичного рівняння її лінійного наближення має позитивну дійсну частину. При виконанні умови стійкості всі відхилення від встановленого значення координат, що з'явилися в системі в результаті зовнішніх збуджень, з плином часу загасають. В роботі [117] приймається допущення про малість відхилень параметрів від їх граничних значень і приймається сукупність значень параметрів, при яких для розглянутого стану рівноваги мають місце негативні дійсні частини всіх коренів характеристичного рівняння. З огляду на неможливість аналітичного розв'язання нелінійних рівнянь руху центру шипа, в роботі [117] розглядається рух центру шипа щодо його положення на кривій рухомої рівноваги за допомогою теорії малих коливань. Таким чином, стійкість рівноважного стану системи масляний шар-шип при навантаженні вала постійною силою розглядається на підставі лінійної теорії. При цьому вал вважається статично і динамічно відбалансованим.

В роботі [118] пропонується наближене визначення зусиль в підшипнику в статичних умовах з використанням нелінійних функцій жорсткості. При цьому не потрібно повторного розв'язання рівнянь мастила. Цей метод можна також використовувати для наближеної оцінки динамічних характеристик підшипника. Недолік цієї методики в тому, що для її реалізації необхідно мати експериментальні дані.

Існує кілька робіт [119-121], які при визначенні динамічних характеристик базуються на теорії малих коливань, досить повно розробленою Поздняком Е.Л. Дослідження стійкості в них ведеться по характеристичному рівнянню. Так

розв'язується динамічна задача в лінійній постановці, тобто додаткові сили розглядаються у вигляді лінійних функцій від переміщень, швидкостей і прискорень.

Використання такого підходу при розв'язанні нестаціонарних задач мастила виявляється досить трудомістким через високий порядок системи диференціальних рівнянь.

Своєрідний підхід для оцінки динамічних характеристик підшипника застосований в роботі [122]. У ній використовується метод рухливості, запропонований Букером в 1964 р. Основна ідея методу рухливості полягає в тому, що рух центру цапфи розглядається як суперпозиція двох одночасно відбуваючихся рухів: руху ненавантаженої обертаючої цапфи («холоста прецесія») і руху навантаженої не обертаючої цапфи («здавлювання»). Перевага цього методу полягає в тому, що він не вимагає обчислення розподілу тиску. Характеристики підшипника містяться в так званій карті рухливості, і, оскільки рівняння руху використовуються в явному вигляді, необхідність в ітераційних обчисленнях відпадає. Крім того, цей метод дозволяє конструктору досить просто графічно будувати траєкторії цапфи. Однак цей метод вимагає того, щоб навантаження були заздалегідь відомі.

При розгляді вимушених коливань ротора з амплітудами, порівняними з величиною радіального зазору, процесу розвитку самозбуджуваних коливань, амплітуд самозбуджуваних коливань і їх стійкості, стійкості роботи при великих збудженнях, траєкторій центру ротора при розгоні і зупинці і інших подібних завдань необхідне застосування нелінійних коливань.

У таких випадках при дослідженні динамічних характеристик, як правило, розглядається зворотна задача. Сили, що діють на шип, визначаються для заданих значень координат, швидкостей і прискорень. При цьому можна припустити, що форма траєкторій заздалегідь відома і являє собою або окружність, або еліпс. У такій постановці виконана робота [123]. У ній розглянуті радіально коливальний рух центру цапфи і рух центру цапфи по орбіті еліптичного типу. Однак таке припущення справедливо тільки при розгляді окремих випадків, так як в загальному випадку траєкторія центру шипа представляє складну криву.

У найбільш строгій постановці, з існуючих досліджень, присвячених нестаціонарних гідродинамічного розв'язанню задач мастила стосовно підшипника, виконана робота [124]. В гідродинамічної частини завдання тут використовується метод апроксимації гідродинамічних сил, який раніше використовувався в роботі [125] для розрахунку сил, що діють в гідростатичному підшипнику. Апроксимація гідродинамічних сил в роботі [124] виконана в залежності від зміщення центру шипа і кута його положення степеневими функціями, в яких показник ступенів залежить від конкретних розмірів опори. У динамічної частини завдання розглянута динаміка двохопорного жорсткого вала. Розроблений в роботі [124] алгоритм розрахунку гідродинамічних підшипників дозволяє приблизно розраховувати траєкторії руху ротора, в порівнянні з методами, в яких гідродинамічні сили розраховуються в кожен момент часу.

Динаміка роторів, встановлених на гідростатодинамічних підшипниках, істотно відрізняється від динаміки роторів на гідродинамічних підшипниках, так як тут мають місце як гідродинамічні, так і гідростатичні ефекти. Зміною тиску можна регулювати жорсткість мастильного шару, що позначається на амплітудночастотних характеристиках системи «ротор - підшипники».

Лінеаризовану математичну модель при дослідженні динамічних характеристик гідростатодинамічних підшипників застосовують і в даний час, коли розглядаються складні конструкції підшипників (наприклад, на пружній основі, двофазні течії робочої рідини і т.д.). Такий підхід застосований в роботах [126-130].

В роботі [126] розглядаються адаптивні гідростатичні підшипники з активними регуляторами витрати мастила, що мають високу навантажувальну здатність. Певні перспективи мають адаптивні гідростатичні підшипники з рухомою втулкою, яку встановлюють в корпусі підшипника на пружному підвісі, виконаному у вигляді еластичних кілець, з'єднаних між собою еластичними перегородками. Таке рішення дозволяє виконувати між втулкою і корпусом підшипника герметичні і ізольовані один від одного керуючі камери, за допомогою яких можлива реалізація необхідних мікропереміщень втулки в залежності від навантаження на опору. У більш пізніх конструкціях з метою забезпечення необхідної динамічної якості адаптивних гідростатичних підшипників з рухомою втулкою було запропоновано використовувати подвійне послідовне дроселювання мастила, що нагнітається в несучі камери підшипника. У даній роботі наведено методику дослідження динамічних характеристик доопрацьованого адаптивного гідростатичного підшипника.

При математичному моделюванні динамічного стану адаптивних гідростатичних підшипників з рухомою втулкою враховані стисливість мастила в керуючих камерах і несучих камерах, демпфірування в матеріалі пружного підвісу. Завдання вирішувалося при допущенні, що вплив гідродинамічного ефекту незначно.

Вирази витрат мастила через дроселюючі перемички гідростатичної опори і сили демпфірування мастила на перемичках отримані шляхом інтегрування функцій витрати і розподілу тиску мастила в тонкому шарі при відповідних граничних умовах.

Динамічна задача в роботі [126] розв'язана за допомогою лінеаризованої моделі при малих відхиленнях робочого зазору і тисків мастила щодо їх стаціонарних значень. Дослідження стійкості в даній роботі ведеться по характеристичному рівнянню.

В роботі [127] розглядається випадок самогенеруючого гідродинамічного сферичного підшипника при дії поперечного навантаження. Стаціонарний розв'язок задачі отримано скінченно-різницевим методом за умов скінченної довжини підшипника і нестисливої змазки. Течія мастила приймалася ламінарною. Динамічні характеристики сферичного підшипника представлені відповідно до встановленої практики у вигляді восьми коефіцієнтів при лінійних членах розкладання сил, що діють в плівці. Визначено також межу динамічної стійкості підшипника. При визначенні динамічних характеристик підшипника застосовано лінійну апроксимацію сил через вісім коефіцієнтів

$$F_{x} = A_{xx} \cdot X + A_{xy} \cdot Y + B_{xx} \cdot \dot{X} + B_{xy} \cdot \dot{Y},$$
  

$$F_{y} = A_{yx} \cdot X + A_{yy} \cdot Y + B_{yx} \cdot \dot{X} + B_{yy} \cdot \dot{Y}.$$
(1.1)

Коефіцієнти А при переміщеннях визначаються шляхом збудження положення центру шипа щодо його стаціонарного стану. Коефіцієнти В визначають шляхом збудження швидкості центру шипа. Ці вісім коефіцієнтів обчислені і використані для дослідження динаміки сферичного підшипника.

Оригінальний метод аналізу динаміки роторних систем з підшипниками ковзання застосований в роботі [128]. У загальному випадку роторна система являє собою складний технічний об'єкт, до складу якого входять різні пристрої (ротор, упорні і опорні підшипники, радіальні і торцеві ущільнення, демпферні елементи, турбіна і т.д.) і в якому можлива взаємодія різних видів енергій (механічної, гідравлічної, електричної, теплової). Важливе завдання при вивченні динамічної поведінки роторної системи - побудова адекватної математичної моделі і, зокрема, визначення рівнянь руху.

Широко відомі підходи до написання рівнянь руху на основі рівнянь Лагранжа, основних теорем динаміки, варіаційних принципів, канонічних рівнянь Гамільтона і т.д., проте їх застосування ускладнює автоматизацію побудови рівнянь і вимагає значних зусиль при побудові моделей систем з різними видами енергії. Прийнятною альтернативою, що добре підходить для отримання рівнянь руху складних систем, є метод потужних графів зв'язків [129], який є машиноорієнтованим. Його застосування дозволяє автоматизувати процес складання рівнянь динаміки.

Ключовим поняттям в теорії потужних графів зв'язків є поняття потужності. Ідея методу потужних графів зв'язків полягає в відображенні зберігаючих потужність перетворень, а основу методу становить аналіз потоку енергії між взаємодіючими окремими частинами динамічної системи - підсистемами. Модель графів зв'язків дозволяє встановити наочний зв'язок між структурою динамічної системи і її кількісними характеристиками (сили, переміщення, швидкості і т.д.).

Метод потужних графів зв'язків дозволяє отримати динамічну модель системи в графічному вигляді (граф зв'язків). На підставі цієї моделі порівняно просто виводяться диференціальні рівняння першого порядку системи, зручні для дослідження на ЕОМ. Граф зв'язків являє собою об'єднання багатозв'язних елементів. У загальному випадку це лінійний граф, вершинами якого є багатозв'язні елементи, а дугами - зв'язки. Багатозв'язні елементи, які становлять вершини графа, позначаються буквено-цифровими символами. Напів-зв'язки багатозв'язного позначаються відрізками ліній. Напів-зв'язки елемента розташовуються там, де елемент може взаємодіяти з середовищем. Напів-зв'язки графа позначаються відрізками ліній з напів-стрілкою і короткою рискою на кінці лінії. Напів-стрілки позначають напрямок потужності в системі, а риска, перпендикулярна відрізку лінії, - причинний зв'язок (напрямок зусилля і потоку щодо багатозв'язного елемента). Якщо напів-стрілка і риска лежать по одну сторону відрізка, то потужність вважається позитивною.

Застосування методу потужних графів зв'язків зазвичай починають з побудови найбільш простої моделі, в якій представлені основні зв'язки в пристрої. Потім ця вихідна модель поступово ускладнюється настільки, що можна врахувати всі функціональні властивості.

Перший крок процесу моделювання полягає у виділенні даної системи з навколишнього середовища. Для цього визначають напів-зв'язки, які пов'язують систему і навколишнє середовище, і вважають, що приєднання відповідних джерел до цих напів-зв'язків системи не змінює параметрів навколишнього середовища. Потім в модель включають основні зв'язки між розглянутими виходами в систему. Після цього послідовно додають однозв'язні елементи, важливі з точки зору фізичних процесів в пристроях, одночасно визначаючи причинну залежність кожного додаткового елемента, і грубо оцінюючи роботу системи.

Вже згадана динамічна система складається з ротора і підшипників ковзання, що характеризуються в горизонтальній і вертикальній площинах відповідними коефіцієнтами жорсткості і демпфірування. Ця система має дві ступені свободи, знаходиться в гравітаційному полі і на неї діє збудлива сила, обумовлена спільною дією сили тяжіння і сили неврівноваженості ротора.

Переваги методу потужних графів зв'язків полягають в тому, що граф зв'язків однозначно описує структуру системи, на підставі побудованого графа порівняно просто записуються канонічні рівняння (диференціальні рівняння першого порядку). Процес запису рівнянь можна автоматизувати, в моделях графів зв'язків легко враховуються фізичні властивості і причинна залежність між змінними.

Недоліком розглянутого методу є припущення, що цапфа займає положення, близьке до центру підшипника, і таким чином його неможливо застосувати для важко навантажених опор, в яких ротора працюють на великих ексцентриситетах. У цьому методі також приймається лінійна залежність гідродинамічних сил від ексцентриситету і швидкості, що відповідає дійсності тільки на дуже малих ексцентриситетах. Записані диференціальні рівняння руху мають перший порядок, тобто також є лінійними.

В силу розглянутих недоліків можна зробити висновок про те, що цей метод має дуже обмежене застосування.

Робота [130] присвячена розгляду нестаціонарного руху осі вала в підшипниковому вузлі ковзання. У конструкції підшипника передбачено наявність пружного тонкого вкладиша. Вихідні рівняння руху осі вала записані відповідно до класичних законів механіки. Однак в силу складності поставленого завдання авторами даної роботи був внесений ряд спрощень. Нестаціонарне рівняння Рейнольдса записано в припущенні відсутності торцевої течії робочої пілшипника. Рішення рідини, тобто «нескінченного» вихілних лля диференціальних рівнянь руху центру вала виконано з використанням суми двох асимптотичних рядів. Це дозволило отримати систему рівнянь, що визначає залежність координат осі вала від часу. Система рівнянь включає коефіцієнти

жорсткості і демпфірування мастильного шару, що визначаються чисельним інтегруванням рівнянь Рейнольдса. При цьому коефіцієнти жорсткості визначаються відповідними відносинами компонент сили тиску до складових зміщень валу, а коефіцієнти демпфірування - відповідними відносинами компонент сили до складових швидкостей осі вала.

Розглянута теорія також носить лінеаризований характер і не дозволяє досліджувати амплітудно-частотні характеристики ротора на підшипниках ковзання.

У найбільш загальній постановці, з існуючих досліджень, виконано роботи [131-135]. Траєкторії руху центру шипа в цих роботах визначаються на основі спільного розв'язання основних рівнянь гідромеханіки і нелінійних рівнянь руху центру шипа, вперше отриманих М.В. Коровчинським [136]. У цих роботах рівняння Рейнольдса узагальнені на випадок неламінарних течій за допомогою коефіцієнтів турбулентності. Тиск в камерах на міжкамерних перемичках і гідростатодинамічні сили перераховуються на кожному кроці переміщення центру ротора.

У рівняння руху центру ротора усередині підшипника крім гідростатодинамічних сил входять також постійне навантаження від ваги ротора і змінне навантаження від неврівноваженості ротора.

Така постановка задачі дозволяє розраховувати амплітудно-частотні характеристики ротора на підшипниках ковзання рідинного тертя, досліджувати зони резонансу і межі стійкого руху ротора на розглянутих підшипниках, а також дослідити самозбуджені коливання або автоколивання.

Розглянуті роботи з дослідження підшипників ковзання рідинного тертя в нестаціонарній постановці виконано без урахування локальних і конвективних сил інерції в рівняннях руху рідини. З урахуванням інерції мастила стосовно гідростатодинамічних підшипників виконана робота [137]. Однак в роботі [138] відзначається, що урахування локальних і конвективних членів інерції в рівняннях руху рідини буде необхідний для перспективних гідростатодинамічних підшипників, що працюють на малов'язких рідинах при досить великих швидкостях.

### 1.4 Висновки

На підставі аналізу умов роботи гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу, рекомендованих для використання в якості опор роторів агрегатів енергоустановок, а також сучасного стану досліджень підшипників ковзання рідинного тертя різного типу, можна зробити наступні висновки:

1.1.Основними особливостями роботи опор роторів агрегатів енергоустановок є високі частоти обертання роторів, висока навантаженість опор, нестаціонарний характер зовнішніх навантажень і використання як мастила робочих тіл енергоустановок, як правило, малов'язкі рідини. Тому існує велика ймовірність турбулентної течії робочих рідин в щілевому тракті підшипника.

1.2.Для забезпечення високої надійності і довговічності найбільш прийнятним типом опор роторів агрегатів енергоустановок і інших важко навантажених високошвидкісних машин є гідростатодинамічний підшипник здвоєного типу.

1.3.В даний час відсутні математичні моделі, які описують роботу здвоєних гідростатодинамічних підшипників як в стаціонарній, так і в нестаціонарної постановки.

1.4.Відсутні методики розрахунку і рекомендації з проектування гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу.

1.5.Відсутні конструкції різних типів здвоєних гідростатодинамічних підшипників.

## **РОЗДІЛ 2**

## ТЕОРІЯ ЗДВОЄНОГО РАДІАЛЬНОГО ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНОГО ПІДШИПНИКА ПРИ ПОСТІЙНОМУ ЗОВНІШНЬОМУ НАВАНТАЖЕННІ

### 2.1 Конструктивна схема і визначення тисків у камерах

Надійність роботи будь-якої машини істотно залежить від працездатності опор роторів. З метою отримання малих габаритів машини спостерігається тенденція до зростання швидкостей обертання роторів машин. При цьому зростає навантаженість опор, ростуть віброперенавантаження і вібропереміщення. У цих умовах виникає необхідність пошуку підшипників, які мають підвищену несучу здатність і поліпшені демпфуючі властивості. Таким підшипником є здвоєний гідростатодинамічний підшипник. Схему цього підшипника наведено на рис. 2.1.

Розглянутий підшипник має 2 робочі поверхні, на яких виконані несучі камери. Тиски робочої рідини в камерах позначені РК1,1; РК1,2; РК1,3; РК1,4; РК2,1; РК2,2; РК2,3; РК2,4. Мастильний матеріал подається в несучі камери під великим тиском  $P_{\rm вx}$ . Диск, закріплений на валу, обертається з кутовою швидкістю ю́, і його положення в підшипнику визначається ексцентриситетом «е» і кутом положення  $\beta_0$ . Ексцентриситет в гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу являє собою відстань між центрами підшипника і диска. Основними характеристиками підшипника є несуча здатність W, витрата мастильного матеріалу Q і втрати потужності на тертя і прокачування N. В основі визначення цих характеристик лежить функція розподілу тиску по робочій поверхні підшипника. Для її визначення необхідно розв'язати разом рівняння балансу витрат і рівняння Рейнольдса. Баланс витрат робочої рідини записується з умови рівності витрат через вхідний компенсуючий пристрій (жиклер) і витрат по контуру 1-й камери. Запишемо баланс витрат для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника (рис. 2.2)



Рис. 2.1. Схема здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника при постійній нагрузці



Рис. 2.2. Розгортки верхньої (а) і нижньої (б) робочих поверхонь

$$Q_{BX1,i} = Q_{1.1,i} + Q_{1.2,i} + Q_{1.3,i} + Q_{1.4,i}, \qquad (2.1)$$

$$Q_{BX2,i} = Q_{2.1,i} + Q_{2.2,i} + Q_{2.3,i} + Q_{2.4,i}, \qquad (2.2)$$

де Q<sub>BX1,i</sub> і Q<sub>BX2,i</sub> – витрати робочої рідини через вхідні компенсуючі пристрої, відповідно для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника.

При записи виразів для витрат Q<sub>BX1,i</sub> і Q<sub>BX2,i</sub> скористаємося відомою формулою гідравліки [139-141].

Для жиклерів ці витрати записуються в такому вигляді:

$$Q_{BX1,i} = \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{K1}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{BX} - P_{K1,i})}, \qquad (2.3)$$
$$Q_{W2,i} = \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{K1}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{W} - P_{W2,i})}$$

$$Q_{BX2,i} = \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\mathcal{H}2}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \left( P_{BX} - P_{\kappa 2,i} \right)$$
(2.4)

де  $\psi_{\text{вх}}$ - коефіцієнт входу, рівний 0,62-0,82 [142,143];

r<sub>ж1</sub> і r<sub>ж2</sub> – радіуси жиклерів в зовнішній і внутрішній частинах підшипника; ρ – густина робочої рідини;

Р<sub>вх</sub> - тиск живлення робочої рідини від насоса;

Р<sub>к1,*i*</sub> і Р<sub>к2,*i*</sub> – тиск в і-ої камері для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника.

Витрати по контуру і-ої камери з урахуванням переносної і градієнтної течії робочої рідини запишемо використовуючи відому формулу [144]

$$Q_{11,i} = -\frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i} \cdot \ell_{K1}}{2} + \frac{h_{1,i}^{3} (P_{K1,i} - P_{K1,i-1}) \cdot \ell_{K1}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{MK1} \cdot K_{X_{11}}},$$

$$Q_{12,i} = \frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i+2} \cdot \ell_{K1}}{2} + \frac{h_{1,i+2}^{3} \cdot (P_{K1,i} - P_{K1,i+1}) \cdot \ell_{K1}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{MK1} \cdot K_{X_{12}}},$$

$$Q_{13,i} = Q_{14,i} = \frac{h_{1,i+1}^{3} \cdot (P_{K1,i} - P_{3,i}) \cdot b_{K1}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{\Pi1} \cdot K_{Z_{1}}},$$

$$Q_{21,i} = -\frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i} \cdot \ell_{K2}}{2} + \frac{h_{2,i}^{3} (P_{K2,i} - P_{K2,i-1}) \cdot \ell_{K2}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{MK2} \cdot K_{Z_{21}}},$$

$$Q_{22,i} = \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i+2} \cdot \ell_{K2}}{2} + \frac{h_{2,i+2}^{3} \cdot (P_{K2,i} - P_{K2,i+1}) \cdot \ell_{K2}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{MK2} \cdot K_{X_{22}}},$$

$$Q_{23,i} = Q_{24,i} = \frac{h_{2,i+1}^{3} \cdot (P_{K2,i} - P_{3,i}) \cdot b_{K2}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{M2} \cdot K_{Z_{22}}},$$

де ω-кутова швидкість обертання валу;

R<sub>1</sub> і R<sub>2</sub>- радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь підшипника; h<sub>1,i</sub> і h<sub>2,i</sub> – зазори в підшипнику, відповідно на зовнішній і внутрішній робочих поверхнях;

 $\ell_{K1}$  і  $\ell_{K2}$  – довжина камер на зовнішній і внутрішній робочих поверхнях підшипника (рис. 2.2);

µ – динамічна в'язкість робочої рідини;

 $\ell_{\rm MK1}$  і  $\ell_{\rm MK2}$  – довжини міжкамерних перемичок підшипника;

 $\ell_{\Pi 1}$  і  $\ell_{\Pi 2}$  – довжини торцевих перемичок камер;

b<sub>K1</sub>і b<sub>K2</sub> – ширина камер на зовнішній і внутрішній робочих поверхнях підшипника;

Р<sub>зл</sub> – тиск робочої рідини на зливі;

К<sub>X11</sub>, К<sub>X12</sub>, К<sub>Z1</sub>, К<sub>X21</sub>, К<sub>X22</sub>, К<sub>Z2</sub> – коефіцієнти турбулентності;

Коефіцієнти турбулентності визначаються за методом В.Н. Константинеску [100-102]. Відповідно до цього методу їх визначають наступним чином:

$$\begin{split} K_{X11} &= 1 + 0,044 (\sigma_{*11}^2 \cdot \text{Re}_{11})^{0,725}, \\ K_{X12} &= 1 + 0,044 (\sigma_{*12}^2 \cdot \text{Re}_{12})^{0,725}, \\ K_{Z1} &= 1 + 0,0247 (\sigma_{*1}^2 \cdot \text{Re}_{1})^{0,65}, \\ K_{X21} &= 1 + 0,044 (\sigma_{*21}^2 \cdot \text{Re}_{21})^{0,725}, \\ K_{X22} &= 1 + 0,044 (\sigma_{*22}^2 \cdot \text{Re}_{22})^{0,725}, \\ K_{Z2} &= 1 + 0,0247 (\sigma_{*2}^2 \cdot \text{Re}_{2})^{0,65}, \end{split}$$

$$\begin{split} \sigma_{*11} &= 0,125 \cdot \operatorname{Re}_{11}^{0,07}; \, \sigma_{*12} = 0,125 \cdot \operatorname{Re}_{12}^{0,07}; \, \sigma_{*1} = 0,125 \cdot \operatorname{Re}_{1}^{0,07}; \\ \sigma_{*21} &= 0,125 \cdot \operatorname{Re}_{21}^{0,07}; \, \sigma_{*22} = 0,125 \cdot \operatorname{Re}_{22}^{0,07}; \, \sigma_{*2} = 0,125 \cdot \operatorname{Re}_{2}^{0,07}; \\ \operatorname{Re}_{11} &= \frac{\operatorname{U}_{1} \cdot \operatorname{h}_{1,i}}{\nu}; \, \operatorname{Re}_{12} = \frac{\operatorname{U}_{1} \cdot \operatorname{h}_{1,i+2}}{\nu}; \, \operatorname{Re}_{1} = \frac{\operatorname{U}_{1} \cdot \operatorname{h}_{1,i+1}}{\nu}; \, \operatorname{Re}_{21} = \frac{\operatorname{U}_{2} \cdot \operatorname{h}_{2,i}}{\nu}; \\ \operatorname{Re}_{22} &= \frac{\operatorname{U}_{2} \cdot \operatorname{h}_{2,i+2}}{\nu}; \, \operatorname{Re}_{2} = \frac{\operatorname{U}_{2} \cdot \operatorname{h}_{2,i+1}}{\nu} - \operatorname{числа} \operatorname{PeйHonbdca}; \\ \operatorname{U}_{1} &= \omega \cdot \operatorname{R}_{D1} \operatorname{i} \operatorname{U}_{2} = \omega \cdot \operatorname{R}_{D2} - \operatorname{okpyжhi} \operatorname{швиdkocti}; \\ \operatorname{R}_{D1} \operatorname{i} \operatorname{R}_{D2} - \operatorname{padiycu} \operatorname{ducka} (\operatorname{30Bhimhiй} \operatorname{i} \operatorname{Bhytpimhi}); \\ \nu - \operatorname{kihematurha} \operatorname{B'} \operatorname{skictb} \operatorname{poforoj} \operatorname{piduhu}. \end{split}$$

3 рівнянь балансу витрат (2.1) і (2.2), після підстановки виразів (2.3), (2.4) і (2.5), запишемо вирази для визначення тисків у і-й камері, пристосовані для чисельної реалізації.

Попередньо введемо позначення

$$\begin{aligned} a_{1} &= \frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i} \cdot \ell_{K1}}{2}, & b_{1} &= \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i} \cdot \ell_{K2}}{2}, \\ a_{2} &= \frac{h_{1,i}^{3} \cdot \ell_{K1}}{12\mu \cdot \ell_{MK1} \cdot K_{X11}}, & b_{2} &= \frac{h_{2,i}^{3} \cdot \ell_{K2}}{12\mu \cdot \ell_{MK2} \cdot K_{X21}}, \\ a_{3} &= \frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i+2} \cdot \ell_{K1}}{2}, & b_{3} &= \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i+2} \cdot \ell_{K2}}{2}, \\ a_{4} &= \frac{h_{1,i+2}^{3} \cdot \ell_{K1}}{12\mu \cdot \ell_{MK1} \cdot K_{X12}}, & b_{4} &= \frac{h_{2,i+2}^{3} \cdot \ell_{K2}}{12\mu \cdot \ell_{MK2} \cdot K_{X22}}, \\ a_{5} &= \frac{h_{1,i+1}^{3} \cdot b_{K1}}{12\mu \cdot \ell_{\Pi1} \cdot K_{Z1}}, & b_{5} &= \frac{h_{2,i+1}^{3} \cdot b_{K2}}{12\mu \cdot \ell_{\Pi2} \cdot K_{Z2}}, \\ a_{6} &= \psi_{bx} \cdot \pi \cdot r_{K1}^{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}, & b_{6} &= \psi_{bx} \cdot \pi \cdot r_{K2}^{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \end{aligned}$$

Тоді рівняння (2.1) і (2.2) приймуть вигляд

$$\begin{split} a_6 \cdot \sqrt{P_{_{BX}} - P_{K1,i}} &= -a_1 + a_2 \cdot \left(P_{K1,i} - P_{K1,i-1}\right) + a_3 + a_4 \left(P_{K1,i} - P_{K1,i+1}\right) + \\ &+ 2a_5 (P_{K1,i} - P_{_{3\Lambda}}) \quad, \end{split}$$

$$b_{6} \cdot \sqrt{P_{BX} - P_{K2,i}} = -b_{1} + b_{2} \cdot (P_{K2,i} - P_{K2,i-1}) + b_{3} + b_{4}(P_{K2,i} - P_{K2,i+1}) + 2b_{5}(P_{K2,i} - P_{3\pi}).$$

Об'єднаймо складові, які містять тиск в камерах в одну складову

$$\begin{aligned} a_6 \cdot \sqrt{P_{BX} - P_{K1,i}} &= -a_1 - a_2 \cdot P_{K1,i-1} + a_3 - a_4 \cdot P_{K1,i+1} - 2a_5 \cdot P_{3\pi} + \\ &+ (a_2 + a_4 + 2 \cdot a_5) \cdot P_{K1,i} , \end{aligned}$$

$$\begin{split} b_6 \cdot \sqrt{P_{_{BX}} - P_{_{K2,i}}} &= -b_1 - b \cdot P_{_{K2,i-1}} + b_3 - b_4 \cdot P_{_{K2,i+1}} - 2b_5 \cdot P_{_{3\pi}} + \\ &+ (b_2 + b_4 + 2 \cdot b_5) \cdot P_{_{K2,i}} \end{split}$$

Введемо додаткові позначення

$$a_{8} = a_{2} + a_{4} + 2a_{5}, \qquad b_{8} = b_{2} + b_{4} + 2b_{5}, \\a_{9,i} = \frac{a_{6}}{a_{8}}, \qquad b_{9,i} = \frac{b_{6}}{b_{8}}, \\a_{10,i} = \frac{a_{1} - a_{3} + 2a_{5} \cdot P_{3\pi}}{a_{8}}, \qquad b_{10,i} = \frac{b_{1} - b_{3} + 2b_{5} \cdot P_{3\pi}}{b_{8}}, \\a_{11,i} = \frac{a_{2}}{a_{8}}, \qquad b_{11,i} = \frac{b_{2}}{b_{8}}, \\a_{12,i} = \frac{a_{4}}{a_{8}}, \qquad b_{12,i} = \frac{b_{4}}{b_{8}}.$$

Тоді остаточно запишемо вирази для визначення тисків у камерах

$$(P_{K1,i})_{n+1} = a_{9,i} \cdot \sqrt{P_{BX} - (P_{K1,i})_n + a_{11,i}(P_{K1,i-1})_n + a_{12,i}(P_{K1,i+1})_n + a_{10,i}}$$
(2.6)

$$(P_{K2,i})_{n+1} = b_{9,i} \cdot \sqrt{P_{BX} - (P_{K2,i})_n} + b_{11,i} (P_{K2,i-1})_n + b_{12,i} (P_{K2,i+1})_n + b_{10,i} \quad .$$
 (2.7)

Запишемо вирази (2.6) і (2.7) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\left(\overline{P}_{K1,i}\right)_{n+1} = \overline{a}_{9,i} \cdot \sqrt{1 - \left(\overline{P}_{K1,i}\right)_n} + \overline{a}_{11,i} \left(\overline{P}_{K1,i-1}\right)_n + \overline{a}_{12,i} \left(\overline{P}_{K1,i+1}\right)_n + \overline{a}_{10,i}, \qquad (2.8)$$

$$(\overline{P}_{K2,i})_{n+1} = \overline{b}_{9,i} \cdot \sqrt{1 - (\overline{P}_{K2,i})_n} + \overline{b}_{11,i} (\overline{P}_{K2,i-1})_n + \overline{b}_{12,i} (\overline{P}_{K2,i+1})_n + \overline{b}_{10,i,.}$$
(2.9)

Безрозмірні параметри в виразах (2.8) і (2.9) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{a_{9i}} = \frac{a_{9i}}{\sqrt{P_{BX}}}; \ \overline{a_{11i}} = a_{11i}; \ \overline{a_{12i}} = a_{12i}; \ \overline{a_{10i}} = \frac{a_{10i}}{P_{BX}};$$
$$\overline{b_{9i}} = \frac{b_{9i}}{\sqrt{P_{BX}}}; \ \overline{b_{11i}} = b_{11i}; \ \overline{b_{12i}} = b_{12i}; \ \overline{b_{10i}} = \frac{b_{10i}}{P_{BX}}.$$

Задаючись початковими значеннями тисків в камерах  $(P_{K1,i})_n$  і  $(P_{K2,i})_n$ , отримуємо нові значення тисків на n + 1 кроці по рівняннях (2.8) і (2.9).

Ітераційний процес продовжується до тих пір, поки попередні і подальші значення тисків в камерах будуть менше заданої точності розв'язку ( $\varepsilon_1$ ), тобто

$$\left|\left(\overline{P}_{K1,i}\right)_{n+1} - \left(\overline{P}_{K1,i}\right)_{n}\right| \le \varepsilon_{1}; \qquad \left|\left(\overline{P}_{K2,i}\right)_{n+1} - \left(\overline{P}_{K2,i}\right)_{n}\right| \le \varepsilon_{2}.$$

## 2.2 Визначення функції розподілу тиску на міжкамерних перемичках з рішення рівнянь Рейнольдса

Для визначення функції зміни тиску на міжкамерних перемичках застосуємо рівняння Рейнольдса, яке, з урахуванням загальноприйнятих у гідродинамічної теорії мастила припущень, має такий вигляд [103]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{K_x} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{K_z} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu\omega R \frac{\partial h}{\partial x},$$
(2.10)

де x і z – окружна і осьова координати в підшипнику;

h – поточне значення зазору в підшипнику;

Р – поточне значення тиску на міжкамерних перемичках;

*К*<sub>x</sub> і *К*<sub>z</sub> – коефіцієнти турбулентності;

*µ* – динамічна в'язкість робочої рідини;

ω – кутова швидкість обертання валу з диском;

R – радіус опорної поверхні.

Рівняння Рейнольдса (2.10) узагальнено на випадок турбулентної течії робочої рідини за допомогою коефіцієнтів  $K_X$  і  $K_Z$ . Існує кілька методів визначення коефіцієнтів турбулентності  $K_X$  і  $K_Z$ . Найбільш поширений в даний час є метод В.Н. Константинеску, заснований на гіпотезі Л. Прандля про шляхи перемішування. Відповідно до цього методу коефіцієнти  $K_x$  і  $K_z$  визначаються за такими залежностями:

$$\begin{split} \mathrm{K_x} &= 1 + 0.044 (\sigma_*^2 \cdot \mathrm{Re})^{0.725}, \\ \mathrm{K_z} &= 1 + 0.0247 (\sigma_*^2 \cdot \mathrm{Re})^{0.65}, \end{split}$$

де  $\sigma_* = 0.125 \cdot \text{Re}^{0.07};$ Re  $= \frac{\textbf{u} \cdot \textbf{h}}{v}$  – число Рейнольдса;

и – окружна швидкість вала;

v – кінематична в'язкість робочої рідини.

У розглянутій конструкції підшипника між валом і підшипником застосовано проміжний диск, що дозволило отримати здвоєний гідростатодинамічний підшипник. В силу того, що швидкості зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь диска, а також зазори в зовнішній і внутрішній частинах підшипника будуть різні, запишемо рівняння Рейнольдса для зовнішньої і внутрішньої частин підшипника

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h_1^3}{K_{x1}} \frac{\partial P_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3}{K_{z1}} \frac{\partial P_1}{\partial z_1} \right) = 6\mu\omega R_{D1} \frac{\partial h_1}{\partial x_1},$$
(2.11)

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{h_2^3}{K_{x2}} \frac{\partial P_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h_2^3}{K_{z2}} \frac{\partial P_2}{\partial z_2} \right) = 6\mu\omega R_{D2} \frac{\partial h_2}{\partial x_2}, \qquad (2.12)$$

де 
$$K_{X1} = 1 + 0,044(\sigma_{*1}^2 \cdot \text{Re}_1)^{0,725};$$
  
 $K_{Z1} = 1 + 0,0247(\sigma_{*1}^2 \cdot \text{Re}_1)^{0,65};$   
 $K_{X2} = 1 + 0,044(\sigma_{*2}^2 \cdot \text{Re}_2)^{0,725};$   
 $K_{Z2} = 1 + 0,247(\sigma_{*2}^2 \cdot \text{Re}_2)^{0,65};$   
 $\sigma_{*1} = 0.125 \cdot \text{Re}_1^{0.07};$   
 $\sigma_{*2} = 0.125 \cdot \text{Re}_2^{0.07};$ 

 $h_{1,i} = \delta_{01} - e \cdot \cos(\varphi - \beta_0)$  і  $h_{2,i} = \delta_{02} + e \cdot \cos(\varphi - \beta_0)$  – поточні значення зазорів в зовнішній і внутрішній частинах підшипника;

 $\delta_{01} = R_{\Pi 1} - R_{D1}$  і  $\delta_{02} = R_{D2} - R_{\Pi 2}$  — радіальні зазори для зовнішньої і внутрішньої частин підшипника;

 $R_{\Pi 1}$  і  $R_{\Pi 2}$  – радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь підшипника;  $R_{D1}$  і  $R_{D2}$  – радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь диска; е – ексцентриситет, що характеризує відстань між центрами підшипника і диска;  $\phi$  – поточна окружна координата в підшипнику;  $\beta_0$  – кут положення диска в підшипнику (рис.2.1).

Запишемо вирази (2.11) та (2.12) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри з рискою зверху

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_1} \left( \frac{\overline{h}_1^3}{K_{x1}} \frac{\partial \overline{P}_1}{\partial \varphi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{z_1}} \left( \frac{\overline{h}_1^3}{K_{z1}} \frac{\partial \overline{P}_1}{\partial \overline{z}_1} \right) = \Omega_1 \frac{\partial (\overline{U_1} \cdot \overline{h}_1)}{\partial \varphi_1}, \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left( \frac{\overline{h}_2^3}{K_{x2}} \frac{\partial \overline{P}_2}{\partial \varphi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{z}_2} \left( \frac{\overline{h}_2^3}{K_{z2}} \frac{\partial \overline{P}_2}{\partial \overline{z}_2} \right) = \Omega_2 \frac{\partial (U_2 \cdot h_2)}{\partial \varphi_2}.$$
 (2.14)

Безрозмірні параметри в виразах (2.13) і (2.14) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{\chi}_1 = \frac{e}{\delta_{01}}; \ \overline{\chi}_2 = \frac{e}{\delta_{02}}; \ \overline{h}_1 = \frac{h_1}{\delta_{01}}; \ \overline{h}_2 = \frac{h_2}{\delta_{02}};$$

$$\begin{split} \phi_1 &= \frac{X_1}{R_{D1}}; \ \phi_2 = \frac{X_2}{R_{D2}}; \ \overline{Z}_1 = \frac{Z_1}{R_{D1}}; \ \overline{Z}_2 = \frac{Z_2}{R_{D2}}; \\ \overline{P}_1 &= \frac{P_1}{P_{BX}}; \ \overline{P}_2 = \frac{P_2}{P_{BX}}; \ \Omega_1 = \frac{6\mu\omega R_{D1}}{\delta_{01}^2 \cdot P_{BX}}; \ \Omega_2 = \frac{6\mu\omega R_{D2}}{\delta_{02}^2 \cdot P_{BX}}. \end{split}$$

Рівняння Рейнольдса в даний час не має точного аналітичного розв'язку. Тому для його розв'язання застосовують наближені чисельні методи. Одним з таких методів є метод скінченних різниць в поєднанні з методами поздовжньопоперечної прогонки [145-150].

Для запису рівнянь (2.13) і (2.14) в скінченно-різницевому вигляді поверхню між камерами зовнішніх і внутрішніх частин підшипника покриємо регулярними сітками з кроком  $\Delta \varphi_1, \Delta \varphi_2, \ \Delta \overline{Z}_1, \ \Delta \overline{Z}_2$ , і часні похідні запишемо в скінченно-різницевому вигляді, використовуючи п'ятиточковий шаблон.

Для зовнішніх частин підшипника скінченно-різницева запис рівняння Рейнольдса матиме такий вигляд:

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \varphi_{1}} \left( \frac{\overline{h}_{1}^{3}}{K_{X1}} \frac{\partial \overline{P_{1}}}{\partial \varphi_{1}} \right) = \frac{\overline{h}_{1,\iota}^{3} (\overline{P}_{1,i+1,j} - 2\overline{P}_{1,i,j} + \overline{P}_{1,i-1,j})}{K_{X1,i} \ \Delta \varphi_{1}^{2}} + \\ &+ \frac{3\overline{h}_{1,\iota}^{2} (\overline{h}_{1,i+1} - \overline{h}_{1,i-1}) \cdot (\overline{P}_{1,i+1,j} - \overline{P}_{1,i-1,j})}{K_{X1,i} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_{1}^{2}} - \\ &- \frac{\overline{h}_{1,i}^{3} (K_{X1,i+1} - K_{X1,i-1}) (\overline{P}_{1,i+1,j} - \overline{P}_{1,i-1,j})}{K_{X1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_{1}^{2}}; \\ &\frac{\partial}{\partial \overline{z}} \left( \frac{\overline{h}_{1}^{3}}{K_{Z1}} \frac{\partial \overline{P_{1}}}{\partial \overline{z_{1}}} \right) = \frac{\overline{h}_{1,i}^{3} (\overline{P}_{1,i,j+1} - 2\overline{P}_{1,i,j} + \overline{P}_{1,i,j-1})}{K_{Z1,i} \ \Delta \overline{Z}_{1}^{2}}; \\ &F_{1,\iota} = \Omega_{1} \frac{\partial (\overline{U}_{1} \cdot \overline{h}_{1})}{\partial \varphi_{1}} = \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{U}_{1,i} (\overline{h}_{1,\iota+1} - \overline{h}_{1,\iota-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_{1}}, \end{split}$$

Введемо позначення

$$\begin{split} H_{1,i} &= \frac{\overline{h}_{1,i}^{3}}{K_{X1,i} \cdot \Delta \phi_{1}^{2}}, \\ H_{2,i} &= \frac{3\overline{h}_{1,i}^{2}(\overline{h}_{1,i+1} - \overline{h}_{1,i-1})}{K_{X1,i} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{1}^{2}}, \\ H_{3,i} &= \frac{\overline{h}_{1,i} \cdot (K_{X1,i+1} - K_{X1,i-1})}{K_{X1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{1}^{2}}, \\ H_{4,i} &= \frac{h_{1,i}^{3}}{K_{Z1,i} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{1}^{2}}, \\ H_{5,i} &= H_{1,i} + H_{2,i} - H_{3,i}, \\ H_{6,i} &= -H_{1,i} \cdot 2 - H_{4,i} \cdot 2, \\ H_{7,i} &= H_{1,i} - H_{2,i} + H_{3,i}. \end{split}$$

Запишемо безрозмірне рівняння Рейнольдса для зовнішньої частини підшипника у вигляді скінченних різниць

$$H_{5,i} \cdot \overline{P}_{1,i+1,j} + H_{6,i}\overline{P}_{1,i,j} + H_{7,i}\overline{P}_{1,i-1,j} + H_{4,i}\overline{P}_{1,i,j+1} + H_{4,i}\overline{P}_{1,i,j-1} = F_{1,i.}$$
(2.15)

Для внутрішньої частини підшипника скінченно-різницевий запис рівняння Рейнольдса буде приведено в тій же послідовності, що і для зовнішньої частини підшипника.

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left( \frac{\overline{h}_2^3}{K_{X2}} \frac{\partial \overline{P}_2}{\partial \varphi_2} \right) = \frac{\overline{h}_{2,i}^3 (\overline{P}_{2,i+1,j} - 2\overline{P}_{2,i,j} + \overline{P}_{2,i-1,j})}{K_{X2,i} \ \Delta \varphi_2^2} +$$

$$+\frac{3\overline{h}_{2,i}^{2}(\overline{h}_{2,i+1}-\overline{h}_{2,i-1})\cdot(\overline{P}_{2,i+1,j}-\overline{P}_{2,i-1,j})}{K_{X2,i}\cdot 4\cdot\Delta\phi_{2}^{2}}-\frac{h_{2,i}^{3}(K_{X2,i+1}-K_{X2,i-1})(\overline{P}_{2,i+1,j}-\overline{P}_{2,i-1,j})}{K_{X2,i}^{2}\cdot 4\cdot\Delta\phi_{2}^{2}},$$

$$\frac{\partial}{\partial \overline{z}_2} \left( \frac{\overline{h}_2^3}{K_{Z2}} \frac{\partial \overline{P}_2}{\partial \overline{z}_2} \right) = \frac{\overline{h}_{2,i}^3 (\overline{P}_{2,i,j+1} - 2\overline{P}_{(2,i,j)} + \overline{P}_{2,i,j-1})}{K_{Z2,i} \ \Delta \overline{Z}_2^2},$$

$$F_{2,i} = \Omega_2 \frac{\partial (\overline{U}_2 \cdot \overline{h}_2)}{\partial \varphi_2} = \frac{\Omega_2 \cdot \overline{U}_{2,i} (\overline{h}_{2,i+1} - \overline{h}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_2},$$

де i = 1,2 ..., N<sub>1</sub>; j = 1.2 ..., N<sub>2</sub>; N<sub>1</sub> i N<sub>2</sub> – число вузлів сітки відповідно в напрямках і (окружному) і ј (осьовому).

Введемо позначення

$$\begin{split} E_{1,i} &= \frac{\overline{h}_{2,i}^3}{K_{X2,i} \cdot \Delta \phi_2^2}, \\ E_{2,i} &= \frac{3\overline{h}_{2,i}^2 (\overline{h}_{2,i+1} - \overline{h}_{2,i-1})}{K_{X2,i} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_2^2}, \\ E_{3,i} &= \frac{\overline{h}_{2,i}^3 \cdot (K_{X2,i+1} - K_{X2,i-1})}{K_{X2,i}^2 \cdot 4 \cdot \Delta \phi_2^2}, \\ E_{4,i} &= \frac{\overline{h}_{2,i}^3}{K_{Z2,i} \cdot \Delta \overline{Z}_2^2}, \\ E_{5,i} &= E_{1,i} + E_{2,i} - E_{3,i}, \\ E_{6,i} &= -E_{1,i} \cdot 2 - E_{4,i} \cdot 2, \end{split}$$

$$E_{7,i} = E_{1,i} - E_{2,i} + E_{3,i}.$$

Запишемо безрозмірне рівняння Рейнольдса для внутрішньої частини підшипника у вигляді скінченних різниць

$$E_{5,i} \cdot \overline{P}_{2,i+1,j} + E_{6,i}\overline{P}_{2,i,j} + E_{7,i}\overline{P}_{2,i-1,j} + E_{4,i}\overline{P}_{2,i,j+1} + E_{4,i}\overline{P}_{2,i,j-1} = F_{2,i.}$$
(2.16)

Різницеві схеми, які використовуються в даному випадку, записані в неявному вигляді. Вони в порівнянні з явними мають більшу стійкість і не вимагають жорсткого обмеження по кроку сітки. Це призводить до необхідності розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь.

Важливим окремим випадком є системи так званих триточкових різницевих рівнянь, які пов'язують невідомі значення сіткових функцій в трьох сусідніх вузлах сітки. Розв'язувати такі системи дозволяє відомий метод поздовжньопоперечної прогонки. Система триточкових лінійних рівнянь для сіткової функції  $\overline{P}_{ij}$  в загальному випадку може бути записана наступним чином:

$$A_i \overline{P}_{i-1} + C_i \overline{P}_i + B_i \overline{P}_{i+1} = F_{i,}$$
(2.17)

де А<sub>i</sub>, С<sub>i</sub>, В<sub>i</sub>, F<sub>i</sub> – відомі коефіцієнти.

Розв'язок завдання в методі прогонки шукається у вигляді

$$\overline{P}_{i} = \alpha_{i} \cdot \overline{P}_{i+1} + \beta_{i}, \qquad (2.18)$$

де i=2,3,...N-1- номери вузлів сітки;

 $\alpha_i, \beta_i$  – коефіцієнти прогонки, що визначаються за такими формулами:

$$\alpha_{i} = -\frac{A_{i}}{B_{i} + C_{i} \cdot \alpha_{i-1}}, \qquad \beta_{i} = \frac{F_{i} - C_{i} \cdot \beta_{i-1}}{B_{i} + C_{i} \cdot \alpha_{i-1}}. \qquad (2.19)$$

Основна ідея методу поздовжньо-поперечної прогонки полягає в зведенні переходу із шару на шар до послідовного розв'язування одновимірних задач уздовж рядків і вздовж стовпців. При цьому поряд з основними значеннями шуканої сіткової функції  $\overline{P}_n$  і  $\overline{P}_{n+1}$  вводиться проміжне значення  $\overline{P}_{n+1/2}$  на підшарі. Перехід від n-го шару до n+1-го відбувається в два етапи.

1. Формули переходу від n-го слою до n+1/2-го (поздовжня прогонка) для зовнішньої частини підшипника

$$A1_{1,i} \cdot (\overline{P}_{1,i+1,j})_{n+\frac{1}{2}} + B1_{1,i} (\overline{P}_{1,i,j})_{n+\frac{1}{2}} + C1_{1,i} (\overline{P}_{1,i-1,j})_{n+\frac{1}{2}} = F1_{1,i};$$

де  $A1_{1,i} = H_{5,i};$   $B1_{1,i} = H_{6,i};$   $C1_{1,i} = H_{7,i};$  $F1_{1,i} = F_{1,i} - H_{4,i}(\overline{P}_{1,i,j+1})_n - H_{4,i}(\overline{P}_{1,i,j-1})_n.$ 

$$\alpha 1_{i,j} = -\frac{A1_{1i}}{B1_{1i} + C1_{1i} \cdot \alpha 1_{i-1,j}}; \qquad \beta 1_{i,j} = \frac{F1_{1,i} - C1_{1,i} \cdot \beta 1_{i-1,j}}{B1_{1i} + C1_{1,i} \cdot \alpha 1_{i-1,j}}; \qquad (P_{1,i,j})_{n+\frac{1}{2}} = \alpha 1_{i,j} (P_{1,i+1,j})_{n+\frac{1}{2}} + \beta 1_{i,j}. \qquad (2.20)$$

2. Формули переходу від n+1/2-го слою до n+1-го (поперечна прогонка) для зовнішньої частини підшипника

$$A1_{2,i} \cdot (\overline{P}_{1,i,j+1})_{n+1} + B1_{2,i} (\overline{P}_{1,i,j})_{n+1} + C1_{2,i} (\overline{P}_{1,i,j-1})_{n+1} = F1_{2,i};$$

$$de \quad A1_{2,i} = H_{4,i}; \qquad B1_{2,i} = H_{6,i}; \qquad C1_{2,i} = H_{4,i};$$

$$F1_{2,i} = F_{1,i} - H_{5,i} (\overline{P}_{1,i+1,j})_{n+\frac{1}{2}} - H_{7,i} (\overline{P}_{1,i-1,j})_{n+\frac{1}{2}};$$

$$\alpha 2_{i,j} = -\frac{A1_{2i}}{B1_{2i} + C1_{2i} \cdot \alpha 2_{i,j-1}}; \qquad \beta 2_{i,j} = \frac{F1_{2,i} - C1_{2,i} \cdot \beta 2_{i,j-1}}{B1_{2i} + C1_{2,i} \cdot \alpha 2_{i,j-1}};$$

$$(\overline{P}_{1,i,j})_{n+1} = \alpha 2_{i,j} (\overline{P}_{1,i,j+1})_{n+1} + \beta 2_{i,j}. \qquad (2.21)$$

3. Формули переходу від n-го слою до n+1/2-го (поздовжня прогонка) для внутрішньої частини підшипника

$$A2_{1,i} \cdot (\overline{P}_{2,i+1,j})_{n+\frac{1}{2}} + B2_{1,i}(\overline{P}_{2,i,j})_{n+\frac{1}{2}} + C2_{1,i}(\overline{P}_{2,i-1,j})_{n+\frac{1}{2}} = F2_{1,i}; \qquad (2.22)$$

$$A 2_{1,i} = E_{5,i}; B 2_{1,i} = E_{6,i}; C 2_{1,i} = E_{7,i}; F 2_{1,i} = F_{2,i} - E_{4,i} (\overline{P}_{2,i,j+1})_n - E_{4,i} (P_{2,i,j-1})_n. \alpha 3_{i,j} = -\frac{A 2_{1i}}{B 2_{1i} + C 2_{1i} \cdot \alpha 3_{i-1,j}};$$

$$\beta 3_{i,j} = \frac{F 2_{i,1} - C 2_{1,i} \cdot \beta 3_{i-1,j}}{B 2_{1i} + C 2_{1,i} \cdot \alpha 3_{i-1,j}};$$

$$(\overline{P}_{2,i,j})_{n+\frac{1}{2}} = \alpha 3_{i,j} (P_{2,i+1,j})_{n+\frac{1}{2}} + \beta 3_{i,j}.$$

$$(2.23)$$

4. Формули переходу від n+1/2-го до n+1-го (поперечна прогонка) для внутрішньої частини підшипника

$$A2_{2,i} \cdot (\overline{P}_{2,i,j+1})_{n+1} + B2_{2,i} (\overline{P}_{2,i,j})_{n+1} + C2_{2,i} (\overline{P}_{2,i,j-1})_{n+1} = F2_{2,i}; \quad (2.24)$$

де  $A2_{2,i} = E_{4,i}; B2_{2,i} = E_{6,i}; C2_{2,i} = E_{4,i};$ 

$$F2_{2,i} = F_{2,i} - E_{5,i} (\overline{P}_{2,i+1,j})_{n+\frac{1}{2}} - E_{7,i} (\overline{P}_{2,i-1,j})_{n+\frac{1}{2}};$$

$$\alpha 4_{i,j} = -\frac{A2_{2i}}{B2_{2i} + C2_{2i} \cdot \alpha 4_{i,j-1}}; \qquad \beta 4_{i,j} = \frac{F2_{2,i} - C2_{2,i} \cdot \beta 4_{i,j-1}}{B2_{2i} + C2_{2,i} \cdot \alpha 4_{i,j-1}};$$

$$(\overline{P}_{2,i,j})_{n+1} = \alpha 4_{j,i} (\overline{P}_{2,i,j+1})_{n+1} + \beta 4_{i,j}. \qquad (2.25)$$

Користуючись початковими значеннями тисків в вузлах сітки, методом поздовжньо-поперечної прогонки визначаємо значення тисків в вузлах сітки на наступному кроці. Ітераційний процес продовжується до отримання заданої точності  $\left|\left(\overline{P}_{i,j}\right)_{n+1} - \left(\overline{P}_{i,j}\right)_{n}\right| \leq \varepsilon_{2}$ , де  $\varepsilon_{2}$  – точність визначення тисків на між-камерній перемичці.

# 2.3 Визначення несучої здатності здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника

За відомими значеннями тисків в камерах і вузлах міжкамерних перемичок можна визначити несучу здатність підшипника (рис.2.3).

Несуча здатність підшипника визначається як сума несучих здатностей зовнішньої і внутрішньої його робочих поверхонь, а також дорівнює сумі несучих здатностей окремих ділянок кожної з робочих поверхонь підшипника (рис. 2.3).

Визначаємо вантажопідйомність камер, розташованих на зовнішній робочій поверхні підшипника WH<sub>k,i</sub> і на внутрішній робочій поверхні WB<sub>k,i</sub>

$$WH_{k,i} = b_{k1} \cdot l_{k1} \cdot P_{k1,i}, \qquad WB_{k,j} = b_{k2} \cdot l_{k2} \cdot P_{k2,j}, \qquad (2.26)$$

де i=1,2,...,k; k- число камер на зовнішньої робочої поверхні підшипника; j=1,2,...,m; m- число камер на внутрішній робочій поверхні підшипника.



Рис. 2.3. Схема визначення вантажопідйомності зовнішньої (а) і внутрішньої (б) робочих поверхонь підшипника

Спроектуємо ці вантажопідйомності на лінію центрів диска і підшипника (вісь у, рис. 2.1) і на напрямок їй перпендикулярний (вісь х, рис. 2.1.)

$$WH_{y,KAM} = \sum_{i=1}^{k} WH_{k,i} \cos(\varphi_{k,i} - \beta_0),$$

$$WH_{x,KAM} = \sum_{i=1}^{k} WH_{k,i} \sin(\varphi_{k,i} - \beta_0),$$

$$WB_{y,KAM} = \sum_{j=1}^{m} WB_{k,j} \cos(\varphi_{k,j} - \beta_0),$$

$$WB_{x,KAM} = \sum_{j=1}^{m} WB_{k,j} \sin(\varphi_{k,j} - \beta_0).$$
(2.27)

Визначення вантажопідйомності міжкамерних перемичок зовнішньої робочої поверхні WH<sub>m,i</sub> і внутрішньої робочої поверхні WB<sub>m,i</sub>.

Проекції цих вантажопідйомностей на осі у і х можна записати в такому вигляді:

$$WH_{ym} = \sum_{i=1}^{k} (P_{1})_{Cp,i} \cdot \ell_{mk1} \cdot \ell_{k1} \cdot \cos(\varphi_{m,i} - \beta_{0}),$$

$$WH_{xm} = \sum_{i=1}^{k} (P_{1})_{Cp,i} \cdot \ell_{mk1} \cdot \ell_{k1} \cdot \sin(\varphi_{m,i} - \beta_{0}),$$

$$WB_{ym} = \sum_{j=1}^{m} (P_{2})_{Cp,j} \cdot \ell_{mk2} \cdot \ell_{k2} \cdot \cos(\varphi_{m,j} - \beta_{0}),$$

$$WB_{xm} = \sum_{j=1}^{m} (P_{2})_{Cp,j} \cdot \ell_{mk2} \cdot \ell_{k2} \cdot \sin(\varphi_{m,j} - \beta_{0}),$$

$$(2.28)$$

де 
$$(P_1)_{Cp,i} = (P_{k,i} + P_{k,z1} + \sum_{z4}^{z5} P_{1,z3}) \frac{1}{N1};$$
  
Z4 = N11 · (i - 1) + 1; Z5 = N11 · i; N11=N1/k;

N1 – число вузлів сітки по всій робочій поверхні зовнішньої частини підшипника;

k – число міжкамерних перемичок, яке дорівнює кількості камер; i=1,2,...,k; Z1=i+1, якщо i < k, а інакше Z1=1.

$$(P_1)_{Cp,j} = (P_{k,j} + P_{k1,z2} + \sum_{z7}^{z8} P_{2,z6}) \frac{1}{N2};$$

 $Z7 = N12 \cdot (j - 1) + 1;$   $Z8 = N12 \cdot j; N12 = N2/m;$ 

N2- число вузлів сітки по всій робочій поверхні внутрішньої частини підшипника;

m – число міжкамерних перемичок на внутрішній робочій поверхні підшипника, яке дорівнює кількості камер;

j=1,2,...,m; Z2=j+1, якщо *j* < *m*, а інакше Z2=1.

Визначаємо вантажопідйомність двох перемичок торців камер зовнішньої робочої поверхні підшипника *WH<sub>ti</sub>* і внутрішньої поверхні *WB<sub>ti</sub>* 

$$WH_{T,i} = b_{k1} \cdot l_{\Pi 1} \cdot (P_{k1,i} + P_{3\pi}),$$
  

$$WB_{T,j} = b_{k2} \cdot l_{\Pi 2} \cdot (P_{k2,j} + P_{3\pi}),$$
(2.29)

де i=1,2,...,k; k- число камер на зовнішній робочій поверхні підшипника; j=1,2,...,m; m- число камер на внутрішній робочій поверхні підшипника.

Спроектуємо ці вантажопідйомності на лінію центрів диска і підшипника (вісь у) і напрямок їй перпендикулярний (вісь х)

$$WH_{T,y} = \sum_{i=1}^{k} WH_{T,i} \cos(\varphi_{k,i} - \beta_0), \qquad (2.30)$$

$$WH_{T,x} = \sum_{i=1}^{k} WH_{T,i} \sin(\varphi_{k,i} - \beta_0),$$
$$WB_{T,y} = \sum_{j=1}^{m} WB_{T,j} \cos(\varphi_{k,j} - \beta_0),$$
$$WB_{T,x} = \sum_{j=1}^{m} WB_{T,j} \sin(\varphi_{k,j} - \beta_0).$$

Визначення вантажопідйомності двох торцевих міжкамерних перемичок зовнішньої робочої поверхні підшипника  $WH_{\Pi i}$  і внутрішньої робочої поверхні  $WB_{\Pi i}$ 

 $WH_{\Pi,i} = l_{mk1} \cdot l_{\Pi 1} \cdot [(P_1)_{cp,i} + P_{3\pi}], \quad WB_{\Pi,j} = l_{mk2} \cdot l_{\Pi 2} \cdot [(P_2)_{cp,j} + P_{3\pi}].$ (2.31)

Спроектуємо ці вантажопідйомності на лінію центрів диска і підшипника (вісь у) і напрямок їй перпендикулярний (вісь х)

$$WH_{\Pi,y} = \sum_{i=1}^{k} WH_{\Pi,i} \cos(\varphi_{m,i} - \beta_0),$$
  

$$WH_{\Pi,x} = \sum_{i=1}^{k} WH_{\Pi,i} \sin(\varphi_{m,i} - \beta_0),$$
  

$$WB_{\Pi,y} = \sum_{j=1}^{m} WB_{\Pi,j} \cos(\varphi_{m,j} - \beta_0),$$
  

$$WB_{\Pi,x} = \sum_{j=1}^{m} WB_{\Pi,j} \sin(\varphi_{m,j} - \beta_0).$$
  
(2.32)

Знаходимо загальну вантажопідйомність зовнішньої робочої поверхні підшипника в проекціях на вісь у (І<sub>н</sub>) і вісь х (Ј<sub>н</sub>). З урахуванням того, що робоча поверхня має два ряди камер, записані вантажопідйомності потрібно множити на два
$$I_{H} = (WH_{y,KaM} + WH_{ym} + WH_{T,y} + WH_{\Pi,y}) \cdot 2,$$
  
$$J_{H} = (WH_{x,KaM} + WH_{xm} + WH_{T,x} + WH_{\Pi,x}) \cdot 2.$$
 (2.33)

Запишемо вирази (2.33) в безрозмірному вигляді

$$\overline{I}_{H} = (WH_{y,KaM} + WH_{ym} + WH_{T,y} + WH_{\Pi,y}) \cdot 2/(P_{BX} \cdot R_{D1}^{2}),$$
  
$$\overline{J}_{H} = (WH_{X,KaM} + WH_{Xm} + WH_{T,X} + WH_{\Pi,X}) \cdot 2/(P_{BX} \cdot R_{D1}^{2}).$$
 (2.34)

Безрозмірні параметри в рівняннях (2.34) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{I}_{H} = \frac{I_{H}}{(P_{BX} \cdot R_{D1}^{2})}; \qquad \overline{J}_{H} = \frac{J_{H}}{(P_{BX} \cdot R_{D1}^{2})}.$$

Знаходимо загальну вантажопідйомність внутрішньої робочої поверхні підшипника в проекціях на вісь у (I<sub>B</sub>) та вісь х (J<sub>B</sub>). З урахуванням того, що робоча поверхня має також два ряди камер, записані вантажопідйомності потрібно збільшити в два рази.

Врахуємо також, що для внутрішньої робочої поверхні підшипника більший тиск буде в камерах, розташованих у верхній частині підшипника в силу того, що там менший зазор, ніж в нижній частині підшипника. Тому загальну вантажопідйомність внутрішньої робочої поверхні підшипника приймемо з протилежним знаком (тобто помножимо на мінус).

$$I_{B} = -(WB_{y,KaM} + WB_{ym} + WB_{T,y} + WB_{\Pi,y}) \cdot 2,$$
  
$$J_{B} = -(WB_{x,KaM} + WB_{xm} + WB_{T,x} + WB_{\Pi,x}) \cdot 2. \qquad (2.35)$$

Запишемо вирази (2.35) в безрозмірному вигляді

$$\overline{I_{B}} = -(WB_{y,KaM} + WB_{ym} + WB_{T,y} + WB_{\Pi,y}) \cdot \frac{2}{P_{BX} \cdot R_{D1}^{2}},$$

$$\overline{J_{B}} = -(WB_{x,KaM} + WB_{xm} + WB_{T,x} + WB_{\Pi,x}) \cdot \frac{2}{P_{Bx} \cdot R_{D1}^{2}}.$$
(2.36)

Визначаємо сумарну вантажопідйомність обох поверхонь підшипника в проекціях на лінію центрів диска і підшипника  $\bar{I}_{\Sigma}$  і напрямок їй перпендикулярний  $\bar{J}_{\Sigma}$  в безрозмірному вигляді.

$$\overline{I}_{\Sigma} = \overline{I}_{H} + \overline{I}_{B}, \qquad \overline{J}_{\Sigma} = \overline{J}_{H} + \overline{J}_{B}.$$
 (2.37)

## 2.4. Визначення витрати робочої рідини через підшипник

За відомими значеннями тисків в камерах можна визначити витрати робочої рідини через підшипник

$$Q_{\varepsilon} = Q_{30BH.} + Q_{BHYT.}, \qquad (2.38)$$

де 
$$Q_{30BH} = 2 \cdot \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\#1}^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P_{BX}}{\rho}} \sum_{i=1}^k \sqrt{1 - \overline{P}_{\kappa 1, i}}$$
 – витрата робочої рідини

через зовнішню робочу поверхню підшипника;

k – число камер в підшипнику на його половині зовнішньої робочої поверхні;

$$Q_{\text{внутр}} = 2 \cdot \psi_{\text{вх}} \cdot \pi \cdot r_{\text{ж2}}^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P_{\text{вх}}}{\rho}} \sum_{i=1}^m \sqrt{1 - \overline{P}_{\kappa 2, i}}$$
 — витрата робочої рідини

через камери, розташовані на внутрішній робочої поверхні підшипника; m – число камер на половині внутрішньої робочої поверхні підшипника.

Опис інших параметрів в формулах витрати робочої рідини приведено при записі виразів (2.3) і (2.4).

#### 2.5. Визначення втрат потужності на тертя і прокачування

Втрати потужності на тертя визначаються по відомій залежності [144]

$$N_{\rm rp} = \omega \cdot \mathbf{R} \cdot \iint_{S} \tau dS, \qquad (2.39)$$

де τ – функція розподілу дотичних напружень в шарі робочої рідини;

S- площа поверхні тертя;

ω- кутова швидкість обертання валу з диском;

R – радіус поверхні тертя.

Функція розподілу дотичних напружень **т** відповідно до закону Ньютона має такий вигляд:

$$\tau = \frac{\mu \cdot U}{h} + \frac{h}{2} \frac{dP}{dx'}$$
(2.40)

де  $U = \omega \cdot R$  – окружна швидкість;

µ – динамічна в'язкість робочої рідини;

h – поточний зазор в підшипнику;

 $\frac{dP}{dx}$  – градієнт тиску робочої рідини в окружному напрямку.

Запишемо вираз (2.40) на випадок турбулентної течії робочої рідини за допомогою коефіцієнтів, запропонованих Константинеску [101]

$$\tau = \frac{\mu \cdot U}{h} k(\text{Re}) + \frac{h}{2} \frac{dP}{dx'}$$
(2.41)

де  $k(Re) = 1 + 0.0525 \cdot (\sigma_*^2 \cdot Re)^{0.75}; \sigma_* = 0.125 \cdot Re^{0.07};$ 

 $Re = \frac{U \cdot h}{v}$  – число Рейнольдса;

v – кінематична в'язкість робочої рідини.

Для ламінарної течії робочої рідини k(Re) = 1. Так як підшипник має дві робочі поверхні, запишемо вираз для втрат потужності на тертя для зовнішньої робочої поверхні

$$N_{TP,H} = \omega \cdot R_{D1} \cdot \iint_{S_{H}} \tau_{H} dS_{H}$$
(2.42)

де  $\tau_{\rm H} = \frac{\mu \cdot U_1}{h_{1,i}} \cdot k({\rm Re})_1 + \frac{h_{1,i}}{2} \frac{dP_{1,i,j}}{dx};$   $h_{1,i} = \delta_{o1} - e \cdot \cos(\phi - \beta_0)$  – поточне значення зазору для зовнішньої робочої поверхні підшипника;  $\delta_{o1} = R_{\Pi 1} - R_{D1}$  – радіальний зазор для зовнішньої частини підшипника;  $R_{\Pi 1}$  – радіус зовнішньої робочої поверхні підшипника;  $R_{D1}$  – радіус зовнішньої робочої поверхні диска.

$$k(Re)_1 = 1 + 0.0525 \cdot (\sigma_{*1}^2 \cdot Re_1)^{0.75}; \ \sigma_{*1} = 0.125 \cdot Re_1^{0.07}; \ Re_1 = \frac{U_1 \cdot h_{1,i}}{v}.$$

За аналогією запишемо вираз для визначення втрат потужності на тертя для внутрішньої робочої поверхні підшипника

$$N_{TP,B} = \omega \cdot R_{D2} \cdot \iint_{S_B} \tau_B dS_B , \qquad (2.43)$$

де  $au_{B} = \frac{\mu \cdot U_{2}}{h_{2,i}} \cdot k(Re)_{2} + \frac{h_{2,i}}{2} \frac{dP_{2,i,j}}{dx};$   $h_{2,i} = \delta_{02} + e \cdot \cos(\phi_{i} - \beta_{0})$  – поточне значення зазору для внутрішньої поверхні підшипника;  $\delta_{02} = R_{D2} - R_{\Pi 2}$  – радіальний зазор внутрішньої частини підшипника;  $R_{D2}$  и  $R_{\Pi 2}$  – радіуси диска і підшипника для внутрішньої його частини,  $k(Re)_{2} = 1 + 0.0525 \cdot (\sigma_{*2}^{2} \cdot Re_{2})^{0.75}; \ \sigma_{*2} = 0.125 \cdot Re_{2}^{0.07}; Re_{2} = \frac{U_{2} \cdot h_{2,i}}{\nu}.$ 

Після підстановки виразів для  $au_H$  и  $au_B$  в вихідні вирази (2.42) і (2.43), отримаємо формули для визначення втрат потужності на тертя для зовнішньої робочої поверхні N<sub>тр,H</sub> і внутрішньої робочої поверхні підшипника N<sub>тр,B</sub>

$$N_{\text{Tp},\text{H}} = \mu \cdot \omega \cdot R_{\text{D1}} \int_{0}^{L_{\Pi}} \int_{0}^{L_{\text{oKp1}}} \frac{U_{1} \cdot k(\text{Re})_{1}}{h_{1,i}} dx dz + \frac{\omega \cdot R_{\text{D1}}}{2} \int_{0}^{L_{\Pi}} \int_{0}^{L_{\text{oKp1}}} h_{1,i} \frac{dP_{1,i,j}}{dx} dx dz , \quad (2.44)$$
$$N_{\text{Tp},\text{B}} = \mu \cdot \omega \cdot R_{\text{D2}} \int_{0}^{L_{\Pi}} \int_{0}^{L_{\text{oKp2}}} \frac{U_{2} \cdot k(\text{Re})_{2}}{h_{2,i}} dx dz + \frac{\omega \cdot R_{\text{D2}}}{2} \int_{0}^{L_{\Pi}} \int_{0}^{L_{\text{oKp2}}} h_{2,i} \frac{dP_{2,i,j}}{dx} dx dz ,$$

де L<sub>п</sub> – осьова довжина підшипника (ось z); L<sub>окр1</sub> и L<sub>окр2</sub> – довжина кіл робочих поверхонь зовнішньої і внутрішньої частин підшипника.

Інтеграли, що входять до виразу (2.44), розв'язуються чисельно за допомогою формули трапецій [150,151]. Приведемо вираз (2.44) до вигляду, пристосованому для чисельної реалізації

$$N_{\text{TP,H}} = \mu \cdot \omega R_{D1} \cdot L_{\pi} \cdot \Delta X_{1} \cdot \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N1} \frac{U_{1,i} \cdot k(\text{Re})_{1,i}}{h_{1,i}} + \omega R_{D1} \cdot \Delta Z \cdot \lambda_{3j} \cdot \sum_{j=1}^{N2} N_{1,j},$$

$$N_{Tp,B} = \mu \cdot \omega R_{D2} \cdot L_{\Pi} \cdot \Delta X_{2} \cdot \lambda_{2,i} \sum_{i=1}^{N3} \frac{U_{2,i} \cdot k(Re)_{2,i}}{h_{2,i}} + \omega R_{D2} \cdot \Delta Z \cdot \lambda_{3j} \cdot \sum_{j=1}^{N2} N_{2,j},$$
(2.45)

де

$$N_{1,j} = \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N1} \frac{h_{1,i}(P_{1,i+1,j} - P_{1,i-1,j})}{2}; \qquad N_{2,j} = \lambda_{2i} \sum_{i=1}^{N3} \frac{h_{2,i}(P_{2,i+1,j} - P_{2,i-1,j})}{2}$$

N<sub>1</sub> – число вузлів сітки по довжині окружності зовнішньої робочої поверхні (L<sub>oкp,1</sub>);

N<sub>2</sub> – число вузлів сітки по довжині підшипника (L<sub>п</sub>);

N<sub>3</sub> – число вузлів сітки по довжині внутрішньої робочої поверхні підшипника (L<sub>окр2</sub>);

$$\lambda_{1,i} = \frac{1}{2}$$
 при i = 1 и i = N<sub>1</sub>и  $\lambda_{1,i} = 1$  при i = 2,3, ..., N<sub>1</sub> - 1;  
 $\lambda_{2,i} = \frac{1}{2}$  при i = 1 и i = N<sub>3</sub> и  $\lambda_{2,i} = 1$  при i = 2,3, ..., N<sub>3</sub> - 1;

$$\lambda_{3,j} = \frac{1}{2}$$
 при j = 1 и j = N<sub>2</sub> и  $\lambda_{3j} = 1$  при j = 2,3, ..., N<sub>2</sub> - 1.

Запишемо вирази (2.45) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри з рискою зверху

$$\overline{K}_{NTP,H} = \frac{\overline{L}_{\Pi} \cdot \Delta \phi_{1} \cdot \lambda_{1,i}}{\overline{\psi}_{1}} \sum_{i=1}^{N1} \frac{\overline{U}_{1,i} \cdot k(Re)_{1,i}}{\overline{h}_{1,i}} + \overline{K}_{N1} \cdot \Delta \overline{Z}_{1} \cdot \overline{\psi}_{1} \cdot \lambda_{3j} \cdot \sum_{j=1}^{N2} \overline{N}_{1,j}$$

$$\overline{K}_{NTP,B} = \frac{\overline{L}_{\Pi} \cdot \Delta \phi_{2} \cdot \lambda_{2,i}}{\overline{\psi}_{2}} \sum_{i=1}^{N3} \frac{\overline{U}_{2,i} \cdot k(Re)_{2,i}}{\overline{h}_{2,i}} + \overline{K}_{N1} \cdot \Delta \overline{Z}_{2} \cdot \overline{\psi}_{2} \cdot \lambda_{3j} \cdot \sum_{j=1}^{N2} \overline{N}_{2,j}, \qquad (2.46)$$

$$\text{де } \overline{N}_{1,j} = \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N^1} \frac{\overline{h}_{1,i}(\overline{P}_{1,i+1,j} - \overline{P}_{1,i-1,j})}{2} ; \quad \overline{N}_{2,j} = \lambda_{2i} \sum_{i=1}^{N^3} \frac{\overline{h}_{2,i}(\overline{P}_{2,i+1,j} - \overline{P}_{2,i-1,j})}{2} .$$

Безрозмірні параметри в виразах (2.46) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NTP,H}} = \frac{\mathrm{N}_{\mathrm{TP,H}}}{\mu \cdot \omega^2 \mathrm{R}_{D1}^3}; \ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NTP,B}} = \frac{\mathrm{N}_{\mathrm{TP,B}}}{\mu \cdot \omega^2 \mathrm{R}_{D2}^3}; \ \overline{\psi_1} = \frac{\delta_{01}}{\mathrm{R}_{D1}}; \ \overline{\psi_2} = \frac{\delta_{02}}{\mathrm{R}_{D2}};$$
$$\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N1}} = \frac{\mathrm{P}_{\mathrm{BX}}}{\mu \omega}; \ \Delta \overline{\mathrm{Z}}_1 = \frac{\Delta \mathrm{Z}_1}{\mathrm{L}_{\mathrm{II}}}; \ \Delta \overline{\mathrm{Z}}_2 = \frac{\Delta \mathrm{Z}_2}{\mathrm{L}_{\mathrm{II}}}.$$

Втрати потужності на тертя для всього підшипника дорівнюватимуть сумі втрат на тертя для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь

$$\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NTp}\Sigma} = 2\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NTpH}} + 2\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NTpB}}.$$
(2.47)

Як відомо, гідростатодинамічні підшипники характеризуються великими витратами робочої рідини, а також великими втратами на прокачування.

Втрати на прокачування можна визначити з виразу

$$\overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}\mathbf{n}\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{P}_{\mathbf{B}\mathbf{X}} \cdot \mathbf{Q}_{\Sigma}}{\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{R}_{D1}^3},\tag{2.48}$$

де P<sub>вх</sub> – тиск робочої рідини від насоса;

 $Q_{\Sigma}$  — сумарна витрата робочої рідини через камери, розташовані на двох робочих поверхнях підшипника.

Сумарні втрати потужності на тертя і прокачування в підшипнику дорівнюватимуть їх сумі

$$\overline{\mathbf{K}}_{\Pi\Sigma} = \overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}\mathrm{Tp},\Sigma} + \overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}\mathrm{Tp}}.$$
(2.49)

#### 2.6 Висновки

2.1.Розроблено математичну модель визначення статичних характеристик радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу.

2.2.Розроблена математична модель підшипника враховує як ламінарний, так і турбулентний режими течії робочої рідини.

2.3. Математичні залежності доведені до вигляду, пристосованому для чисельної реалізації.

2.4.Застосовано найбільш поширені та ефективні чисельні методи реалізації математичних залежностей.

2.5.Розроблено алгоритм реалізації наведеної математичної моделі.

Результати розділу опубліковані в наступних роботах автора: [1], [37].

#### РОЗДІЛ З

### ТЕОРІЯ ЗДВОЄНОГО РАДІАЛЬНОГО ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНОГО ПІДШИПНИКА ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ ЗОВНІШНЬОМУ НАВАНТАЖЕННІ

#### 3.1 Конструктивна схема і принцип роботи підшипника

Схему розглянутого підшипника наведено на рис. 3.1. Завдяки застосуванню проміжного диска, встановленого на вал, підшипник має дві робочі поверхні. На кожній з цих поверхонь виконано по два ряди несучих камер. В кожному ряді виконано по чотири камери (число камер в ряді може бути іншим). У камери під великим тиском Р<sub>вх</sub> подається робоча рідина, яка проходить через зазор між підшипником і робочими поверхнями диска і зливається через торці підшипника. У разі зміщення диска з валом відносно центру підшипника під дією зовнішнього навантаження тиск в камерах змінюється. У камерах, до яких наблизилася робоча поверхня диска, тиск буде зростати завдяки зменшенню зазору і наявності вхідного компенсатора тиску (жиклера, капіляра або діафрагми). Компенсатор тиску встановлюється на вході робочої рідини в камеру. Тиск в камерах, від яких робоча поверхня диска віддалилася, буде зменшуватися в силу збільшення зазору і витрати робочої рідини.

На зовнішньої робочої поверхні підшипника (відносно диска) тиск буде підвищуватися в камерах, розташованих в нижній частині підшипника. На внутрішній робочій поверхні підшипника тиск буде підвищуватися в камерах, розташованих у верхній частині підшипника. Збільшення тиску в одних камерах і зменшення тиску в інших призводить до появи вантажопідйомності підшипника. При обертанні вала в шарі робочої рідини крім гідростатичних ефектів виникають і гідродинамічні. Вал додатково спливає на шарі робочої рідини і відхиляється від обертання валу. Положення вала вертикалі В сторону В підшипнику характеризується ексцентриситетом "е" і кутом β<sub>0</sub>.



Рис.3.1. Схема радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу при нестаціонарному зовнішньому навантаженні від неврівноваженості ротора

Під дією змінних зовнішніх навантажень в валах можуть виникати поздовжні, поперечні і крутильні коливання. Найбільш часто зустрічаються поперечні коливання, причиною виникнення яких є залишкова неврівноваженість вала. Існуюча тенденція зростання швидкостей обертання валів призводить до збільшення вібропереміщень і віброперенавантажень. У зв'язку з цим виникає необхідність в розробці нових конструкцій підшипників ковзання, що мають підвищену несучу здатність і поліпшені демпфуючі властивості в порівнянні зі звичайними втулковими гидростатодинамічними підшипник, запропонований автором цієї роботи.

Для аналізу динамічних явищ, що відбуваються в системі вал-підшипник, використовувались амплітудно-частотні характеристики (АЧХ), які дозволяють виявляти зони резонансу і межі стійкої роботи вала.

Побудова амплітудно-частотних характеристик пов'язана зі спільним розв'язанням рівнянь Рейнольдса, балансу витрат і рівнянь руху вала всередині підшипника.

#### 3.2 Визначення тисків в камерах з рівняння балансу витрат

На рис. 3.2 наведені розгортки зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника.

Баланс витрат робочої рідини записується з умови рівності витрат через вхідні пристрої (жиклери) і витрат по контуру і-ої камери.

Запишемо баланс витрат для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника

$$Q_{BX1} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_{v1}, \qquad (3.1)$$

$$Q_{BX2} = Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + Q_{v2}, \qquad (3.2)$$

де Q<sub>вх1</sub> і Q<sub>вх2</sub> – витрати через вхідні пристрої жиклери відповідно для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника.



Рис 3.2. Розгортка зовнішньої (а) і внутрішньої (б) робочих поверхонь підшипника.

При запису виразів для витрат  $Q_{Bx1}$  і  $Q_{Bx2}$  скористаємося відомою формулою гідравліки [139-141].

Для жиклерів ці витрати записуються в наступному вигляді:

$$Q_{BX1} = \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\mathcal{H}1}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{BX} - P_{ki})}, \qquad (3.3)$$

$$Q_{BX2} = \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\#2}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{BX} - P_{k1i})}, \qquad (3.4)$$

де  $\psi_{\text{вх}}$  – коефіцієнт входу, рівний 0,62-0,82 [142,143];

r<sub>ж1</sub> і r<sub>ж2</sub> – радіуси жиклерів;

ρ – густина робочої рідини;

Р<sub>вх</sub> – тиск живлення від насоса;

P<sub>ki</sub> і P<sub>k1i</sub> – тиск в і-й камері на зовнішній і внутрішній робочих поверхнях.

Витрати по контуру і-ої камери з урахуванням переносної і градієнтної течії робочої рідини запишемо, використовуючи відому формулу [144]

$$\begin{split} Q_{1} &= -\frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i} \cdot l_{k1}}{2} + \frac{h_{1,i}^{3} \cdot (P_{ki} - P_{ki-1}) \cdot l_{k1}}{12\mu \cdot l_{mk1} \cdot k_{x11}}, \\ Q_{2} &= \frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i+2} \cdot l_{k1}}{2} + \frac{h_{1,i+2}^{3} \cdot (P_{ki} - P_{ki+1}) \cdot l_{k1}}{12\mu \cdot l_{mk1} \cdot k_{x12}}, \\ Q_{3} &= Q_{4} = \frac{h_{1,i+1}^{3} \cdot (P_{ki} - P_{3,1}) \cdot b_{k1}}{12\mu \cdot l_{n1} \cdot k_{z1}}, \\ Q_{v1} &= b_{ki} \cdot l_{k1} \cdot V_{m}, \end{split}$$
(3.5)  
$$Q_{11} &= -\frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i} \cdot l_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i}^{3} \cdot (P_{k1i} - P_{k1i-1}) \cdot l_{k2}}{12\mu \cdot l_{mk2} \cdot k_{x21}}, \\ Q_{12} &= \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i+2} \cdot l_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i+2}^{3} \cdot (P_{k1i} - P_{k1i+1}) \cdot l_{k2}}{12\mu \cdot l_{mk2} \cdot k_{x22}}, \\ Q_{13} &= Q_{14} = \frac{h_{2,i+1}^{3} \cdot (P_{k1i} - P_{3,1}) \cdot b_{k2}}{12\mu \cdot l_{n2} \cdot k_{z2}}, \\ Q_{v2} &= b_{k2} \cdot l_{k2} \cdot V_{m}, \end{split}$$

де *ω* – кутова швидкість диска з валом;

R<sub>1</sub> і R<sub>2</sub> – радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь підшипника;

h<sub>1,i</sub> і h<sub>2,i</sub> – зазори в підшипнику відповідно на зовнішньої і внутрішньої робочих поверхнях;

l<sub>k1</sub> і l<sub>k2</sub> – довжина камер на зовнішньої і внутрішньої робочих поверхнях підшипника;

μ – динамічна в'язкість робочої рідини;

l<sub>mk1</sub> і l<sub>mk2</sub> – довжини міжкамерних перемичок підшипника;

Р<sub>зл</sub> – тиск робочої рідини на зливі;

b<sub>k1</sub> і b<sub>k2</sub> – ширина камер на зовнішній і внутрішній робочих поверхнях підшипника;

l<sub>п1</sub> і l<sub>п2</sub> – довжина торцевих перемичок камер;

 $l_{m\pi1}$  і  $l_{m\pi2}$  – довжина торцевих міжкамерних перемичок;

Q<sub>v1</sub> і Q<sub>v2</sub> – витрати робочої рідини, обумовлені рухом вала;

V<sub>m</sub> – швидкість руху вала уздовж лінії центрів диска і підшипника;

 $k_{x11}, k_{x12}, k_{z1}, k_{x21}, k_{x22}, k_{z2}$  – коефіцієнти турбулентності.

Коефіцієнти турбулентності визначаємо за методом В.Н. Константинеску [100-102]. Відповідно до цього методу їх визначають наступним чином:

$$\begin{aligned} k_{x11} &= 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*11}^2 \cdot \text{Re}_{11})^{0,725}; \\ k_{x12} &= 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*12}^2 \cdot \text{Re}_{12})^{0,725}; \\ k_{z1} &= 1 + 0,0247 \cdot (\sigma_{*1}^2 \cdot \text{Re}_{1})^{0,65}; \\ k_{x21} &= 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*21}^2 \cdot \text{Re}_{21})^{0,725}; \\ k_{x22} &= 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*22}^2 \cdot \text{Re}_{22})^{0,725}; \\ k_{z2} &= 1 + 0,0247 \cdot (\sigma_{*2}^2 \cdot \text{Re}_{2})^{0,65}; \end{aligned}$$

де  $\sigma_{*11} = 0,125 \cdot \text{Re}_{11}^{0,07}$ ;  $\sigma_{*12} = 0,125 \cdot \text{Re}_{12}^{0,07}$ ;  $\sigma_{*1} = 0,125 \cdot \text{Re}_{1}^{0,07}$ ;  $\sigma_{*21} = 0,125 \cdot \text{Re}_{21}^{0,07}$ ;  $\sigma_{*22} = 0,125 \cdot \text{Re}_{22}^{0,07}$ ;  $\sigma_{*2} = 0,125 \cdot \text{Re}_{2}^{0,07}$ ;  $\text{Re}_{11} = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i}/\nu$ ;  $\text{Re}_{12} = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i+2}/\nu$ ;  $\text{Re}_1 = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i+1}/\nu$ ;  ${
m Re}_{21}={
m U}_2\cdot{
m h}_{2,i}/
u$ ;  ${
m Re}_{22}={
m U}_2\cdot{
m h}_{2,i+2}/
u$ ;  ${
m Re}_2={
m U}_2\cdot{
m h}_{2,i+1}/
u_{
m x}$ –числа Рейнольдса;

 $U_1 = \omega \cdot R_{D1}$  і  $U_2 = \omega \cdot R_{D2}$  – окружні швидкості;

R<sub>D1</sub> і R<sub>D2</sub> – радіуси диска (зовнішній і внутрішній);

ν – кінематична в'язкість робочої рідини.

3 рівнянь балансу витрат (3.1) і (3.2) після підстановки виразів (3.3), (3.4) і (3.5) запишемо вирази для чисельної реалізації.

Попередньо введемо позначення

$$a_{1} = \frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i} \cdot l_{k1}}{2}, \qquad b_{1} = \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i} \cdot l_{k2}}{2}, \\a_{2} = \frac{h_{1,i}^{3} \cdot l_{k1}}{12\mu \cdot l_{mk1} \cdot k_{x11}}, \qquad b_{2} = \frac{h_{2,i}^{3} \cdot l_{k2}}{12\mu \cdot l_{mk2} \cdot k_{x21}}, \\a_{3} = \frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i+2} \cdot l_{k1}}{2}, \qquad b_{3} = \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i+2} \cdot l_{k2}}{2}, \\a_{4} = \frac{h_{1,i+2}^{3} \cdot l_{k1}}{12\mu \cdot l_{mk1} \cdot k_{x12}}, \qquad b_{4} = \frac{h_{2,i+2}^{3} \cdot l_{k2}}{12\mu \cdot l_{mk2} \cdot k_{x22}}, \\a_{5} = \frac{h_{1,i+1}^{3} \cdot b_{k1}}{12\mu \cdot l_{n1} \cdot k_{z1}}, \qquad b_{5} = \frac{h_{2,i+1}^{3} \cdot b_{k2}}{12\mu \cdot l_{n2} \cdot k_{z2}}, \\a_{6} = b_{k1} \cdot l_{k1} \cdot V_{m}, \qquad b_{6} = b_{k2} \cdot l_{k2} \cdot V_{m}, \\a_{7} = \psi_{Bx} \cdot \pi \cdot r_{x1}^{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \qquad b_{7} = \psi_{Bx} \cdot \pi \cdot r_{x2}^{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}.$$

Тоді рівняння (3.1) і (3.2) приймуть вигляд

$$a_7 \sqrt{P_{BX} - P_{ki}} = -a_1 + a_2 (P_{ki} - P_{ki-1}) + a_3 + a_4 (P_{ki} - P_{ki+1}) + 2a_5 (P_{ki} - P_{_{3\pi}}) + a_6,$$
  

$$b_7 \sqrt{P_{BX} - P_{k1i}} = -b_1 + b_2 (P_{k1i} - P_{k1i-1}) + b_3 + b_4 (P_{k1i} - P_{k1i+1}) + 2b_5 (P_{k1i} - P_{_{3\pi}}) + b_6.$$

Об'єднаймо складові, які містять тиск в камерах в один доданок

$$a_{7}\sqrt{P_{BX} - P_{ki}} = -a_{1} - a_{2} \cdot P_{ki-1} + a_{3} - a_{4} \cdot P_{ki+1} - 2a_{5} \cdot P_{3\pi} + a_{6} + (a_{2} + a_{4} + 2a_{5}) \cdot P_{ki},$$
  
$$b_{7}\sqrt{P_{BX} - P_{k1i}} = -b_{1} - b_{2} \cdot P_{k1i-1} + b_{3} - b_{4} \cdot P_{k1i+1} - 2b_{5} \cdot P_{3\pi} + b_{6} + (b_{2} + b_{4} + 2b_{5}) \cdot P_{k1i}.$$

Введемо додаткові позначення

$$a_{8} = a_{2} + a_{4} + 2a_{5},$$

$$a_{9i} = \frac{a_{7}}{a_{8}},$$

$$a_{10i} = \frac{a_{1} - a_{3} + 2a_{5} \cdot P_{3\pi} - a_{6}}{a_{8}},$$

$$a_{11i} = \frac{a_{2}}{a_{8}},$$

$$a_{12i} = \frac{a_{4}}{a_{8}},$$

$$b_{8} = b_{2} + b_{4} + 2b_{5},$$

$$b_{9i} = \frac{b_{7}}{b_{8}},$$

$$b_{10i} = \frac{b_{1} - b_{3} + 2b_{5} \cdot P_{3\pi} - b_{6}}{b_{8}},$$

$$b_{11i} = \frac{b_{2}}{b_{8}},$$

$$b_{12i} = \frac{b_{4}}{b_{8}}.$$

Тоді остаточно запишемо вирази для визначення тисків у камерах

$$(P_{k,i})_{n+1} = a_{9i}\sqrt{P_{BX} - (P_{k,i})_n} + a_{11i}(P_{k,i-1})_n + a_{12i}(P_{k,i+1})_n + a_{10i}, \quad (3.6)$$

$$(P_{k1,i})_{n+1} = b_{9i}\sqrt{P_{BX} - (P_{k1,i})_n} + b_{11i}(P_{k1,i-1})_n + b_{12i}(P_{k1,i+1})_n + b_{10i}.$$
 (3.7)

Запишемо вирази (3.6) і (3.7) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\left(\overline{P_{k,i}}\right)_{n+1} = \overline{a_{9i}} \sqrt{1 - \left(\overline{P}_{k,i}\right)_n} + \overline{a_{11i}} \cdot \left(\overline{P}_{k,i-1}\right)_n + \overline{a_{12i}} \cdot \left(\overline{P}_{k,i+1}\right)_n + \overline{a_{10i}}, \quad (3.8)$$

$$\left(\overline{P_{k1,i}}\right)_{n+1} = \overline{b_{9i}}\sqrt{1 - \left(\overline{P}_{k1,i}\right)_n} + \overline{b_{11i}} \cdot \left(\overline{P}_{k1,i-1}\right)_n + \overline{b_{12i}} \cdot \left(\overline{P}_{k1,i+1}\right)_n + \overline{b_{10i}} . \quad (3.9)$$

Безрозмірні параметри в виразах (3.8) і (3.9) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{P_{ki}} = \frac{P_{ki}}{P_{bx}}; \quad \overline{a_{91}} = \frac{a_{9i}}{\sqrt{P_{Bx}}}; \quad \overline{a_{111}} = a_{11i}; \quad \overline{a_{121}} = a_{12i}; \quad \overline{a_{101}} = \frac{a_{10i}}{P_{Bx}};$$
$$\overline{P_{k1,i}} = \frac{P_{k1,i}}{P_{bx}}; \quad \overline{b_{91}} = \frac{b_{9i}}{\sqrt{P_{Bx}}}; \quad \overline{b_{111}} = b_{11i}; \quad \overline{b_{121}} = b_{12i}; \quad \overline{b_{101}} = \frac{b_{10i}}{P_{Bx}}.$$

Задаючись початковими значеннями тисків в камерах  $\overline{(P_{k,1})}_n$  і  $\overline{(P_{k1,1})}_n$ , отримуємо нові значення тисків на n + 1 кроці за рівняннями (3.8) і (3.9). Ітераційний процес продовжується поки різниця попередніх і наступних значень тисків у камерах будуть менше заданої точності ( $\varepsilon_1$ )

$$\left| \left( \overline{P}_{k,i} \right)_{n+1} - \left( \overline{P}_{k,i} \right)_{n} \right| \le \varepsilon_{1}, \qquad \left| \left( \overline{P}_{k1,i} \right)_{n+1} - \left( \overline{P}_{k1,i} \right)_{n} \right| \le \varepsilon_{1}. \tag{3.10}$$

# 3.3 Визначення функції розподілу тиску на міжкамерних перемичках з розв'язку рівнянь Рейнольдса

Для визначення функції зміни тиску на міжкамерних перемичках застосуємо рівняння Рейнольдса, яке з урахуванням загальноприйнятих у гідродинамічної теорії припущень має такий вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3 \rho}{K_x \mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3 \rho}{K_z \mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6 \cdot \frac{\partial (\rho \cdot U \cdot h)}{\partial x} + 12\rho V + 12h \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (3.11)$$

де х і z – окружна і осьова координати в підшипнику;

h — зазор;

ρ – густина робочої рідини;

- µ динамічна в'язкість робочої рідини;
- Р поточне значення тиску на міжкамерних перемичках;
- $K_x$  і  $K_z$  коефіцієнти турбулентності;
- U окружна швидкість вала;
- V швидкість зближення диска з валом і підшипника.

Приймемо так само допущення, що мастило являє собою нестискаєму ньютонівську рідину і течія мастила - ізотермічна. Запишемо рівняння Рейнольдса з урахуванням цих припущень [103]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{K_x} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{K_z} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu \cdot \frac{\partial (U \cdot h)}{\partial x} + 12\mu V.$$
(3.12)

Рівняння Рейнольдса (3.12) узагальнено на випадок турбулентної течії мастила за допомогою коефіцієнтів  $K_x$  і  $K_z$ . Існує кілька методів визначення коефіцієнтів  $K_x$  і  $K_z$ . Найбільш поширеним в даний час є метод В.Н. Константинеску, заснований на гіпотезі Л. Прандля про шляхи перемішування. Відповідно до цього методу коефіцієнти турбулентності визначають за такими залежностями:

$$K_{\rm x} = 1 + 0.044 (\sigma_*^2 \cdot \text{Re})^{0.725}, \qquad (3.13)$$
$$K_{\rm z} = 1 + 0.0247 (\sigma_*^2 \cdot \text{Re})^{0.65},$$

де  $\sigma_* = 0,125 \cdot \text{Re}^{0.07}$ ;  $\text{Re}_1 = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i} / \nu$  і  $\text{Re}_2 = \text{U}_2 \cdot \text{h}_{2,i} / \nu_x - числа$  Рейнольдса для зовнішньої і внутрішньої частин підшипника;  $\nu -$ кінематична в'язкість робочої рідини;  $\text{h}_{1,i} = \delta_{01} - \text{e} \cdot \cos(\varphi - \beta_0)$  і  $\text{h}_{2,i} = \delta_{02} + \text{e} \cdot \cos(\varphi - \beta_0) -$ поточні зазори в зовнішній і внутрішній частинах підшипника;

 $\delta_{01} = R_{\pi 1} - R_{D1}$  і  $\delta_{02} = R_{D2} - R_{\pi 2} -$ радіальні зазори для зовнішньої і внутрішньої частин підшипника;

R<sub>п1</sub> і R<sub>п2</sub> – радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь підшипника;

R<sub>D1</sub> і R<sub>D2</sub> – радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь диска;

е – ексцентриситет, що характеризує відстань між центрами підшипника і диска;

*φ* – поточна окружна координата в підшипнику;

β<sub>0</sub> – кут положення диска в підшипнику.

При змінних кутових швидкостях або навантаженнях диск в підшипнику буде здійснювати складний рух, що складається з обертання з кутовою швидкістю ω, поступального уздовж лінії центрів диска і підшипника і обертального руху разом з лінією центрів. Вирази для швидкостей точок диска V і U вздовж лінії центрів і перпендикулярно цій лінії мають вигляд

$$U_{1} = \omega \cdot R_{D1} + \frac{de}{dt} \sin(\varphi - \beta_{0}) - e \frac{d\beta_{0}}{dt} \cos(\varphi - \beta_{0}),$$

$$U_{2} = \omega \cdot R_{D2} + \frac{de}{dt} \sin(\varphi - \beta_{0}) - e \frac{d\beta_{0}}{dt} \cos(\varphi - \beta_{0}),$$

$$V = \frac{de}{dt} \cos(\varphi - \beta_{0}) + e \frac{d\beta_{0}}{dt} \sin(\varphi - \beta_{0}),$$
(3.14)

де  $U_1$  і  $U_2$  – швидкості точок робочих поверхонь диска.

Запишемо вирази (3.14) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\overline{U}_{1} = 1 + \overline{U}_{e1} \sin(\varphi - \beta_{0}) - \overline{U}_{\beta 1} \cos(\varphi - \beta_{0}),$$

$$\overline{U}_{2} = 1 + \overline{U}_{e2} \sin(\varphi - \beta_{0}) - \overline{U}_{\beta 2} \cos(\varphi - \beta_{0}),$$

$$\overline{V} = \frac{d\overline{\chi}}{d\overline{t}} \cos(\varphi - \beta_{0}) + \overline{\chi} \frac{d\beta_{0}}{d\overline{t}} \sin(\varphi - \beta_{0}).$$
(3.15)

Безрозмірні параметри в виразах (3.15) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\begin{split} \overline{U}_{1} &= \frac{U_{1}}{\omega \cdot R_{D1}}; \ \overline{U}_{e1} = \frac{1}{\omega \cdot R_{D1}} \cdot \frac{de}{dt}; \ \overline{U}_{\beta 1} = \frac{e}{\omega \cdot R_{D1}} \cdot \frac{d\beta_{0}}{dt}; \\ \overline{U}_{2} &= \frac{U_{2}}{\omega \cdot R_{D2}}; \ \overline{U}_{e2} = \frac{1}{\omega \cdot R_{D2}} \cdot \frac{de}{dt}; \ \overline{U}_{\beta 2} = \frac{e}{\omega \cdot R_{D2}} \cdot \frac{d\beta_{0}}{dt}; \\ \overline{V} &= V \cdot \frac{T}{\delta}; \chi = \frac{e}{\delta}; \ \delta = R_{\pi} - R_{D1}; \ \overline{t} = \frac{t}{T}; \ T = \frac{2\pi}{\omega}. \end{split}$$

В силу того, що швидкості зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь диска, а також зазори в зовнішній і внутрішній частинах підшипника будуть різні, запишемо рівняння Рейнольдса для зовнішньої і внутрішньої частин підшипника

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h_1^3}{K_{x1}} \cdot \frac{\partial P_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3}{K_{z1}} \cdot \frac{\partial P_1}{\partial z_1} \right) = 6\mu \cdot \frac{\partial (U_1 \cdot h_1)}{\partial x_1} + 12\mu V, \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{h_2^3}{K_{x2}} \cdot \frac{\partial P_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial z_2} \left( \frac{h_2^3}{K_{z2}} \cdot \frac{\partial P_2}{\partial z_2} \right) = 6\mu \cdot \frac{\partial (U_2 \cdot h_2)}{\partial x_2} + 12\mu V, \quad (3.17)$$

Запишемо вирази (3.16) і (3.17) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри з рискою зверху

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_1} \left( \frac{\overline{\mathbf{h}_1^3}}{\mathbf{K}_{\mathbf{x}1}} \cdot \frac{\partial \overline{\mathbf{P}_1}}{\partial \varphi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{z_1}} \left( \frac{\overline{\mathbf{h}_1^3}}{\mathbf{K}_{\mathbf{z}1}} \cdot \frac{\partial \overline{\mathbf{P}_1}}{\partial \overline{z_1}} \right) = \Omega_1 \cdot \frac{\partial \left( \overline{\mathbf{U}_1} \cdot \overline{\mathbf{h}_1} \right)}{\partial \varphi_1} + \Omega \mathbf{1}_1 \cdot \overline{\mathbf{V}}, \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left( \frac{\overline{\mathbf{h}_2^3}}{\mathbf{K}_{\mathbf{x}2}} \cdot \frac{\partial \overline{\mathbf{P}_2}}{\partial \varphi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{z_2}} \left( \frac{\overline{\mathbf{h}_2^3}}{\mathbf{K}_{\mathbf{z}2}} \cdot \frac{\partial \overline{\mathbf{P}_2}}{\partial \overline{z_2}} \right) = \Omega_2 \cdot \frac{\partial \left( \overline{\mathbf{U}_2} \cdot \overline{\mathbf{h}_2} \right)}{\partial \varphi_2} + \Omega_2_2 \cdot \overline{\mathbf{V}}. \tag{3.19}$$

Безрозмірні параметри в виразах (3.18) і (3.19) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{h_1} = \frac{h_1}{\delta_{01}}; \ \overline{h_2} = \frac{h_2}{\delta_{02}};$$
$$\phi_1 = \frac{x_1}{R_{D1}}; \ \phi_2 = \frac{x_2}{R_{D2}}; \ \overline{z_1} = \frac{z_1}{R_{D1}}; \ \overline{z_2} = \frac{z_2}{R_{D2}};$$

$$\begin{split} \overline{P_{1}} &= \frac{P_{1}}{P_{Bx}}; \ \overline{P_{2}} = \frac{P_{2}}{P_{Bx}}; \ \Omega_{1} = \frac{6\mu \cdot \omega \cdot R_{D1}^{2}}{\delta_{01}^{2} \cdot P_{Bx}}; \ \Omega_{2} = \frac{6\mu \cdot \omega \cdot R_{D2}^{2}}{\delta_{02}^{2} \cdot P_{Bx}}; \\ \Omega \mathbf{1}_{1} &= \frac{12\mu \cdot R_{D1}^{2}}{\delta_{01}^{2} \cdot P_{Bx} \cdot T}; \ \Omega \mathbf{2}_{2} = \frac{12\mu \cdot R_{D2}^{2}}{\delta_{02}^{2} \cdot P_{Bx} \cdot T}. \\ \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$Ie \qquad K_{x1} = 1 + 0.044 (\sigma_{*1}^{2} \cdot Re_{1})^{0.725}, \\ K_{z1} = 1 + 0.0247 (\sigma_{*1}^{2} \cdot Re_{1})^{0.65}, \\ K_{x2} = 1 + 0.044 (\sigma_{*2}^{2} \cdot Re_{2})^{0.725}, \\ K_{z2} = 1 + 0.0247 (\sigma_{*2}^{2} \cdot Re_{2})^{0.65}, \\ \sigma_{*1} = 0.125 \cdot Re_{1}^{0.07}, \\ \sigma_{*2} = 0.125 \cdot Re_{2}^{0.07}. \end{split}$$

$$(3.20)$$

70

Рівняння Рейнольдса в даний час не має точного аналітичного розв'язку. Тому для його розв'язання застосовують наближені чисельні методи. Одним з таких методів є метод скінченних різниць в поєднанні з методом поздовжньопоперечної прогонки [145-150].

Для запису рівнянь (3.18) і (3.19) в скінченно-різницевому вигляді поверхні між камерами зовнішньої і внутрішньої частин підшипника покриємо регулярними сітками з кроками  $\Delta \varphi_1, \Delta \varphi_2$  і  $\Delta \overline{z_1}, \Delta \overline{z_2}$  і часні похідні запишемо в скінченно-різницевому вигляді, використовуючи п'ятиточковий шаблон.

Для зовнішньої частини підшипника скінченно-різницевий запис рівняння Рейнольдса матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi_{1}} \left( \frac{\overline{h_{1}^{3}}}{K_{x1}} \frac{\partial \overline{P_{1}}}{\partial \varphi_{1}} \right) &= \frac{\overline{h_{1,1}^{3}}}{K_{x1,i}} \frac{\left(\overline{P}_{1,i+1,j} - 2\overline{P}_{1,ij} + \overline{P}_{1,i-1,j}\right)}{\Delta \varphi_{1}^{2}} + \\ &+ \frac{3\overline{h_{1,i}^{2}}(\overline{h}_{1,i+1} - \overline{h}_{1,i-1})(\overline{P}_{1,i+1,j} - \overline{P}_{1,i-1,j})}{K_{x1,i} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_{1}^{2}} - \frac{\overline{h_{1,i}^{3}}(K_{x1,i+1} - K_{x1,i-1})(\overline{P}_{1,i+1,j} - \overline{P}_{1,i-1,j})}{K_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_{1}^{2}}; \\ &\quad \frac{\partial}{\partial \overline{z_{1}}} \left( \frac{\overline{h_{1}^{3}}}{K_{z1}} \frac{\partial \overline{P_{1}}}{\partial \overline{z_{1}}} \right) = \frac{\overline{h_{1,i}^{3}}(\overline{P}_{1,i,j+1} - 2\overline{P}_{1,i,j} + \overline{P}_{1,i,j-1})}{K_{z1,i} \cdot \Delta \overline{z_{1}^{2}}}; \end{aligned} \tag{3.21}$$

$$F_{1,i} = \Omega_{1} \frac{\partial(\overline{U_{1}} \cdot \overline{h_{1}})}{\partial \varphi_{1}} + \Omega 1_{1} \overline{V} = \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{h_{1,i}}(\overline{U}_{1,i+1} - \overline{U}_{1,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_{1}} + \end{aligned}$$

$$+\frac{\Omega_{1}\cdot\overline{U}_{1,i}\cdot\left(\overline{h}_{1,i+1}-\overline{h}_{1,i-1}\right)}{2\cdot\Delta\phi_{1}}+\Omega\mathbf{1}_{1}\overline{V}_{1},$$

де  $i = 1, 2, ..., N_1; j = 1, 2, ..., N_2; N_1 i N_2 - число вузлів сітки відповідно в напрямках і окружному і ј осьовому.$ 

Введемо позначення

$$\begin{split} H_{1,i} &= \frac{\overline{h_{1,i}^3}}{K_{x1,i} \cdot \Delta \phi_1^2}, \\ H_{2,i} &= \frac{3\overline{h_{1,i}^2}(\bar{h}_{1,i+1} - \bar{h}_{1,i-1})}{K_{x1,i} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_1^2}, \\ H_{3,i} &= \frac{\overline{h_{1,i}^3}(K_{x1,i+1} - K_{x1,i-1})}{K_{x1,i}^2 \cdot 4 \cdot \Delta \phi_1^2}, \\ H_{4,i} &= \frac{\overline{h_{1,i}^3}}{K_{z1,i} \cdot \Delta \overline{z_1^2}}, \\ H_{5,i} &= H_{1i} + H_{2i} + H_{3i}, \\ H_{6,i} &= -2H_{1,i} - 2H_{4,i}, \\ H_{7,i} &= H_{1,i} - H_{2,i} + H_{3,i}. \end{split}$$
(3.22)

Запишемо рівняння Рейнольдса для зовнішньої частини підшипника у вигляді скінченних різниць

$$H_{5i} \cdot \overline{P}_{1,i+1,j} + H_{6i} \cdot \overline{P}_{1,ij} + H_{7i} \cdot \overline{P}_{1,i-1,j} + H_{4i} \cdot \overline{P}_{1,i,j+1} + H_{4i} \cdot \overline{P}_{1,i,j-1} = F_{1,i}.$$
(3.23)

Для внутрішньої частини підшипника скінченно-різницевий запис рівняння Рейнольдса буде приведений в тій же послідовності, що і для зовнішньої частини підшипника

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left( \frac{\overline{h_2^3}}{K_{x2}} \cdot \frac{\partial \overline{P_2}}{\partial \varphi_2} \right) = \frac{\overline{h_{2,i}^3} (\overline{P}_{2,i+1,j} - 2\overline{P}_{2,i,j} + \overline{P}_{2,i-1,j})}{K_{x2,i} \cdot \Delta \varphi_2^2} +$$

$$+ \frac{3\overline{h_{2,i}^{2}}(\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1})(\bar{P}_{2,i+1,j} - \bar{P}_{2,i-1,j})}{K_{x2,i} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{2}^{2}} - \frac{\overline{h_{2,i}^{3}}(K_{x2,i+1} - K_{x2,i-1})(\bar{P}_{2,i+1,j} - \bar{P}_{2,i-1,j})}{K_{x2,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{2}^{2}}$$

$$- \frac{\partial}{\partial \overline{z_{2}}} \left(\frac{\overline{h_{2}^{3}}}{\bar{z_{2}}} \frac{\partial \bar{P}_{2}}{\partial \overline{z_{2}}}\right) = \frac{\overline{h_{2,i}^{3}}(\bar{P}_{2,i,j+1} - 2\bar{P}_{2,i,j} + \bar{P}_{2,i,j-1})}{K_{z2,i} \cdot \Delta \overline{z_{2}^{2}}},$$

$$F_{2,i} = \Omega_{2} \frac{\partial(\overline{U}_{2} \cdot \overline{h_{2,i}})}{\partial \phi_{2}} + \Omega_{2}^{2} \cdot \overline{V} = \frac{\Omega_{2} \cdot \overline{h_{2,i}}(\overline{U}_{2,i+1} - \overline{U}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \phi_{2}} +$$

$$+ \frac{\Omega_{2} \cdot \overline{U}_{2,i} \cdot (\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \phi_{2}} + \Omega_{2}^{2} \cdot \overline{V}_{1},$$

де  $i = 1, 2, ..., N_1; j = 1, 2, ..., N_2; N_1 i N_2 - число вузлів сітки відповідно в напрямках і окружному та ј осьовому.$ 

Введемо позначення

$$\begin{split} \mathrm{E}_{1,i} &= \frac{\overline{\mathrm{h}_{2,i}^3}}{\mathrm{K}_{\mathrm{x2,i}} \cdot \Delta \varphi_2^2}, \\ \mathrm{E}_{2,i} &= \frac{3 \cdot \overline{\mathrm{h}_{2,i}^2}(\overline{\mathrm{h}_{2,i+1}} - \overline{\mathrm{h}_{2,i-1}})}{\mathrm{K}_{\mathrm{x2,i}} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_2^2}, \\ \mathrm{E}_{3,i} &= \frac{\overline{\mathrm{h}_{2,i}^3}(\mathrm{K}_{\mathrm{x2,i+1}} - \mathrm{K}_{\mathrm{x2,i-1}})}{\mathrm{K}_{\mathrm{x2,i}}^2 \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_2^2}, \\ \mathrm{E}_{4,i} &= \frac{\overline{\mathrm{h}_{2,i}^3}}{\mathrm{K}_{\mathrm{z2,i}} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_2^2}, \\ \mathrm{E}_{5,i} &= \mathrm{E}_{1,i} + \mathrm{E}_{2,i} - \mathrm{E}_{3,i}, \\ \mathrm{E}_{6,i} &= -2\mathrm{E}_{1,i} - 2\mathrm{E}_{4,i}, \\ \mathrm{E}_{7,i} &= \mathrm{E}_{1,i} - \mathrm{E}_{2,i} + \mathrm{E}_{3,i}. \end{split}$$

Запишемо рівняння Рейнольдса для внутрішньої частини підшипника у вигляді скінченних різниць

$$E_{5,i} \cdot \overline{P}_{2,i+1,j} + E_{6,i} \cdot \overline{P}_{2,i,j} + E_{7,i} \cdot \overline{P}_{2,i-1,j} + E_{4,i} \cdot \overline{P}_{2,i,j+1} + E_{4,i} \cdot \overline{P}_{2,i,j-1} = F_{2,i}. \quad (3.24)$$

Різницеві схеми записані в неявному вигляді, так як в порівнянні з явними вони мають більшу стійкість і не вимагають жорсткого обмеження по кроку сітки. Це призводить до необхідності розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь.

Важливим окремим випадком є системи так званих "триточкових" різницевих рівнянь, які пов'язують невідомі значення сіткових функцій в трьох сусідніх вузлах сітки. Розв'язувати такі системи дозволяє відомий метод поздовжньо-поперечної прогонки. Система триточкових лінійних рівнянь для сіткової функції <u>Р</u><sub>i,j</sub> в загальному випадку може бути записана наступним чином:

$$A_{i} \cdot \overline{P}_{i-1} + C_{i} \cdot \overline{P}_{i} + B_{i} \cdot \overline{P}_{i+1} = F_{i}, \qquad (3.25)$$

де А<sub>i</sub>, В<sub>i</sub>, С<sub>i</sub>, F<sub>i</sub> – відомі коефіцієнти.

Розв'язок завдання в методі прогонки шукається у вигляді

$$\overline{P}_{i} = \alpha_{i} \cdot \overline{P}_{i+1} + \beta_{i} , \qquad (3.26)$$

де і = 2,3, ..., N – 1 – номери вузлів сітки;

α<sub>i</sub>, β<sub>i</sub> – коефіцієнти прогонки, що визначаються за такими формулами:

$$\alpha_{1} = -\frac{A_{i}}{B_{i} + C_{i} \cdot \alpha_{i-1}}, \qquad \beta_{i} = \frac{F_{i} - C_{i} \cdot \beta_{i-1}}{B_{i} + C_{i} \cdot \alpha_{i-1}}.$$
(3.27)

Основна ідея методу поздовжньо-поперечної прогонки полягає в зведенні переходу із шару на шар до послідовного розв'язання одновимірних задач уздовж рядків і вздовж стовпців. При цьому поряд з основними значеннями шуканої сіткової функції  $\overline{P_n}$  і  $\overline{P_{n+1}}$  вводиться проміжне значення  $\overline{P_{n+1/2}}$  на підшарі. Перехід від n-го шару до n + 1-го відбувається в два етапи.

1. Формули переходу від n-го шару до n + 1/2 (поздовжня прогонка) для зовнішньої частини підшипника

$$\begin{aligned} A1_{1,i} (\overline{P}_{1,i+1,j})_{n+1/2} + B1_{1,i} (\overline{P}_{1,i,j})_{n+1/2} + C1_{1,i} (\overline{P}_{1,i-1,j})_{n+1/2} &= F1_{1,i} , \quad (3.28) \\ A1_{1,i} &= H_{5,i}; B1_{1,i} = H_{6,i}; C1_{1,i} = H_{7,i}; F1_{1,i} = F_{1,i} - H_{4,i} (\overline{P}_{1,i,j+1})_{n} - \\ & -H_{4,i} \cdot (\overline{P}_{1,i,j-1})_{n'}, \\ \alpha 1_{i,j} &= -\frac{A1_{1,i}}{B1_{1,i} + C1_{1,i} \cdot \alpha 1_{i-1,j}}; \ \beta 1_{i,j} = \frac{F1_{1,i} - C1_{1,i} \cdot \beta 1_{i-1,j}}{B1_{1,i} + C1_{1,i} \cdot \alpha 1_{i-1,j}}; \\ & (\overline{P}_{1,i,j})_{n+1/2} = \alpha 1_{i,j} (\overline{P}_{1,i+1,j})_{n+1/2} + \beta 1_{i,j}. \end{aligned}$$

2. Формули переходу від n + 1/2-го шару до n + 1 (поперечна прогонка) для зовнішньої частини підшипника

$$A1_{2,i}(\overline{P}_{1,i,j+1})_{n+1} + B1_{2,i}(\overline{P}_{1,i,j})_{n+1} + C1_{2,i}(\overline{P}_{1,i,j-1})_{n+1} = F1_{2,i}, \quad (3.30)$$

$$A1_{2,i} = C1_{2,i} = H_{4,i}; \qquad B1_{2,i} = H_{6,i};$$

$$F1_{2,i} = F_{1,i} - H_{5,i}(\overline{P}_{1,i+1,j})_{n+1/2} - H_{7,i}(\overline{P}_{1,i-1,j})_{n+1/2},$$

$$\alpha 2_{i,j} = -\frac{A1_{2,i}}{B1_{2,i} + C1_{2,i} \cdot \alpha 2_{i,j-1}}; \quad \beta 2_{i,j} = \frac{F1_{2,i} - C1_{2,i} \cdot \beta 2_{i,j-1}}{B1_{2,i} + C1_{2,i} \cdot \alpha 2_{i,j-1}};$$

$$(\overline{P}_{1,i,j})_{n+1} = \alpha 2_{i,j}(\overline{P}_{1,i,j+1})_{n+1} + \beta 2_{i,j}. \quad (3.31)$$

3. Формули переходу від n-го шару до n + 1/2 (поздовжня прогонка) для внутрішньої частини підшипника

$$\begin{aligned} A2_{1,i}(\overline{P}_{2,i+1,j})_{n+1/2} + B2_{1,i}(\overline{P}_{2,i,j})_{n+1/2} + C2_{1,i}(\overline{P}_{2,i-1,j})_{n+1/2} &= F2_{1,i}, \quad (3.32) \\ A2_{1,i} &= E_{5,i}; \qquad B2_{1,i} = E_{6,i}; \qquad C2_{1,i} = E_{7,i}; \\ F2_{1,i} &= F_{2,i} - E_{4,i}(\overline{P}_{2,i,j+1})_n - E_{4,i}(\overline{P}_{2,i,j-1})_n, \\ \alpha 3_{i,j} &= -\frac{A2_{1,i}}{B2_{1,i} + C2_{1,i} \cdot \alpha 3_{i-1,j}}; \quad \beta 3_{i,j} = \frac{F2_{1,i} - C2_{1,i} \cdot \beta 3_{i-1,j}}{B2_{1,i} + C2_{1,i} \cdot \alpha 3_{i-1,j}}; \end{aligned}$$

$$\left(\overline{P}_{2,i,j}\right)_{n+1/2} = \alpha 3_{i,j} \left(\overline{P}_{2,i+1,j}\right)_{n+1/2} + \beta 3_{i,j} \,. \tag{3.33}$$

4. Формули переходу від n + 1/2-го шару до n + 1 (поперечна прогонка) для внутрішньої частини підшипника

$$A2_{2,i}(\overline{P}_{2,i,j+1})_{n+1} + B2_{2,i}(\overline{P}_{2,i,j})_{n+1} + C2_{2,i}(\overline{P}_{2,i,j-1})_{n+1} = F2_{2,i}, \quad (3.34)$$

$$A2_{2,i} = C2_{2,i} = E_{4i}; \qquad B2_{2,i} = E_{6,i};$$

$$F2_{2,i} = F_{2,i} - E_{5,i}(\overline{P}_{2,i+1,j})_{n+1/2} - E_{7,i}(\overline{P}_{2,i-1,j})_{n+1/2},$$

$$\alpha 4_{i,j} = -\frac{A2_{2,i}}{B2_{2,i} + C2_{2,i} \cdot \alpha 4_{i,j-1}}; \quad \beta 4_{i,j} = \frac{F2_{2,i} - C2_{2,i} \cdot \beta 4_{i,j-1}}{B2_{2,i} + C2_{2,i} \cdot \alpha 4_{i,j-1}};$$

$$(\overline{P}_{2,i,j})_{n+1} = \alpha 4_{i,j}(\overline{P}_{2,i,j+1})_{n+1} + \beta 4_{i,j}. \quad (3.35)$$

Задаючись початковими значеннями тисків в вузлах сітки, методом поздовжньо-поперечної прогонки визначаємо значення тисків в вузлах сітки на наступному кроці. Ітераційний процес продовжується до отримання заданої точності  $\left|\left(\overline{P}_{1,i,j}\right)_{n+1} - \left(\overline{P}_{1,i,j}\right)_{n}\right| \leq \varepsilon_{2}$  і  $\left|\left(\overline{P}_{2,i,j}\right)_{n+1} - \left(\overline{P}_{2,i,j}\right)_{n}\right| \leq \varepsilon_{2}$ ,

де  $\epsilon_2$  — точність визначення тисків на міжкамерній перемичці.

## 3.4 Визначення несучої здатності здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника

Знаючи тиск в камерах і вузлах міжкамерних перемичок, можна визначити вантажопідйомність підшипника (рис 3.3).

Вантажопідйомність підшипника визначається як сума вантажопідйомності зовнішньої і внутрішньої його робочих поверхонь, а також рівна сумі вантажопідйомності окремих ділянок кожної з робочих поверхонь підшипника.





$$WH_{k,i} = b_{k1} \cdot l_{k1} \cdot P_{k,i}, \qquad (3.36)$$
$$WB_{k,j} = b_{k2} \cdot l_{k2} \cdot P_{k1,j}$$

де i = 1,2, ..., k; k – число камер на зовнішній робочій поверхні підшипника

j = 1,2, ..., m;m – число камер на внутрішній робочій поверхні підшипника.

Спроектуємо ці вантажопідйомності на лінію центрів диска і підшипника (вісь у, див. рис. 3.1) і на напрямок їй перпендикулярний (вісь х):

$$WH_{y,\text{Kam.}} = \sum_{i=1}^{k} WH_{k,i} \cdot \cos(\phi_{k,i} - \beta_0) ,$$

$$WH_{x,kam.} = \sum_{i=1}^{k} WH_{k,i} \cdot \sin(\varphi_{k,i} - \beta_0), \qquad (3.37)$$

$$WB_{y,\text{KAM.}} = \sum_{j=1}^{m} WB_{k,j} \cdot \cos(\varphi_{k,j} - \beta_0) ,$$
$$WB_{x,\text{KAM.}} = \sum_{j=1}^{m} WB_{k,j} \cdot \sin(\varphi_{k,j} - \beta_0) .$$

Визначаємо вантажопідйомності міжкамерних перемичок зовнішньої робочої поверхні підшипника WH<sub>m,i</sub> і внутрішньої робочої поверхні WB<sub>m,i</sub>. Проекції цієї вантажопідйомності на осі у і х можна записати в такому вигляді:

$$\begin{split} WH_{y,m} &= \sum_{i=1}^{k} (P_{1})_{cp,i} \cdot l_{mk1} \cdot l_{k1} \cdot \cos(\varphi_{m,i} - \beta_{0}), \\ WH_{x,m} &= \sum_{i=1}^{k} (P_{1})_{cp,i} \cdot l_{mk1} \cdot l_{k1} \cdot \sin(\varphi_{m,i} - \beta_{0}), \\ WB_{y,m} &= \sum_{j=1}^{m} (P_{2})_{cp,j} \cdot l_{mk2} \cdot l_{k2} \cdot \cos(\varphi_{m,j} - \beta_{0}), \\ WB_{x,m} &= \sum_{j=1}^{m} (P_{2})_{cp,j} \cdot l_{mk2} \cdot l_{k2} \cdot \sin(\varphi_{m,j} - \beta_{0}), \end{split}$$

де 
$$(P_1)_{cp,i} = (P_{k,i} + P_{k,z1} + \sum_{z4}^{z5} P_{1,z3}) \frac{1}{N1};$$
 (3.39)

z4 = N11(i - 1) + 1; z5 = N11i; N11 = N1/k;

N1 — число вузлів сітки по всій робочій поверхні зовнішньої частини підшипника;

k – число міжкамерних перемичок, яке дорівнює кількості камер;

i = 1,2, ..., k; z1 = i + 1, якщоі < k, а інакше z1 = 1.

$$(P_2)_{cp,j} = (P_{k1,j} + P_{k1,z2} + \sum_{z7}^{z8} P_{2,z6}) \frac{1}{N2},$$
 (3.40)

де z7 = N12(j - 1) + 1; z8 = N12j; N12 = N2/m;

N2 — число вузлів сітки по всій робочій поверхні внутрішньої частини підшипника;

m – число міжкамерних перемичок на внутрішній робочої поверхні підшипника, яке дорівнює кількості камер;

j = 1, 2, ..., m;

z2 = j + 1, якщо j < m, а інакше z2 = 1.

Визначаємо вантажопідйомності двох перемичок торців камер зовнішньої робочої поверхні підшипника WH<sub>T,i</sub> і внутрішньої робочої поверхні WB<sub>T,j</sub>

$$WH_{T,i} = b_{k1} \cdot l_{\pi 1} \cdot (P_{k,i} + P_{3\pi}), \qquad (3.41)$$
$$WB_{T,j} = b_{k2} \cdot l_{\pi 2} \cdot (P_{k1,j} + P_{3\pi}),$$

де i = 1,2, ..., k;

k- число камер на зовнішній робочій поверхні підшипника;

j = 1, 2, ..., m;

т- число камер на внутрішній робочій поверхні підшипника.

Спроектуємо ці вантажопідйомності на лінію центрів диска і підшипника (вісь у) і напрямок їй перпендикулярний (вісь х)

$$\mathsf{WH}_{T,y} = \sum_{i=1}^k \mathsf{WH}_{T,i} \cdot \cos(\phi_{k,i} - \beta_0) \text{ ,}$$

$$WH_{T,x} = \sum_{i=1}^{k} WH_{T,i} \cdot \sin(\varphi_{k,i} - \beta_0) , \qquad (3.42)$$

$$WB_{T,y} = \sum_{j=1}^{m} WB_{T,j} \cdot \cos(\varphi_{k,j} - \beta_0) ,$$
$$WB_{T,x} = \sum_{j=1}^{m} WB_{T,j} \cdot \sin(\varphi_{k,j} - \beta_0) .$$

Визначимо вантажопідйомності двох торцевих міжкамерних перемичок зовнішньої робочої поверхні підшипника WH<sub>п,i</sub> і внутрішньої робочої поверхні WB<sub>n,j</sub>

$$WH_{\pi,i} = l_{mk1} \cdot l_{\pi 1} \cdot [(P_1)_{cp,i} + P_{3\pi}], \qquad (3.43)$$
$$WB_{\pi,j} = l_{mk2} \cdot l_{\pi 2} \cdot [(P_2)_{cp,j} + P_{3\pi}].$$

Спроектуємо ці вантажопідйомності на лінію центрів диска і підшипника (вісь у) і напрямок їй перпендикулярний (вісь х)

$$\begin{split} & WH_{\pi,y} = \sum_{i=1}^{k} WH_{\pi,i} \cdot \cos(\phi_{m,i} - \beta_0), \\ & WH_{\pi,x} = \sum_{i=1}^{k} WH_{\pi,i} \cdot \sin(\phi_{m,i} - \beta_0), \\ & WB_{\pi,y} = \sum_{j=1}^{m} WB_{\pi,j} \cdot \cos(\phi_{m,j} - \beta_0), \\ & WB_{\pi,x} = \sum_{j=1}^{m} WB_{\pi,j} \cdot \sin(\phi_{m,j} - \beta_0). \end{split}$$

Знаходимо загальну вантажопідйомність зовнішньої робочої поверхні підшипника в проекціях на вісь у (I<sub>н</sub>) і вісь х (J<sub>н</sub>) з урахуванням того, що робоча поверхня має два ряди камер і записані вантажопідйомності потрібно помножити на два

$$I_{H} = (WH_{y,KaM} + WH_{y,m} + WH_{T,y} + WH_{\pi,y}) \cdot 2, \qquad (3.45)$$

$$J_{H} = (WH_{X,KAM} + WH_{X,m} + WH_{T,X} + WH_{\Pi,X}) \cdot 2.$$

Запишемо вирази (3.45) в безрозмірному вигляді

$$\bar{I}_{H} = \frac{\left(WH_{y,KaM} + WH_{y,m} + WH_{T,y} + WH_{\pi,y}\right) \cdot 2}{P_{BX} \cdot R_{D1}^{2}},$$

$$\bar{J}_{H} = \frac{\left(WH_{x,KaM} + WH_{x,m} + WH_{T,X} + WH_{\pi,X}\right) \cdot 2}{P_{BX} \cdot R_{D1}^{2}}.$$
(3.46)

Безрозмірні параметри в рівняннях (3.46) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{I_{_{\rm H}}} = \frac{I_{_{\rm H}}}{P_{_{\rm BX}} \cdot R_{\rm D1}^2}, \qquad \overline{J_{_{\rm H}}} = \frac{J_{_{\rm H}}}{P_{_{\rm BX}} \cdot R_{\rm D1}^2}.$$

Знаходимо загальну вантажопідйомність внутрішньої робочої поверхні підшипника в проекціях на вісь  $y(I_B)$  і вісь х ( $J_B$ ) з урахуванням того, що робоча поверхня має також два ряди камер і записані вантажопідйомності потрібно збільшити в два рази.

Врахуємо також, що для внутрішньої робочої поверхні підшипника більший тиск буде в камерах, розташованих у верхній частині підшипника, в силу того, що там менший зазор, ніж в нижній частині підшипника. Тому загальну вантажопідйомність внутрішньої робочої поверхні підшипника приймемо з протилежним знаком (тобто помножимо на мінус)

$$I_{B} = -(WB_{y,KaM} + WB_{y,m} + WB_{T,y} + WB_{\pi,y}) \cdot 2, \qquad (3.47)$$
$$J_{B} = -(WB_{x,KaM} + WB_{x,m} + WB_{T,x} + WB_{\pi,x}) \cdot 2.$$

Запишемо вирази (3.47) в безрозмірному вигляді

$$\bar{I}_{B} = -\frac{\left(WB_{y,KaM} + WB_{y,m} + WB_{T,y} + WB_{\Pi,y}\right) \cdot 2}{P_{BX} \cdot R_{D1}^{2}},$$
(3.48)

$$\overline{J_{B}} = -\frac{\left(WB_{x,KaM} + WB_{x,m} + WB_{T,x} + WB_{\pi,x}\right) \cdot 2}{P_{Bx} \cdot R_{D1}^{2}}$$

Безрозмірні параметри в рівняннях (3.48) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{I_{B}} = \frac{I_{B}}{P_{BX} \cdot R_{D1}^{2}}, \qquad \overline{J_{B}} = \frac{J_{B}}{P_{BX} \cdot R_{D1}^{2}}.$$

Визначаємо сумарну вантажопідйомність обох робочих поверхонь підшипника в проекціях на лінію центрів диска і підшипника  $I_{\Sigma}$  і напрямок їй перпендикулярний  $J_{\Sigma}$ 

$$\overline{I_{\Sigma}} = \overline{I_{H}} + \overline{I_{B}}, \qquad (3.49)$$
$$\overline{J_{\Sigma}} = \overline{J_{H}} + \overline{J_{B}}.$$

#### 3.5 Визначення витрати робочої рідини через підшипник

Знаючи тиск в камерах можна визначити витрати робочої рідини через підшипник

$$Q_{\Sigma} = Q_{30BH.} + Q_{BHYTP.'} \tag{3.50}$$

де 
$$Q_{30BH.} = 2 \cdot \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\#1}^2 \sqrt{\frac{2P_{BX}}{p}} \sum_{i=1}^k \sqrt{1 - \overline{P_{k,i}}}$$
 – витрата робочої рідини

через камери, розташовані на зовнішній робочій поверхні підшипника; k — число камер на половині зовнішньої робочої поверхні підшипника;

$$Q_{\text{внутр.}} = 2 \cdot \psi_{\text{вх}} \cdot \pi \cdot r_{\#2}^2 \sqrt{\frac{2P_{\text{вх}}}{p}} \sum_{i=1}^m \sqrt{1 - \overline{P_{k1,i}}}$$
 – витрата робочої рідини

через камери, розташовані на внутрішній робочій поверхні підшипника; m – число камер на половині внутрішньої робочої поверхні підшипника. Опис інших параметрів в формулах витрати робочої рідини наведено при записі виразів (3.3) і (3.4).

#### 3.6 Визначення втрат потужності на тертя і прокачування

Втрати потужності на тертя визначаються по відомій залежності [144]:

$$N_{\rm rp} = \omega \cdot R \cdot \iint_{\rm S} \tau dS, \qquad (3.51)$$

де τ – функція розподілу дотичних напружень в шарі робочої рідини; S – площа поверхні тертя;

- ω кутова швидкість обертання валу з диском;
- R радіус поверхні тертя.

Функція розподілу дотичних напружень т відповідно до закону Ньютона має такий вигляд:

$$\tau = \frac{\mu \cdot U}{h} + \frac{h}{2} \cdot \frac{dP}{dx},$$
(3.52)

де U =  $\omega R$  – окружна швидкість;

- µ динамічна в'язкість робочої рідини;
- h поточний зазор в підшипнику;
- $\frac{dP}{dx}$  градієнт тиску робочої рідини в окружному напрямку.

Запишемо вираз (3.52) на випадок турбулентної течії робочої рідини за допомогою коефіцієнтів, запропонованих Константинеску [100-102]

$$\tau = \frac{\mu \cdot U}{h} \cdot k(\text{Re}) + \frac{h}{2} \cdot \frac{dP}{dx}, \qquad (3.53)$$

де  $k(Re) = 1 + 0,0525(\sigma_*^2 \cdot Re)^{0,75}$  (для ламінарної течії робочої рідини k(Re) = 1);  $\sigma_* = 0,125Re^{0,07}$ ; Re =  $\frac{\mathbf{U} \cdot \mathbf{h}}{\mathbf{v}}$  – число Рейнольдса; v – кінематична в'язкість робочої рідини.

Так як підшипник має дві робочі поверхні, запишемо вираз для втрат потужності на тертя для зовнішньої робочої поверхні

$$N_{TP.H} = \omega \cdot R_{D1} \iint_{S_{H}} \tau_{H} dS_{H}, \qquad (3.54)$$

де  $\tau_{\rm H} = \frac{\mu \cdot U_1}{h_{1,i}} \cdot k({\rm Re})_1 + \frac{h_{1,i}dP(1,i,j)}{2dx} - функція зміни дотичних$ 

напружень в шарі мастила для зовнішньої частини підшипника;

 $h_{1,i} = \delta_{01} - e \cdot cos(\phi - \beta_0) -$  поточне значення зазору для зовнішньої робочої поверхні підшипника;

δ<sub>01</sub> = R<sub>Π1</sub> - R<sub>D1</sub> - радіальний зазор для зовнішньої частини підшипника;
 R<sub>Π1</sub> - радіус зовнішньої робочої поверхні підшипника;

R<sub>D1</sub> – радіус зовнішньої робочої поверхні диска;

$$k(Re)_1 = 1 + 0.0525(\sigma_{*1}^2 \cdot Re_1)^{0.75}; \ \sigma_{*1} = 0.125Re_1^{0.07}; \ Re_1 = \frac{U_1 \cdot h_{1,i}}{v}$$

За аналогією запишемо вирази для визначення втрат потужності на тертя для внутрішньої робочої поверхні підшипника

$$N_{TP.B} = \omega \cdot R_{D2} \iint_{S_B} \tau_B dS_B, \qquad (3.55)$$

де  $\tau_{\rm B} = \frac{\mu \cdot U_2}{h_{2,i}} \cdot k(\text{Re})_2 + \frac{h_{2,i}dP(2,i,j)}{2dx} - функція зміни дотичних$ 

напружень в шарі мастила для внутрішньої частини підшипника;

 $h_{2,i} = \delta_{02} + e \cdot \cos(\varphi - \beta_0)$  – поточне значення зазору для внутрішньої робочої поверхні підшипника;

δ<sub>02</sub> = R<sub>D2</sub> - R<sub>Π2</sub> - радіальний зазор для внутрішньої частини підшипника;
 R<sub>D2</sub> и R<sub>Π2</sub> - радіуси диска і підшипника для внутрішньої його частини;

$$k(\text{Re})_2 = 1 + 0.0525(\sigma_{*2}^2 \cdot \text{Re}_2)^{0.75}; \sigma_{*2} = 0.125 \text{Re}_2^{0.07}; \text{Re}_2 = \frac{U_2 \cdot h_{2,i}}{v}$$

Після підстановки виразів для  $au_{H}$  і  $au_{B}$  в вихідні вирази (3.54) і (3.55), отримаємо формули для визначення втрат потужності на тертя для зовнішньої робочої поверхні N<sub>тр.н</sub> і внутрішньої робочої поверхні підшипника N<sub>тр.в</sub>.

$$N_{\rm TP.H} = \mu \cdot \omega \cdot R_{\rm D1} \iint_{0\ 0}^{L_{\rm n}\ L_{\rm oKp1}} \frac{U_1 \cdot k({\rm Re})_1}{h_{1,i}} dx dz + \frac{\omega \cdot R_{\rm D1}}{2} \iint_{0\ 0}^{L_{\rm n}\ L_{\rm oKp1}} h_{1,i} \frac{dP(1,i,j)}{dx} dx dz,$$
(3.56)

$$N_{\text{Tp.B}} = \mu \cdot \omega \cdot R_{D2} \iint_{0\ 0}^{L_{\pi}\ L_{\text{okp2}}} \frac{U_2 \cdot k(\text{Re})_2}{h_{2,i}} dx dz + \frac{\omega \cdot R_{D2}}{2} \iint_{0\ 0}^{L_{\pi}\ L_{\text{okp2}}} h_{2,i} \frac{dP(2,i,j)}{dx} dx dz,$$

де L<sub>п</sub> – довжина підшипника осьова (ось z);

L<sub>окр1</sub> і L<sub>окр2</sub> – довжини кіл робочих поверхонь зовнішньої і внутрішньої частин підшипника.

Інтеграли, що входять до виразу (3.56), розв'язуємо чисельно за допомогою формули трапецій [150,151]. Приведемо вирази (3.56) до виду, пристосованому для чисельної реалізації

$$\begin{split} N_{\text{Tp.H}} &= \mu \cdot \omega \cdot R_{D1} \cdot L_{\pi} \cdot \Delta x_{1} \cdot \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_{1}} \frac{U_{1,i} \cdot k(\text{Re})_{1,i}}{h_{1,i}} + \frac{\omega \cdot R_{D1} \cdot \Delta z_{1}}{2} \lambda_{3,j} \sum_{j=1}^{N_{2}} N_{1,j}, \\ N_{\text{Tp.B}} &= \mu \cdot \omega \cdot R_{D2} \cdot L_{\pi} \cdot \Delta x_{2} \cdot \lambda_{2,i} \sum_{i=1}^{N_{3}} \frac{U_{2,i} \cdot k(\text{Re})_{2,i}}{h_{2,i}} + \frac{\omega \cdot R_{D2} \cdot \Delta z_{2}}{2} \lambda_{3,j} \sum_{j=1}^{N_{2}} N_{2,j}, (3.57) \end{split}$$

де N<sub>1,j</sub> = 
$$\lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{h_{1,i}(P_{1,i+1,j} - P_{1,i-1,j})}{2}; N_{2,j} = \lambda_{2,i} \sum_{i=1}^{N_3} \frac{h_{2,i}(P_{2,i+1,j} - P_{2,i-1,j})}{2};$$

N<sub>1</sub> – число вузлів сітки по довжині окружності зовнішньої робочої поверхні (L<sub>oкp1</sub>);

N<sub>2</sub> – число вузлів сітки по довжині підшипника (L<sub>п</sub>);

N<sub>3</sub> — число вузлів сітки по довжині кола внутрішньої робочої поверхні підшипника (L<sub>окр2</sub>);

$$\lambda_{1,i} = 1/2$$
 при i = 1 i i = N<sub>1</sub>;  $\lambda_{1,i} = 1$  при i = 2,3, ..., N<sub>1</sub> - 1;  
 $\lambda_{2,i} = 1/2$  при i = 1 i i = N<sub>3</sub>;  $\lambda_{2,i} = 1$  при i = 2,3, ..., N<sub>3</sub> - 1;  
 $\lambda_{3,j} = 1/2$  при j = 1 i j = N<sub>2</sub>;  $\lambda_{3,j} = 1$  при j = 2,3, ..., N<sub>2</sub> - 1.

Запишемо вирази (3.57) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\overline{K}_{N \text{ TP.H}} = \frac{\overline{L_{\Pi}} \cdot \Delta \varphi_{1} \cdot \lambda_{1,i}}{\overline{\psi_{1}}} \sum_{i=1}^{N_{1}} \frac{\overline{U_{1,i}} \cdot k(\text{Re})_{1,i}}{\overline{h_{1,i}}} + \frac{\overline{K_{N1}} \cdot \overline{\Delta z_{1}} \cdot \overline{\psi_{1}} \cdot \lambda_{3,j}}{2} \sum_{j=1}^{N_{2}} N_{1,j},$$

$$\overline{K}_{N \text{ TP.B}} = \frac{\overline{L_{\Pi}} \cdot \Delta \varphi_{2} \cdot \lambda_{2,i}}{\overline{\psi_{2}}} \sum_{i=1}^{N_{3}} \frac{\overline{U_{2,i}} \cdot k(\text{Re})_{2,i}}{\overline{h_{2,i}}} + \frac{\overline{K_{N1}} \cdot \overline{\Delta z_{2}} \cdot \overline{\psi_{2}} \cdot \lambda_{3,j}}{2} \sum_{j=1}^{N_{2}} N_{2,j}, \quad (3.58)$$

де 
$$\overline{N_{1,j}} = \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{\overline{h_{1,i}}(\overline{P}_{1,i+1,j} - \overline{P}_{1,i-1,j})}{2}; \overline{N_{2,j}} = \lambda_{2,i} \sum_{i=1}^{N_3} \frac{\overline{h_{2,i}}(\overline{P}_{2,i+1,j} - \overline{P}_{2,i-1,j})}{2}.$$

Безрозмірні параметри в виразах (3.58) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N} \text{ TP.H.}} = \frac{\mathrm{N}_{\mathrm{TP.H}}}{\mu \cdot \omega^2 \cdot \mathrm{R}_{\mathrm{D1}}^3}; \ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N} \text{ TP.B.}} = \frac{\mathrm{N}_{\mathrm{TP.B}}}{\mu \cdot \omega^2 \cdot \mathrm{R}_{\mathrm{D2}}^3}; \ \overline{\psi_1} = \frac{\delta_{01}}{\mathrm{R}_{\mathrm{D1}}}; \ \overline{\psi_2} = \frac{\delta_{02}}{\mathrm{R}_{\mathrm{D2}}};$$
$$\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N1}} = \frac{\mathrm{P}_{\mathrm{BX}}}{\mu \cdot \omega}; \ \overline{\Delta z_1} = \frac{\Delta z_1}{\mathrm{L}_{\mathrm{\Pi}}}; \ \overline{\Delta z_2} = \frac{\Delta z_2}{\mathrm{L}_{\mathrm{\Pi}}}.$$

Втрати потужності на тертя для всього підшипника дорівнюватимуть сумі втрат на тертя для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь

$$\overline{K}_{N \text{ тр.}\Sigma} = 2 \cdot \overline{K}_{N \text{ тр.}H} + 2 \cdot \overline{K}_{N \text{ тр.}B}.$$
(3.59)

Як відомо, гідростатодинамічні підшипники характеризуються великою витратою робочої рідини, а також великими втратами на прокачування.

Втрати потужності на прокачування можна визначити з виразу

$$\overline{K}_{N \pi p} = \frac{P_{BX} \cdot Q_{\Sigma}}{\mu \cdot \omega^2 \cdot R_{D1}^3}, \qquad (3.60)$$

де Р<sub>вх</sub> – тиск робочої рідини від насоса;

 $Q_{\Sigma}$  — сумарна витрата робочої рідини через камери, розташовані на двох робочих поверхнях підшипника.

Сумарні втрати потужності на тертя і прокачування в підшипнику дорівнюватимуть їх сумі

$$\overline{K}_{\Pi\Sigma} = \overline{K}_{N \ \Pi p\Sigma} + \overline{K}_{N \ \Pi p}. \tag{3.61}$$

#### 3.7 Рівняння руху диска з валом всередині підшипника

У даній роботі динамічна задача розв'язана з використанням нелінійних рівнянь руху жорсткого одномасового ротора, встановленого на двох гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу.

Розглянемо рівняння руху диска під дією сил ваги, неврівноваженості і гідродинамічних сил. Вони мають такий вигляд [136]:

$$\frac{G}{g} \left[ \frac{d^2 e}{dt^2} - e \left( \frac{d\beta_0}{dt} \right)^2 \right] = -2I_{\Sigma} + G\cos\beta_0 + q\omega^2 \cos(\omega t - \beta_0 - \beta_H), \quad (3.62)$$

$$\frac{G}{g} \left[ e \frac{d^2\beta_0}{dt^2} + 2 \frac{d\beta_0}{dt} \cdot \frac{de}{dt} \right] = -2J_{\Sigma} - G\sin\beta_0 + q\omega^2 \sin(\omega t - \beta_0 - \beta_H),$$

де G = mg - вага вала з диском;

g – прискорення вільного падіння;
е – ексцентриситет диска в підшипнику, що характеризує відстань між центрами диска і підшипника;

β<sub>0</sub> – кут положення диска в підшипнику, що характеризує положення лінії центрів диска і підшипника;

 $I_{\Sigma}$  і  $J_{\Sigma}$  – вантажопідйомності підшипника в проекціях на лінію центрів диска і підшипника (вісь у) і напрямок їй перпендикулярний (вісь х), (показані на рис. 3.1);

q – залишкова неврівноваженість вала;

ω – кутова швидкість обертання диска з валом;

 $\beta_{\text{H}}$  — положення осі відліку кутів.

Рівняння (3.62) записані в проекціях на рухомі осі, що обертаються з кутовою швидкістю  $\frac{d\beta_0}{dt}$  разом з лінією центрів диска і підшипника.

Запишемо вирази (3.62) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\overline{m}\left(\ddot{\overline{\chi}} - \overline{\chi} \cdot \dot{\beta_0^2}\right) = -2\overline{I_{\Sigma}} + \overline{G}\cos\beta_0 + \overline{q}\cos\left(\frac{\overline{t}}{sh} - \beta_0 + \beta_H\right), \qquad (3.63)$$

$$\overline{m}(\overline{\chi}\cdot\ddot{\beta_0}+2\dot{\overline{\chi}}\cdot\dot{\beta_0})=-2\overline{J_{\Sigma}}-\overline{G}\sin\beta_0+\overline{q}\sin\left(\frac{\overline{t}}{sh}-\beta_0+\beta_H\right).$$

Безрозмірні параметри в виразах (3.63) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{\mathbf{m}} = \frac{\mathbf{m} \cdot \delta_{01}}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{D1}^2 \cdot \mathbf{T}^2}; \ \overline{\mathbf{I}}_{\Sigma} = \frac{\mathbf{I}_{\Sigma}}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{D1}^2}; \ \overline{\mathbf{J}}_{\Sigma} = \frac{\mathbf{J}_{\Sigma}}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{D1}^2}; \ \overline{\mathbf{G}} = \frac{\mathbf{mg}}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{D1}^2};$$
$$\overline{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{q}\omega^2}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{D1}^2}; \ \overline{\mathbf{t}} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}}; \ \mathbf{Sh} = \frac{\mathbf{1}}{\omega \mathbf{t}}; \ \chi = \frac{\mathbf{e}}{\delta_{01}}.$$

Для чисельної реалізації рівнянь руху диска в підшипнику (3.63) були проаналізовані різні методи розв'язання диференціальних рівнянь [152-156]: Ейлера, Рунге-Кутта, Мілна і Адамса. Метод Ейлера має невисоку точність і для отримання більш точних рішень вимагає використовувати дуже дрібний шаг по часу, що призводить до значного зростання часу рахунку. Метод Рунге-Кутта має достатню точність, але вимагає більшого часу рахунку, так як на кожному кроці необхідно обчислювати кілька значень функції. Розглянуті методи розв'язання диференціальних рівнянь є однокроковими. Більш раціональними для розв'язання розглянутих диференціальних рівнянь є багатокрокові методи Адамса і Мілна. Однак метод Мілна має меншу стійкість в отриманні результатів, в порівнянні з методом Адамса. Помилка, внесена в методі Адамса на будь-якому етапі, не має тенденції до експоненціального зростання. Тому в даній роботі був прийнятий метод Адамса для розв'язання рівнянь (3.63).

Метод Адамса заснований на заміні шуканого розв'язка деяким числом членів його розкладання в ряд Тейлора.

Запишемо вираз для методу Адамса четвертого порядку точності

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h_1}{24} (55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}).$$
 (3.64)

Для застосування методу Адамса необхідно звести систему диференціальних рівнянь руху диска (3.63), що мають другий порядок, до системи диференціальних рівнянь першого порядку.

Для цього введемо заміни  $\dot{\beta_0} = z_1, \dot{\bar{\chi}} = z_2$  і наведемо вираз (3.63) до виду, зручному для обчислень

$$\begin{aligned} \dot{\beta_0} &= z_1, \\ \dot{\bar{\chi}} &= z_2, \end{aligned}$$
$$\dot{z_2} &= \bar{\chi} \cdot z_1^2 - \frac{2 \cdot \bar{I}_{\Sigma}}{\bar{m}} + \frac{\bar{G}}{\bar{m}} \cdot \cos\beta_0(k2) + \frac{\bar{q}}{\bar{m}} \cdot \cos\left(\frac{\bar{t}}{sh} - \beta_0(k2) + \beta_H\right), \qquad (3.65)$$
$$\dot{z_1} &= -\frac{2z_1 \cdot z_2}{\bar{\chi}} - \frac{2 \overline{J}_{\Sigma}}{\bar{m} \cdot \bar{\chi}} - \frac{\bar{G}}{\bar{m} \cdot \bar{\chi}} \cdot \sin\beta_0(k2) + \frac{\bar{q}}{\bar{m} \cdot \bar{\chi}} \cdot \sin\left(\frac{\bar{t}}{sh} - \beta_0(k2) + \beta_H\right). \end{aligned}$$

Використовуючи вирази (3.64) для методу Адамса, запишемо формули для розрахунку координат і швидкостей центру диска

$$\begin{split} \bar{\chi}(k2+1) &= \bar{\chi}(k2) + \frac{h_1}{24} [55\dot{\chi}(k2) - 59\dot{\chi}(k2-1) + 37\dot{\chi}(k2-2) - 9\dot{\chi}(k2-3)], \\ \beta_0(k2+1) &= \beta_0(k2) + \\ &+ \frac{h_1}{24} [55\dot{\beta_0}(k2) - 59\dot{\beta_0}(k2-1) + 37\dot{\beta_0}(k2-2) - 9\dot{\beta_0}(k2-3)], \\ \bar{\chi}(k2+1) &= \dot{\chi}(k2) + \\ &+ \frac{h_1}{24} [55\dot{z_2}(k2) - 59\dot{z_2}(k2-1) + 37\dot{z_2}(k2-2) - 9\dot{z_2}(k2-3)], \\ \bar{\beta_0}(k2+1) &= \dot{\beta_0}(k2) + \\ &+ \frac{h_1}{24} [55\dot{z_1}(k2) - 59\dot{z_1}(k2-1) + 37\dot{z_1}(k2-2) - 9\dot{z_1}(k2-3)]. \end{split}$$

Знаючи координати і швидкості центру диска, можна визначити прискорення центру диска, використовуючи вирази (3.63).

З виразів (3.66) видно, що для реалізації методу Адамса четвертого порядку точності необхідно мати інформацію про чотири попередні точки. Для отримання вихідної інформації використовуємо однокроковий метод Ейлера

Розглянемо алгоритм розв'язання рівнянь руху диска всередині підшипника під дією змінних зовнішніх сил. Задаючись початковими

координатами і швидкостями диска, розв'язуємо спільно рівняння балансу витрат і рівняння Рейнольдса, і обчислюємо гідродинамічні сили  $\bar{I}_{\Sigma}$  і  $\bar{J}_{\Sigma}$ , діючі на диск. За допомогою виразів (3.67) визначаємо нові координати і швидкості центру диска. Тричі застосувавши однокроковий метод Ейлера, на наступних кроках використовуємо вирази (3.65) і (3.66) для багатокрокового методу Адамса.

Розбиваючи розглянутий інтервал часу на кілька обертів (як правило 5-10) і застосовуючи викладений алгоритм розраховуємо траєкторію руху диска. Дуже важливим питанням при розв'язуванні задач динаміки є раціональний вибір кроку за часом. Малий крок збільшує час рахунку, а великий крок призводить до великої похибки розрахунків. Найбільш раціональним для даного завдання виявився крок, при якому один оберт розбивався на 20 - 50 частин. Для отримання стабільної траєкторії диска всередині підшипника досить прорахувати для кожного варіанта приблизно 5 обертів.

#### 3.8 Висновки

3.1.Розроблено математичну модель визначення динамічних характеристик радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу.

3.2.Математичні залежності узагальнені на випадок турбулентної течії робочої рідини в щілинному тракті підшипника.

3.3. Математичні залежності доведені до вигляду, пристосованому для чисельної реалізації.

3.4.Застосовано найбільш ефективні чисельні методи реалізації математичних залежностей.

3.5. Разроблено алгоритм реалізації наведеної математичної моделі.

Результати розділу опубліковані в наступних роботах автора: [2], [35].

#### РОЗДІЛ 4

## ТЕОРІЯ ЗДВОЄНОГО РАДІАЛЬНО - УПОРНОГО ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНОГО ПІДШИПНИКА ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ ЗОВНІШНЬОМУ НАВАНТАЖЕННІ

#### 4.1 Конструктивна схема і принцип роботи підшипника

Схему розглянутого підшипника наведено на рис. 4.1. На відміну від радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника в радіально - упорному здвоєному підшипнику зовнішня робоча поверхня диска виконана у вигляді двох конічних поверхонь. Зовнішня робоча поверхня підшипника так само виконана у вигляді двох конусів, і на цих конічних поверхнях розташовані несучі камери, в які подається робоча рідина під тиском. Завдяки наявності двох конічних поверхонь на підшипнику і на диску підшипник може сприймати двосторонні осьові навантаження спільно з радіальними. Змінюючи кути конічних поверхонь можна змінювати величини осьових і радіальних навантажень. В іншому принцип роботи даного підшипника аналогічний принципу роботи радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника. Робоча рідина в цьому підшипнику так само подається під великим тиском для створення гидростатичних ефектів. При обертанні вала в шарі робочої рідини крім гідростатичних ефектів з'являються гідродинамічні вала ефекти. Положення В підшипнику визначається ексцентриситетом «е» і кутом  $\beta_0$ . Як змінне зовнішнє навантаження розглядається залишкова неврівноваженість (дисбаланс) вала. Для аналізу динамічних явищ, що відбуваються в опорах вала, використовуємо амплітудно-частотні характеристики (АЧХ), які дозволяють виявити зони резонансу і межі стійкої роботи вала. характеристик зi Побудова амплітудно-частотних пов'язана спільним розв'язанням рівнянь Рейнольдса, балансу витрат і рівнянь руху вала з диском всередині підшипника.



Рис. 4.1. Схема здвоєного радіально - упорного гідростатодинамічного підшипника

### 4.2 Визначення тисків в камерах з рівняння балансу витрат

Запишемо баланс витрат робочої рідини з умови рівності витрат через вхідні пристрої і витрат по контуру і-ої камери для зовнішньої конічної (рис. 4.2.) і внутрішньої циліндричної (рис. 4.3.) робочих поверхонь підшипника.



Рис. 4.2. Розгортка половини зовнішньої конічної робочої поверхні підшипника



Рис. 4.3. Розгортки внутрішніх циліндричних робочих поверхонь підшипника  $0 = 0 + 0_2 + 0_3 + 0_4 +$ 

$$Q_{BX1} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_{v1}, \qquad (4.1)$$

$$Q_{BX2} = Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + Q_{v2}, \qquad (4.2)$$

де Q<sub>вх1</sub> і Q<sub>вх2</sub> – витрати через вхідні пристрої, жиклери, відповідно для камер на зовнішній і внутрішній робочих поверхнях підшипника.

При записи виразів для витрат Q<sub>вх1</sub> і Q<sub>вх2</sub> скористаємося відомою формулою гідравліки [139-141].

Для жиклерів ці витрати записуються в наступному вигляді:

$$Q_{BX1} = \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r^{2}_{\kappa_{1}} \sqrt{\frac{2}{\rho}} (P_{BX} - P_{KKi}), \qquad (4.3)$$

$$Q_{BX2} = \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r^2_{\mathcal{H}_2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{BX} - P_{KIII})}, \qquad (4.4)$$

де  $\psi_{BX}$  – коефіцієнт входу, рівний 0,62-0,82 [142,143];  $r_{w_1}$ і  $r_{w_2}$  – радіуси жиклерів;  $\rho$  – густина робочої рідини;  $P_{BX}$  – тиск живлення від насоса;

Р<sub>кк1</sub> і Р<sub>кці</sub> – тиск в і-х камерах, розташованих на зовнішній і внутрішній робочих поверхнях підшипника.

Витрати по контуру і-ої камери з урахуванням переносної і градієнтної течії робочої рідини для зовнішньої конічної і внутрішньої циліндричної робочих поверхонь підшипника запишемо в наступному вигляді

$$\begin{aligned} Q_{1} &= \int_{R_{k1}}^{R_{k2}} (-\frac{\omega \cdot z \sin \alpha \cdot h_{1,i}}{2} + \frac{h_{1,i}^{3}}{12\mu \cdot K_{x11}} \frac{\partial P}{\partial x}) dz = \\ &= -\frac{\omega \cdot h_{1,i}(R_{kam2}^{2} - R_{kam1}^{2})}{4 \cdot \sin \alpha} + \frac{h_{1i}^{3} \cdot (P_{kki} - P_{kk,i-1}) \cdot \ell_{kk} \cdot \sin \alpha}{6\mu \cdot K_{x11} \cdot (R_{kam2} + R_{kam1}) \cdot \Delta \phi_{nep} \cdot (N_{nep} - 1)}, \\ Q_{2} &= \frac{\omega \cdot h_{1,i+2}(R_{kam2}^{2} - R_{kam1}^{2})}{4 \cdot \sin \alpha} + \frac{h_{1,i+2}^{3} \cdot (P_{kki} - P_{kk,i+1}) \cdot \ell_{kk} \cdot \sin \alpha}{6\mu \cdot K_{x12} \cdot (R_{kam1} + R_{kam2}) \cdot \Delta \phi_{nep} \cdot (N_{nep} - 1)}, \\ Q_{3} &= \frac{h_{1,i+1}^{3}(P_{kki} - P_{3\pi}) \cdot R_{kam1} \cdot \Delta \phi_{kam}}{12\mu \cdot \ell_{nk} \cdot \sin \alpha \cdot K_{z1}}, \\ Q_{4} &= \frac{h_{1,i+1}^{3}(P_{kki} - P_{3\pi}) \cdot R_{kam2} \cdot \Delta \phi_{kam}}{12\mu \cdot \ell_{nk} \cdot \sin \alpha \cdot K_{z1}}, \\ Q_{v1} &= \frac{(R_{kam1} + R_{kam2}) \cdot \Delta \phi_{kam} \cdot \ell_{kk} \cdot V_{M}}{2 \cdot \sin \alpha}, \end{aligned}$$
(4.5)

$$\begin{split} Q_{11} &= -\frac{\omega \cdot R_{_{BK}} \cdot h_{2,i} \cdot \ell_{_{KII}}}{2} + \frac{h_{2,i}^3 \cdot \left(P_{_{KII}} - P_{_{KII}-1}\right) \cdot \ell_{_{KII}}}{12\mu \cdot \ell_{_{MII}} \cdot K_{_{X21}}}, \\ Q_{12} &= \frac{\omega \cdot R_{_{BK}} \cdot h_{2,i+2} \cdot \ell_{_{KII}}}{2} + \frac{h_{2,i+2}^3 (P_{_{KII}} - P_{_{KII}+1}) \cdot \ell_{_{KII}}}{12\mu \cdot \ell_{_{MII}} \cdot K_{_{X22}}}, \\ Q_{13} &= Q_{14} = \frac{h_{2,i+1}^3 (P_{_{KII}} - P_{_{3J}}) \cdot b_{_{KII}}}{12\mu \cdot \ell_{_{III}} \cdot K_{_{Z2}}}, \\ Q_{V2} &= b_{_{KII}} \cdot \ell_{_{KII}} \cdot V_{_{MII}}, \end{split}$$

де ω – кутова швидкість обертання вала з диском;

α – кут нахилу твірної конуса зовнішньої поверхні підшипника (рис. 4.1);

h<sub>1,i</sub>i h<sub>2,i</sub> – зазори в підшипнику, відповідно до зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь;

µ – динамічна в'язкість робочої рідини;

R<sub>кам1</sub> і R<sub>кам2</sub> – радіуси підшипника на початку камери і в її кінці (рис. 4.2);

 $\ell_{kk}$  і  $\ell_{kq}$  – довжина камер на зовнішній конічній і внутрішній циліндричній робочих поверхнях підшипника (рис.4.2, 4.3);

Δφ<sub>пер</sub> – кутовий крок сітки на перемичках між камерами;

N<sub>пер</sub> – число вузлів сітки на міжкамерній перемичці в окружному напрямку (вісь х);

Δφ<sub>кам</sub> – кутовий розмір камери в окружному напрямку;

R<sub>нк</sub> і R<sub>вк</sub> – радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь підшипника по середині довжини камер;

 $\ell_{\rm Mk}$  і  $\ell_{\rm Mu}$  – довжина міжкамерних перемичок, відповідно до зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь;

*ℓ*<sub>пк</sub> і *ℓ*<sub>пц</sub> – довжина торцевих перемичок на зовнішній і внутрішній робочих
поверхнях;

Р<sub>зл</sub> – тиск робочої рідини на зливі з підшипника;

b<sub>kk</sub> і b<sub>кц</sub> – ширина камер (для конічної поверхні по середині довжини камери);

Q<sub>v1</sub>і Q<sub>v2</sub> – витрати робочої рідини, обумовлені рухом вала з диском уздовж лінії центрів диска і підшипника;

V<sub>м</sub> – швидкість руху вала з диском уздовж лінії центрів диска і підшипника;

К<sub>x11</sub>, К<sub>x12</sub>, К<sub>z1</sub>, К<sub>x21</sub>, К<sub>x22</sub>, К<sub>z2</sub> – коефіцієнти турбулентності. Коефіцієнти турбулентності визначаємо за методом В.Н. Константинеску [100-102]. Відповідно до цього методу їх визначають наступним чином:

$$\begin{split} & \mathsf{K}_{x11} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*11}^2 \cdot \mathrm{Re}_{11})^{0,725} \,, \\ & \mathsf{K}_{x12} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*12}^2 \cdot \mathrm{Re}_{12})^{0,725} \,, \\ & \mathsf{K}_{Z1} = 1 + 0,0247 \cdot (\sigma_{*1}^2 \cdot \mathrm{Re}_{1})^{0,65} \,, \\ & \mathsf{K}_{x21} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*21}^2 \cdot \mathrm{Re}_{21})^{0,725} \,, \\ & \mathsf{K}_{x22} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*22}^2 \cdot \mathrm{Re}_{22})^{0,725} \,, \\ & \mathsf{K}_{Z2} = 1 + 0,0247 \cdot (\sigma_{*2}^2 \cdot \mathrm{Re}_{2})^{0,65} \,, \end{split}$$

де  $\sigma_{*11} = 0,125 \cdot \text{Re}_{11}^{0,07}; \sigma_{*12} = 0,125 \cdot \text{Re}_{12}^{0,07}; \sigma_{*1} = 0,125 \cdot \text{Re}_{1}^{0,07};$   $\sigma_{*21} = 0,125 \cdot \text{Re}_{21}^{0,07}; \sigma_{*22} = 0,125 \cdot \text{Re}_{22}^{0,07}; \sigma_{*2} = 0,125 \cdot \text{Re}_{2}^{0,07};$   $\text{Re}_{11} = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i}/\nu; \text{Re}_{12} = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i+2}/\nu; \text{Re}_1 = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i+1}/\nu;$   $\text{Re}_{21} = \text{U}_2 \cdot \text{h}_{2,i}/\nu; \text{Re}_{22} = \text{U}_2 \cdot \text{h}_{2,i+2}/\nu; \text{Re}_2 = \text{U}_2 \cdot \text{h}_{2,i+1}/\nu -$ числа Рейнольдса;  $\text{U}_1 = \omega \cdot \text{R}_{\text{D1cp}} \text{ i } \text{U}_2 = \omega \cdot \text{R}_{\text{D2}} - \text{окружні швидкості;}$ 

R<sub>D1cp</sub> і R<sub>D2</sub> – радіуси диска (зовнішній і внутрішній);

ν – кінематична в'язкість робочої рідини.

3 рівнянь балансу витрат (4.1) і (4.2) після підстановки виразів (4.3), (4.4), (4.5) запишемо залежності для визначення тисків у і-тій камері, пристосовані для чисельної реалізації.

Попередньо введемо позначення

$$a_{1} = \frac{\omega \cdot h_{1,i}(R_{\text{KaM2}}^{2} - R_{\text{KaM1}}^{2})}{4 \cdot \sin \alpha},$$

$$a_{2} = \frac{h^{3}_{1,i} \cdot \ell_{\text{kk}} \cdot \sin \alpha}{6\mu \cdot K_{\text{x11}} \cdot (R_{\text{KaM2}} + R_{\text{KaM1}}) \cdot \Delta \varphi_{\text{nep}} \cdot (N_{\text{nep}} - 1)},$$

$$a_{3} = \frac{\omega \cdot h_{1,i+2} (R_{\text{KaM2}}^{2} - R_{\text{KaM1}}^{2})}{4 \cdot \sin \alpha},$$

$$\begin{aligned} a_{4} &= \frac{h_{1,i+2}^{3} \cdot \ell_{kk} \cdot \sin \alpha}{6\mu \cdot K_{x12} \cdot (R_{kam2} + R_{kam1}) \cdot \Delta \phi_{nep} \cdot (N_{nep} - 1)'}, \\ a_{5} &= \frac{h_{1,i+1}^{3} \cdot R_{kam1} \cdot \Delta \phi_{kam}}{12\mu \cdot \ell_{nk} \cdot \sin \alpha \cdot K_{z1}'}, \\ a_{6} &= \frac{h_{1,i+1}^{3} \cdot R_{kam2} \cdot \Delta \phi_{kam}}{12\mu \cdot \ell_{nk} \cdot \sin \alpha \cdot K_{z2}'}, \\ a_{7} &= \frac{(R_{kam2} + R_{kam1}) \cdot \Delta \phi_{kam} \cdot \ell_{kk} \cdot V_{m}}{2 \cdot \sin \alpha}, \\ a_{8} &= \psi_{Rx} \cdot \pi \cdot r_{kx1}^{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \\ b_{1} &= \frac{\omega \cdot R_{BK} \cdot h_{2,i} \cdot \ell_{KI}}{2}, \\ b_{2} &= \frac{h_{2,i}^{3} \cdot \ell_{KI}}{12\mu \cdot \ell_{mI} \cdot K_{x21}'}, \\ b_{3} &= \frac{\omega \cdot R_{BK} \cdot h_{2,i+2} \cdot \ell_{KI}}{2}, \\ b_{5} &= \frac{h_{2,i+1}^{3} \cdot b_{KI}}{12\mu \cdot \ell_{mII} \cdot K_{x22}'}, \\ b_{5} &= \frac{h_{2,i+1}^{3} \cdot b_{KI}}{12\mu \cdot \ell_{mII} \cdot K_{x22}'}, \\ b_{6} &= b_{KII} \cdot \ell_{KII} \cdot V_{M}, \end{aligned}$$

$$b_7 = \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\#2}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}},$$

Тоді рівняння (4.1) і (4.2) приймуть вигляд

$$\begin{aligned} a_8\sqrt{(P_{\rm BX}-P_{\rm KKi})} &= -a_1 + a_2(P_{kki}-P_{kki-1}) + a_3 + a_4(P_{kki}-P_{kki+1}) + \\ &+ (P_{kki}-P_{\rm 3,I}) \cdot (a_5 + a_6) + a_7, \\ b_7\sqrt{P_{\rm BX}-P_{\rm KII}} &= -b_1 + b_2(P_{kII}-P_{kII-1}) + \\ &+ b_3 + b_4(P_{kII}-P_{kII+1}) + 2b_5(P_{kII}-P_{\rm 3,I}) + b_6. \end{aligned}$$

Об'єднаймо складові, які містять тиск в камерах, в один доданок

$$a_{8}\sqrt{P_{_{BX}} - P_{kki}} = -a_{1} + a_{3} + a_{7} - a_{2} \cdot P_{kki-1} - a_{4} \cdot P_{kki+1} - (a_{5} + a_{6}) \cdot P_{_{3I}} + (a_{2} + a_{4} + a_{5} + a_{6})P_{kki},$$
$$b_{7}\sqrt{P_{_{BX}} - P_{kij}} = -b_{1} + b_{3} + b_{6} - b_{2}P_{kij-1} - b_{4} \cdot P_{kij+1} - 2b_{5} \cdot P_{_{3I}} + (b_{2} + b_{4} + 2b_{5}) \cdot P_{kij}.$$

Введемо додаткові позначення

$$a_{9} = a_{2} + a_{4} + a_{5} + a_{6},$$

$$a_{10i} = \frac{a_{8}}{a_{9}}$$

$$a_{11i} = \frac{-a_{1} + a_{3} + a_{7} - a_{5} \cdot P_{c\pi} - a_{6} \cdot P_{c\pi}}{a_{9}},$$

$$a_{12i} = -\frac{a_{2}}{a_{9}},$$

$$a_{13i} = -\frac{a_{4}}{a_{9}},$$

$$b_{8} = b_{2} + b_{4} + 2b_{5},$$

$$b_{9i} = \frac{b_7}{b_8},$$
  

$$b_{10i} = (-b_1 + b_3 + b_6 - 2b_5 \cdot P_{c_{II}})/b_8,$$
  

$$b_{11i} = -\frac{b_2}{b_8},$$
  

$$b_{12i} = -\frac{b_4}{b_8}.$$

Запишемо остаточні вирази для визначення тисків у камерах, пристосовані для чисельних розрахунків

$$(P_{kki})_{n+1} = a_{10i} \cdot \sqrt{P_{BX} - (P_{kki})_n} - a_{12i}(P_{kki-1})_n - a_{13i}(P_{kki+1})_n - a_{11i},$$

$$(P_{kui})_{n+1} = b_{9i} \cdot \sqrt{P_{BX} - (P_{kui})_n} - b_{11i}(P_{kui-1})_n -$$

$$(4.6)$$

$$-b_{12i}(P_{kui+1})_n - b_{10i}.$$
 (4.7)

Запишемо вирази (4.6) і (4.7) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$(\bar{P}_{kki})_{n+1} = \bar{a}_{10i} \cdot \sqrt{1 - (\bar{P}_{kki})_n} - \bar{a}_{12i}(\bar{P}_{kki-1})_n - \bar{a}_{13i}(\bar{P}_{kki+1})_n - \bar{a}_{11i},$$

$$(\bar{P}_{kui})_{n+1} = \bar{b}_{9i} \cdot \sqrt{1 - (\bar{P}_{kui})_n} - \bar{b}_{11i}(\bar{P}_{kui-1})_n - \bar{b}_{12i}(\bar{P}_{kui+1})_n - \bar{b}_{10i}.$$

$$(4.8)$$

Безрозмірні параметри в виразах (4.8) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\bar{a}_{10i} = a_{10i} / \sqrt{P_{_{\mathrm{BX}}}}; \ \bar{a}_{12i} = a_{12i}; \ \bar{a}_{13i} = a_{13i}; \ \bar{a}_{11i} = a_{11i} / P_{_{\mathrm{BX}}};$$

$$\bar{b}_{9i} = b_{9i} / \sqrt{P_{\text{BX}}}; \ \bar{b}_{11i} = b_{11i}; \ \bar{b}_{12i} = b_{12i}; \ \bar{b}_{10i} = b_{10i} / P_{\text{BX}}$$

Задаючись початковими значеннями тисків в камерах  $(\overline{P}_{kki})_n i (\overline{P}_{kui})_n$ , отримуємо нові значення тисків в камерах на n + 1 кроці по рівняннях (4.8). Ітераційний процес продовжується до тих пір, поки попередні і подальші значення тисків в камерах будуть менше заданої точності розрахунку ( $\xi_1$ ), тобто.

$$|(\bar{P}_{kki})_{n+1} - (\bar{P}_{kki})_n| \le \xi_1, \qquad \left|(\bar{P}_{kli})_{n+1} - (\bar{P}_{kli})_n\right| \le \xi_1,$$

# 4.3 Визначення функції розподілу тиску на міжкамерних перемичках з розв'язку рівнянь Рейнольдса

При записи рівнянь Рейнольдса приймемо такі основні припущення:

- 1) течія мастила ізотермічна;
- 2) мастило є нестисливою ньютонівською рідиною;
- неточність виготовлення і складання деталей підшипників, а також їх деформації викликані тиском мастила і нагріванням, – малі;
- в робочій рідині не виникає кавітація і відсутнє ковзання на межі розділу рідина - тверде тіло;
- 5) градієнти тиску по товщині плівки малі в порівнянні з градієнтами тиску в інших напрямках;
- б) дія масових сил не суттєва;
- в гідравлічних трактах підшипника має місце ламінарний або розвинений турбулентний рух;
- 8) тиск в камерах однаковий по всіх поверхнях;
- товщина мастильного шару мала в порівнянні з радіусами і довжиною підшипника, тому кривизною поверхонь підшипника можна знехтувати і скористатися декартовими координатами замість криволінійних;
- 10) інерційні члени рівнянь Нав'є Стокса малі в порівнянні з в'язкісними.

З урахуванням прийнятих припущень запишемо рівняння Рейнольдса для зовнішньої конічної і внутрішньої циліндричної робочих поверхонь підшипника [103]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h_1^3}{K_{x1}} \frac{\partial P_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3}{K_{z1}} \frac{\partial P_1}{\partial z_1} \right) = 6\mu \frac{\partial (U_{1j} \cdot h_1)}{\partial x_1} + 12\mu V + \rho \omega^2 R_{cp} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3}{K_{z1}} \right),$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h_1^3}{2} \frac{\partial P_1}{\partial x_1} \right) = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h_1^3}{2} \frac{\partial P_1}{\partial x_1} \right) = 6\mu \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h_1^3}{2} \frac{\partial P_1}{\partial x_1} \right),$$

$$(4.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{h_2^3}{K_{x2}} \frac{\partial P_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial z_2} \left( \frac{h_2^3}{K_{z2}} \frac{\partial P_2}{\partial z_2} \right) = 6\mu \frac{\partial (U_2 \cdot h_2)}{\partial x_2} + 12\mu V.$$
(4.10)

У рівнянні Рейнольдса (4.9), записаному для зовнішньої конічної поверхні підшипника, введено доданок  $\rho\omega^2 \cdot R_{cp} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3}{K_{z1}} \right)$ , що враховує вплив відцентрових сил інерції, як це робиться в роботі [157]. Рівняння Рейнольдса (4.9) і (4.10) узагальнені на випадок турбулентної течії мастила за допомогою коефіцієнтів K<sub>x1</sub>, K<sub>z1</sub> і K<sub>x2</sub>, K<sub>z2</sub>.

Вирази для коефіцієнтів турбулентності, відповідно до методу В.Н. Константинеску [100-102], мають вигляд

$$\begin{split} & K_{x1,i} = 1 + 0.044 \cdot \left(\sigma_{*1}^2 \cdot \text{Re}_{1,i}\right)^{0.725}, \\ & K_{z1,i} = 1 + 0.0247 \cdot \left(\sigma_{*1}^2 \cdot \text{Re}_{1,i}\right)^{0.65}, \\ & K_{x2,i} = 1 + 0.044 \cdot \left(\sigma_{*2}^2 \cdot \text{Re}_{2,i}\right)^{0.725}, \end{split}$$
(4.11)  
$$& K_{z2,i} = 1 + 0.0247 \cdot \left(\sigma_{*2}^2 \cdot \text{Re}_{2,i}\right)^{0.65}, \end{split}$$

де  $\sigma_{*1} = 0,125 \cdot \text{Re}_{1,i}^{0,07}; \sigma_{*2} = 0,125 \cdot \text{Re}_{2,i}^{0,07}; \text{Re}_{1,i} = \frac{U_{1j} \cdot h_{1,i}}{\nu}; \text{Re}_{2,i} = U_{2,j} \cdot \frac{h_{2,i}}{\nu}$  -

число Рейнольдса;

ν – кінематична в'язкість робочої рідини.

Р<sub>1</sub>і Р<sub>2</sub> – тиск на зовнішній і внутрішній робочих поверхнях підшипника;

 $X_1, Z_1 i X_2, Z_2$  – осі координат;

µ – динамічна в'язкість робочої рідини;

ρ – густина робочої рідини;

U<sub>1</sub> і U<sub>2</sub> – окружні швидкості зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь диска, встановленого на вал;

V – швидкість зближення диска з валом і підшипника.

ω – кутова швидкість обертання вала з диском всередині підшипника;

 $R_{cp} = (R_{кам1} + R_{кам2})/2$  – середній радіус зовнішньої конічної поверхні підшипника.

Зазор у внутрішній частині підшипника визначаємо за такою залежністю:

$$h_2 = \delta_{02} + e \cdot \cos(\varphi - \beta_0),$$
 (4.12)

де  $\delta_{02} = R_{D2} - R_{\Pi 2} -$ радіальний зазор для внутрішньої частини підшипника;

R<sub>D2</sub> – радіус внутрішньої робочої поверхні диска;

R<sub>п2</sub> – радіус внутрішньої поверхні підшипника;

е – ексцентриситет, що характеризує відстань між центрами підшипника і диска;

ф – поточна окружна кутова координата в підшипнику;

 $\beta_0-$ кут положення диска в підшипнику.

Для зовнішньої конічної частини підшипника запишемо вираз для радіального  $(h_{pag})$ , осьового  $(h_{oc})$  і нормального  $(h_1)$  зазорів, скориставшись допоміжним рисунком (рис. 4.4).

Зазор радіальний без осьового і радіального зміщення диска

$$\delta_0 = R_{\Pi} - R_D.$$



Рис. 4.4. Схема зазорів в зовнішній конічній частині підшипника Зазор радіальний при радіальному зміщенню диска на величину *е* 

$$h_{\text{pag}_0} = \delta_0 - e \cdot \cos(\phi - \beta_0).$$

Зазор радіальний при радіальному зміщенню диска на величину e і осьовому зміщенню на величину  $e_{\rm oc}$ 

$$h_{\text{pag}_1} = \delta_0 - e \cdot \cos(\phi - \beta_0) - \Delta = \delta_0 - e \cdot \cos(\phi - \beta_0) - e_{\text{oc}} \cdot \text{tg} \alpha.$$

Запишемо осьовий зазор в підшипнику при зміщенні диска з валом на величину  $e_{\rm oc}$ 

$$h_{oc1} = h_{pag1} \cdot ctg\alpha.$$

При осьовому зміщенні диска з валом вліво (рис.4.4) радіальний зазор в лівій конічній частині підшипника зменшується, а справа збільшується. Тому зазор запишемо для лівої і правої конічних частин підшипника окремо

$$\begin{split} h_{\text{рад зліва}} &= \delta_{\text{ос зліва}} - e \cdot \cos(\varphi - \beta_0), \\ h_{\text{рад справа}} &= \delta_{\text{ос справа}} - e \cdot \cos(\varphi - \beta_0), \\ h_{\text{ос зліва}} &= h_{\text{рад зліва}} \cdot \text{сtg}\alpha, \end{split}$$
(4.13)
$$\\ h_{\text{ос справа}} &= h_{\text{рад справа}} \cdot \text{сtg}\alpha, \\ h_{13\text{ліва}} &= h_{\text{рад зліва}} \cdot \cos\alpha, \\ h_{1\text{справа}} &= h_{\text{рад справа}} \cdot \cos\alpha, \end{split}$$

де 
$$\delta_{oc \ зліва} = R_{cp_{\Pi}} - (R_{cp_{D}} + \Delta) = R_{cp_{\Pi}} - R_{cp_{D}} - e_{oc} \cdot tg\alpha i$$
  
 $\delta_{oc \ справа} = R_{cp_{\Pi}} - (R_{cp_{D}} - \Delta) = R_{cp_{\Pi}} - R_{cp_{D}} + e_{oc} \cdot tg\alpha$  - радіальні зазори в лівій і правій конічних частинах підшипника;

е – радіальний ексцентриситет в підшипнику, що характеризує відстань між центрами диска і підшипника;

R<sub>ср<sub>П</sub></sub>, R<sub>ср<sub>D</sub></sub> – середні радіуси підшипника і диска, виміряні по середині довжини половини підшипника;

е<sub>ос</sub> – осьовий ексцентриситет підшипника;

α – кут, який утворює конічну частину підшипника.

При змінних кутових швидкостях або навантаженнях диск в підшипнику буде здійснювати складний рух, що складається з обертання з кутовою швидкістю ω, поступального уздовж лінії центрів диска і підшипника і обертального руху разом з лінією центрів. Вирази для швидкостей точок диска вздовж лінії центрів V і перпендикулярно цій лінії U мають вигляд:

$$U_{1j} = \omega \cdot R_{cpD1j} + \frac{de}{dt} \sin(\varphi - \beta_0) - e \frac{d\beta_0}{dt} \cos(\varphi - \beta_0),$$
  

$$U_2 = \omega \cdot R_{D2} + \frac{de}{dt} \sin(\varphi - \beta_0) - e \frac{d\beta_0}{dt} \cos(\varphi - \beta_0),$$
 (4.14)  

$$V = \frac{de}{dt} \cos(\varphi - \beta_0) + e \frac{d\beta_0}{dt} \sin(\varphi - \beta_0),$$

де U<sub>1j</sub> і U<sub>2</sub> – швидкості точок зовнішньої конічної і внутрішньої циліндричної робочих поверхонь диска;

 $R_{cp_{D1j}} = R_T + \Delta Z \cdot sin \alpha \cdot (j-1)$  – поточне значення радіуса зовнішньої конічної поверхні диска;

R<sub>T</sub> – радіус торця диска з боку меншого діаметра конічної поверхні;

ΔZ – крок сітки уздовж твірної конуса;

α – кут, який утворює конічну поверхню;

 $j = 1,2,3, ... N_j$  – номери вузлів сітки уздовж твірної конуса;

N<sub>i</sub> – число вузлів сітки.

Запишемо вирази (4.14) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\overline{U}_{1j} = \overline{U}_{\omega j} + \overline{U}_{e1} \cdot \sin(\varphi - \beta_0) - \overline{U}_{\beta 1} \cdot \cos(\varphi - \beta_0),$$
  

$$\overline{U}_2 = 1 + \overline{U}_{e2} \cdot \sin(\varphi - \beta_0) - \overline{U}_{\beta 2} \cdot \cos(\varphi - \beta_0),$$
  

$$\overline{V} = \frac{d\overline{\chi}}{d\overline{t}} \cos(\varphi - \beta_0) + \overline{\chi} \frac{d\beta_0}{d\overline{t}} \sin(\varphi - \beta_0).$$
(4.15)

Безрозмірні параметри в виразах (4.15) пов'язані з розмірними наступними виразами:

$$\overline{U}_{\omega j} = \frac{U_{\omega j}}{\omega \cdot R_{cpD_{1}}}; \overline{U}_{e1} = \frac{1}{\omega \cdot R_{cpD_{1}}} \frac{de}{dt}; \overline{U}_{\beta 1} = \frac{e}{\omega \cdot R_{cp}} \frac{d\beta_{0}}{dt};$$

$$\overline{U}_{2} = \frac{U_{2}}{\omega \cdot R_{D_{2}}}; \ \overline{U}_{e2} = \frac{1}{\omega \cdot R_{D_{2}}} \frac{de}{dt}; \ \overline{U}_{\beta 2} = \frac{e}{\omega \cdot R_{D2}} \frac{d\beta_{0}}{dt};$$
$$\overline{V} = \frac{V \cdot T}{\delta}; \ \overline{\chi} = e/\delta; \ \delta = R_{\Pi} - R_{D1}; \ \overline{t} = t/T; T = 2\pi/\omega.$$

Запишемо вирази (4.9) і (4.10) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_{1}} \left( \frac{\bar{h}_{1}^{3}}{K_{x1}} \frac{\partial P_{1}}{\partial \varphi_{1}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}_{1}} \left( \frac{\bar{h}_{1}^{3}}{K_{z1}} \frac{\partial \bar{P}_{1}}{\partial \bar{z}_{1}} \right) = \Omega_{1} \cdot \frac{\partial \left( \overline{U}_{1j} \cdot \bar{h}_{1} \right)}{\partial \varphi_{1}} + \Omega_{II} \delta \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{z}_{1}} \left( \frac{\bar{h}_{1}^{3}}{K_{z1}} \right) + \Omega_{11} \cdot \bar{V}, \qquad (4.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left( \frac{\bar{\mathbf{h}}_2^3}{\mathbf{K}_{x2}} \frac{\partial \mathbf{P}_2}{\partial \varphi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{\mathbf{z}}_2} \left( \frac{\bar{\mathbf{h}}_2^3}{\mathbf{K}_{z2}} \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}_2}{\partial \bar{\mathbf{z}}_2} \right) = \Omega_2 \frac{\partial (\bar{\mathbf{U}}_2 \cdot \bar{\mathbf{h}}_2)}{\partial \varphi_2} + \Omega 2_2 \cdot \bar{\mathbf{V}}. \quad (4.17)$$

Безрозмірні параметри в виразах (4.16) і (4.17) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\begin{split} \bar{\chi}_{1} &= \frac{e}{\delta_{0}}; \ \bar{\chi}_{2} = e/\delta_{02}; \ \bar{h}_{1} = h_{1}/\delta_{01}; \ \bar{h}_{2} = h_{2}/\delta_{02}; \ \varphi_{1} = \chi_{1}/R_{cpD_{1}}; \\ \varphi_{2} &= \chi_{2}/R_{D_{2}}; \ \bar{z}_{1} = z_{1}/R_{cpD_{1}}; \ \bar{z}_{2} = z_{2}/R_{D_{2}}; \ \bar{P}_{1} = P_{1}/P_{BX}; \ \bar{P}_{2} = P_{2}/P_{BX}; \\ \Omega_{1} &= \frac{6\mu\omega \cdot R_{cpD_{1}}^{2}}{\delta_{01}^{2} \cdot P_{BX}}; \ \Omega_{\mu 6} = \frac{\rho \cdot \omega^{2} \cdot R_{cpD_{1}}^{2}}{\delta_{01}^{2} \cdot P_{BX}}; \ \Omega_{1} = \frac{12\mu \cdot R_{cpD_{1}}^{2}}{\delta_{01}^{2} \cdot P_{BX}}; \\ \Omega_{2} &= \frac{6\mu\omega \cdot R_{D_{2}}^{2}}{\delta_{02}^{2} \cdot P_{BX}}; \ \Omega_{2} = \frac{12\mu \cdot R_{D_{2}}^{2}}{\delta_{02}^{2} \cdot P_{BX} \cdot T}. \end{split}$$

Для розв'язання рівнянь Рейнольдса (4.16) і (4.17) можна застосувати метод скінченних різниць в поєднанні з методом поздовжньо-поперечної прогонки [145-150]. При записи рівнянь (4.16) і (4.17) в скінченно-різницевому вигляді

поверхні між камерами зовнішньої і внутрішньої частин підшипника покриємо сітками з кроками  $\Delta \varphi_1, \Delta \bar{Z}_1$  і  $\Delta \varphi_2, \Delta \bar{Z}_2$ , і часні похідні запишемо в скінченнорізницевому вигляді, використовуючи п'ятиточковий шаблон.

Для зовнішньої конічної частини підшипника скінченно-різницевий запис рівняння Рейнольдса матиме такий вигляд:

$$\begin{split} \frac{\partial}{\partial \varphi_{1}} & \left(\frac{\bar{h}_{1}^{3}}{K_{x1}} \frac{d\bar{P}_{1}}{d\varphi_{1}}\right) = \frac{\bar{h}_{1,i}^{3}}{K_{x1,i}} \frac{(\bar{P}_{1,i+1,j} - 2\bar{P}_{1ij} + \bar{P}_{1,i-1,j})}{\Delta \varphi_{1,j}^{2}} + \\ & + \frac{3\bar{h}_{1,i}^{2}(\bar{h}_{1,i+1} - \bar{h}_{1,i-1}) \cdot (\bar{P}_{1,i+1,j} - \bar{P}_{1,i-1,j})}{K_{x1,i} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_{1j}^{2}} - \\ & - \frac{\bar{h}_{1,i}^{3}(K_{x1,i+1} - K_{x1i-1}) \cdot (\bar{P}_{1,i+1,j} - \bar{P}_{1,i-1,j})}{K_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_{1,j}^{2}} ; \\ & \frac{\partial}{\partial \bar{z}_{1}} \left(\frac{\bar{h}_{1}^{3}}{K_{z1}} \frac{\partial \bar{P}_{1}}{\partial \bar{z}_{1}}\right) = \frac{\bar{h}_{1,i}^{3} \cdot (\bar{P}_{1,i,j+1} - 2\bar{P}_{1,i,j} + \bar{P}_{1,i,j-1})}{K_{z1,i} \cdot \overline{\Delta Z_{1}^{2}}} - \\ & - \frac{\bar{h}_{1,i}^{3} \cdot (K_{z1,j+1} - K_{z1,j-1}) \cdot (P_{1,i,j+1} - P_{1,i,j-1})}{K_{z1i}^{2} \cdot \overline{\Delta Z_{1}^{2}}} ; \\ F_{1,i,j} &= \Omega_{1} \frac{\partial(\bar{U}_{1j} \cdot \bar{h}_{1,i})}{\partial \varphi_{1}} + \Omega_{u,6} \cdot \sin \alpha \frac{\partial}{\partial z_{1}} \left(\frac{\bar{h}_{1,i}^{3}}{K_{z1,i}}\right) + \Omega 1_{1} \cdot \bar{\nabla} = \\ & = \frac{\Omega_{1} \cdot \bar{h}_{1,i}(\bar{U}_{1,i+1,j} - \bar{U}_{1,i-1,j})}{2 \cdot \Delta \varphi_{1,j}} + \frac{\Omega_{1} \cdot \bar{U}_{1,i,j} \cdot (\bar{h}_{1,i+1} - \bar{h}_{1,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_{1,j}} - \\ & - \frac{\Omega_{u,6} \cdot \sin \alpha \cdot \bar{h}_{1,i}^{3}(K_{z1,j+1} - K_{z1,j-1})}{K_{z1,i,j}^{2} \cdot 2 \cdot \Delta \bar{Z}_{1}} + \Omega 1_{1} \cdot \bar{\nabla}, \end{split}$$

де i=1,2,...N<sub>1</sub>; j=1,2...,N<sub>2</sub>;N<sub>1</sub> i N<sub>2</sub> - число вузлів сітки, відповідно в напрямках і та j.

Так як зазори зліва і справа зовнішньої конічної частини підшипника різні, введемо такі позначення:

$$\begin{split} \overline{\mathbf{T}}_{1,i} &= \frac{\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{2} \cdot \overline{\mathbf{h}}_{2,i}^{2}}{\mathbf{K}_{2,i} \cdot \Delta \phi_{1j}^{2}}; \ \overline{\mathbf{T}}_{2,i} = \frac{3 \cdot \overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{2} (\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i+1} - \overline{\mathbf{h}}_{1cn,i})}{\mathbf{K}_{x1,i} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{1j}^{2}}; \ \overline{\mathbf{T}}_{3,i} \\ &= \frac{\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{3} (\mathbf{K}_{x1,i+1} - \mathbf{K}_{x1,i-1})}{\mathbf{K}_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{1j}^{2}}; \ \overline{\mathbf{T}}_{4,i} = \frac{\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{3} (\overline{\mathbf{h}}_{2,i})}{\mathbf{K}_{x1,i} \cdot \Delta \phi_{1,j}^{2}}; \\ \overline{\mathbf{T}}_{5,i} &= \frac{\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{3} (\mathbf{K}_{x1,j+1} - \mathbf{K}_{z1,j-1})}{\mathbf{K}_{x1,ij}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \overline{\mathbf{Z}}_{1}^{2}}; \ \mathbf{T}_{6,i} = \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{\mathbf{h}}_{1cn,i} (\overline{\mathbf{U}}_{1,i+1,j} - \overline{\mathbf{U}}_{1,i-1,j})}{2 \cdot \Delta \phi_{1,j}}; \\ \overline{\mathbf{T}}_{7,i} &= \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{\mathbf{U}}_{1,i,j} (\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i+1} - \overline{\mathbf{h}}_{1cn,i-1})}{2 \cdot \Delta \phi_{1,j}}; \\ \overline{\mathbf{T}}_{8,i} &= \frac{\Omega_{u,6} \cdot \sin \alpha \cdot \overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{3} (\mathbf{K}_{z1,j+1} - \mathbf{K}_{z1,j-1})}{\mathbf{K}_{z1,i,j}^{2} \cdot 2 \cdot \Delta \overline{\mathbf{Z}}_{1}}; \\ \overline{\mathbf{T}}_{9,i} &= \overline{\mathbf{T}}_{1,i} + \overline{\mathbf{T}}_{2,i} - \overline{\mathbf{T}}_{3,i}; \ \overline{\mathbf{T}}_{10,i} = \overline{\mathbf{T}}_{1,i} - \overline{\mathbf{T}}_{2,i} + \overline{\mathbf{T}}_{3,i}; \ \overline{\mathbf{T}}_{1,i} = -2 \cdot \overline{\mathbf{T}}_{1,i} - 2 \cdot \overline{\mathbf{T}}_{4,i}; \\ \overline{\mathbf{T}}_{12,i} &= \overline{\mathbf{T}}_{4,i} + \overline{\mathbf{T}}_{5,i}; \ \overline{\mathbf{T}}_{13,i} = \overline{\mathbf{T}}_{4,i} - \overline{\mathbf{T}}_{5,i}; \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_{1,i} &= \frac{\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{3} (\mathbf{K}_{x1,i+1} - \mathbf{K}_{x1,i-1})}{\mathbf{K}_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{1j}^{2}}; \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_{3,i} &= \frac{\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{3} (\mathbf{K}_{x1,i+1} - \mathbf{K}_{x1,i-1})}{\mathbf{K}_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{1j}^{2}}; \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_{5,i} &= \frac{\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{3} (\mathbf{K}_{x1,i+1} - \mathbf{K}_{x1,i-1})}{\mathbf{K}_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{1j}^{2}}; \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_{5,i} &= \frac{\overline{\mathbf{h}}_{1cn,i}^{3} (\mathbf{K}_{x1,i+1} - \mathbf{K}_{x1,i-1})}{\mathbf{K}_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_{1j}^{2}}; \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_{6,i} &= \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{\mathbf{h}}_{1cn,i} (\overline{\mathbf{U}}_{1,i+1,j} - \overline{\mathbf{U}}_{1,i-1,j})}{\mathbf{K}_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta Z_{1}^{2}}; \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_{6,i} &= \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{\mathbf{h}}_{1cn,i} (\mathbf{K}_{x1,j+1} - \mathbf{K}_{x1,j-1})}{\mathbf{K}_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta Z_{1}^{2}}; \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_{6,i} &= \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{\mathbf{h}}_{1cn,i} (\mathbf{K}_{x1,j+1} - \mathbf{K}_{x1,j-1})}{\mathbf{K}_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta Z_{1}^{2}}; \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_{6,i} &= \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{\mathbf{h}}_{1cn,i} (\mathbf{K}_{x1,i+1} - \mathbf{K}_{x1,i-1})}{\mathbf{K}_{x1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta Z_{1$$

Запишемо рівняння Рейнольдса у вигляді скінченних різниць для лівої і правої конічних частин зовнішньої поверхні підшипника в безрозмірній формі

$$\overline{T}_{9,i} \cdot \overline{P}_{1,i+1,j} + \overline{T}_{10,i} \cdot \overline{P}_{1,i-1,j} + \overline{T}_{11,i} \overline{P}_{1,i,j} + \overline{T}_{12,i} \cdot \overline{P}_{1,i,j-1} + + \overline{T}_{13,i,} \cdot \overline{P}_{1,i,j+1} = \overline{F}_{1,i,j},$$
(4.18)  
$$\overline{\Lambda}_{9,i} \cdot \overline{P}_{11,i+1,j} + \overline{\Lambda}_{10,i} \cdot \overline{P}_{11,i-1,j} + \overline{\Lambda}_{11,i} \cdot \overline{P}_{11,i,j} + \overline{\Lambda}_{12,i} \cdot \overline{P}_{11,i,j-1} + + \overline{\Lambda}_{13,i} \cdot \overline{P}_{11,i,j+1} = \overline{F}_{11,i,j},$$
(4.19)

де

$$\overline{F}_{1,i,j} = \overline{T}_{6,i} + \overline{T}_{7,i} + \overline{T}_{8i} + \Omega \mathbf{1}_1 \cdot \overline{V}_i;$$

$$\overline{F}_{11,i,j} = \overline{\Lambda}_{6,i} + \overline{\Lambda}_{7,i} + \overline{\Lambda}_{8,i} + \Omega \mathbf{1}_1 \cdot \overline{V}_i.$$

Запишемо для внутрішньої (циліндричної) частини підшипника рівняння Рейнольдса у вигляді скінченних різниць

$$\begin{split} \frac{\partial}{\partial \varphi_2} & \left( \frac{\bar{h}_2^3}{K_{x2}} \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \varphi_2} \right) = \frac{\bar{h}_{2i}^3 \cdot (\bar{P}_{2,i+1,j} - 2 \cdot \bar{P}_{2,i,j} + \bar{P}_{2,i-1,j})}{K_{x2} \cdot \Delta \varphi_2^2} + \\ & + \frac{3 \cdot \bar{h}_{2,i}^2 (\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1}) \cdot (\bar{P}_{2,i+1,j} - \bar{P}_{2,i-1,j})}{K_{x2,i} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_2^2} - \\ & - \frac{\bar{h}_{2,i}^3 (K_{x2,i+1} - K_{x2,i-1}) \cdot (\bar{P}_{2,i+1,j} - \bar{P}_{2,i-1,j})}{K_{x2,i}^2 \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_2^2}, \\ & \frac{\partial}{\partial \bar{z}_2} \left( \frac{\bar{h}_2^3}{K_{22}} \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \bar{z}_2} \right) = \frac{\bar{h}_{2,i}^3 (\bar{P}_{2,i,j+1} - 2 \cdot \bar{P}_{2,i,j} + \bar{P}_{2,i,j-1})}{K_{z2,i} \cdot \Delta \bar{Z}_2^2}, \\ \bar{F}_{2,i} &= \Omega_2 \frac{\partial (\bar{U}_2 \cdot \bar{h}_2)}{\partial \varphi_2} + \Omega 2_2 \cdot \bar{V}_i = \frac{\Omega_2 \cdot \bar{h}_{2,i} (\bar{U}_{2,i+1} - \bar{U}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_2} + \\ & + \Omega_2 \frac{\bar{U}_{2,i} (\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \varphi_2} + \Omega 2_2 \cdot \bar{V}_i, \end{split}$$

де  $i=1,2,...N_1; j=1,2...,N_2;N_1$  і  $N_2$  - число вузлів сітки, відповідно в напрямках і (окружне) та ј (осьове).

Введемо позначення.

$$\begin{split} \bar{S}_{1,i} &= \frac{\bar{h}_{2,i}^3}{K_{x2,i} \cdot \Delta \phi_2^2}; \ \bar{S}_{2,i} &= \frac{3 \cdot \bar{h}_{2,i}^2 (\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1})}{K_{x2,i} \cdot 4 \cdot \Delta \phi_2^2}; \\ \bar{S}_{3,i} &= \frac{\bar{h}_{2,i}^3 (K_{x2,i+1} - K_{x2,i-1})}{K_{x2,i}^2 \cdot 4 \cdot \Delta \phi_2^2}; \\ \bar{S}_{4,i} &= \frac{\bar{h}_{2,i}^3}{K_{z2,i} \cdot \Delta \bar{Z}_2^2}; \\ \bar{S}_{5,i} &= \bar{S}_{1,i} + \bar{S}_{2,i} - \bar{S}_{3,i}; \ \bar{S}_{6,i} = -2 \cdot \bar{S}_{1,i} - 2 \cdot \bar{S}_{4,i}; \\ \bar{S}_{7,i} &= \bar{S}_{1,i} - \bar{S}_{2,i} + \bar{S}_{3,i}; \ \bar{S}_{8,i} = \frac{\Omega_1 \cdot \bar{h}_{2,i} (\bar{U}_{2,i+1} - \bar{U}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \phi_2}; \\ \bar{S}_{9,i} &= \frac{\Omega_1 \cdot \bar{U}_{2,i} (\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1})}{2 \cdot \Delta \phi_2}. \end{split}$$

Запишемо рівняння Рейнольдса для внутрішньої частини підшипника у вигляді скінченних різниць і в безрозмірній формі

$$\overline{S}_{5,i}\overline{P}_{2,i+1j} + \overline{S}_{6,i} \cdot \overline{P}_{2,i,j} + \overline{S}_{7,i}\overline{P}_{2,i-1,j} + \overline{S}_{4,1}\overline{P}_{2,i,j+1} + \overline{S}_{4,1}\overline{P}_{2,i,j-1} = \overline{F}_{2i}, \quad (4.20)$$
  
$$\exists e \ \overline{F}_{2,i} = \overline{S}_{8,i} + \overline{S}_{9,i} + \Omega 2_2 \cdot \overline{V}_i.$$

Записані в неявному вигляді різницеві схеми рівнянь Рейнольдса призводять до необхідності розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь.

Важливим окремим випадком є системи так званих «триточкових» різницевих рівнянь, які пов'язують невідомі значення сіткових функцій в трьох сусідніх вузлах сітки. Розв'язувати такі системи дозволяє відомий метод поздовжньо - поперечної прогонки. Система триточкових лінійних рівнянь для сіткової функції  $\overline{P}_{i,j}$  в загальному випадку може бути записана наступним чином:

$$A_{i} \cdot \overline{P}_{i-1} + C_{i} \cdot \overline{P}_{i} + B_{i} \cdot \overline{P}_{i+1} = \overline{F}_{i}, \qquad (4.21)$$

де A<sub>i</sub>, B<sub>i</sub>, C<sub>i</sub>, F<sub>i</sub> – відомі коефіцієнти.

Розв'язок завдання в методі прогонки шукається у вигляді

$$\overline{P}_{i} = \alpha_{i} \cdot \overline{P}_{i+1} + \beta_{i}, \qquad (4.22)$$

де i = 2,3, ..., N - 1 – номери вузлів сітки;

 $\propto_i$ ,  $\beta_i$  – коефіцієнти прогонки, що визначаються за такими формулами:

$$\alpha_{i} = -\frac{A_{i}}{B_{i} + C_{i} \cdot \alpha_{i-1}}; \quad \beta_{i} = \frac{F_{i} - C_{i}\beta_{i-1}}{B_{i} + C_{i}\alpha_{i-1}}.$$
(4.23)

Основна ідея методу поздовжньо - поперечної прогонки полягає в зведенні переходу із шару на шар до послідовного розв'язання одновимірних задач уздовж рядків і вздовж стовпців. При цьому поряд з основними значеннями шуканої сіткової функції  $\bar{P}_n$  і  $\bar{P}_{n+1}$ , вводиться проміжне значення  $\bar{P}_{n+1/2}$  на підслої. Перехід від n-го шару до n + 1 відбувається в два етапи.

1. Формули переходу від n-го шару до n + 1/2 - го (поздовжня прогонка) для лівої зовнішньої конічної частини підшипника

$$A1_{1i} \cdot (\overline{P}_{1,i+1,j})_{n+1/2} + B1_{1i}(\overline{P}_{1,i,j})_{n+1/2} + C1_{1i}(\overline{P}_{1,i-1,j})_{n+1/2} = \overline{F}1_{1,i,j}; \quad (4.24)$$

$$A1_{1i} = \overline{T}_{9,i}; \quad B1_{1i} = \overline{T}_{11,i}; \quad C1_{1i} = \overline{T}_{10,i};$$

$$\overline{F}1_{1,i,j} = \overline{F}_{1,i,j} - \overline{T}_{12,i}(\overline{P}_{1,i,j-1})_n - \overline{T}_{13,i}(\overline{P}_{1,i,j+1})_n;$$

$$\alpha 1_{i,j} = -\frac{A1_{1i}}{B1_{1i} + C1_{1i} \cdot \alpha 1_{i-1,j}}; \quad \beta 1_{i,j} = \frac{\overline{F}1_{1,i,j} - C1_{1i} \cdot \beta 1_{i-1,j}}{B1_{1i} + C1_{1i} \alpha 1_{i-1,j}};$$

$$(\overline{P}_{1}, i, j)_{n+1/2} = \alpha \quad 1_{i,j}(\overline{P}_{1,i+1,j})_{n+\frac{1}{2}} + \beta 1_{i,j}. \quad (4.25)$$

2. Формули переходу від n + 1/2 - го шару до n + 1 -го (поперечна прогонка) для лівої зовнішньої конічної частини підшипника

$$A1_{2i}(\overline{P}_{1,i,j+1})_{n+1} + B1_{2i}(\overline{P}_{1,i,j})_{n+1} + C1_{2i}(\overline{P}_{1,i,j-1})_{n+1} = \overline{F}1_{2,i,j}; \qquad (4.26)$$

$$A1_{2i} = \overline{T}_{13,i}; B1_{2i} = \overline{T}_{11,i}; C1_{2i} = \overline{T}_{12,i};$$

$$F1_{2,i,j} = F_{1,i,j} - T_{9,i}(P_{1,i+1,j})_{n+1/2} - T_{10,j}(P_{1,i-1,j})_{n+1/2};$$

$$\alpha 2_{ij} = -\frac{A1_{2i}}{B1_{2i} + C1_{2i} \cdot \alpha 2_{i,j-1}}; \beta 2_{ij} = \frac{\overline{F}1_{2,i,j} - C1_{2i} \cdot \beta 2_{i,j-1}}{B1_{2i} + C1_{2i} \alpha 2_{i,j-1}};$$

$$(\overline{P}_{1,i,j})_{n+1} = \alpha 2_{ij} \cdot (\overline{P}_{1,i,j+1})_{n+1} + \beta 2_{ij}. \qquad (4.27)$$

3. Формули переходу від n-го шару до n + 1 / 2- го (поздовжня прогонка) для правої зовнішньої конічної частини підшипника

$$A11_{1i} (\overline{P}_{11,i+1,j})_{n+1/2} + B11_{1i} (\overline{P}_{11,i,j})_{n+1/2} + C11_{1i} (\overline{P}_{11,i-1,j})_{n+1/2} = \overline{F}11_{1,i,j}; \quad (4.28)$$

$$A11_{1i} = \overline{\Lambda}_{9,i}; \quad B11_{1i} = \overline{\Lambda}_{11,i}; \quad C11_{1i} = \overline{\Lambda}_{10,i};$$

$$\overline{F}11_{1,i,j} = \overline{F}_{11,i,j} - \overline{\Lambda}_{12,i} (\overline{P}_{11,i,j-1})_n - \overline{\Lambda}_{13,i} \cdot (\overline{P}_{11,i,j+1})_n;$$

$$\alpha 11_{ij} = -\frac{A11_{1i}}{B11_{1i} + C11_{1i} \cdot \alpha 11_{i-1,j}}; \quad \beta 11_{ij} = \frac{\overline{F}11_{1,i,j} - C11_{1i} \cdot \beta 11_{i-1,j}}{B11_{1i} + C11_{1i} \cdot \alpha 11_{i-1,j}};$$

$$(\overline{P}_{11,i,j})_{n+1/2} = \alpha 11_{ij} \cdot (P_{11,i+1,j})_{n+\frac{1}{2}} + \beta 11_{ij}. \quad (4.29)$$

4. Формули переходу від n + 1/2-го шару до n + 1-го (поперечна прогонка) для правої зовнішньої конічної частини підшипника

$$A11_{2i} (\overline{P}_{11,i,j+1})_{n+1} + B11_{2i} (\overline{P}_{11,i,j})_{n+1} + C11_{2i} (\overline{P}_{11,i,j-1})_{n+1} = \overline{F}11_{2,i,j}; \quad (4.30)$$

$$A11_{2i} = \overline{\Lambda}_{13,i}; \quad B11_{2i} = \overline{\Lambda}_{11,i}; \quad C11_{2i} = \overline{\Lambda}_{12,i};$$

$$\overline{F}11_{2,i,j} = \overline{F}_{11,i,j} - \overline{\Lambda}_{9,i} (\overline{P}_{11,i+1,j})_{n+\frac{1}{2}} - \overline{\Lambda}_{10,i} \cdot (\overline{P}_{11,i-1,j})_{n+1/2};$$

$$\alpha 12_{i,j} = -\frac{A11_{2i}}{B11_{2i} + C11_{2i} \cdot \alpha 12_{i,j-1}}; \ \beta 12_{i,j} = \frac{\overline{F}11_{2,i,j} - C11_{2i} \cdot \beta 12_{i,j-1}}{B11_{2i} + C11_{2i} \cdot \alpha 12_{i,j-1}};$$
$$\left(\overline{P}_{11,i,j}\right)_{n+1} = \alpha 12_{ij} \cdot \left(\overline{P}_{11,i,j+1}\right)_{n+1} + \beta 12_{i,j}.$$
(4.31)

5. Формули переходу від n-го шару до n + 1/2-го (поздовжня прогонка) для внутрішньої частини підшипника

$$A2_{1i}(\overline{P}_{2,i+1,j})_{n+1/2} + B2_{1i}(\overline{P}_{2,i,j})_{n+1/2} + C2_{1,i}(\overline{P}_{2,i-1,j})_{n+1/2} = \overline{F}2_{1,i,j}; \quad (4.32)$$

$$A2_{1i} = \overline{S}_{5,i}; \quad B2_{1i} = \overline{S}_{6,i}; \quad C2_{1i} = \overline{S}_{7,i};$$

$$\overline{F}2_{1,i,j} = \overline{F}_{2,i} - \overline{S}_{4,i}(\overline{P}_{2,i,j+1})_n - \overline{S}_{4,i} \cdot (\overline{P}_{2,i,j-1})_n;$$

$$\alpha 3_{i,j} = -\frac{A2_{1i}}{B2_{1i} + C2_{1i} \cdot \alpha 3_{i-1,j}}; \quad \beta 3_{i,j} = \frac{\overline{F}2_{1,i} - C2_{1i} \cdot \beta 3_{i-1,j}}{B2_{1i} + C2_{1i} \cdot \alpha 3_{i-1,j}};$$

$$(\overline{P}_{2,i,j})_{n+1/2} = \alpha 3_{ij} \cdot (\overline{P}_{2,i+1,j})_{n+1/2} + \beta 3_{i,j}. \quad (4.33)$$

6. Формули переходу від n + 1/2-го шару до n + 1-го (поперечна прогонка) для внутрішньої частини підшипника

$$A2_{2i}(\overline{P}_{2,i,j+1})_{n+1} + B2_{2i}(\overline{P}_{2,i,j})_{n+1} + C2_{2,i}(\overline{P}_{2,i,j-1})_{n+1} = \overline{F2}_{2,i}; \quad (4.34)$$

$$A2_{2i} = \overline{S}_{4,i}; \quad B2_{2i} = \overline{S}_{6,i}; \quad C2_{2i} = \overline{S}_{4,i};$$

$$\overline{F2}_{2,i} = \overline{F}_{2,i} - \overline{S}_{5,i}(\overline{P}_{2,i+1,j})_{n+1/2} - \overline{S}_{7,i} \cdot (\overline{P}_{2,i-1,j})_{n+1/2};$$

$$\alpha 4_{i,j} = -\frac{A2_{2i}}{B2_{2i} + C2_{2i} \cdot \alpha 4_{i,j-1}}; \quad \beta 4_{i,j} = \frac{\overline{F2}_{2,i} - C2_{2i} \cdot \beta 4_{ij-1}}{B2_{2i} + C2_{2i} \cdot \alpha 4_{i,j-1}};$$

$$(\overline{P}_{2,i,j})_{n+1} = \alpha 4_{ij} \cdot (\overline{P}_{2,i,j+1})_{n+1} + \beta 4_{i,j}. \quad (4.35)$$

Задаючись початковими значеннями тисків в вузлах сітки, методом поздовжньо-поперечної прогонки визначаємо значення тисків в вузлах сітки на наступному кроці. Ітераційний процес продовжується до отримання заданої точності  $\left|\left(\overline{P}_{i,j}\right)_{n+1} - \left(P_{i,j}\right)_{n}\right| \leq \varepsilon_{2}$ , де  $\varepsilon_{2}$  - точність визначення тисків на між-камерній перемичці.

## 4.4 Визначення несучої здатності здвоєного радіально - упорного гідростатодинамічного підшипника

Знаючи тиск в камерах і вузлах міжкамерних перемичок, можна визначити вантажопідйомність підшипника (рис. 4.5 і 4.6).

1. Вантажопідйомність підшипника визначається як сума середньої вантажопідйомності зовнішньої конічної і внутрішньої циліндричної його робочих поверхонь, а також рівна сумі вантажопідйомностей окремих ділянок кожної з робочих поверхонь підшипника.

Визначаємо вантажопідйомності камер, розташованих на двох конічних поверхнях зовнішньої частини підшипника *WH1<sub>ki</sub>*, *WH2<sub>kz</sub>* і на внутрішній циліндричній робочої поверхні підшипника *WB<sub>ki</sub>* 

$$WH1_{ki} = \frac{\Delta \varphi_{\kappaam} (R_{\kappaam1} + R_{\kappaam2}) \cdot l_{kk} \cdot P_{kk\Lambda i}}{2 \cdot \sin\alpha},$$
  

$$WH2_{kz} = \frac{\Delta \varphi_{\kappaam} (R_{\kappaam1} + R_{\kappaam2}) \cdot l_{kk} \cdot P_{kk\pi z}}{2 \cdot \sin\alpha},$$
  

$$WB_{kj} = b_{\kappa \mu} \cdot l_{\kappa \mu} \cdot P_{\kappa \mu j},$$
(4.36)

де  $i = 1, 2, ..., N1_k; N1_k - число камер на лівій конічної зовнішній частині підшипника;$ 

 $Z = 1,2, ..., N2_k, N2_k - число камер на правій конічній зовнішній частині підшипника;$ 

 $\Delta \phi_{\text{кам}}$  – кутовий розмір камери (рис.4.2);

R<sub>кам1</sub>, R<sub>кам2</sub> – радіуси початку і кінця камер конічної частини підшипника (рис.4.4);

l<sub>kk</sub> – довжина камер, розташованих на конічній зовнішній частині підшипника (рис.4.2);

Р<sub>ккЛі</sub>, Р<sub>ккпі</sub> – тиск в камерах лівої і правої частин конічної поверхні підшипника;

α – кут нахилу твірної конуса зовнішньої конічної частини підшипника (рис.4.1);

j=1,2,...,N3<sub>k</sub>; N3<sub>k</sub> – число камер на внутрішній циліндричній частині підшипника;

b<sub>кц</sub> – ширина камер, розташованих на внутрішній циліндричній частині підшипника;

l<sub>кц</sub> – довжина камер, розташованих на внутрішній циліндричній частині підшипника (рис.4.3);

Р<sub>кцј</sub> – тиск в камерах циліндричної поверхні підшипника.



Рис.4.5. Схема визначення вантажопідйомності зовнішньої конічної частини гідростатодинамічного радіально-упорного підшипника здвоєного типу



Рис.4.6. Схема визначення вантажопідйомності внутрішньої циліндричної частини гідростатодинамічного радіально-упорного підшипника здвоєного типу

Спроектуємо вантажопідйомності камер, розташованих на зовнішній конічній частині підшипника, на радіальні і осьові напрямки

$$(WH1_{ki})_{pad} = WH1_{ki} \cdot \cos\alpha,$$

$$(WH2_{kz})_{pad} = WH2_{kz} \cdot \cos\alpha,$$

$$(WH1_{ki})_{oc} = WH1_{k} \cdot \sin\alpha,$$

$$(WH2_{kz})_{oc} = WH2_{kz} \cdot \sin\alpha.$$

$$(WH2_{kz})_{oc} = WH2_{kz} \cdot \sin\alpha.$$

Спроектуємо радіальні вантажопідйомності камер, розташованих на зовнішній і внутрішній частинах підшипника, на лінію центрів диска і підшипника (вісь у, рис.4.1) і на напрямок їй перпендикулярний (вісь х)

$$WH1_{yKaM} = \sum_{i=1}^{N1_{k}} (WH1_{ki})_{pad} \cdot \cos(\varphi_{ki} - \beta_{0}),$$
$$WH2_{yKaM} = \sum_{Z=1}^{N2_{k}} (WH2_{kz})_{pad} \cdot \cos(\varphi_{kz} - \beta_{0}),$$

$$WB_{yKaM} = \sum_{i=1}^{NS_k} WB_{kj} \cdot \cos(\varphi_{kj} - \beta_0), \qquad (4.38)$$

WH1<sub>xkam</sub> = 
$$\sum_{i=1}^{N1_k} (WH1_{ki})_{pad} \cdot \sin(\varphi_{ki} - \beta_0),$$

WH2<sub>XKAM</sub> = 
$$\sum_{Z=1}^{N2_k} (WH2_{kz})_{pag} \cdot \sin(\varphi_{kz} - \beta_0),$$

$$WB_{xkam} = \sum_{j=1}^{N3_k} WB_{kj} \cdot \sin(\varphi_{kj} - \beta_0).$$

Запишемо сумарну осьову силу від вантажопідйомності камер, розташованих на конічній частині підшипника

$$(WH12_k)_{oc} = \sum_{\epsilon=1}^{N1_k} (WH1_{ki})_{oc} - \sum_{Z=1}^{N2_k} (WH2_{kZ})_{oc}.$$
(4.39)

2. Визначення вантажопідйомності міжкамерних перемичок двох конічних поверхонь зовнішньої частини підшипника  $WH\Lambda_{M,z}$ ,  $WH\Pi_{M,z}$  і внутрішньої робочої поверхні  $WB_{M,z}$  (рис 4.5 і 4.6). При визначенні цих вантажопідйомностей будемо використовувати осереднений по площі міжкамерних перемичок тиск для лівої конічної частини  $P_{cep.\Lambda,Z}$ , правої конічної частини  $P_{cep.\Pi,z}$ , і циліндричної внутрішньої поверхні підшипника  $P_{cep.\mu,z}$ .

$$P_{\text{cep.A.Z}} = \frac{1}{N_2 \cdot N_3} \sum_{j=1}^{N_3} \sum_{N_4}^{N_5} P_{1,i,j},$$

$$P_{\text{cep.I.Z}} = \frac{1}{N_2 \cdot N_3} \sum_{j=1}^{N_3} \sum_{i=N_4}^{N_5} P_{11,i,j},$$

$$P_{\text{cep.II,Z}} = \frac{1}{N_2 \cdot N_3} \sum_{j=1}^{N_9} \sum_{N_4}^{N_5} P_{2,i,j},$$
(4.40)

де Z=1,2,...,m; m – число міжкамерних перемичок; N<sub>4</sub> = (z – 1) · N<sub>2</sub> + 1 – початок відліку вузлів сітки на z-й міжкамерній перемичці;

 $N_2 -$  число вузлів сітки на одній міжкамерній перемичці (рис. 4.5);  $N_5 = Z \cdot N_2 -$ кінець відліку вузлів сітки на z-й міжкамерній перемичці.

Перераховані вантажопідйомності міжкамерних перемичок можна записати в наступному вигляді:

WHA<sub>M,z</sub> = P<sub>cp.A.Z</sub>(R<sup>2</sup><sub>кам2</sub> - R<sup>2</sup><sub>кам1</sub>) 
$$\frac{\Delta X_{1,k} \cdot (N_2 - 1)}{2 \cdot \sin \alpha \cdot R_{\kappa \alpha M1}}$$
, (4.41)

WHII<sub>M,z</sub> = P<sub>cp.II.Z</sub> (R<sup>2</sup><sub>Kam2</sub> - R<sup>2</sup><sub>Kam1</sub>) 
$$\frac{\Delta X_{1,k} \cdot (N_2 - 1)}{2 \cdot \sin \alpha \cdot R_{Kam1}}$$

$$\mathsf{WB}_{\mathsf{m},\mathsf{z}} = \mathsf{P}_{\mathsf{cp},\mathsf{u},\mathsf{z}} \cdot \mathsf{l}_{\mathsf{K}\mathsf{u}} \cdot \mathsf{l}_{\mathsf{M}\mathsf{u}},$$

де R<sub>кам1</sub> і R<sub>кам2</sub> – радіуси підшипника на початку і в кінці камер конічної частини підшипника (рис.4.4);

 $\Delta X_{1,k}$  – крок сітки в окружному напрямку на початку камери (рис.4.5);

α – кут нахилу конуса конічної робочої поверхні підшипника.

Запишемо радіальні і осьові складові вантажопідйомності міжкамерних перемичок для конічної частини підшипника

$$\begin{split} \left( WH\Lambda_{M,z} \right)_{pad} &= WH\Lambda_{M,z} \cdot \cos\alpha, \\ \left( WH\Lambda_{M,z} \right)_{oceB} &= WH\Lambda_{M,z} \cdot \sin\alpha, \\ \left( WH\Pi_{M,z} \right)_{pad} &= WH\Lambda_{M,z} \cdot \cos\alpha, \\ \left( WH\Pi_{M,z} \right)_{oceB} &= WH\Pi_{M,z} \cdot \sin\alpha. \end{split}$$
(4.42)

Спроектуємо радіальні вантажопідйомності міжкамерних перемичок, розташованих на зовнішній і внутрішній частинах підшипника, на лінію центрів диска і підшипника (вісь у, рис.4.1) і на напрямок їй перпендикулярний (вісь х)

$$\begin{split} & \text{WH}\Lambda_{M,z,y} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}\Lambda_{M,z})_{\text{pag}} \cdot \cos(\phi_{M,k,z} - \beta_{0}), \\ & \text{WH}\Pi_{M,z,y} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}\Pi_{M,z})_{\text{pag}} \cdot \cos(\phi_{M,k,z} - \beta_{0}), \\ & \text{WB}_{M,z,y} = \sum_{z=1}^{m} \text{WB}_{M,z} \cdot \cos(\phi_{M,k,z} - \beta_{0}), \\ & \text{WH}\Lambda_{M,z,x} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}\Lambda_{M,z})_{\text{pag}} \cdot \sin(\phi_{M,k,z} - \beta_{0}), \\ & \text{WH}\Pi_{M,z,x} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}\Pi_{M,z})_{\text{pag}} \cdot \sin(\phi_{M,k,z} - \beta_{0}), \\ & \text{WB}_{M,z,x} = \sum_{z=1}^{m} \text{WB}_{M,z} \cdot \sin(\phi_{M,k,z} - \beta_{0}). \end{split}$$

3. Визначення вантажопідйомності перемичок торців камер двох конічних поверхонь зовнішньої частини підшипника WHA<sub>T,z</sub>,WHП<sub>T,z</sub> і внутрішньої робочої поверхні WB<sub>T,z</sub> (рис.4.5 і 4.6).

$$\begin{split} & \text{WHA}_{\text{T}1,z} = \frac{(R_{\text{KaM}1}^2 - R_1^2) \cdot \Delta \phi_{\text{KaM}}(P_{\text{kki},\Lambda} + P_{3\pi})}{4 \sin^2 \alpha}, \\ & \text{WHA}_{\text{T}2,z} = \frac{(R_2^2 - R_{\text{KaM}2}^2) \cdot \Delta \phi_{\text{KaM}}(P_{\text{kki},\Lambda} + P_{3\pi})}{4 \sin^2 \alpha}, \end{split}$$
(4.44)  
 
$$& \text{WH}_{\text{T}1,z} = \frac{(R_{\text{KaM}1}^2 - R_1^2) \cdot \Delta \phi_{\text{KaM}}(P_{\text{kki},\Pi} + P_{3\pi})}{4 \sin^2 \alpha}, \\ & \text{WH}_{\text{T}2,z} = \frac{(R_2^2 - R_{\text{KaM}2}^2) \cdot \Delta \phi_{\text{KaM}}(P_{\text{kki},\Pi} + P_{3\pi})}{4 \sin^2 \alpha}, \\ & \text{WH}_{\text{T}2,z} = \frac{(R_2^2 - R_{\text{KaM}2}^2) \cdot \Delta \phi_{\text{KaM}}(P_{\text{kki},\Pi} + P_{3\pi})}{4 \sin^2 \alpha}, \\ & \text{WH}_{\text{T}2,z} = \ell_{\Pi_{\text{H}}} \cdot b_{\text{KH}} \cdot (P_{\text{KH}_{\text{H}}} + P_{3\pi}), \end{split}$$

де R<sub>1</sub> і R<sub>2</sub> – радіуси початку і кінця конічної поверхні зовнішньої частини підшипника (рис.4.4);

Δφ<sub>кам</sub> – кутовий розмір камери розташованої на конічній зовнішній частині підшипника (рис.4.2);

Р<sub>ккі,</sub>л – тиск в камерах лівої конічної частини підшипника;

Р<sub>зл</sub> – тиск робочої рідини на зливі по торцях підшипника;

Р<sub>ккі,П</sub> – тиск в камерах правої конічної частини підшипника;

WB<sub>T,Z</sub> – вантажопідйомність 2-х торцевих перемичок камер.

ℓ<sub>пц</sub> і b<sub>кц</sub> – довжина перемички і ширина камер на внутрішній частині підшипника (рис.4.3);

Р<sub>кці</sub> – тиск в камерах циліндричної частини підшипника;

Запишемо радіальні і осьові складові вантажопідйомності перемичок торців камер для конічної частини підшипника

$$\begin{split} \left( WH\Lambda_{T1,z} \right)_{pag} &= WH\Lambda_{T1,z} \cdot \cos\alpha, \\ \left( WH\Lambda_{T1,z} \right)_{oceB} &= WH\Lambda_{T1,z} \cdot \sin\alpha, \\ \left( WH\Pi_{T1,z} \right)_{pag} &= WH\Pi_{T1,z} \cdot \cos\alpha, \end{split}$$

$$122$$

$$(WH\Pi_{T1,z})_{oceB} = WH\Pi_{T1,z} \cdot \sin\alpha, \qquad (4.45)$$

$$(WH\Lambda_{T2,z})_{pad} = WH\Lambda_{T2,z} \cdot \cos\alpha,$$

$$(WH\Lambda_{T2,z})_{oceB} = WH\Lambda_{T2,z} \cdot \sin\alpha,$$

$$(WH\Pi_{T2,z})_{pad} = WH\Pi_{T2,z} \cdot \cos\alpha,$$

$$(WH\Pi_{T2,z})_{oceB} = WH\Pi_{T2,z} \cdot \sin\alpha.$$

Спроектуємо радіальні вантажопідйомності перемичок торців камер, розташованих на зовнішній і внутрішній частинах підшипника, на лінію центрів диска і підшипника (вісь у, рис.4.1) і на напрямок їй перпендикулярний (вісь х).

$$\begin{split} & \text{WH}\Lambda_{\text{T1,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}\Lambda_{\text{T1,z}})_{\text{pad}} \cdot \cos(\phi_{\text{kki}} - \beta_0) \,, \\ & \text{WH}\Pi_{\text{T1,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}\Pi_{\text{T1,z}})_{\text{pad}} \cdot \cos(\phi_{\text{kki}} - \beta_0) \,, \\ & \text{WH}\Lambda_{\text{T2,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}\Lambda_{\text{T2,z}})_{\text{pad}} \cdot \cos(\phi_{\text{kki}} - \beta_0) \,, \\ & \text{WH}\Pi_{\text{T2,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}\Pi_{\text{T2,z}})_{\text{pad}} \cdot \cos(\phi_{\text{kki}} - \beta_0) \,, \\ & \text{WB}_{\text{T,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} \text{WB}_{\text{T,z}} \cdot \cos(\phi_{\text{kui}} - \beta_0) \,, \\ & \text{WH}\Lambda_{\text{T1,z,x}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}\Lambda_{\text{T1,z}})_{\text{pad}} \cdot \sin(\phi_{\text{kki}} - \beta_0) \,, \end{split}$$
WH
$$\Pi_{T1,z,y} = \sum_{z=1}^{m} (WH\Pi_{T1,z})_{pag} \cdot \sin(\varphi_{kki} - \beta_0),$$
 (4.46)

WHA<sub>T2,z,x</sub> = 
$$\sum_{z=1}^{m} (WHA_{T2,z})_{pag} \cdot \sin(\varphi_{kki} - \beta_0)$$
,

$$WH\Pi_{T2,z,x} = \sum_{z=1}^{m} (WH\Pi_{T2,z})_{pag} \cdot \sin(\varphi_{kki} - \beta_0),$$

$$WB_{T,z,x} = \sum_{z=1}^{m} WB_{T,Z} \cdot sin(\varphi_{kui} - \beta_0).$$

Визначимо вантажопідйомності торців міжкамерних перемичок двох конічних поверхонь зовнішньої частини підшипника WHA<sub>TM,z</sub>, WHП<sub>TM,z</sub> і внутрішньої робочої поверхні WB<sub>TM,z</sub> (рис. 4.5 і 4.6).

WHA<sub>TM1,z</sub> = 
$$\frac{(R_{\kappa_{aM1}}^2 - R_1^2) \cdot \Delta \phi_{Mk}(N_2 - 1)(P_{cep,\Lambda,z} + P_{3\pi})}{4 \sin^2 \alpha}$$
,

WHA<sub>TM2,z</sub> = 
$$\frac{(R_2^2 - R_{KaM2}^2) \cdot \Delta \phi_{Mk} (N_2 - 1) (P_{cep,A,z} + P_{3\pi})}{4 \sin^2 \alpha}$$
, (4.47)

WH
$$\Pi_{\text{TM1,z}} = \frac{(R_{\text{KaM1}}^2 - R_1^2) \cdot \Delta \phi_{\text{Mk}} (N_2 - 1) (P_{\text{cep},\Pi,z} + P_{3\pi})}{4 \sin^2 \alpha},$$

WH
$$\Pi_{\text{TM2,z}} = \frac{(R_2^2 - R_{\text{KaM2}}^2) \cdot \Delta \phi_{\text{Mk}} (N_2 - 1) (P_{\text{cep},\Pi,z} + P_{3\pi})}{4 \sin^2 \alpha}$$

$$WB_{TM,Z} = \ell_{\pi \mathfrak{u}} \cdot \ell_{M \mathfrak{u}} \cdot (P_{cep,\mathfrak{u},z} + P_{3\pi}),$$

де  $\Delta \phi_{Mk}$  – кутовий крок сітки на міжкамерних перемичках;

N<sub>2</sub> – число вузлів сітки на міжкамерних перемичках;

 $\ell_{\pi\mu}$  і  $\ell_{M\mu}$  – осьова і окружна довжини міжкамерних перемичок (рис.4.3).

Запишемо радіальні і осьові складові вантажопідйомності торців міжкамерних перемичок для конічної частини підшипника

$$\begin{split} \left( WH\Lambda_{TM1,z} \right)_{paq} &= WH\Lambda_{TM1,z} \cdot \cos\alpha, \\ \left( WH\Lambda_{TM1,z} \right)_{oc} &= WH\Lambda_{TM1,z} \cdot \sin\alpha, \\ \left( WH\Lambda_{TM2,z} \right)_{paq} &= WH\Lambda_{TM2,z} \cdot \cos\alpha, \\ \left( WH\Lambda_{TM2,z} \right)_{oc} &= WH\Lambda_{TM2,z} \cdot \sin\alpha, \\ \left( WH\Pi_{TM1,z} \right)_{paq} &= WH\Pi_{TM1,z} \cdot \cos\alpha, \\ \left( WH\Pi_{TM1,z} \right)_{oc} &= WH\Pi_{TM1,z} \cdot \sin\alpha, \\ \left( WH\Pi_{TM2,z} \right)_{paq} &= WH\Pi_{TM2,z} \cdot \cos\alpha, \\ \left( WH\Pi_{TM2,z} \right)_{paq} &= WH\Pi_{TM2,z} \cdot \cos\alpha, \\ \left( WH\Pi_{TM2,z} \right)_{oc} &= WH\Pi_{TM2,z} \cdot \sin\alpha. \end{split}$$

Спроектуємо радіальні вантажопідйомності торців міжкамерних перемичок, розташованих на зовнішній і внутрішній частинах підшипника, на лінію центрів диска і підшипника (вісь у, рис. 4.1) і на напрямок їй перпендикулярний (вісь х)

$$\begin{split} & \text{WHA}_{\text{TM1,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WHA}_{\text{TM1,z}})_{\text{pag}} \cdot \cos(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_0), \\ & \text{WH\Pi}_{\text{TM2,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WHA}_{\text{TM2,z}})_{\text{pag}} \cdot \cos(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_0), \\ & \text{WH\Pi}_{\text{TM1,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH\Pi}_{\text{TM1,z}})_{\text{pag}} \cdot \cos(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_0), \\ & \text{WH\Pi}_{\text{TM2,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH\Pi}_{\text{TM2,z}})_{\text{pag}} \cdot \cos(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_0), \\ & \text{WH\Pi}_{\text{TM2,z,y}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH\Pi}_{\text{TM2,z}})_{\text{pag}} \cdot \cos(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_0), \end{split}$$

$$\begin{split} & \text{WHA}_{\text{TM1,z,x}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WHA}_{\text{TM1,z}})_{\text{pag}} \cdot \sin(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_{0}), \\ & \text{WHA}_{\text{TM2,z,x}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WHA}_{\text{TM2,z}})_{\text{pag}} \cdot \sin(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_{0}), \\ & \text{WH\Pi}_{\text{TM1,z,x}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH\Pi}_{\text{TM1,z}})_{\text{pag}} \cdot \sin(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_{0}), \\ & \text{WH\Pi}_{\text{TM2,z,x}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH\Pi}_{\text{TM2,z}})_{\text{pag}} \cdot \sin(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_{0}), \\ & \text{WH\Pi}_{\text{TM2,z,x}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH\Pi}_{\text{TM2,z}})_{\text{pag}} \cdot \sin(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_{0}), \\ & \text{WH}_{\text{TM2,z,x}} = \sum_{z=1}^{m} (\text{WH}_{\text{TM2,z}})_{\text{pag}} \cdot \sin(\phi_{\text{Mk,z}} - \beta_{0}). \end{split}$$

125

Знаходимо загальну вантажопідйомність зовнішньої конічної поверхні підшипника в проекціях на вісь у (I<sub>H</sub>) і вісь х (J<sub>H</sub>) з урахуванням того, що зовнішня частина підшипника має дві конічні поверхні

$$\begin{split} I_{H} &= WH1_{yKaM} + WH2_{yKaM} + WH\Lambda_{M,z,y} + WH\Pi_{M,z,y} + \\ &+ WH\Lambda_{T1,z,y} + WH\Lambda_{T2,z,y} + WH\Pi_{T1,z,y} + WH\Pi_{T2,z,y} + \\ &+ WH\Lambda_{TM1,z,y} + WH\Lambda_{TM2,z,y} + WH\Pi_{TM1,z,y} + WH\Pi_{TM2,z,y}, \end{split} \tag{4.50}$$

$$J_{H} &= WH1_{xKaM} + WH2_{xKaM} + WH\Lambda_{M,z,x} + WH\Pi_{M,z,x} + \\ &+ WH\Lambda_{T1,z,x} + WH\Lambda_{T2,z,x} + WH\Pi_{T1,z,x} + WH\Pi_{T2,z,x} + \\ &+ WH\Lambda_{TM1,z,x} + WH\Lambda_{TM2,z,x} + WH\Pi_{TM1,z,x} + WH\Pi_{TM2,z,x}. \end{split}$$

Знаходимо загальну вантажопідйомність внутрішньої робочої поверхні в проекціях на вісь у (I<sub>B</sub>) і вісь х (J<sub>B</sub>) з урахуванням того, що робоча поверхня має два ряди однакових камер, тому записані вантажопідйомності потрібно збільшити в два рази. Врахуємо також, що для внутрішньої робочої поверхні підшипника

більший тиск буде в камерах, розташованих у верхній частині підшипника в силу того, що там менший зазор, ніж в нижній частині підшипника. Тому загальну вантажопідйомність внутрішньої робочої поверхні підшипника приймемо з протилежним знаком (тобто помножимо на мінус)

$$I_{B} = -(WB_{yKaM} + WB_{M,z,y} + WB_{T,z,y} + WB_{TM,z,y}) \cdot 2, \qquad (4.51)$$
$$J_{B} = -(WB_{xKaM} + WB_{M,z,x} + WB_{T,z,x} + WB_{TM,z,x}) \cdot 2.$$

Вантажопідйомності, що отримані за формулами (4.50) і (4.51), запишемо в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\bar{I}_{H} = I_{H} / (P_{BX} \cdot R_{cpD1}^{2}); \ \bar{J}_{H} = J_{H} / (P_{BX} \cdot R_{cpD1}^{2}); \ \bar{I}_{B} = I_{B} / (P_{BX} \cdot R_{D2}^{2});$$
$$\bar{J}_{B} = J_{B} / (P_{BX} \cdot R_{D2}^{2}).$$

Визначимо сумарну радіальну вантажопідйомність обох робочих поверхонь підшипника (зовнішньої і внутрішньої) в проекціях на лінію центрів диска і підшипника І<sub>Σ</sub> і напрямок їй перпендикулярний Ј<sub>Σ</sub>

$$\bar{\mathbf{I}}_{\Sigma} = \bar{\mathbf{I}}_{\mathrm{H}} + \bar{\mathbf{I}}_{\mathrm{B}}; \quad \bar{\mathbf{J}}_{\Sigma} = \bar{\mathbf{J}}_{\mathrm{H}} + \bar{\mathbf{J}}_{\mathrm{B}}. \tag{4.52}$$

Визначимо сумарну осьову вантажопідйомність підшипника, створювану двома конічними робочими поверхнями зовнішньої частини підшипника(*I*<sub>осев</sub>)

$$I_{oc} = (WH12)_{oc} + I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5,$$
(4.53)

де

$$I_{1} = \sum_{Z=1}^{m} (WH\Lambda_{M,Z})_{oc} - \sum_{Z=1}^{m} (WH\Pi_{M,Z})_{oc};$$
$$I_{2} = \sum_{Z=1}^{m} (WH\Lambda_{T1,Z})_{oc} - \sum_{Z=1}^{m} (WH\Pi_{T1,Z})_{oc};$$

$$I_{3} = \sum_{Z=1}^{m} (WH\Lambda_{T2,Z})_{oc} - \sum_{Z=1}^{m} (WH\Pi_{T2,Z})_{oc};$$

$$I_{4} = \sum_{Z=1}^{m} (WH\Lambda_{TM1,Z})_{oc} - \sum_{Z=1}^{m} (WH\Pi_{TM1,Z})_{oc};$$

$$I_{5} = \sum_{Z=1}^{m} (WH\Lambda_{TM2,Z})_{oc} - \sum_{Z=1}^{m} (WH\Pi_{TM2,Z})_{oc}.$$

Наведемо вираз (4.53) до безрозмірного вигляду, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\bar{I}_{oc} = I_{oc} / (P_{BX} \cdot R_{cpD1}^2),$$

## 4.5 Визначення витрати робочої рідини через підшипник

Знаючи тиск в камерах, можна визначити витрати робочої рідини через підшипник

$$Q_{\Sigma} = Q_{30BH} + Q_{BHYTP}, \qquad (4.54)$$

де

$$Q_{_{30BH}} = \psi_{_{BX}} \cdot \pi \cdot r_{_{\mathcal{K}1}}^2 \sqrt{\frac{2P_{_{BX}}}{\rho}} \left( \sum_{i=1}^k \sqrt{1 - \overline{P}_{_{kk\pi i}}} + \sum_{i=21}^k \sqrt{1 - \overline{P}_{_{kk\pi i}}} \right) -$$

витрата робочої рідини через камери, розташовані на зовнішній конічній робочій поверхні підшипника;

k – число камер в підшипнику на його половині зовнішньої робочої поверхні;

$$Q_{\text{BHyTP}} = 2 \cdot \psi_{\text{BX}} \cdot \pi \cdot r_{\text{H}2}^2 \sqrt{\frac{2P_{\text{BX}}}{\rho}} \sum_{i=1}^m \sqrt{1 - P_{k \text{L}i}} \ -$$

витрати робочої рідини через камери, розташовані на внутрішній робочій поверхні підшипника;

т – число камер на половині внутрішньої робочої поверхні підшипника.

Опис інших параметрів в формулах витрати робочої рідини наведено при записі виразів (4.3) і (4.4).

## 4.6 Визначення втрат потужності на тертя і прокачування

Втрати потужності на тертя визначаються по відомій залежності [144]

$$N_{\text{rep}} = \omega \cdot R \cdot \iint_{S} \tau dS, \qquad (4.55)$$

де ω – кутова швидкість обертання валу з диском;

R – радіус поверхні тертя;

τ – функція розподілу дотичних напружень в шарі робочої

рідини;

S – площа поверхні тертя.

Функція розподілу дотичних напружень, узагальнена на випадок турбулентної течії робочої рідини за допомогою коефіцієнтів, запропонованих В. Н. Константинеску [100-102], має такий вигляд:

$$\tau = \frac{\mu \cdot U}{h} K(Re) + \frac{h}{2} \frac{dP}{dx}, \qquad (4.56)$$

де µ – динамічна в'язкість робочої рідини;

 $U = \omega \cdot R$  – окружна швидкість;

h – поточний зазор в підшипнику;

 $K(Re) = 1 + 0.0525 \cdot (\sigma_*^2 Re)^{0.75}; \sigma_* = 0.125 \cdot Re^{0.07};$ 

Re =  $\frac{U \cdot h}{v}$  – число Рейнольдса;

v – кінематична в'язкість робочої рідини.

 $\frac{dP}{dx}$  – градієнт тиску робочої рідини в окружному напрямку.

Для ламінарної течії робочої рідини К (Re) = 1. Запишемо вирази для втрат потужності на тертя для зовнішньої конічної робочої поверхні. Втрати потужності на тертя в лівій і правій конічних частинах підшипника будуть різні, так як зазори і тиск в шарі робочої рідини в цих частинах будуть різні.

Позначимо втрати потужності для лівої конічної частини *N*<sub>тер.н.лів</sub>, а для правої *N*<sub>тер.н.прав</sub>, і запишемо вирази для визначення цих втрат

$$N_{\text{тер.н.лів}} = \omega \cdot \iint_{S_{\pi}} \tau_{\text{нл}} \, dS_{\pi}, \qquad (4.57)$$
$$N_{\text{тер.н.прав}} = \omega \cdot \iint_{S_{\pi}} \tau_{\text{н\pi}} \, dS_{\pi},$$

де

$$\tau_{\rm H\Pi} = \frac{\mu \cdot U_1}{h_{1\,\Pi B,i}} \cdot K({\rm Re})_{\Pi B} + \frac{h_{1\,\Pi B,i}}{2} \frac{dP_{1,i,j}}{dx_{1,j}};$$
  
$$\tau_{\rm H\Pi} = \frac{\mu \cdot U_1}{h_{1\,\Pi B,i}} \cdot K({\rm Re})_{\Pi P B} + \frac{h_{1\,\Pi B,i}}{2} \frac{dP_{11,i,j}}{dx_{1,j}} - \frac{h_{1\,\Pi B,i}}{dx_{1,j}} - \frac{h_{1\,\Pi B,i}}{dx_{1,j}} + \frac{h_{1$$

 – функції розподілу дотичних напружень для лівої і правої конічних частин підшипника;

 $h_{1, \pi i B, i} = [\delta_{0, \pi i B} - e \cdot \cos(\phi_i - \beta_0)] \cdot \cos \alpha$  – поточне значення зазору для лівої конічної частини підшипника;

 $h_{1,cn,i} = [\delta_{0,npab} - e \cdot cos(\phi_i - \beta_0)] \cdot cos\alpha$  – поточне значення зазору для правої конічної частини підшипника;

$$\delta_{o,3\pi} = R_{cep.\pi} - R_{cep.D1} - e_{oc} \cdot tg\alpha; \ \delta_{o,\pi pab} = R_{cep.\pi} - R_{cep.D1} + e_{oc} \cdot tg\alpha - R_{cep.D1} + R$$

радіальні зазори в лівій і правій конічних частинах підшипника;
 радіальний ексцентриситет в підшипнику, що характеризує відстань між центрами диска і підшипника;

R<sub>сер.п</sub>, R<sub>сер.D1</sub> - середні радіуси підшипника і диска, виміряні посередині довжини половини підшипника;

 $\phi_i$  – поточна кутова окружна координата;

е<sub>ос</sub> – осьовий ексцентриситет підшипника;

$$\alpha$$
 – кут твірної конічної частини підшипника;  
 $K(Re)_{\pi i B} = 1 + 0,0525(\sigma_{*\pi i B}^2 \cdot Re_{\pi i B})^{0,75};$   
 $K(Re)_{\pi p a B} = 1 + 0,0525(\sigma_{*\pi p a B}^2 \cdot Re_{\pi p a B})^{0,75}$ - коефіцієнти турбулентності,  
записані для лівої і правої конічних частин підшипника,

де 
$$\sigma_{*\pi i B} = 0,125 \cdot \text{Re}_{\pi i B}^{0,07}; \sigma_{*\pi p a B} = 0,125 \cdot \text{Re}_{\pi p a B}^{0,07};$$

 $\operatorname{Re}_{\pi i B} = \frac{U_1 \cdot h_{1 c \pi, i}}{\nu}$ ;  $\operatorname{Re}_{\pi p a B} = \frac{U_1 \cdot h_{1 \pi p a B, i}}{\nu} -$  числа Рейнолдса для лівої і правої

конічних частин підшипника;

U<sub>1</sub> – окружна швидкість конічної частини диска, яка визначається по середньому радіусу конічної частини;

h<sub>1лів,і</sub>, h<sub>1прав,і</sub> – нормальні зазори в лівій і правій конічних частинах підшипника;

v – кінематична в'язкість робочої рідини.

Інтегрування дотичних напружень, записаних в виразах (4.57), виконується за площами лівої *S*<sub>л</sub> і правой *S*<sub>п</sub> конічної частини підшипника.

Після підстановки виразів для  $au_{\rm Hn}$  і  $au_{\rm Hn}$  в вихідні вирази (4.57), отримаємо формули для визначення втрат потужності на тертя для двох конічних поверхонь зовнішньої частини підшипника

$$N_{\text{Tep.H.Jib}} = \mu \cdot \omega \cdot R_{\text{cep.D}_{1}} \int_{0}^{L_{\Pi}} \int_{0}^{L_{0KP,H}} \frac{U_{1} \cdot K(\text{Re})_{\text{Jib}}}{h_{1\text{Jib}}} dxdz +$$

$$+\frac{\omega \cdot R_{cepD1}}{2} \int_{0}^{L_{\Pi}} \int_{0}^{L_{0KP,H}} h_{1\pi iB} \frac{dP_{1,i,j}}{dx_{1j}} dx dz, \qquad (4.58)$$

$$N_{\text{тр.н.прав}} = \mu \cdot \omega \cdot R_{\text{cep.D}_1} \int_{0}^{L_{\Pi}} \int_{0}^{L_{\text{OKP.H}}} \frac{U_1 \cdot K(\text{Re})_{\Pi}}{h_{1\Pi,i}} dx dz +$$

$$+\frac{\omega\cdot R_{cepD1}}{2}\int\limits_{0}^{L_{\Pi}}\int\limits_{0}^{L_{0KP,H}}h_{1\pi i}\frac{dP_{11,i,j}}{dx_{1j}}dxdz,$$

де L<sub>п</sub> – довжина підшипника уздовж осі z (рис. 4.2); L<sub>окр.н</sub> – довжина кола конічної частини підшипника по його середньому радіусу.

Інтеграли, що входять до виразу (4.58), розв'язуються чисельно за допомогою формули трапецій [150,151]. Наведемо вирази (4.58) до вигляду, пристосованому для чисельної реалізації

$$N_{\text{тер.н.лів}} = \mu \omega \cdot R_{\text{сер,D1}} \cdot L_{\pi} \cdot \Delta X_{1,j} \cdot \lambda_{1i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{U_{1,i} \cdot K(\text{Re})_{\pi i B}}{h_{1\pi i B}} + \frac{\omega \cdot R_{\text{cepD1}} \cdot \Delta Z}{2} \lambda_{2j} \cdot \sum_{j=1}^{N_2} N_{1,j}, \qquad (4.59)$$

$$N_{\text{тер.н.прав}} = \mu \omega \cdot R_{\text{сер,D1}} \cdot L_{\pi} \cdot \Delta X_{1,j} \cdot \lambda_{1i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{U_{1,i} \cdot K(\text{Re})_{\pi i}}{h_{1\pi i}} +$$

$$+ \frac{\omega \cdot R_{cepD1} \cdot \Delta Z}{2} \lambda_{2j} \cdot \sum_{j=1}^{N_2} N_{2,j},$$

де

$$N_{1,j} = \lambda_{1i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{h_{1,\pi iB,i}(P_{1,i+1,j} - P_{1,i-1,j})}{2};$$

$$N_{2,j} = \lambda_{1i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{h_{1\pi pab,i}(P_{11,i+1,j} - P_{11,i-1,j})}{2};$$

N<sub>1</sub> – число вузлів сітки в окружному напрямку (вісь х);

N<sub>2</sub> – число вузлів сітки по довжині підшипника L<sub>п</sub> (вісь z);

$$\lambda_{1i} = \frac{1}{2}$$
 при і = 1 та і = N<sub>1</sub> и  $\lambda_{1i} = 1$  при і = 2,3, ..., N<sub>1</sub> – 1;  
 $\lambda_{2,j} = \frac{1}{2}$  при ј = 1 та ј = N<sub>2</sub> и  $\lambda_{2,j} = 1$  при ј = 2,3, ..., N<sub>2</sub> – 1.

Запишемо вирази для визначення втрат потужності на тертя на внутрішній циліндричій частині підшипника, які будуть багато в чому аналогічні записаним виразам для конічної частини підшипника

$$N_{\text{TepB}} = \omega \cdot R_{\text{DBH}} \cdot \iint_{S_{\text{BH}}} \tau_{\text{BH}} dS_{\text{BH}}, \qquad (4.60)$$

де

$$\tau_{_{BH}} = \frac{\mu \cdot U_2}{h_{2,i}} K(Re)_{_{BH}} + \frac{h_{2,i}}{2} \frac{dP_{2,i,j}}{dx_2} - функція розподілу$$

дотичних напружень по внутрішній циліндричній частині підшипника;  $h_{2,i} = \delta_{02} + ecos(\phi_i - \beta_0)$  – поточне значення зазору для внутрішньої циліндричної робочої поверхні підшипника;

δ<sub>02</sub> = R<sub>D2</sub> - R<sub>π2</sub> - радіальний зазор для внутрішньої частини підшипника;
 R<sub>D2</sub> і R<sub>π2</sub> - радіуси диска і підшипника для внутрішньої його частини;

$$K(Re)_{BH} = 1 + 0.0525(\sigma_{*2}^2 \cdot Re_2)^{0.75};$$
  
$$\sigma_{*2} = 0.125 \cdot Re_2^{0.07}; \qquad Re_2 = \frac{U_2 \cdot h_{2,i}}{\nu}.$$

Після підстановки виразу для т<sub>вн</sub> в формулу (4.60), отримаємо залежності для визначення втрат потужності на тертя для внутрішньої робочої поверхні підшипника N<sub>терВ</sub>

$$N_{\text{rep},B} = \mu \cdot \omega \cdot R_{D2} \int_{0}^{L_{\Pi,B}} \int_{0}^{L_{0KP,B}} \frac{U_2 \cdot K(\text{Re})_{_{BH}}}{h_{2,i}} dxdz + \frac{\omega \cdot R_{D2}}{2} \int_{0}^{L_{\Pi,B}} \int_{0}^{L_{0KP,B}} h_{2,i} \frac{dP_{2,i,j}}{dx_2} dxdz, \qquad (4.61)$$

де L<sub>п,в</sub> – довжина підшипника внутрішньої циліндричної його частини (вісь z); L<sub>окр.в</sub> – довжина кола робочої поверхні внутрішньої частини підшипника.

Запишемо вираз (4.61) у вигляді, пристосованому для чисельної реалізації з використанням формули трапецій

$$\begin{split} N_{\text{Tep.B}} &= \mu \omega \cdot R_{D2} \cdot L_{\text{II,B}} \cdot \Delta X_2 \cdot \lambda_{3,i} \sum_{i=1}^{N_3} \frac{U_{2,i} \cdot K(\text{Re})_{\text{BH}}}{h_{2,i}} + \\ &+ \frac{\omega \cdot R_{D2} \cdot \Delta Z}{2} \lambda_{4,j} \cdot \sum_{j=1}^{N_4} N_{3,j}; \end{split}$$
(4.62)  
$$\text{ de } N_{3,j} &= \lambda_{3i} \sum_{i=1}^{N_3} \frac{h_{2,i}(P_{2,i+1,j} - P_{2,i-1,j})}{2}; \end{split}$$

N<sub>3</sub> – число вузлів сітки в окружному напрямку (вісь х);

 $N_4$  – число вузлів сітки по довжині підшипника  $L_{\pi,B}$  (вісь z);

$$\lambda_{3,i} = \frac{1}{2}$$
 при i = 1 та i = N<sub>3</sub> i  $\lambda_{3,i} = 1$  при i = 2,3, ..., N<sub>3</sub> – 1;

$$\lambda_{4,j} = \frac{1}{2}$$
 при j = 1 та j = N<sub>4</sub> i  $\lambda_{4,j} = 1$  при j = 2,3, ..., N<sub>4</sub> – 1.

Запишемо вирази (4.59) і (4.62) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\begin{split} \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NTEP,H,IIB}} &= \frac{\overline{\mathrm{L}}_{\mathrm{II}} \cdot \Delta \varphi_{1} \cdot \lambda_{1i}}{\overline{\mathrm{U}}_{1}} \sum_{i=1}^{N_{1}} \frac{\overline{\mathrm{U}}_{1,i} \cdot \mathrm{K}(\mathrm{Re})_{\pi i}}{\overline{\mathrm{h}}_{1,\mathrm{II}}} + \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N1}} \overline{\Delta}\overline{\mathrm{Z}}_{1} \cdot \overline{\mathrm{U}}_{1} \cdot \lambda_{2j} \sum_{j=1}^{N_{2}} \overline{\mathrm{N}}_{1,j}, \\ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NTEP,H,IIDBB}} &= \frac{\overline{\mathrm{L}}_{\mathrm{II}} \cdot \Delta \varphi_{1} \cdot \lambda_{1i}}{\overline{\mathrm{U}}_{2}} \sum_{i=1}^{N_{1}} \frac{\overline{\mathrm{U}}_{1,i} \cdot \mathrm{K}(\mathrm{Re})_{\mathrm{III}}}{\overline{\mathrm{h}}_{1\mathrm{III}}} + \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N1}} \overline{\Delta}\overline{\mathrm{Z}}_{1} \cdot \overline{\mathrm{U}}_{2} \cdot \lambda_{2j} \sum_{j=1}^{N_{2}} \overline{\mathrm{N}}_{2,j}, (4.63) \\ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NB}} &= \frac{\overline{\mathrm{L}}_{\mathrm{IIB}} \cdot \Delta \varphi_{2} \cdot \lambda_{3,i}}{\overline{\mathrm{U}}_{3}} \sum_{i=1}^{N_{3}} \frac{\overline{\mathrm{U}}_{2,i} \cdot \mathrm{K}(\mathrm{Re})_{\mathrm{BH}}}{\overline{\mathrm{h}}_{2,i}} + \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N1}} \cdot \overline{\Delta}\overline{\mathrm{Z}}_{2} \cdot \overline{\mathrm{U}}_{3} \cdot \lambda_{4,j} \sum_{j=1}^{N_{4}} \overline{\mathrm{N}}_{3,j}, \\ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NB}} &= \frac{\overline{\mathrm{L}}_{\mathrm{IIB}} \cdot \Delta \varphi_{2} \cdot \lambda_{3,i}}{\overline{\mathrm{U}}_{3}} \sum_{i=1}^{N_{3}} \frac{\overline{\mathrm{h}}_{1,i}(\overline{\mathrm{P}}_{1,i+1,j} - \overline{\mathrm{P}}_{1,i-1,j})}{2}, \\ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NB}} &= \frac{\overline{\mathrm{L}}_{\mathrm{IIB}} \cdot \Delta \varphi_{2} \cdot \lambda_{3,i}}{\overline{\mathrm{U}}_{3}} \sum_{i=1}^{N_{3}} \frac{\overline{\mathrm{h}}_{1,i}(\overline{\mathrm{P}}_{1,i+1,j} - \overline{\mathrm{P}}_{1,i-1,j})}{2}, \\ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NB}} &= \frac{\overline{\mathrm{L}}_{\mathrm{IIB}} \cdot \Delta \varphi_{2} \cdot \lambda_{3,i}}{\overline{\mathrm{U}}_{3}} \sum_{i=1}^{N_{3}} \frac{\overline{\mathrm{h}}_{1,i}(\overline{\mathrm{P}}_{1,i+1,j} - \overline{\mathrm{P}}_{1,i-1,j})}{2}, \\ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{NB}} &= \frac{\overline{\mathrm{L}}_{\mathrm{IIB}} \cdot \Delta \varphi_{2} \cdot \lambda_{3,i}}{\overline{\mathrm{U}}_{3,i}} \sum_{i=1}^{N_{1}} \frac{\overline{\mathrm{h}}_{1,ii}(\overline{\mathrm{P}}_{1,i+1,j} - \overline{\mathrm{P}}_{1,i-1,j})}{2}, \\ \overline{\mathrm{N}}_{2,j} &= \lambda_{1i} \sum_{i=1}^{N_{1}} \frac{\overline{\mathrm{h}}_{1,ii}(\overline{\mathrm{P}}_{1,i+1,j} - \overline{\mathrm{P}}_{1,i-1,j})}{2}, \\ \overline{\mathrm{N}}_{3,j} &= \lambda_{3i} \sum_{i=1}^{N_{3}} \frac{\overline{\mathrm{h}}_{2,i}(\overline{\mathrm{P}}_{2,i+1,j} - \overline{\mathrm{P}}_{2,i-1,j})}{2}. \end{split}$$

Безрозмірні параметри в виразах (4.63) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\begin{split} \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N}\mathrm{H}\pi\mathrm{i}\mathrm{B}} &= \frac{\mathrm{N}_{\mathrm{T}\mathrm{p}\mathrm{H}\pi\mathrm{i}\mathrm{B}}}{\mu\omega^{2}\mathrm{R}_{\mathrm{cpD1}}^{3}}; \ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N}\mathrm{H}\pi\mathrm{paB}} = \frac{\mathrm{N}_{\mathrm{T}\mathrm{p}\mathrm{H}\pi\mathrm{paB}}}{\mu\omega^{2}\mathrm{R}_{\mathrm{cepD1}}^{3}}; \ \overline{\psi}_{1} = \frac{\delta_{\mathrm{o}\pi}}{\mathrm{R}_{\mathrm{cepD1}}}; \ \overline{\psi}_{2} = \frac{\delta_{\mathrm{o}\pi}}{\mathrm{R}_{\mathrm{cepD1}}}; \\ \overline{\psi}_{3} &= \frac{\delta_{\mathrm{o}2}}{\mathrm{R}_{\mathrm{D2}}}; \ \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N}1} = \frac{\mathrm{P}_{\mathrm{BX}}}{\mu\omega}; \ \overline{\Delta\mathrm{Z}}_{1} = \frac{\Delta\mathrm{Z}_{1}}{\mathrm{L}_{\mathrm{\Pi}}}; \ \overline{\Delta\mathrm{Z}}_{2} = \frac{\Delta\mathrm{Z}_{2}}{\mathrm{L}_{\mathrm{\Pi}\mathrm{B}}}. \end{split}$$

Втрати потужності на тертя для всього підшипника визначаємо як суму втрат на тертя для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь

$$\overline{K}_{NTP\Sigma} = \overline{K}_{N_{TP.H.RPB}} + \overline{K}_{N_{TP.H.RPAB}} + 2\overline{K}_{NB.}$$
(4.64)

Запишемо втрати потужності на прокачування

$$\overline{K}_{N\pi p} = \frac{P_{BX} \cdot Q_{\Sigma}}{\mu \omega^2 R_{cepD1}^3},$$
(4.65)

де Р<sub>вх</sub> – тиск робочої рідини від насоса;

Q<sub>Σ</sub> – сумарна витрата робочої рідини через камери, розташовані на двох робочих поверхнях підшипника (зовнішній і внутрішній).

Сумарні втрати потужності на тертя і прокачування в підшипнику дорівнюватимуть їх сумі

$$\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N}_{\mathrm{T}\Sigma}} = \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N}_{\mathrm{T}\Sigma}} + \overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{N}_{\mathrm{T}\Sigma}}.$$
(4.66)

## 4.7 Рівняння руху диска з валом всередині підшипника

При розв'язанні динамічної задачі використовуються нелінійні рівняння руху жорсткого одномасового ротора.

Розглянемо рівняння руху диска під дією сил ваги і неврівноваженості вала. Вони мають такий вигляд [136]:

$$\frac{G}{g} \left[ \frac{d^2 e}{dt^2} - e \left( \frac{d\beta_0}{dt} \right)^2 \right] = -2I_{\Sigma} + G \cdot \cos\beta_0 + q\omega^2 \cdot \cos(\omega t - \beta_0 + \beta_H), \qquad (4.67)$$

$$\frac{G}{g} \left[ e \frac{d^2 \beta_0}{dt^2} + 2 \frac{d\beta_0}{dt} \frac{de}{dt} \right] = -2J_{\Sigma} - G \cdot \sin\beta_0 + q\omega^2 \cdot \cos(\omega t - \beta_0 + \beta_H), \qquad (4.67)$$

$$+q\omega^2 \cdot \sin(\omega t - \beta_0 + \beta_H),$$

де G = m g - вага вала з дисками;

g – прискорення вільного падіння;

е – ексцентриситет диска в підшипнику;

β<sub>0</sub> – кут положення диска в підшипнику, що характеризує положення лінії центрів диска і підшипника;

 $I_{\Sigma}$  і  $J_{\Sigma}$  – вантажопідйомності підшипника в проекціях на лінію центрів диска і підшипника (вісь у) і напрямок їй перпендикулярний (вісь х), (рис.4.1);

q – залишкова неврівноваженість вала;

ω – кутова швидкість обертання диска з валом;

β<sub>н</sub> – положення осі відліку кутів.

Рівняння (4.67) записані в проекції на рухомі осі, що обертаються з кутовою швидкістю  $\frac{d\beta_0}{dt}$  разом з лінією центрів диска і підшипника.

Запишемо рівняння (4.67) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\overline{m}(\ddot{\overline{\chi}} - \overline{\chi}\dot{\beta}_0^2) = -2\overline{I}_{\Sigma} + \overline{G} \cdot \cos\beta_0 + \overline{q}\cos\left(\frac{\overline{t}}{Sh} - \beta_0 + \beta_H\right),$$

$$(4.68)$$

$$\overline{m}\left(\overline{\chi}\cdot\ddot{\beta_0}+2\overline{\chi}\cdot\dot{\beta}_0\right)=-2\overline{J}_{\Sigma}-\overline{G}\cdot\sin\beta_0+\overline{q}\sin\left(\frac{t}{Sh}-\beta_0+\beta_H\right).$$

Безрозмірні параметри в виразах (4.68) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{\mathbf{m}} = \frac{\mathbf{m} \cdot \delta_{02}}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{cpD1}^2 \cdot \mathbf{T}^2}; \ \overline{\mathbf{I}}_{\Sigma} = \frac{\mathbf{I}_{\Sigma}}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{cpD1}^2}; \ \overline{\mathbf{J}}_{\Sigma} = \frac{\mathbf{J}_{\Sigma}}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{cpD1}^2};$$
$$\overline{\mathbf{G}} = \frac{\mathbf{mg}}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{cpD1}^2}; \ \overline{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{q}\omega^2}{\mathbf{P}_{BX} \cdot \mathbf{R}_{cpD1}^2}; \ \overline{\mathbf{t}} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}}; \ \mathbf{Sh} = \frac{1}{\omega \cdot \mathbf{t}}; \ \chi = \frac{\mathbf{e}}{\delta_{02}}.$$

Для чисельної реалізації рівнянь руху диска в підшипнику (4.68) можна застосувати найбільш раціональний при вирішенні подібних завдань багатокроковий метод Адамса [145-149]. Цей метод має досить гарну стійкість, і помилка внесена на будь-якому етапі не має тенденції до експоненціального зростання.

Метод Адамса заснований на заміні шуканого розв'язка деяким числом членів його розкладання в ряд Тейлора.

Запишемо вираз для методу Адамса четвертого порядку точності

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h_1}{24} (55 \cdot f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}).$$
 (4.69)

Для застосування методу Адамса необхідно звести систему диференціальних рівнянь руху диска (4.68), що мають другий порядок, до системи диференціальних рівнянь першого порядку.

Для цього введемо заміни  $\dot{\beta_0} = z_1, \dot{\bar{\chi}} = z_2$  і наведемо вираз (4.68) до вигляду, зручному для обчислень

$$\dot{\beta}_0 = z_1,$$
  
 $\dot{\bar{\chi}} = z_2,$ 

$$\begin{split} \vec{Z}_{2} &= \bar{\chi} \cdot z_{1}^{2} - \frac{2\dot{I}_{\Sigma}}{\bar{m}} + \frac{\bar{G}}{\bar{m}} \cdot \cos\beta_{0}(K2) + \frac{\bar{q}}{\bar{m}}\cos\left[\frac{\bar{t}}{Sh} - \beta_{0}(K2) - \beta_{H}\right], \quad (4.70) \\ \vec{Z}_{1} &= -\frac{2 \cdot z_{1}z_{2}}{\bar{\chi}} - \frac{2\dot{J}_{\Sigma}}{\bar{m} \cdot \bar{\chi}} - \frac{\bar{G}}{\bar{m}\bar{\chi}} \cdot \sin\beta_{0}(K2) + \frac{\bar{q}}{\bar{m} \cdot \bar{\chi}}\sin\left[\frac{\bar{t}}{Sh} - \beta_{0}(K2) + \beta_{H}\right]. \end{split}$$

Використовуючи вираз (4.69) для методу Адамса, запишемо формули для розрахунку координат і швидкостей центру диска

$$\bar{\chi}(k2+1) = \bar{\chi}(k2) + \frac{h_1}{24} [55 \cdot \dot{\chi}(k2) - \frac{1}{29} \cdot \dot{\chi}(k2-1) + \frac{1}{37} \dot{\chi}(k2-2) - 9 \dot{\chi}(k2-3)],$$

$$\begin{split} \beta_{0}(k2+1) &= \beta_{0}(k2) + \frac{h_{1}}{24} [55 \cdot \dot{\beta_{0}}(k2) - \\ &-59 \cdot \dot{\beta_{0}}(k2-1) + 37 \dot{\beta_{0}}(k2-2) - 9 \dot{\beta_{0}}(k2-3)], \end{split} \tag{4.71} \\ &\dot{\chi}(k2+1) = \dot{\chi}(k2) + \frac{h_{1}}{24} [55 \cdot \vec{Z_{2}}(k2) - \\ &-59 \cdot \vec{Z_{2}}(k2-1) + 37 \vec{Z_{2}}(k2-2) - 9 \vec{Z_{2}}(k2-3)], \\ &\dot{\beta_{0}}(k2+1) = \dot{\beta_{0}}(k2) + \frac{h_{1}}{24} [55 \cdot \vec{Z_{1}}(k2) - \\ &-59 \cdot \vec{Z_{1}}(k2-1) + 37 \vec{Z_{1}}(k2-2) - 9 \vec{Z_{1}}(k2-3)]. \end{split}$$

138

Знаючи координати і швидкості центру шипа, можна визначити прискорення центру диска, використовуючи вирази (4.68).

З виразу (4.71) видно, що для реалізації методу Адамса четвертого порядку точності необхідно мати інформацію про чотири попередні точки. Для отримання вихідної інформації використовуємо однокроковий метод Ейлера

$$\bar{\chi}(k2+1) = \bar{\chi}(k2) + h2 \cdot \dot{\chi}(k2),$$

$$\beta_0(k2+1) = \beta_0(k2) + h2 \cdot \dot{\beta}_0(k2),$$

$$\dot{\chi}(k2+1) = \dot{\chi}(k2) + h_2\{\bar{\chi}(k2) \cdot \dot{\beta}_0^{-2}(k2) - \frac{2I_{\Sigma}}{\bar{m}} + \frac{\bar{G}}{\bar{m}} \cdot \cos\beta_0(k2) + \frac{\bar{q}}{\bar{m}}\cos[\frac{\bar{t}}{Sh} - \beta_0(k2) + \beta_H]\},$$

$$\dot{\beta}_0(k2+1) = \dot{\beta}_0(k2) + h_2\{\frac{2\dot{\beta}_0(k2) \cdot \dot{\chi}(k2)}{\bar{\chi}(k2)} - \frac{2J_{\Sigma}}{\bar{m}\bar{\chi}(k2)} - \frac{\bar{G} \cdot \sin\beta_0(k2)}{\bar{m}} + \frac{\bar{q}}{\bar{\chi}(k2)\bar{m}}\sin[\frac{\bar{t}}{Sh} - \beta_0(k2) + \beta_H]\}.$$
(4.72)

Розглянемо алгоритм розв'язання рівнянь руху диска всередині підшипника під дією змінних зовнішніх сил. Задаючись початковими координатами і швидкостями диска, розв'яжемо спільно рівняння балансу витрат і рівняння Рейнольдса. Обчислюємо при цьому гідродинамічні сили  $I_{\Sigma}$  і  $J_{\Sigma}$ , які діють на диск. За допомогою виразів (4.72) визначаємо нові координати і швидкості центру диска. Тричі застосувавши однокроковий метод Ейлера, на наступних кроках використовуємо вирази (4.70) і (4.71) для багатокрокового методу Адамса.

Розбиваючи розглянутий інтервал часу на кілька обертів (як правило 5 - 10) і застосовуючи викладений алгоритм, розраховуємо траєкторію руху диска. Дуже важливим питанням при розв'язанні задач динаміки є раціональний вибір кроку за часом. Малий крок збільшує час рахунку, а великий крок призводить до більшої похибки розрахунків. Найбільш раціональним для даного завдання є крок, при якому один оберт розбивається на 20 - 50 частин. Для отримання стабільної траєкторії диска всередині підшипника досить прорахувати для кожного варіанта приблизно 5 обертів.

### 4.8 Висновки

4.1.Розроблено математичну модель визначення динамічних характеристик радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу.

4.2.Одержано вирази для визначення зазорів в зовнішній конічній частині підшипника з урахуванням радіальних і осьових зміщень вала в підшипнику.

4.3.Математичні залежності узагальнено на випадок турбулентної течії робочої рідини в щілевому тракті підшипника.

4.4. Математичні залежності доведено до вигляду, пристосованого для чисельної реалізації.

4.5.Застосовано найбільш ефективні чисельні методи реалізації математичних залежностей.

4.5.Розроблено алгоритм реалізації наведеної математичної моделі.

Результати розділу опубліковані в наступних роботах автора: [3].

#### РОЗДІЛ 5

# ТЕОРІЯ ЗДВОЄНОГО РАДІАЛЬНОГО ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНОГО ПІДШИПНИКА З ПРУЖНОЮ УСТАНОВКОЮ РОБОЧИХ ПОВЕРХОНЬ ДИСКУ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ ЗОВНІШНЬОМУ НАВАНТАЖЕННІ

#### 5.1 Визначення тисків в камерах з рівнянь балансу витрат

Даний підшипник можна розглядати як подальший розвиток конструкції здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника, у якого була відсутня пружна установка робочих поверхонь диска. Схему розглянутого підшипника наведено на рис. 5.1. Робочі поверхні диска 1, 2, 3 виконано роздільно з тілом диска і з'єднано з ним за допомогою пружних елементів 4. Пружний елемент може бути як металевим, так і гумовим. При правильному підборі пружних елементів розглянута конструкція підшипника дозволить поліпшити його демпфуючі властивості і розширити діапазон стійкої роботи вала. Положення вала в підшипнику характеризується ексцентриситетом (е) і кутом  $\beta_0$ . Основними характеристиками підшипника є несуча здатність, витрати робочої рідини, втрати потужності на тертя і прокачування і амплітуди коливань диска всередині підшипника. Для отримання динамічних характеристик системи "вал-підшипник" необхідно спільно розв'язати рівняння Рейнольдса, баланса витрат і рівняння руху диска з валом всередині підшипника, а також рівнянь руху кілець, пружно встановлених на диску.

Тиск в камерах визначаємо з рівнянь балансу витрат. На рис.5.2 наведені розгортки зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника.

Баланс витрат записується з умови рівності витрат через вхідні пристрої, що компенсують жиклери, і витрат по контуру і-ої камери. Запишемо баланс витрат для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника



Рис. 5.1 Схема здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника з пружною установкою робочих поверхонь диска



Рис. 5.2 Розгортка зовнішньої (а) і внутрішньої (б) робочих поверхонь підшипника

$$Q_{BX1} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_{V1};$$
(5.1)

$$Q_{BX2} = Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + Q_{V2};$$
(5.2)

де Q<sub>вх1</sub> і Q<sub>вх2</sub> – витрати через вхідні пристрої, жиклери, відповідно для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника.

При записі виразів для витрат  $Q_{Bx1}$  і  $Q_{Bx2}$  скористаємося відомою формулою гідравліки [139-141].

Для жиклерів ці витрати записуються в наступному вигляді:

$$Q_{BX1} = \Psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\pi 1}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (P_{BX} - P_{ki})}; \qquad (5.3)$$

$$Q_{BX2} = \Psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\Re 2}^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (P_{BX} - P_{k1i})}; \qquad (5.4)$$

де  $\Psi_{\text{вх}}$  - коефіцієнт входу, рівний 0,62 - 0,82 [135,136];

r<sub>ж1</sub> і r<sub>ж2</sub> - радіуси жиклерів;

ρ – густина робочої рідини;

Р<sub>вх</sub> – тиск живлення від насоса;

P<sub>ki</sub> і P<sub>k1i</sub> - тиск в і-й камері для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь.

Витрати по контуру і-ої камери з урахуванням переносного і градієнтного течій робочої рідини мають вигляд

$$\begin{split} Q_{1} &= -\frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i} \cdot l_{k1}}{2} + \frac{h_{1,i}^{3} \cdot (P_{k,i} - P_{k,i-1}) \cdot l_{k1}}{12\mu \cdot l_{mk1} \cdot K_{X11}}; \\ Q_{2} &= \frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{1,i+2} \cdot l_{k1}}{2} + \frac{h_{1,i+2}^{3} \cdot (P_{k,i} - P_{k,i+1}) \cdot l_{k1}}{12\mu \cdot l_{mk1} \cdot K_{X12}}; \\ Q_{3} &= Q_{4} = \frac{h_{1,i+1}^{3} \cdot (P_{k,i} - P_{3,n}) \cdot b_{k1}}{12\mu \cdot l_{\Pi 1} \cdot K_{Z1}}; \\ Q_{V1} &= b_{k1} \cdot l_{k1} \cdot (V_{m} - \dot{y_{1}}); \\ Q_{11} &= \frac{-\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i} \cdot l_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i}^{3} \cdot (P_{k1,i} - P_{k1,i-1}) \cdot l_{k2}}{12\mu \cdot l_{mk2} \cdot K_{X21}}; \\ Q_{12} &= \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{2,i+2} \cdot l_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i+1}^{3} \cdot (P_{k1,i} - P_{k1,i+1}) \cdot l_{k2}}{12\mu \cdot l_{mk2} \cdot K_{X22}}; \\ Q_{13} &= Q_{14} = \frac{h_{2,i+1}^{3} \cdot (P_{k1,i} - P_{3,n}) \cdot b_{k1}}{12\mu \cdot l_{\Pi 2} \cdot K_{Z2}}; \\ Q_{V2} &= b_{k2} \cdot l_{k2} \cdot (V_{m} - \dot{y_{3}}); \end{split}$$

де  $l_{\Pi 1}$  і  $l_{\Pi 2}$  - довжина торцевих перемичок камер;

h<sub>1,i</sub> і h<sub>2,i</sub> – зазори в підшипнику, відповідно для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь;

µ – динамічна в'язкість робочої рідини;

ω – кутова швидкість обертання валу;

R<sub>1</sub> і R<sub>2</sub> - радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь підшипника;

l<sub>k1</sub> і l<sub>k2</sub> - довжина камер на зовнішньої і внутрішньої робочих поверхнях підшипника (рис. 5.2);

 $l_{mk1}$  і  $l_{mk2}$  – довжини міжкамерних перемичок підшипника;

Р<sub>зл</sub> – тиск робочої рідини на зливі;

b<sub>k1</sub> і b<sub>k2</sub> - ширина камер;

 $Q_{V1}\,\,i\,\,Q_{V2}\,$  - витрати робочої рідини, обумовлені рухом вала з диском;

V<sub>m</sub> – швидкість руху вала уздовж лінії центрів диска і підшипника;

 $\dot{y}_1$  і  $\dot{y}_3$  – швидкості руху зовнішнього та внутрішнього кілець, встановлених на диску;

К<sub>X11</sub>, К<sub>X12</sub>, К<sub>Z1</sub>, К<sub>X21</sub>, К<sub>X22</sub>, К<sub>Z2</sub> – коефіцієнти турбулентності.

Коефіцієнти турбулентності визначаємо за методом В.Н. Константинеску [100-102]. Відповідно до цього методу їх визначають наступним чином:

$$\begin{split} & K_{X11} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*11}^2 \cdot \text{Re}_{11})^{0,725}; \\ & K_{X12} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*12}^2 \cdot \text{Re}_{12})^{0,725}; \\ & K_{Z1} = 1 + 0,0247 \cdot (\sigma_{*1}^2 \cdot \text{Re}_{11})^{0,65}; \\ & K_{X21} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*21}^2 \cdot \text{Re}_{21})^{0,725}; \\ & K_{X22} = 1 + 0,044 \cdot (\sigma_{*22}^2 \cdot \text{Re}_{22})^{0,725}; \\ & K_{Z2} = 1 + 0,0247 \cdot (\sigma_{*2}^2 \cdot \text{Re}_{21})^{0,65}; \end{split}$$

де  $\sigma_{*11} = 0,125 \cdot \text{Re}_{11}^{0,07}; \sigma_{*12} = 0,125 \cdot \text{Re}_{12}^{0,07}; \sigma_{*1} = 0,125 \cdot \text{Re}_{1}^{0,07};$   $\sigma_{*21} = 0,125 \cdot \text{Re}_{21}^{0,07}; \sigma_{*22} = 0,125 \cdot \text{Re}_{22}^{0,07}; \sigma_{*2} = 0,125 \cdot \text{Re}_{2}^{0,07};$   $\text{Re}_{11} = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i}/\nu; \text{Re}_{12} = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i+2}/\nu; \text{Re}_1 = \text{U}_1 \cdot \text{h}_{1,i+1}/\nu;$   $\text{Re}_{21} = \text{U}_2 \cdot \text{h}_{2,i}/\nu; \quad \text{Re}_{22} = \text{U}_2 \cdot \text{h}_{2,i+2}/\nu; \quad \text{Re}_2 = \text{U}_2 \cdot \text{h}_{2,i+1}/\nu -$ числа Рейнольдса;

 $U_1 = \omega \cdot R_{k1}$  і  $U_2 = \omega \cdot R_{k2}$  – окружні швидкості;  $R_{k1}$  і  $R_{k2}$  – радіуси кілець, пружно встановлених на диску; ν – кінематична в'язкість робочої рідини.

3 рівнянь балансу витрат (5.1) і (5.2), після підстановки виразів (5.3), (5.4) і (5.5), запишемо вирази для визначення тисків в і-й камері, пристосовані для чисельної реалізації.

Попередньо введемо позначення

$$\begin{split} \mathbf{a}_{1} &= \frac{\omega \cdot \mathbf{R}_{1} \cdot \mathbf{h}_{1,i} \cdot \mathbf{l}_{k1}}{2}; \qquad \mathbf{B}_{1} = \frac{\omega \cdot \mathbf{R}_{2} \cdot \mathbf{h}_{2,i} \cdot \mathbf{l}_{k2}}{2}; \\ \mathbf{a}_{2} &= \frac{\mathbf{h}_{1,i}^{3} \cdot \mathbf{l}_{k1}}{12\mu \cdot \mathbf{l}_{mk1} \cdot \mathbf{K}_{X11}}; \qquad \mathbf{B}_{2} = \frac{\mathbf{h}_{2,i}^{3} \cdot \mathbf{l}_{k2}}{12\mu \cdot \mathbf{l}_{mk2} \cdot \mathbf{K}_{X21}}; \\ \mathbf{a}_{3} &= \frac{\omega \cdot \mathbf{R}_{1} \cdot \mathbf{h}_{1,i+2} \cdot \mathbf{l}_{k1}}{2}; \qquad \mathbf{B}_{3} = \frac{\omega \cdot \mathbf{R}_{2} \cdot \mathbf{h}_{2,i+2} \cdot \mathbf{l}_{k2}}{2}; \\ \mathbf{a}_{4} &= \frac{\mathbf{h}_{1,i+2}^{3} \cdot \mathbf{l}_{k1}}{12\mu \cdot \mathbf{l}_{mk1} \cdot \mathbf{K}_{X12}}; \qquad \mathbf{B}_{4} = \frac{\mathbf{h}_{2,i+2}^{3} \cdot \mathbf{l}_{k2}}{12\mu \cdot \mathbf{l}_{mk2} \cdot \mathbf{K}_{X22}}; \\ \mathbf{a}_{5} &= \frac{\mathbf{h}_{1,i+1}^{3} \cdot \mathbf{B}_{k1}}{12\mu \cdot \mathbf{l}_{n1} \cdot \mathbf{K}_{Z1}}; \qquad \mathbf{B}_{5} = \frac{\mathbf{h}_{2,i+1}^{3} \cdot \mathbf{B}_{k2}}{12\mu \cdot \mathbf{l}_{n2} \cdot \mathbf{K}_{Z2}}; \\ \mathbf{a}_{6} &= \mathbf{B}_{k1} \cdot \mathbf{l}_{k1} \cdot \left(\mathbf{V}_{m} - \dot{\mathbf{y}}_{1}\right); \qquad \mathbf{B}_{6} &= \mathbf{B}_{k2} \cdot \mathbf{l}_{k2} \cdot \left(\mathbf{V}_{m} - \dot{\mathbf{y}}_{3}\right); \\ \mathbf{a}_{7} &= \psi_{BX} \cdot \pi \cdot \mathbf{r}_{\text{w}1}^{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}; \qquad \mathbf{B}_{7} &= \psi_{BX} \cdot \pi \cdot \mathbf{r}_{\text{w}2}^{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}. \end{split}$$

Тоді рівняння (5.1) і (5.2) приймуть вигляд

$$\begin{split} a_{7}\sqrt{P_{BX}-P_{k,i}} &= -a_{1} + a_{2}\left(P_{k,i}-P_{k,i-1}\right) + a_{3} + a_{4}\left(P_{k,i}-P_{k,i+1}\right) + \\ &+ 2a_{5}\left(P_{k,i}-P_{c\pi}\right) + a_{6}; \\ B_{7}\sqrt{P_{BX}-P_{k1,i}} &= -B_{1} + B_{2}\left(P_{k1,i}-P_{k1,i-1}\right) + B_{3} + B_{4}\left(P_{k1,i}-P_{k1,i+1}\right) + \\ &+ 2B_{5}\left(P_{k1,i}-P_{c\pi}\right) + B_{6}. \end{split}$$

Об'єднаймо складові, які містять тиск в камерах, в один доданок і введемо додаткові позначення

$$\begin{aligned} a_8 &= a_2 + a_4 + 2a_5; & B_8 &= B_2 + B_4 + 2B_5; \\ a_{9,i} &= \frac{a_7}{a_8}; & B_{9,i} &= \frac{B_7}{B_8}; \\ a_{10,i} &= \frac{a_1 - a_3 + 2a_5 \cdot P_{c\pi} - a_6}{a_8}; & B_{10,i} &= \frac{B_1 - B_3 + 2B_5 \cdot P_{c\pi} - B_6}{B_8}; \\ a_{11,i} &= \frac{a_2}{a_8}; & B_{11,i} &= \frac{B_2}{B_8}; \\ a_{12,i} &= \frac{a_4}{a_8}; & B_{12,i} &= \frac{B_4}{B_8}. \end{aligned}$$

Тоді остаточно запишемо вирази для визначення тисків у камерах, пристосовані для чисельної реалізації

$$(P_{k,i})_{n+1} = a_{9,i}\sqrt{P_{BX} - (P_{k,i})_n} + a_{11,i} \cdot (P_{k,i-1})_n + a_{12,i} \cdot (P_{k,i+1})_n + a_{10,i};$$
(5.6)  
$$(P_{k1,i})_{n+1} = B_{9,i}\sqrt{P_{BX} - (P_{k1,i})_n} + B_{11,i} \cdot (P_{k1,i-1})_n + B_{12,i} \cdot (P_{k1,i+1})_n + B_{10,i}.$$
(5.7)

Запишемо вирази (5.6) і (5.7) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\left(\overline{P}_{k,i}\right)_{n+1} = \overline{a}_{9,i}\sqrt{1 - \left(\overline{P}_{k,i}\right)_n} + \overline{a}_{11,i} \cdot \left(\overline{P}_{k,i-1}\right)_n + \overline{a}_{12,i} \cdot \left(\overline{P}_{k,i+1}\right)_n + \overline{a}_{10,i}; \quad (5.8)$$

$$\left(\overline{\mathbf{P}}_{k1,i}\right)_{n+1} = \overline{\mathbf{B}}_{9,i}\sqrt{1 - \left(\overline{\mathbf{P}}_{k1,i}\right)_{n}} + \overline{\mathbf{B}}_{11,i} \cdot \left(\overline{\mathbf{P}}_{k1,i-1}\right)_{n} + \overline{\mathbf{B}}_{12,i} \cdot \left(\overline{\mathbf{P}}_{k1,i+1}\right)_{n} + \overline{\mathbf{B}}_{10,i}.$$
 (5.9)

Безрозмірні параметри в виразах (5.8) і (5.9) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{P}_{k,i} = \frac{P_{k,i}}{P_{BX}}; \quad \overline{a}_{9,i} = \frac{a_{9,i}}{\sqrt{P_{BX}}}; \\ \overline{a}_{11,i} = a_{11,i}; \\ \overline{a}_{12,i} = a_{12,i}; \\ \overline{a}_{10,i} = \frac{a_{10,i}}{P_{BX}}; \\ \overline{P}_{k1,i} = \frac{P_{k1,i}}{P_{BX}}; \quad \overline{B}_{9,i} = \frac{B_{9,i}}{\sqrt{P_{BX}}}; \\ \overline{B}_{11,i} = B_{11,i}; \\ \overline{B}_{12,i} = B_{12,i}; \\ \overline{B}_{10,i} = \frac{B_{10,i}}{P_{BX}}; \\ \end{array}$$

Задаючись початковими значеннями тисків в камерах  $(\overline{P}_{k,i})_n$  і  $(\overline{P}_{k1,i})_n$ , отримуємо нові значення тисків на n + 1 кроці за виразами (5.8) і (5.9). Ітераційний процес продовжується до тих пір, поки попередні і подальші значення тисків в камерах будуть менше заданої точності рішення ( $\varepsilon_1$ ), тобто

$$\left| \left( \overline{P}_{k,i} \right)_{n+1} - \left( \overline{P}_{k,i} \right)_{n} \right| \leq \varepsilon_{1}, \quad \left| \left( \overline{P}_{k1,i} \right)_{n+1} - \left( \overline{P}_{k1,i} \right)_{n} \right| \leq \varepsilon_{1}.$$
(5.10)

# 5.2 Визначення функції розподілу тиску на міжкамерних перемичках з розв'язку рівнянь Рейнольдса

Тиск на міжкамерних перемичках визначаємо з розв'язків рівнянь Рейнольдса, які отримуємо з спільного розв'язання рівнянь руху в'язкої рідини (закон кількості рухів) і рівняння нерозривності або суцільності (закон збереження маси) [136], [144]. Загальне розв'язання рівнянь руху в'язкої рідини в даний час представляє значні математичні труднощі через нелінійність системи рівнянь. Розв'язати цю систему можна тільки при лінеаризації окремих рівнянь.

Якщо у вихідних рівняннях руху відкинути доданки порядку  $\Psi = \delta / R$  (де  $\delta$  - зазор в підшипнику, а R - радіус підшипника) і вище, то прийдемо до системи, яка в розмірному вигляді запишеться так:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial V_x}{\partial y} \right);$$
$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0; \qquad (5.11)$$

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial V_z}{\partial y} \right).$$

Записана система рівнянь має назву рівнянь Рейнольдса для мастильного шару. Незмінюваність стану мастила по товщині шару дозволяє проінтегрувати перше і третє рівняння системи (5.11). Вважаючи потік мастила ізотермічним, коефіцієнт динамічної в'язкості  $\mu$  можна вивести за знак диференціала, і після подвійного інтегрування першого і третього рівнянь (5.11) отримати вирази для швидкостей течії мастила в окружному V<sub>x</sub> та осьову V<sub>z</sub> напрямках

$$V_{x} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^{2}C_{1} \cdot y + D_{1},$$
$$V_{z} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} y^{2}C_{2} \cdot y + D_{2},$$

де  $C_1$ ,  $D_1$  і  $C_2$ ,  $D_2$  – постійні інтегрування, які визначаються з граничних умов.

Використовуючи умову прилипання мастила до поверхонь, які обмежують мастильний шар, граничні умови для швидкостей V<sub>x</sub> і V<sub>z</sub> можна записати у вигляді

при y = 0 
$$V_x = 0$$
,  $V_z = 0$ ,  $V_z = 0$ , при y = h  $V_x = U$ ,  $V_z = w$ ,

де U і W – складові відносної швидкості рухомого елемента пари, що треться в напрямку осей X і Z.

Використовуючи граничні умови запишемо вирази для швидкостей течії мастила

$$V_{x} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y(y - h) + U \frac{y}{h}$$
(5.12)  
$$V_{z} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} y(y - h) + W \frac{y}{h}.$$

Запишемо рівняння нерозривності або суцільності

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial (pVx)}{\partial x} + \frac{\partial (pV_y)}{\partial y} + \frac{\partial (pV_z)}{\partial z} = 0.$$
 (5.13)

Для нестисливого мастила його густина р буде постійною, і рівняння суцільності набуде вигляду

$$\frac{\partial \mathbf{V}\mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{V}_{\mathbf{y}}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{v}_{2}}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{0}.$$
 (5.14)

Інтегруючи рівняння суцільності (5.14) по у в межах товщини шару, отримаємо

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \int_0^h V_x \, \mathrm{d}y \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \int_0^h V_z \, \mathrm{d}y \right) + \left. V_y \right|_0^h = 0. \tag{5.15}$$

Позначимо швидкість зближення граничних поверхонь уздовж осі у, спрямованої по товщині мастила, через V, де V - швидкість переміщення вала з диском, а ý - швидкість переміщення кілець на пружній основі диска.

Тоді об'ємна витрата мастила в окружному і осьовому напрямках в одиницю часу буде дорівнювати

$$\int_0^h V_x \, \mathrm{d}y = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{U \cdot h}{2} \,, \tag{5.16}$$
$$\int_0^h V_z \, \mathrm{d}y = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{W \cdot h}{2} \,.$$

Після підстановки виразу (5.16) в рівняння суцільності (5.15) отримаємо рівняння Рейнольдса для підшипника скінченної ширини

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu \frac{\partial (h \cdot U)}{\partial x} + 12\mu (V - \dot{y}). \quad (5.17)$$

У рівнянні (5.17) прийнята швидкість переміщення вала з диском в осьовому напрямку W=0.

Узагальнимо рівняння Рейнольдса (5.17) на випадок турбулентної течії мастила за допомогою коефіцієнтів K<sub>x</sub> і K<sub>z</sub>

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{K_x} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{K_z} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu \frac{\partial (h \cdot U)}{\partial x} + 12\mu (V - \dot{y}).$$
(5.18)

Для визначення функції зміни тиску на міжкамерних перемичках запишемо рівняння Рейнольдса для зовнішньої і внутрішньої частини підшипника, які з урахуванням загальноприйнятих у гідродинамічної теорії мастила припущень мають такий вигляд:

а) для зовнішньої частини підшипника

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\mathbf{h}_1^3}{\mathbf{k}_{x_1}} \frac{\partial \mathbf{P}_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z^1} \left( \frac{\mathbf{h}_1^3}{\mathbf{k}_{z^1}} \frac{\partial \mathbf{p}_1}{\partial z_1} \right) = 6\mu \frac{\partial (\mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{h}_1)}{\partial x_1} + 12\mu (\mathbf{V} - \dot{\mathbf{y}_1}); \quad (5.19)$$

б) для внутрішньої частини підшипника

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{h_2^3}{k_{x_2}} \frac{\partial P_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial z^2} \left( \frac{h_2^3}{k_{z^2}} \frac{\partial p_2}{\partial z_2} \right) = 6\mu \frac{\partial (U_2 \cdot h_2)}{\partial x_2} + 12\mu (V - \dot{y_3}); \quad (5.20)$$

де x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub> і z<sub>1</sub>, z<sub>2</sub> - окружні та осьові координати в підшипнику;

Р<sub>1</sub>, Р<sub>2</sub> - поточні значення тисків на міжкамерних перемичках;

μ - динамічна в'язкість робочої рідини;

 $K_{x1}, K_{x2}, K_{z1}, K_{z2}$ - коефіцієнти турбулентності;

U<sub>1</sub>, U<sub>2</sub> - окружні швидкості зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь диска;

V - швидкість зближення диска з валом і підшипника;

ý<sub>1</sub>і ý<sub>3</sub>- швидкості переміщення кілець, пружно встановлених на диску.

При змінних кутових швидкостях або навантаженнях диск в підшипнику буде здійснювати складний рух, що складається з обертання з кутовою швидкістю, поступального уздовж лінії центрів диска і підшипника, а також обертального руху разом з лінією центрів. Вирази для швидкостей точок диска  $U_1, U_2$  і V уздовж лінії центрів і перпендикулярно цій лінії мають вигляд

$$V = \frac{de}{dt}\cos(\varphi - \beta_0) + e\frac{d\beta_0}{dt}\sin(\varphi - \beta_0);$$

$$U_1 = \omega \cdot R_{\kappa 1} + \frac{de}{dt}\sin(\varphi - \beta_0) - e\frac{d\beta_0}{dt}\cos(\varphi - \beta_0);$$

$$U_2 = \omega \cdot R_{\kappa 2} + \frac{de}{dt}\sin(\varphi - \beta_0) - e\frac{d\beta_0}{dt}\cos(\varphi - \beta_0).$$
(5.21)

Коефіцієнти турбулентності запишемо, скориставшись методом В.Н. Константинеску [100-102]

$$\begin{split} \mathbf{K}_{x1} &= 1 + 0.44 \cdot \left(\sigma_{x1}^2 \cdot \mathrm{Re}_1\right)^{0.725}; \mathbf{K}_{z1} = 1 + 0.0247 \cdot \left(\sigma_{x1}^2 \cdot \mathrm{Re}_1\right)^{0.65}; \\ \mathbf{K}_{x2} &= 1 + 0.44 \cdot \left(\sigma_{x2}^2 \cdot \mathrm{Re}_2\right)^{0.725}; \mathbf{K}_{z2} = 1 + 0.0247 \cdot \left(\sigma_{x2}^2 \cdot \mathrm{Re}_2\right)^{0.65}; (5.22) \\ \sigma_{x1} &= 0.125 \cdot \mathrm{Re}_1^{0.07}; \sigma_{x2} = 0.125 \cdot \mathrm{Re}_2^{0.07}; \end{split}$$

де  $\operatorname{Re}_1 = \frac{U_1 \cdot h_{1,i}}{v}$  і  $\operatorname{Re}_2 = \frac{U_2 \cdot h_{2,i}}{v}$  - числа Рейнольдса для зовнішньої і

внутрішньої частин підшипника;

V - кінематична в'язкість робочої рідини.

Поточні значення зазорів  $h_{1,i}, h_{2,i}$  запишемо з урахуванням переміщень робочих поверхонь диска

$$h_{1,i} = \delta_{01} - (e - y_1) \cdot \cos(\varphi - \beta_0),$$
  

$$h_{2,i} = \delta_{02} + (e - y_3) \cdot \cos(\varphi - \beta_0).$$
(5.23)

де  $\delta_{01} = R_{\Pi 1} - R_{K1}$  і  $\delta_{02} = R_{K2} - R_{\Pi 2}$  - радіальні зазори для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь підшипника;

R<sub>П1</sub>, R<sub>П2</sub> - радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь підшипника;

R<sub>K1</sub>, R<sub>K2</sub> - радіуси зовнішньої та внутрішньої робочих поверхонь кілець;

е - ексцентриситет, що характеризує відстань між центрами підшипника і диска;

arphi - поточна кутова окружна координата в підшипнику;

 $\beta_0$  - кут положення диска в підшипнику (рис. 5.1);

у<sub>1</sub>, у<sub>3</sub>- пружні переміщення робочих поверхонь кілець.

Запишемо вирази (5.19) і (5.20) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_{l}} \left( \frac{\overline{h}_{1}^{3}}{Kx_{1}} \cdot \frac{\partial \overline{P}_{1}}{\partial \varphi_{l}} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{z}_{1}} \left( \frac{\overline{h}_{1}^{3}}{Kz_{1}} \cdot \frac{\partial \overline{P}_{1}}{\partial \overline{z}_{1}} \right) = \Omega_{1} \frac{\partial (\overline{U}_{1} \cdot \overline{h}_{1})}{\partial \varphi_{l}} + \Omega \mathbf{1}_{1} \cdot \overline{V}_{1};$$
(5.24)

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left( \frac{\overline{h}_2^3}{Kx_2} \cdot \frac{\partial \overline{P}_2}{\partial \varphi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{z}_2} \left( \frac{\overline{h}_2^3}{Kz_2} \cdot \frac{\partial \overline{P}_2}{\partial \overline{z}_2} \right) = \Omega_2 \frac{\partial (\overline{U}_2 \cdot \overline{h}_2)}{\partial \varphi_2} + \Omega \mathbb{1}_2 \cdot \overline{V}_2; \quad (5.25)$$

де

$$\begin{split} &\overline{U}_{1} = 1 + \overline{U}_{e1} \cdot \sin(\varphi - \beta_{0}) - \overline{U}_{\beta 1} \cdot \cos(\varphi - \beta_{0}); \\ &\overline{U}_{2} = 1 + \overline{U}_{e2} \cdot \sin(\varphi - \beta_{0}) - \overline{U}_{\beta 2} \cdot \cos(\varphi - \beta_{0}); \\ &\overline{V}_{1} = \frac{\partial \overline{\chi}_{1}}{\partial \overline{t}} \cdot \cos(\varphi - \beta_{0}) + \overline{\chi}_{1} \frac{\partial \beta_{0}}{\partial \overline{t}} \cdot \sin(\varphi - \beta_{0}) - \dot{\overline{y}}_{1}; \\ &\overline{V}_{2} = \frac{\partial \overline{\chi}_{2}}{\partial \overline{t}} \cdot \cos(\varphi - \beta_{0}) + \overline{\chi}_{2} \frac{\partial \beta_{0}}{\partial \overline{t}} \cdot \sin(\varphi - \beta_{0}) - \dot{\overline{y}}_{3}. \end{split}$$

Безрозмірні параметри в виразах (5.24) і (5.25) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\begin{split} \overline{\chi}_{1} &= \frac{e}{\delta_{01}}; \overline{\chi}_{2} = \frac{e}{\delta_{02}}; \overline{h}_{1} = \frac{h_{1}}{\delta_{01}}; \overline{h}_{2} = \frac{h_{2}}{\delta_{02}}; \\ \phi_{1} &= \frac{X_{1}}{R_{K1}}; \phi_{2} = \frac{X_{2}}{R_{K2}}; \overline{Z}_{1} = \frac{Z_{1}}{R_{K1}}; \overline{Z}_{2} = \frac{Z_{2}}{R_{K2}}; \\ \overline{P}_{1} &= \frac{P_{1}}{P_{BX}}; \overline{P}_{2} = \frac{P_{2}}{P_{BX}}; \Omega_{1} = \frac{6\mu\omega \cdot R_{K1}^{2}}{\delta_{01}^{2} \cdot P_{BX}}; \Omega_{2} = \frac{6\mu\omega \cdot R_{K2}^{2}}{\delta_{02}^{2} \cdot P_{BX}}; \\ \Omega I_{1} &= \frac{12\mu \cdot R_{K1}^{2}}{\delta_{01}^{2} \cdot P_{BX} \cdot T}; \Omega I_{2} = \frac{12\mu \cdot R_{K2}^{2}}{\delta_{02}^{2} \cdot P_{BX} \cdot T}; \overline{U}_{1} = \frac{U_{1}}{\omega \cdot R_{K1}}; \\ \overline{U}_{e1} &= \frac{1}{\omega \cdot R_{K1}} \cdot \frac{de}{dt}; \overline{U}_{\beta 1} = \frac{e}{\omega \cdot R_{K1}} \cdot \frac{d\beta_{0}}{dt}; \overline{U}_{2} = \frac{U_{2}}{\omega \cdot R_{K2}}; \\ \overline{U}_{e2} &= \frac{1}{\omega \cdot R_{K2}} \cdot \frac{de}{dt}; \overline{U}_{\beta 2} = \frac{e}{\omega \cdot R_{K2}} \cdot \frac{d\beta_{0}}{dt}; \\ \end{split}$$

$$\overline{\mathbf{t}} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}}; \mathbf{T} = \frac{2\pi}{\omega}; \delta_{o1} = \mathbf{R}_{\Pi 1} - \mathbf{R}_{\kappa 1}; \delta_{o2} = \mathbf{R}_{\kappa 2} - \mathbf{R}_{\Pi 2};$$
$$\overline{\mathbf{V}}_{1} = \frac{\mathbf{V}_{1} \cdot \mathbf{T}}{\delta_{o1}}; \overline{\mathbf{V}}_{2} = \frac{\mathbf{V}_{2} \cdot \mathbf{T}}{\delta_{o2}}; \dot{\overline{\mathbf{Y}}}_{1} = \frac{\dot{\mathbf{y}}_{1} \cdot \mathbf{T}}{\delta_{o1}}; \dot{\overline{\mathbf{Y}}}_{3} = \frac{\dot{\mathbf{y}}_{3} \cdot \mathbf{T}}{\delta_{o2}};$$

Для запису рівнянь (5.24) і (5.25) в скінченно-різницевому вигляді поверхні між камерами зовнішньої і внутрішньої частин підшипника покриємо регулярними сітками з кроками  $\Delta \varphi_1$ ;  $\Delta \varphi_2$  і  $\Delta \overline{Z}_1$ ,  $\Delta \overline{Z}_2$ , і часні похідні запишемо в скінченно-різницевому вигляді, використовуючи п'ятиточковий шаблон

$$\begin{split} & \frac{\partial}{\partial \phi_{1}} \Biggl( \frac{\bar{h}_{1}^{3}}{K_{X1}} \cdot \frac{\partial \bar{P}_{1}}{\partial \phi_{1}} \Biggr) = \frac{\bar{h}_{1,i}^{3}}{K_{X1,i}} \frac{\left( \bar{P}_{1,i+1,j} - 2\bar{P}_{1,i,j} + \bar{P}_{1,i-1,j} \right)}{\Delta \phi_{1}^{2}} + \\ & + \frac{3\bar{h}_{1,i}^{2} \cdot (\bar{h}_{1,i+1} - \bar{h}_{1,i-1})(\bar{P}_{1,i+1,j} - \bar{P}_{1,i-1,j})}{K_{X1,i} \cdot 4\Delta \phi_{1}^{2}} - \frac{\bar{h}_{1,i}^{3}(K_{X1,i+1} - K_{X1,i-1}) \cdot \left( \bar{P}_{1,i+1,j} - \bar{P}_{1,i-1,j} \right)}{K_{X1,i}^{2} \cdot 4\Delta \phi_{1}^{2}}; \\ F_{2,i} &= \Omega_{2} \cdot \frac{\partial \left( \bar{U}_{2} \cdot \bar{h}_{2i} \right)}{\partial \phi_{2}} + \Omega 2_{2} \cdot \bar{V}_{2} = \frac{\Omega_{2} \cdot \bar{h}_{2,i} \cdot \left( \bar{U}_{2,i+1} - \bar{U}_{2,i-1} \right)}{2\Delta \phi_{2}} + \\ & + \frac{\Omega_{2} \cdot \bar{U}_{2,i} \cdot (\bar{h}_{2,i+1} - \bar{h}_{2,i-1})}{2\Delta \phi_{2}} + \Omega 2_{2} \cdot \bar{V}_{2}; \end{split}$$

$$\begin{split} \frac{\partial}{\partial \overline{z}_{1}} & \left( \frac{\overline{h}_{1}^{3}}{K_{z1}} \cdot \frac{\partial \overline{P}_{1}}{\partial \overline{z}_{1}} \right) = \frac{\overline{h}_{1,i}^{3}}{K_{z1,i}} \frac{\left( \overline{P}_{1,i,j+1} - 2\overline{P}_{1,i,j} + \overline{P}_{1,i,j-1} \right)}{\Delta \overline{z}_{1}^{2}}; \\ F_{1,i} &= \Omega_{1} \cdot \frac{\partial \left( \overline{U}_{1} \cdot \overline{h}_{1} \right)}{\partial \phi_{1}} + \Omega \mathbf{1}_{1} \cdot \overline{V}_{1} = \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{h}_{1,i} \cdot \left( \overline{U}_{1,i+1} - \overline{U}_{1,i-1} \right)}{2\Delta \phi_{1}} + \\ & + \frac{\Omega_{1} \cdot \overline{U}_{1,i} \cdot \left( \overline{h}_{1,i+1} - \overline{h}_{1,i-1} \right)}{2\Delta \phi_{1}} + \Omega \mathbf{1}_{1} \cdot \overline{V}_{1}; \\ \frac{\partial}{\partial \phi_{2}} \left( \frac{\overline{h}_{2}^{3}}{K_{x2}} \cdot \frac{\partial \overline{P}_{2}}{\partial \phi_{2}} \right) = \frac{\overline{h}_{2,i}^{3}}{K_{x2,i}} \frac{\left( \overline{P}_{2,i+1,j} - 2\overline{P}_{2,i,j} + \overline{P}_{2,i-1,j} \right)}{\Delta \phi_{2}^{2}} + \frac{3\overline{h}_{2,i}^{2} \cdot \left( \overline{h}_{2,i+1} - \overline{h}_{2,i-1} \right)}{K_{x2,i} \cdot 4\Delta \phi_{2}^{2}} \cdot \\ \cdot \left( \overline{P}_{2,i+1,j} - \overline{P}_{2,i-1,j} \right) - \frac{\overline{h}_{2,i}^{3} \left( K_{x2,i+1} - K_{x2,i-1} \right) \cdot \left( \overline{P}_{2,i+1,j} - \overline{P}_{2,i-1,j} \right)}{K_{x2,i}^{2} \cdot 4\Delta \phi_{2}^{2}}; \\ \frac{\partial}{\partial \overline{z}_{2}} \left( \frac{\overline{h}_{2}^{3}}{K_{z2}} \cdot \frac{\partial \overline{P}_{2}}{\partial \overline{z}_{2}} \right) = \frac{\overline{h}_{2,i}^{3}}{K_{z2,i}} \frac{\left( \overline{P}_{2,i,j+1} - 2\overline{P}_{2,i,j} + \overline{P}_{2,i,j-1} \right)}{\Delta \overline{z}_{2}^{2}} \cdot \end{split}$$

Введемо позначення

$$\begin{split} H_{1,i} &= \frac{\overline{h}_{1,i}^{3}}{K_{X1,i} \cdot \Delta \varphi_{1}^{2}}; \\ H_{2,i} &= \frac{3 \cdot \overline{h}_{1,i}^{2} \cdot (\overline{h}_{1,i+1} - \overline{h}_{1,i-1})}{K_{X1,i} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_{1}^{2}}; \\ H_{3,i} &= \frac{\overline{h}_{1,i}^{3} \cdot (K_{X1,i+1} - K_{X1,i-1})}{K_{X1,i}^{2} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_{1}^{2}}; \\ H_{4,i} &= \frac{\overline{h}_{1,i}^{3}}{K_{Z1,i} \cdot \Delta \overline{z}_{1}^{2}}; \\ H_{5,i} &= H_{1,i} + H_{2,i} - H_{3,i}; \\ E_{4,i} &= \frac{\overline{h}_{2,i}^{3}}{K_{Z2,i} \cdot \Delta \overline{z}_{2}^{2}}; \\ E_{5,i} &= E_{1,i} + E_{2,i} - E_{3,i}; \end{split}$$

$$\begin{split} H_{6,i} &= -2 \cdot H_{1,i} - 2 \cdot H_{4,i} \\ H_{7,i} &= H_{1,i} - H_{2,i} + H_{3,i}; \\ E_{1,i} &= \frac{\overline{h}_{2,i}^3}{K_{X2,i} \cdot \Delta \varphi_2^2}; \\ E_{2,i} &= \frac{3 \cdot \overline{h}_{2,i}^2 \cdot (\overline{h}_{2,i+1} - \overline{h}_{2,i-1})}{K_{X2,i} \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_2^2}; \\ E_{3,i} &= \frac{\overline{h}_{2,i}^3 \cdot (K_{X2,i+1} - K_{X2,i-1})}{K_{X2,i}^2 \cdot 4 \cdot \Delta \varphi_2^2}; \end{split}$$

$$E_{6,i} = -2 \cdot E_{1,i} - 2 \cdot E_{4,i};$$
$$E_{7,i} = E_{1,i} - E_{2,i} + E_{3,i}.$$

Запишемо вирази (5.24) і (5.25) у вигляді скінченних різниць

$$H_{5,i} \cdot \overline{P}_{1,i+1,j} + H_{6,i} \cdot \overline{P}_{1,i,j} + H_{7,i} \cdot \overline{P}_{1,i-1,j} + H_{4,i} \cdot \overline{P}_{1,i,j+1} + H_{4,i} \cdot \overline{P}_{1,i,j-1} = F_{1,i}; (5.26)$$

$$E_{5,i} \cdot \overline{P}_{2,i+1,j} + E_{6,i} \cdot \overline{P}_{2,i,j} + E_{7,i} \cdot \overline{P}_{2,i-1,j} + E_{4,i} \cdot \overline{P}_{2,i,j+1} + E_{4,i} \cdot \overline{P}_{2,i,j-1} = F_{2,i}.$$
(5.27)

Для розв'язання рівнянь (5.26) і (5.27) можна застосувати метод поздовжньо-поперечної прогонки [145-150].

Розв'язок завдання в методі прогонки шукається у вигляді

$$\overline{P}_{i} = \alpha_{i} \cdot \overline{P}_{i+1} + \beta_{i}; \qquad (5.28)$$

де *i*=2,3,...,N-1 – номери вузлів сітки;

α,β- коефіцієнти прогонки, що визначаються за такими виразами:

$$\alpha_{i} = \frac{-A_{i}}{B_{i} + C_{i} \cdot \alpha_{i-1}}; \beta_{i} = \frac{F_{i} - C_{i}\beta_{i-1}}{B_{i} + C_{i}\alpha_{i-1}};$$
(5.29)

де A<sub>i</sub>, B<sub>i</sub>, C<sub>i</sub>, F<sub>i</sub> - відомі коефіцієнти в системі триточкових лінійних рівнянь для сіткової функції  $\overline{P}_{i, i}$ , яка має вигляд

$$A_i\overline{P}_{i-1} + C_i\overline{P}_i + B_i\overline{P}_{i+1} = F_i.$$
(5.30)

Основна ідея методу поздовжньо-поперечної прогонки полягає в зведенні переходу із шару на шар до послідовного розв'язання одновимірних задач уздовж рядків і уздовж стовпців. При цьому поряд з основними значеннями шуканої сіткової функції  $\overline{P}_n, \overline{P}_{n+1}$  вводиться проміжне значення  $\overline{P}_{n+1/2}$  на підшарі. Перехід

від n-го шару до n + 1-го відбувається в два етапи. Формули переходу аналогічні записаним в розділі 3, тому тут не наводяться.

Задаючись початковими значеннями тисків в вузлах сітки, методом поздовжньо-поперечної прогонки визначаємо значення тисків в вузлах сітки на наступному кроці. Ітераційний процес продовжується до отримання заданої точності.  $\left|(\overline{P}_{i, j})_{n+1} - (\overline{P}_{i, j})_n\right| < \varepsilon_2$ , де  $\varepsilon_2$  - точність визначення тисків на міжкамерних перемичках.

## 5.3 Визначення несучої здатності здвоєного радіального

# гідростатодинамічного підшипника з пружною установкою робочих поверхонь диска

Знаючи тиски в камерах і вузлах міжкамерних перемичок, можна визначити вантажопідйомність підшипника (рис.5.3). Вантажопідйомність підшипника визначаємо як суму вантажопідйомностей зовнішньої і внутрішньої його робочих поверхонь, а також як суму вантажопідйомності окремих ділянок кожної з робочих поверхонь підшипника.

Визначаємо вантажопідйомність камер, розташованих на зовнішній робочій поверхні підшипника WH<sub>укам</sub>, WH<sub>хкам</sub> і на внутрішній робочій поверхні WB<sub>укам</sub>, WB<sub>хкам</sub> в проекціях на лінію центрів диска і підшипника (вісь у) і на напрямок їй перпендикулярний (вісь х).

$$WH_{yKAM} = \sum_{i=1}^{k} WH_{ki} \cdot \cos(\varphi_{ki} - \beta_{0}), \qquad (5.31)$$
$$WH_{XKAM} = \sum_{i=1}^{k} WH_{ki} \cdot \sin(\varphi_{ki} - \beta_{0}), \qquad (5.31)$$
$$WB_{XKAM} = \sum_{j=1}^{m} WB_{kj} \cdot \sin(\varphi_{kj} - \beta_{0}), \qquad (5.31)$$
$$WB_{YKAM} = \sum_{j=1}^{m} WB_{kj} \cdot \cos(\varphi_{kj} - \beta_{0}), \qquad (5.31)$$

де,  $WH_{ki} = b_{k1} \cdot l_{k1} \cdot P_{ki}$  - вантажопідйомність камер зовнішньої частини підшипника;

 $WB_{kj} = b_{k2} \cdot l_{\kappa 2} \cdot P_{k1,j}$  - вантажопідйомність камер внутрішньої частини підшипника;

i=1,2,...,k; k – число камер на зовнішній робочій поверхні підшипника; j=1,2,...,m; m – число камер на внутрішній робочій поверхні підшипника.



Рис. 5.3 Визначення вантажопідйомності зовнішньої (a) і внутрішньої (б) робочих поверхонь підшипника.

Визначаємо вантажопідйомності міжкамерних перемичок зовнішньої робочої поверхні підшипника WH<sub>mi</sub> і внутрішньої робочої поверхні WB<sub>mi</sub>. Проекції цих вантажопідйомностей на осі У і X можна записати в такому вигляді:

$$\begin{split} WH_{ym} &= \sum_{i=1}^{k} (\bar{P}_{1})_{cepi} \cdot P_{BX} \cdot l_{mk1} \cdot l_{k1} \cdot \cos(\phi_{mi} - \beta_{0}); \\ WH_{xm} &= \sum_{i=1}^{k} (\bar{P}_{1})_{cepi} \cdot P_{BX} \cdot l_{mk1} \cdot l_{k1} \cdot \sin(\phi_{mi} - \beta_{0}); \\ WB_{ym} &= \sum_{i=1}^{k} (\bar{P}_{2})_{cepj} \cdot P_{BX} \cdot l_{mk2} \cdot l_{k2} \cdot \cos(\phi_{mi} - \beta_{0}); \\ WB_{xm} &= \sum_{i=1}^{k} (\bar{P}_{2})_{cepj} \cdot P_{BX} \cdot l_{mk2} \cdot l_{k2} \cdot \sin(\phi_{mi} - \beta_{0}); \\ \\ Jte, \ (\bar{P}_{1})_{cepi} &= (\bar{P}_{ki} + \bar{P}_{k,z1} + \sum_{z4}^{z5} \bar{P}_{1,z3}) \frac{1}{N1}; \\ \\ Z_{4} &= N11(i-1) + 1; \\ \end{split}$$
(5.32)

N1 - число вузлів сітки по всій робочій поверхні зовнішньої частини підшипника;

К - число міжкамерних перемичок, яке дорівнює кількості камер;

$$i=1,2,...,K;Z1=i+1,$$
 якщо  $i < K,$  інакше  $Z1=1;$   
 $(\overline{P}_2)_{cepj} = (\overline{P}_{k1,j} + \overline{P}_{k1,z2} + \sum_{z7}^{z8} \overline{P}_{2,z6}) \frac{1}{N2};$   $Z7 = N12(j-1)+1;$   $Z8 = N12 \cdot j;$   
 $N12 = \frac{N2}{m};$ 

N2 - число вузлів сітки по всій робочій поверхні внутрішньої частини підшипника;

m - число міжкамерних перемичок на внутрішній робочій поверхні підшипника, яке дорівнює кількості камер;

$$j=1,2,...,m$$
;  $Z2 = j+1$ , якщо  $j < m$ , інакше  $Z2 = 1$ .
Визначаємо вантажопідйомності двох перемичок торців камер зовнішньої робочої поверхні підшипника WH<sub>Ti</sub> і внутрішньої робочої поверхні WB<sub>Ti</sub>

$$WH_{Ti} = b_{k1} \cdot l_{\Pi 1} \cdot (\overline{P}_{k,i} \cdot P_{BX} + P_{3\pi});$$

$$WB_{Tj} = b_{k2} \cdot l_{\Pi 2} \cdot (\overline{P}_{k1,j} \cdot P_{BX} + P_{3\pi});$$
(5.33)

де, i=1,2,...,k; k - число камер на зовнішній робочій поверхні підшипника; j=1,2,...,m; m - число камер на внутрішній робочій поверхні підшипника.

Спроектуємо ці вантажопідйомності на лінію центрів диска і підшипника (вісь у) і напрямок перпендикулярний їй (вісь х).

$$WH_{Ty} = \sum_{i=1}^{k} WH_{Ti} \cdot \cos(\varphi_{ki} - \beta_0);$$
  

$$WH_{Tx} = \sum_{i=1}^{k} WH_{Ti} \cdot \sin(\varphi_{ki} - \beta_0);$$
  

$$WB_{Ty} = \sum_{j=1}^{m} WB_{Tj} \cdot \cos(\varphi_{kj} - \beta_0);$$
  

$$WB_{Tx} = \sum_{j=1}^{m} WB_{Tj} \cdot \sin(\varphi_{kj} - \beta_0).$$
  
(5.34)

Визначаємо вантажопідйомності двох торцевих міжкамерних перемичок зовнішньої робочої поверхні підшипника WH<sub>Пі</sub> і внутрішньої робочої поверхні підшипника WB<sub>Пі</sub>

$$WH_{\Pi i} = l_{mk1} \cdot l_{\Pi 1} \left[ (\overline{P}_1)_{cepi} \cdot P_{BX} + P_{3\pi} \right];$$

$$WB_{\Pi j} = l_{mk2} \cdot l_{\Pi 2} \left[ (\overline{P}_{12})_{cepi} \cdot P_{BX} + P_{3\pi} \right].$$

Спроектуємо ці вантажопідйомності на лінію центрів диска і підшипника (вісь у) і напрямок їй перпендикулярний (вісь х):

$$WH_{\Pi y} = \sum_{i=1}^{k} WH_{\Pi i} \cdot \cos(\varphi_{mi} - \beta_{0});$$
  

$$WH_{\Pi x} = \sum_{i=1}^{k} WH_{\Pi i} \cdot \sin(\varphi_{mi} - \beta_{0});$$
  

$$WB_{\Pi y} = \sum_{j=1}^{m} WB_{\Pi j} \cdot \cos(\varphi_{mj} - \beta_{0});$$
  

$$WB_{\Pi x} = \sum_{i=1}^{m} WB_{\Pi j} \cdot \sin(\varphi_{mj} - \beta_{0}).$$
(5.35)

Знаходимо загальну вантажопідйомність зовнішньої робочої поверхні підшипника в проекціях на вісь у (I<sub>H</sub>) і на вісь х (J<sub>H</sub>) з урахуванням того, що робоча поверхня має два ряди камер, записані вантажопідйомності потрібно помножити на два

$$I_{H} = (WH_{yKaM} + WH_{ym} + WH_{Ty} + WH_{\Pi y}) \cdot 2,$$

$$J_{H} = (WH_{XKaM} + WH_{Xm} + WH_{Tx} + WH_{\Pi x}) \cdot 2.$$
(5.36)

Знаходимо загальну вантажопідйомність внутрішньої робочої поверхні підшипника в проекціях на вісь у  $(I_B)$  і вісь х  $(J_B)$  з урахуванням того, що робоча поверхня має також два ряди камер, записані вантажопідйомності потрібно збільшити в два рази. Врахуємо також, що для внутрішньої робочої поверхні підшипника більший тиск буде в камерах, розташованих у верхній частині підшипника, в силу того, що там менший зазор, ніж в нижній частині підшипника. Тому загальну вантажопідйомність внутрішньої робочої поверхні підшипника приймемо з протилежним знаком (тобто помножимо на мінус одиницю)

$$I_{B} = -(WB_{ykam} + WB_{ym} + WB_{Ty} + WB_{\Pi y}) \cdot 2,$$

$$J_{B} = -(WB_{xkam} + WB_{xm} + WB_{Tx} + WB_{\Pi x}) \cdot 2.$$
(5.37)

Запишемо вирази (5,36) і (5,37) в безрозмірному вигляді

$$\bar{I}_{H} = (WH_{yKaM} + WH_{ym} + WH_{Ty} + WH_{\Pi y}) \cdot \frac{2}{(P_{BX} \cdot R_{k1}^{2})};$$

$$\bar{J}_{H} = (WH_{XKaM} + WH_{Xm} + WH_{Tx} + WH_{\Pi x}) \cdot \frac{2}{(P_{BX} \cdot R_{k1}^{2})};$$

$$\bar{I}_{B} = -(WB_{yKaM} + WB_{ym} + WB_{Ty} + WB_{\Pi y}) \cdot \frac{2}{(P_{BX} \cdot R_{k2}^{2})};$$

$$\bar{J}_{B} = -(WB_{XKaM} + WB_{Xm} + WB_{Tx} + WB_{\Pi x}) \cdot \frac{2}{(P_{BX} \cdot R_{k2}^{2})};$$
(5.38)

Безрозмірні параметри в виразах (5,38) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\bar{I}_{H} = \frac{I_{H}}{(P_{BX} \cdot R_{k1}^{2})}; \bar{J}_{H} = \frac{J_{H}}{(P_{BX} \cdot R_{k1}^{2})};$$
$$\bar{I}_{B} = \frac{I_{B}}{(P_{BX} \cdot R_{k2}^{2})}; \bar{J}_{B} = \frac{J_{B}}{(P_{BX} \cdot R_{k2}^{2})}.$$

Визначаємо сумарну вантажопідйомність обох робочих поверхонь підшипника в проекціях на лінію центрів диска і підшипника  $\bar{I}_{\Sigma}$  і напрямок їй перпендикулярний  $\bar{J}_{\Sigma}$  в безрозмірному вигляді:

$$\overline{\mathbf{I}}_{\Sigma} = \overline{\mathbf{I}}_{\mathrm{H}} + \overline{\mathbf{I}}_{\mathrm{B}},$$

$$\overline{\mathbf{J}}_{\Sigma} = \overline{\mathbf{J}}_{\mathrm{H}} + \overline{\mathbf{J}}_{\mathrm{B}}.$$
(5.39)

162

### 5.4 Визначення витрати робочої рідини через підшипник

Знаючи тиски в камерах, можна визначити витрати робочої рідини через підшипник

$$\mathbf{Q}_{\Sigma} = \mathbf{Q}_{30BH} + \mathbf{Q}_{BHYTP},\tag{5.40}$$

де 
$$Q_{30BH} = 2 \cdot \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\pi 1}^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P_{BX}}{\rho}} \cdot \sum_{i=1}^k \sqrt{1 - \overline{P}_{ki}}$$
 - витрата робочої рідини через камери,

розташовані на зовнішній робочій поверхні підшипника;

К – число камер в підшипнику на його половині зовнішньої робочої поверхні;

$$Q_{\text{внутр}} = 2 \cdot \psi_{\text{вх}} \cdot \pi \cdot r_{\text{ж2}}^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P_{\text{вх}}}{\rho}} \cdot \sum_{i=1}^{m} \sqrt{1 - \overline{P}_{k1,i}}$$
 - витрати робочої рідини через

камери, розташовані на внутрішній робочій поверхні підшипника;

m – число камер на половині внутрішньої робочої поверхні підшипника.

Опис інших параметрів в формулах витрати робочої рідини наведено при записі виразів (5.3) і (5.4).

### 5.5 Визначення втрат потужності на тертя і прокачування

В основі визначення втрат потужності на тертя лежать залежності (3.51) і (3.52), наведені в підрозділі (3.6). Запишемо вирази для втрат потужності на тертя для зовнішньої N<sub>трз</sub> і внутрішньої N<sub>трв</sub> робочих поверхонь

$$N_{TP3} = \omega \cdot R_{k1} \cdot \iint_{S_{H}} \tau_{H} dS_{H};$$
  

$$N_{TPB} = \omega \cdot R_{k2} \cdot \iint_{S_{B}} \tau_{B} dS_{B};$$
(5.41)

$$\tau_{\rm H} = \frac{\mu \cdot U_1}{h_{1,i}} \cdot K({\rm Re})_1 + \frac{h_{1,i} \cdot dP(1,i,j)}{2 \cdot dx};$$
  
$$\tau_{\rm B} = \frac{\mu \cdot U_2}{h_{2,i}} \cdot K({\rm Re})_2 + \frac{h_{2,i} \cdot dP(2,i,j)}{2 \cdot dx};$$

де

$$K(Re)_{1} = 1 + 0.0525 \cdot (\sigma_{*1}^{2} \cdot Re_{1})^{0.75}; \sigma_{*1} = 0.125 \cdot Re_{1}^{0.07}; Re_{1} = \frac{U_{1} \cdot h_{1,i}}{\upsilon};$$
  
$$K(Re)_{2} = 1 + 0.0525 \cdot (\sigma_{*2}^{2} \cdot Re_{2})^{0.75}; \sigma_{*2} = 0.125 \cdot Re_{2}^{0.07}; Re_{2} = \frac{U_{2} \cdot h_{2,i}}{\upsilon}.$$

Після підстановки виразів для  $au_{\rm H}$  і  $au_{\rm B}$  в вихідні вирази (5.41), отримаємо формули для визначення втрат потужності на тертя для зовнішньої робочої поверхні  $N_{_{\rm TP3}}$  і внутрішньої робочої поверхні  $N_{_{\rm TPB}}$ 

$$N_{TP3} = \mu \cdot \omega \cdot R_{k1} \cdot \int_{0}^{L_{TT}} \int_{0}^{L_{oxp1}} \frac{U_{1} \cdot K(Re)_{1}}{h_{1,i}} dx_{1} dz_{1} + + \frac{\omega \cdot R_{k1}}{2} \cdot \int_{0}^{L_{TT}} \int_{0}^{L_{oxp1}} h_{1,i} \frac{dP(1,i,j)}{dx_{1}} dx_{1} dz_{1};$$
  
$$N_{TPB} = \mu \cdot \omega \cdot R_{k2} \cdot \int_{0}^{L_{TT}} \int_{0}^{L_{oxp2}} \frac{U_{2} \cdot K(Re)_{2}}{h_{2,i}} dx_{2} dz_{2} + + \frac{\omega \cdot R_{k2}}{2} \cdot \int_{0}^{L_{TT}} \int_{0}^{L_{oxp2}} h_{2,i} \frac{dP(2,i,j)}{dx_{2}} dx_{2} dz_{2};$$
  
(5.42)

де  $L_{\Pi}$  - довжина підшипника осьова (вісь z);

L<sub>окр1</sub> і L<sub>окр2</sub> - довжини кіл робочих поверхонь зовнішньої і внутрішньої частин підшипника.

Інтеграли, що входять до виразу (5.42), розв'язуються чисельно за допомогою формули трапецій [150,151]. Приведемо вирази (5.42) до вигляду, пристосованому для чисельної реалізації

$$N_{\text{TPH}} = \mu \omega R_{k1} \cdot L_{\Pi} \cdot \Delta x_1 \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{U_{1,i} \cdot K(\text{Re})_{1,i}}{h_{1,i}} + \frac{\omega \cdot R_{k1} \cdot \Delta z_1}{2} \lambda_{3,j} \sum_{j=1}^{N_2} N_{1,j},$$

$$N_{\text{TPB}} = \mu \omega R_{k2} \cdot L_{\Pi} \cdot \Delta x_2 \lambda_{2,i} \sum_{i=1}^{N_3} \frac{U_{2,i} \cdot K(\text{Re})_{2,i}}{h_{2,i}} + \frac{\omega \cdot R_{k2} \cdot \Delta z_2}{2} \lambda_{3,j} \sum_{j=1}^{N_2} N_{2,j},$$
(5.43)

де 
$$N_{1,j} = \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{h_{1,i}(P_{1,i+1,j} - P_{1,i-1,j})}{2}; N_{2,j} = \lambda_{2,i} \sum_{i=1}^{N_3} \frac{h_{2,i}(P_{2,i+1,j} - P_{2,i-1,j})}{2};$$

N<sub>1</sub> - число вузлів сітки по довжині окружності зовнішньої робочої поверхні (L<sub>okp1</sub>);

 $N_2$  - число вузлів сітки по довжині підшипника ( $L_{\Pi}$ );

N<sub>3</sub> - число вузлів сітки по довжині кола внутрішньої робочої поверхні підшипника (L<sub>окр2</sub>);

$$\begin{split} \lambda_{1,i} &= \frac{1}{2} \text{ при } i = 1 \text{ та } i = N_1; \ \lambda_{1,i} = 1 \text{ при } i = 2,3,..., N_1 - 1; \\ \lambda_{2,i} &= \frac{1}{2} \text{ при } i = 1 \text{ та } i = N_3; \ \lambda_{2,i} = 1 \text{ при } i = 2,3,..., N_3 - 1; \\ \lambda_{3,i} &= \frac{1}{2} \text{ при } i = 1 \text{ та } i = N_2; \ \lambda_{3,i} = 1 \text{ при } i = 2,3,..., N_2 - 1. \end{split}$$

Запишемо вирази (5.43) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\overline{K}_{N_{H}} = \frac{\overline{L}_{\Pi} \cdot \Delta \phi_{1} \cdot \lambda_{1,i}}{\overline{\Psi}_{1}} \sum_{i=1}^{N_{1}} \frac{\overline{U}_{1,i} \cdot K(Re)_{1,i}}{\overline{h}_{1,i}} + \frac{\overline{K}_{N_{1}} \cdot \Delta \overline{z}_{1} \cdot \overline{\Psi}_{1}}{2} \cdot \lambda_{3,j} \sum_{j=1}^{N_{2}} \overline{N}_{1,j},$$

$$\overline{K}_{N_{B}} = \frac{\overline{L}_{\Pi} \cdot \Delta \phi_{2} \cdot \lambda_{2,i}}{\overline{\Psi}_{2}} \sum_{i=1}^{N_{3}} \frac{\overline{U}_{2,j} \cdot K(Re)_{2,i}}{\overline{h}_{2,i}} + \frac{\overline{K}_{N_{1}} \cdot \Delta \overline{z}_{2} \cdot \overline{\Psi}_{2}}{2} \cdot \lambda_{3,j} \sum_{j=1}^{N_{2}} \overline{N}_{2,j},$$
(5.44)

165

де 
$$\overline{N}_{1,j} = \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{\overline{h}_{1,i}(\overline{P}_{1,i+1,j} - \overline{P}_{1,i-1,j})}{2}$$
;  $\overline{N}_{2,j} = \lambda_{2,i} \sum_{i=1}^{N_3} \frac{h_{2,i}(P_{2,i+1,j} - P_{2,i-1,j})}{2}$ .

Безрозмірні параметри в виразах (5.44) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}_{\mathrm{H}}} = \frac{\mathbf{N}_{\mathrm{TPH}}}{\mu \omega^{2} \mathbf{R}_{\mathrm{k1}}^{3}}; \overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}_{\mathrm{B}}} = \frac{\mathbf{N}_{\mathrm{TPB}}}{\mu \omega^{2} \mathbf{R}_{\mathrm{k2}}^{3}}; \overline{\psi}_{1} = \frac{\delta_{01}}{\mathbf{R}_{\mathrm{k1}}}; \overline{\psi}_{2} = \frac{\delta_{02}}{\mathbf{R}_{\mathrm{k2}}};$$
$$\overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}_{1}} = \frac{\mathbf{P}_{\mathrm{BX}}}{\mu \omega}; \Delta \overline{\mathbf{z}}_{1} = \frac{\Delta \mathbf{z}_{2}}{\mathbf{L}_{\mathrm{n}}}; \Delta \overline{\mathbf{z}}_{2} = \frac{\Delta \mathbf{z}_{2}}{\mathbf{L}_{\mathrm{n}}}.$$

Втрати потужності на тертя для всього підшипника дорівнюють сумі втрат на тертя для зовнішньої і внутрішньої робочих поверхонь

$$\overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}_{\Sigma}} = 2\overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}_{\mathrm{H}}} + 2\overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}_{\mathrm{B}}}.$$
(5.45)

Втрати потужності на прокачування можна визначити з виразу

$$\overline{K}_{N_{np}} = \frac{P_{BX} \cdot Q_{\sum}}{\mu \omega^2 R_{k1}^3},$$
(5.46)

де Р<sub>вх</sub> - тиск робочої рідини від насоса;

 $Q_{\Sigma}$  - сумарна витрата робочої рідини через камери, розташовані на двох робочих поверхнях підшипника.

Сумарні втрати потужності на тертя і прокачування в підшипнику дорівнюватимуть їх сумі

$$\overline{\mathbf{K}}_{\Pi_{\Sigma}} = \overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}_{\Sigma}} + \overline{\mathbf{K}}_{\mathbf{N}_{\Pi P}}.$$
(5.47)

# **5.6** Рівняння руху диска з валом і рівняння руху кілець, встановлених пружно на диску

При розв'язанні динамічної задачі застосуємо нелінійні рівняння руху жорсткого одномасового ротора, встановленого на двох гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу.

Запишемо рівняння руху диска під дією сил ваги, неврівноваженості і гідродинамічних сил [136]

$$\frac{G}{g}\left[\frac{d^{2}e}{dt^{2}}-e\left(\frac{d\beta_{0}}{dt}\right)^{2}\right] = -2i_{\Sigma} + G\cos\beta_{0} + q\omega^{2}\cos(\omega t - \beta_{0} + \beta_{H}),$$

$$\frac{G}{g}\left[e\frac{d^{2}\beta_{0}}{dt^{2}} + 2\left(\frac{d\beta_{0}}{dt}\frac{de}{dt}\right)\right] = -2j_{\Sigma} - G\sin\beta_{0} + q\omega^{2}\sin(\omega t - \beta_{0} + \beta_{H}),$$
(5.48)

де G = mg - вага вала з диском;

g - прискорення вільного падіння;

е - ексцентриситет диска в підшипнику, що характеризує відстань між центрами диска і підшипника;

 $\beta_0$  - кут положення лінії центрів диска і підшипника;

 $i_{\Sigma}$  і  $j_{\Sigma}$  - гідродинамічні сили (вантажопідйомності підшипника в проекціях на лінію центрів диска і підшипника і напрямок їй перпендикулярний);

q - залишкова неврівноваженість вала з диском;

ω - кутова швидкість обертання диска з валом;

 $\beta_{\rm H}$  - положення осі відліку кутів.

Рівняння (5.48) записані в проекціях на рухомі осі, що обертаються з кутовою швидкістю  $\frac{d\beta_0}{dt}$  разом з лінією центрів диска і підшипника.

Запишемо рівняння переміщень кілець 1 і 3 (рис. 5.1), які є робочими поверхнями диска, що встановлені на пружній основі 4. Розглянемо випадок, коли крім сил пружності –  $C_{\pi} \cdot y$ , яка виникає в пружних еластичних елементах, і сили опору (демпфування) –  $C_{\pi} \cdot \dot{y}$  є також прикладена ззовні збуджуюча гідродинамічна сила [158-161]

$$\frac{G_{1}}{g}\ddot{y}_{1} = m_{1}\ddot{y}_{1} = -\dot{I}_{H} - C_{\mathcal{K}1} \cdot y_{1} - C_{D1} \cdot \dot{y}_{1}, \qquad (5.49)$$

$$\frac{G_{3}}{g}\ddot{y}_{3} = m_{3}\ddot{y}_{3} = -\frac{1}{2}\dot{I}_{B} - C_{\mathcal{K}3} \cdot y_{3} - C_{D3} \cdot \dot{y}_{3},$$

де m<sub>1</sub> і m<sub>3</sub>- маси кілець 1 і 3 (рис.5.1);

ÿ<sub>1</sub>і ÿ<sub>3</sub> - прискорення кілець 1 і 3;

G<sub>1</sub>i G<sub>3</sub> - вага кілець 1 і 3;

 $\dot{I}_{H}$  і  $\dot{I}_{B}$  - гідродинамічні сили зовнішньої і внутрішньої частин підшипника;

 $C_{K1} \cdot y_1$  і  $C_{K3} \cdot y_3$  - сили пружності еластичних елементів;

С<sub>Ж1</sub> і С<sub>Ж3</sub> - коефіцієнти жорсткості пружних елементів;

 $C_{D1} \cdot \dot{y}_1$  і  $C_{D3} \cdot \dot{y}_3$  - сили демпфірування пружних елементів;

 $C_{\rm D1}$  і  $C_{\rm D3}$  - коефіцієнти демпфірування пружних елементів;

ý<sub>1</sub> і ý<sub>3</sub> - швидкості переміщення кілець на пружній основі.

Запишемо вирази (5.48) і (5.49) в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\overline{m}(\ddot{\overline{\chi}} - \overline{\chi} \cdot \dot{\beta}_{0}^{2}) = -2\overline{I}_{\Sigma} + \overline{G} \cdot \cos\beta_{0} + \overline{q}\cos(\frac{\overline{t}}{Sh} - \beta_{0} + \beta_{H});$$

$$\overline{m}(\overline{\chi} \cdot \ddot{\beta}_{0} + 2\dot{\overline{\chi}} \cdot \dot{\beta}_{0}) = -2\overline{J}_{\Sigma} - \overline{G} \cdot \sin\beta_{0} + \overline{q}\sin(\frac{\overline{t}}{Sh} - \beta_{0} + \beta_{H});$$

$$\overline{m}_{1} \cdot \ddot{\overline{y}}_{1} = -\overline{I}_{H} - \overline{C}_{K1} \cdot \overline{y}_{1} - \overline{C}_{D1} \cdot \dot{\overline{y}}_{1};$$

$$\overline{m}_{3} \cdot \ddot{\overline{y}}_{3} = -\overline{I}_{B} - \overline{C}_{K3} \cdot \overline{y}_{3} - \overline{C}_{D3} \cdot \dot{\overline{y}}_{3}.$$
(5.50)

Безрозмірні параметри в виразах (5.50) і (5.51) пов'язані з розмірними наступними співвідношеннями:

$$\begin{split} \overline{m} &= \frac{m \cdot \delta_{01}}{P_{Bx} \cdot R_{k1}^2 \cdot T^2}; \overline{I}_{\Sigma} = \frac{I_{\Sigma}}{P_{Bx} \cdot R_{k1}^2}; \overline{J}_{\Sigma} = \frac{J_{\Sigma}}{P_{Bx} \cdot R_{k1}^2}; \overline{G} = \frac{mg}{P_{Bx} \cdot R_{k1}^2}; \\ \overline{q} &= \frac{q\omega^2}{P_{Bx} \cdot R_{k1}^2}; \overline{t} = \frac{t}{T}; Sh = \frac{1}{\omega t}; \overline{\chi} = \frac{e}{\delta_{01}}; \overline{m}_1 = \frac{m_1 \cdot \delta_{01}}{P_{Bx} \cdot R_{k1}^2 \cdot T_1^2}; \\ \overline{I}_H &= \frac{I_H}{P_{Bx} \cdot R_{k1}^2}; \overline{C}_{\mathcal{H}1} = \frac{C_{\mathcal{H}1} \cdot \delta_{01}}{P_{Bx} \cdot R_{k1}^2}; \overline{y}_1 = \frac{y_1}{\delta_{01}}; \overline{C}_{D1} = \frac{C_{D1} \cdot \delta_{01}}{P_{Bx} \cdot R_{k1}^2 \cdot T_1}; \\ \overline{t}_1 &= \frac{t_1}{T_1}; \overline{m}_3 = \frac{m_3 \cdot \delta_{02}}{P_{Bx} \cdot R_{k2}^2 \cdot T_2^2}; \overline{I}_B = \frac{I_B}{2P_{Bx} \cdot R_{k2}^2}; \overline{C}_{\mathcal{H}3} = \frac{C_{\mathcal{H}3} \cdot \delta_{02}}{P_{Bx} \cdot R_{k2}^2}; \\ \overline{y}_3 &= \frac{y_3}{\delta_{02}}; \overline{C}_{D3} = \frac{C_{D3} \cdot \delta_{02}}{P_{Bx} \cdot R_{k2}^2 \cdot T_2}; \overline{t}_2 = \frac{t_2}{T_2}. \end{split}$$

Для чисельної реалізації рівнянь руху диска в підшипнику (5.50) і рівнянь переміщення кілець (5.51) можна застосувати метод Адамса [152-156], який є багатокроковим. Зведемо систему диференціальних рівнянь руху диска (5.50) і рівнянь переміщення кілець (5.51), що мають другий порядок, до системи диференціальних рівнянь першого порядку.

Для цього введемо заміни

$$\dot{\beta}_0(K2) = z_1(K2); \, \dot{\overline{\chi}}(K2) = z_2(K2); \, \dot{\overline{y}}_1(K2) = z_3(K2); \, \dot{\overline{y}}_3(K2) = z_4(K2).$$

Наведемо вирази (5.50) і (5.51) до виду зручному для обчислень

$$\begin{split} \dot{\beta}_{0}(\text{K2}) &= z_{1}(\text{K2}); \\ \dot{\overline{\chi}}(\text{K2}) &= z_{2}(\text{K2}); \\ \dot{\overline{\chi}}(\text{K2}) &= \overline{\chi}(\text{K2}) \cdot z_{1}^{2}(\text{K2}) - \frac{2\overline{I}_{\Sigma}}{\overline{m}} + \frac{\overline{G}}{\overline{m}} \cos\beta_{0}(\text{K2}) + \frac{\overline{q}}{\overline{m}} \cos(\frac{\overline{t}}{\text{Sh}} - \beta_{0}(\text{K2}) + \beta_{\text{H}}); \\ \dot{\overline{z}}_{1}(\text{K2}) &= -\frac{2z_{1}(\text{K2}) \cdot z_{2}(\text{K2})}{\overline{\chi}(\text{K2})} - \frac{2\overline{J}_{\Sigma}}{\overline{m} \cdot \overline{\chi}(\text{K2})} - \frac{\overline{G}}{\overline{m} \cdot \overline{\chi}(\text{K2})} \sin\beta_{0}(\text{K2}) + \\ &+ \frac{\overline{q}}{\overline{m} \cdot \overline{\chi}(\text{K2})} \sin(\frac{\overline{t}}{\text{Sh}} - \beta_{0}(\text{K2}) + \beta_{\text{H}}); \\ \dot{\overline{y}}_{1}(\text{K2}) &= z_{3}(\text{K2}); \\ &\dot{\overline{y}}_{3}(\text{K2}) &= z_{4}(\text{K2}); \\ \dot{\overline{z}}_{3}(\text{K2}) &= -\frac{\overline{I}_{\mu} + \overline{C}_{\mathbb{K}1} \cdot \overline{y}_{1}(\text{K2}) + \overline{C}_{\text{D1}} \cdot z_{3}(\text{K2})}{\overline{m}_{1}}; \\ \dot{\overline{z}}_{4}(\text{K2}) &= -\frac{\overline{I}_{\mu} + \overline{C}_{\mathbb{K}3} \cdot \overline{y}_{3}(\text{K2}) + \overline{C}_{\text{D3}} \cdot z_{4}(\text{K2})}{\overline{m}_{3}}. \end{split}$$

Запишемо вирази для розрахунку координат і швидкостей центру диска і кілець, використовуючи метод Адамса 4-го порядку [152-156]

$$\begin{split} \overline{\chi}(\text{K}2+1) &= \overline{\chi}(\text{K}2) + \\ &+ \frac{h_1}{24} \Big[ 55 \cdot \dot{\overline{\chi}}(\text{K}2) - 59 \cdot \dot{\overline{\chi}}(\text{K}2-1) + 37 \cdot \dot{\overline{\chi}}(\text{K}2-2) - 9 \cdot \dot{\overline{\chi}}(\text{K}2-3) \Big], \\ &\beta_0(\text{K}2+1) = \beta_0(\text{K}2) + \\ &+ \frac{h_1}{24} \Big[ 55 \cdot \dot{\beta}_0(\text{K}2) - 59 \cdot \dot{\beta}_0(\text{K}2-1) + 37 \cdot \dot{\beta}_0(\text{K}2-2) - 9 \cdot \dot{\beta}_0(\text{K}2-3) \Big], \\ & \dot{\overline{\chi}}(\text{K}2+1) = \dot{\overline{\chi}}(\text{K}2) + \\ &+ \frac{h_1}{24} \Big[ 55 \cdot \dot{z}_2(\text{K}2) - 59 \cdot \dot{z}_2(\text{K}2-1) + 37 \cdot \dot{z}_2(\text{K}2-2) - 9 \cdot \dot{z}_2(\text{K}2-3) \Big], \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\beta}_{0}(K2+1) &= \dot{\beta}_{0}(K2) + \end{split} \tag{5.53} \\ &+ \frac{h_{1}}{24} \Big[ 55 \cdot \dot{z}_{1}(K2) - 59 \cdot \dot{z}_{1}(K2-1) + 37 \cdot \dot{z}_{1}(K2-2) - 9 \cdot \dot{z}_{1}(K2-3) \Big], \\ &\quad \overline{y}_{1}(K2+1) = \overline{y}_{1}(K2) + \\ &+ \frac{h_{1}}{24} \Big[ 55 \cdot \dot{\overline{y}}_{1}(K2) - 59 \cdot \dot{\overline{y}}_{1}(K2-1) + 37 \cdot \dot{\overline{y}}_{1}(K2-2) - 9 \cdot \dot{\overline{y}}_{1}(K2-3) \Big], \\ &\quad \overline{y}_{3}(K2+1) = \overline{y}_{3}(K2) + \\ &+ \frac{h_{1}}{24} \Big[ 55 \cdot \dot{\overline{y}}_{3}(K2) - 59 \cdot \dot{\overline{y}}_{3}(K2-1) + 37 \cdot \dot{\overline{y}}_{3}(K2-2) - 9 \cdot \dot{\overline{y}}_{3}(K2-3) \Big], \\ &\quad \dot{\overline{y}}_{1}(K2+1) = \dot{\overline{y}}_{1}(K2) + \\ &+ \frac{h_{1}}{24} \Big[ 55 \cdot \dot{z}_{3}(K2) - 59 \cdot \dot{z}_{3}(K2-1) + 37 \cdot \dot{z}_{3}(K2-2) - 9 \cdot \dot{z}_{3}(K2-3) \Big], \\ &\quad \dot{\overline{y}}_{3}(K2+1) = \dot{\overline{y}}_{3}(K2) + \\ &+ \frac{h_{1}}{24} \Big[ 55 \cdot \dot{z}_{4}(K2) - 59 \cdot \dot{z}_{4}(K2-1) + 37 \cdot \dot{z}_{4}(K2-2) - 9 \cdot \dot{z}_{4}(K2-3) \Big]. \end{split}$$

170

Знаючи координати і швидкості центру диска і кілець, можна визначити прискорення центру диска і кілець, використовуючи вирази (5.50) і (5.51).

З виразів (5.53) видно, що для реалізації методу Адамса четвертого порядку точності необхідно мати інформацію про чотири попередні точки. Для отримання вихідної інформації використовуємо однокроковий метод Ейлера

$$\overline{\chi}(K2+1) = \overline{\chi}(K2) + h_2 \cdot \dot{\overline{\chi}}(K2);$$

$$\beta_{0}(K2+1) = \beta_{0}(K2) + h_{2} \cdot \dot{\beta}_{0}(K2);$$
  
$$\dot{\overline{\chi}}(K2+1) = \dot{\overline{\chi}}(K2) + h_{2} \left\{ \overline{\chi}(K2) \cdot \dot{\beta}_{0}^{2}(K2) - \frac{2\overline{I}_{2}}{\overline{m}} + \frac{\overline{G}}{\overline{m}}\cos\beta_{0}(K2) + \frac{\overline{G}$$

$$\dot{\beta}_{0}(K2+1) = \dot{\beta}_{0}(K2) + h_{2} \left\{ \frac{2 \cdot \dot{\beta}_{0}(K2) \dot{\overline{\chi}}(K2)}{\overline{\chi}(K2)} - \frac{2 \overline{J}_{\Sigma}}{\overline{m} \cdot \overline{\chi}(K2)} - \frac{\overline{G}}{\overline{m} \cdot \overline{\chi}(K2)} \cdot \sin\beta_{0}(K2) + \frac{\overline{q}}{\overline{m} \cdot \overline{\chi}(K2)} \sin\left[\frac{\overline{t}}{Sh} - \beta_{0}(K2) + \beta_{H}\right] \right\};$$

$$(5.54)$$

$$\overline{v}_{1}(K2+1) = \overline{v}_{1}(K2) + h_{2} \cdot \dot{\overline{v}}_{1}(K2);$$

$$\bar{y}_{1}(\underline{L}\underline{L}+\underline{L}) = \bar{y}_{3}(\underline{K}2) + h_{2} \cdot \bar{y}_{3}(\underline{K}2);$$

$$\dot{\bar{y}}_{1}(\underline{K}2+1) = \dot{\bar{y}}_{1}(\underline{K}2) + h_{2} \left[ -\frac{\bar{I}_{H} + \bar{C}_{H} \cdot \bar{y}_{1}(\underline{K}2) + \bar{C}_{D1} \cdot \dot{\bar{y}}_{1}(\underline{K}2)}{\bar{m}_{1}} \right];$$

$$\dot{\bar{y}}_{3}(\underline{K}2+1) = \dot{\bar{y}}_{3}(\underline{K}2) + h_{2} \left[ -\frac{\bar{I}_{H} + \bar{C}_{H3} \cdot \bar{y}_{3}(\underline{K}2) + \bar{C}_{D3} \cdot \dot{\bar{y}}_{3}(\underline{K}2)}{\bar{m}_{3}} \right].$$

Розглянемо алгоритм розв'язання рівнянь руху диска і кілець під дією змінних зовнішніх сил. Задаючись початковими координатами і швидкостями диска і кілець, спільно розв'язуємо рівняння балансу витрат і рівняння Рейнольдса, і обчислюємо гідродинамічні сили  $\bar{I}_{\Sigma}$  і  $\bar{J}_{\Sigma}$ ,  $\bar{I}_{H}$  і  $\bar{I}_{B}$ , діючі на диск і на кільця. За допомогою виразів (5.54) визначаємо нові координати і швидкості центру диска і кілець. Тричі застосувавши однокроковий метод Ейлера, на наступних кроках використовуємо вирази (5.52) і (5.53) для багатокрокового методу Адамса. Розрахунок триває до отримання стабільних (повторюваних) траєкторій.

#### 5.7 Висновки

5.1.Розроблено математичну модель визначення динамічних характеристик радіального гідростатодинамічного підшипника з пружною установкою робочих поверхонь диска.

5.2. Математичні залежності узагальнено на випадок турбулентної течії робочої рідини в щілевому тракті підшипника.

5.3.Записано рівняння руху кілець диска, встановлених на пружній основі.

5.4.Застосовано найбільш ефективні чисельні методи реалізації математичних залежностей.

5.5.Розроблено алгоритм реалізації наведеної математичної моделі здвоєного гідростатодинамічного підшипника з пружною установкою робочих поверхонь диска.

Результати розділу опубліковані в наступних роботах автора: [5],[36].

### РОЗДІЛ 6 КОНСТРУКЦІЇ ЗДВОЄНИХ ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНИХ ПІДШИПНИКІВ

## 6.1 Опис конструкції різних типів здвоєних гідростатодинамічних підшипників

На рис. 6.1-6.15 наведено конструкції різних типів здвоєних гідростатодинамічних підшипників. Всі наведені конструкції запропоновані і розроблені автором цієї роботи.

Конструкцію радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника наведено на рис. 6.1, а його 3D-модель - на рис. 6.2. Цей підшипник сприймає тільки радіальні навантаження. На валу 1 нерухомо встановлений диск 2, обід якого виконаний таким чином, що він утворює дві робочі поверхні (зовнішню і внутрішню). В осьовому напрямку диск зафіксований стопорним кільцем 3. Підшипник 4 складається з зовнішньої і внутрішньої частин. На робочих поверхнях підшипника виконані несучі камери 5. Робоча рідина під великим тиском  $P_{вx}$  від насоса подається через штуцер 6 в колектор 7, а далі через вхідні пристрої, що компенсують (жиклери) 8 надходить в несучі камери 5. Відпрацьована робоча рідина надходить в зливні канали 9, і через штуцер 10 відбувається злив. У каналах високого тиску і зливу встановлені технологічні заглушки 11. Ущільнення 12 перешкоджають витіканню змащення з підшипника. Верхня і нижня частини підшипника встановлені в корпусі підшипника 13 і закріплені в ньому гвинтами. Вузол підшипника за допомогою болтів 14 кріпиться до корпусу установки 15.

На рис. 6.3 наведено конструкцію здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника, а на рис. 6.4 - його 3D-модель. Цей підшипник сприймає одночасно дію радіальних і двосторонніх осьових навантажень, здійснює фіксацію вала в двох напрямках. На відміну від звичайного радіального здвоєного підшипника, зовнішня робоча поверхня диска в радіально-упорному підшипнику виконана у вигляді двох конічних поверхонь. Зовнішня частина підшипника виконана також з конічними робочими поверхнями і є роз'ємною для забезпечення складання. В іншому його конструкція аналогічна радіальному здвоєному гідростатодинамічному підшипнику.

Подальшим удосконаленням конструкції радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника є конструкція підшипника, що наведена на рис. 6.5, а його 3D-модель - на рис. 6.6. На відміну від звичайного радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника в даній конструкції внутрішня і зовнішня робочі поверхні диска встановлені на пружній основі 17. Пружною

основою може бути гума або металевий пружний елемент. Ця конструкція підшипника дозволяє поліпшити його демпфуючі властивості в порівнянні з жорсткою установкою робочих поверхонь, і таким чином розширити діапазон стійкої роботи підшипника. Даний підшипник може бути рекомендований для машин, ротора яких обертаються з дуже великими обертами або в умовах великих вібрацій, навіть при порівняно невисоких обертах.

Подальшим удосконаленням конструкції радіально-упорного здвоєного гідростатодинамічного підшипника можна вважати конструкцію, що наведено на рис. 6.7 і її 3D-модель - на рис. 6.8. В цьому підшипнику зовнішні і внутрішні робочі поверхні підшипника і диска виконані по сфері. Для забезпечення складання, тут також зовнішня частина підшипника виконана роз'ємною. В іншому його конструкція аналогічна конструкції радіально-упорного підшипника з плоскими конічними поверхнями. Дана конструкція підшипника дозволяє сприймати одночасну дію радіальних і двосторонніх осьових навантажень, фіксувати вал в двох напрямках, а також компенсувати осьові перекоси, тобто забезпечувати його самоустановку.

Різновидом конструкції радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника, наведеного на рис. 6.1, є конструкція підшипника показана на рис. 6.9, а її ЗD-модель - на рис. 6.10. На відміну від розглянутих конструкцій підшипників, де застосований проміжний диск між валом і підшипником, в конструкції, показаній на рис. 6.9, на валу виконаний козирок 2, що дозволяє організувати підведення мастила до його зовнішньої і внутрішньої поверхні і таким чином отримати конструкцію здвоєного гідростатодинамічного підшипника. Такий підшипник дуже зручний в тому випадку, коли в конструкції вала є можливість виконати козирок під підшипник.

На рис. 6.11 наведено конструкцію радіального гідростатодинамічного комбінованого підшипника, яка дозволяє забезпечити його надійну роботу в режимах перевантажень, відмови системи подачі робочої рідини, а також в режимах пуску та зупинки. На рис. 6.12. показана його 3D-модель. У комбінованому гідростатодинамічному підшипнику на валу 1 встановлений диск 2, який має розширений зовнішній обід. Це дозволяє отримати три робочі поверхні: одну зовнішню і дві внутрішні циліндричні поверхні. В осьовому напрямку диск зафіксований кінцевою кришкою 3 і гвинтом 4.



Рис.6.1. Конструкція здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника



Рис.6.2. 3D модель здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника



Рис. 6.3. Конструкція здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника



Рис. 6.4. 3D модель здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника



Рис. 6.5. Конструкція здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника з пружною установкою опорних поверхонь диска



Рис. 6.6. 3D модель здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника з пружною установкою опорних поверхонь диска



Рис. 6.7. Конструкція здвоєного самоустановлювального гідростатодинамічного

підшипника



Рис. 6.8. 3D Модель здвоєного самоустановлювального гідростатодинамічного підшипника



Рис. 6.9. Конструкція здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника з козирком на валу



Рис. 6.10. 3D-модель конструкції здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника з козирком на валу



Рис. 6.11. Конструкція радіального гідростатодинамічного комбінованого підшипника



Рис. 6.12. 3D-модель радіального гідростатодинамічного комбінованого підшипника

Радіальний гідростатодинамічний комбінований підшипник складається з зовнішньої циліндричної частини 5 і двох внутрішніх циліндричних частин 6 і 7. На зовнішньої 5 і внутрішніх 6 і 7 робочих поверхнях підшипника виконані несучі камери 8. На вході в камери встановлені вхідні пристрої, що компенсують, жиклери 9. Всі частини підшипника за допомогою гвинтів з'єднані з корпусом 10, а за допомогою гвинтів 11 вузол підшипника кріпиться до корпусу установки 12. Після виконання отворів для підведення і відведення робочої рідини в тілі заглушки встановлені технологічні 13. Ушільнення підшипника 14 перешкоджають витіканню робочої рідини з підшипника. На внутрішніх поверхнях диска 2 встановлені два підшипника кочення 15 з натягом по зовнішнім кільцям. Робоча рідина підводиться в гідростатодинамічний підшипник через штуцер 16 в колектор 17. Канали 18 і зливний штуцер 19 використовуються для виходу робочої рідини з підшипника.

Підшипник працює наступним чином. Робоча рідина подається під великим тиском Рвх через вхідний штуцер 16. Через колектор 17 і отвори, виконані в зовнішній 5 і внутрішніх 6 і 7 частинах підшипника, робоча рідина подається в несучі камери 8 через жиклери 9. Під дією зовнішніх радіальних навантажень центр вала 1 разом з диском 2 і підшипниками кочення 15 зміщується щодо центру підшипника в радіальному напрямку. У камерах, від яких вал 1 віддаляється, тиск зменшується, а в камерах, до яких вал 1 наближається, тиск зростає за рахунок наявності вхідної компенсації тиску жиклерів 9 і вихідної компенсації тиску маленького зазору на зливі з підшипника.

Різниця тисків у камерах призводить до появи радіальної вантажопідйомності. У запропонованій конструкції підшипника при зміщенні вала 1 з диском 2 вниз в нижніх камерах зовнішній частині підшипника 5 тиск зростає, а в верхніх камерах зменшується. У внутрішніх частинах 6 і 7 підшипника навпаки, в верхніх камерах тиск зростає, а в нижніх зменшується. Радіальні вантажопідйомності зовнішньої 5 і внутрішніх 6 і 7 частин підшипника діють в одному напрямку, і при визначенні сумарної вантажопідйомності підсумовуються.

У разі перевантажень, відмови системи подачі робочої рідини, а також в режимах пуску і зупинки, коли вантажопідйомність гідростатодинамічного підшипника менше зовнішнього навантаження, вал 1 разом з диском 2 і пілшипниками кочення наближаються внутрішніх 15 ло частин гідростатодинамічного підшипника 6 і 7 і відбувається їх контакт. Завдяки тому, що тертя кочення менше тертя ковзання, внутрішні кільця підшипника кочення зупиняються, і в роботу вступають підшипники кочення. Таким чином зменшується знос робочих поверхонь гідростатодинамічного підшипника і підвищується його надійність роботи.

На рис. 6.13 і 6.14 наведено конструкцію радіального гідростатодинамічного підшипника з самоустановлювальними сегментами, а на рис. 6.15- його 3D модель.

У цьому підшипнику на валу 1 встановлений диск 2 який має розширений зовнішній обід. Це дозволяє отримати зовнішню і внутрішні робочі поверхні підшипника. В осьовому напрямку диск зафіксований кільцем 3 і гвинтом 4. У зовнішній 5 і внутрішніх 6 і 7 частинах підшипника нерухомо встановлені сферичні втулки 8, на які спираються своїми сферичними поверхнями сегменти 9. На робочих поверхнях сегментів 9 виконані несучі камери 10 (рис. 6.14). На вході в камери 10 встановлені вхідні компенсатори тиску-жиклери 11. Після виконання отворів для підведення робочої рідини в тіло сегментів встановлені технологічні заглушки 12. Всі частини гідростатодинамічного підшипника за допомогою гвинтів з'єднані з корпусом підшипника 13, а за допомогою гвинтів 14 вузол підшипника кріпиться до корпусу установки 15. Ущільнення 16 перешкоджають витіканню робочої рідини з підшипника. Робоча рідина підводиться в радіальний гідростатодинамічний підшипник самоустановлювальними здвоєний 3 сегментами через штуцер 17 в колектор18. Канали 19 і зливний штуцер 20 використовуються для виходу робочої рідини з підшипника.

Підшипник працює наступним чином. Робоча рідина подається під великим тиском  $P_{Bx}$  через вхідний штуцер 17. Через колектор 18 і отвори, виконані в сферичних втулках 8, робоча рідина подається в тіло сегментів 9, далі вона проходить через отвори, виконані в сегментах 9, і подається в несучі камери 10 через жиклери 11. Під дією тиску, який виникає між сегментами і ободом диска 2, сегменти 9 притискаються сферичними поверхнями до сферичних втулок 8, і витікання робочої рідини через сферичний контакт не відбувається.

Під дією зовнішніх радіальних навантажень центр вала 1 разом з диском 2 зміщуються щодо центру підшипника в радіальному напрямку. Сегменти 9 повертаються відносно сферичних поверхонь втулок 8 до нового рівноважного стану. У камерах, від яких вал 1 віддаляється, тиск зменшується, а в камерах, до яких вал 1 наближається, тиск зростає. Різниця тисків у камерах призводить до появи радіальної вантажопідйомності.

При появі осьових перекосів вала 1 сегменти 9 повертаються відносно сферичних поверхонь втулок 8, і нормальний режим роботи підшипника не порушується.

Конструкція радіального гідростатодинамічного підшипника з самоустановлювальними сегментами дозволяє компенсувати перекоси валу, підвищує демпфуючу здатність підшипника і розширює діапазон його стійкої роботи за рахунок повороту сегментів відносно сферичних поверхонь втулок.



Рис. 6.13. Конструкція радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника з самоустановлювальними сегментами







Рис. 6.14. Конструкція сегментів в радіальному здвоєному гідростатодинамічному підшипнику з самоустановлювальними сегментами



Рис.6.15. 3D модель радіального здвоєного гідростатодинамічного підшипника з самоустановлювальними сегментами

### 6.2 Висновки

6.1. Розроблено конструкції семи типів здвоєних гідростатодинамічних підшипників.

6.2. Розроблено систему каналів підведення і відведення робочої рідини в підшипниках здвоєного типу.

6.3. Забезпечено складання та розбирання розроблених конструкцій здвоєних гідростатодинамічних підшипників.

6.4. Для забезпечення наочності і кращого розуміння конструкції здвоєних гідростатодинамічних підшипників наведені їх 3D - моделі.

Результати розділу опубліковані в наступних роботах автора: [26], [27], [28], [29], [30].

### **РОЗДІЛ 7**

## АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНИХ ПІДШИПНИКІВ ЗДВОЄНОГО ТИПУ

## 7.1Результати досліджень здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника при постійному зовнішньому навантаженні

На основі розглянутої математичної моделі були розраховані основні характеристики радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу.

Вихідні дані для розрахунку підшипника:

- 1. Тиск живлення  $P_{BX} = 2M\Pi a$ .
- 2. Кутова швидкість валу  $\omega = 314 \text{ c}^{-1}$ .
- 3. Діаметр зовнішньої поверхні підшипника  $D_1 = 120$  мм.
- 4. Діаметр внутрішньої поверхні підшипника D<sub>2</sub> = 100 мм.
- 5. Діаметр диску зовнішній D<sub>диска1</sub> = 119,84 мм.
- 6. Діаметр диску внутрішній D<sub>диска2</sub> = 100,16 мм.
- 7. Радіальний зазор зовнішньої поверхні підшипника  $\delta_{o1} = 80$  мкм.
- 8. Радіальний зазор внутрішньої поверхні підшипника  $\delta_{o2} = 80$  мкм.
- 9. Діаметр жиклерів у зовнішній частині підшипника d<sub>ж</sub>= 1 мм.
- 10. Діаметр жиклерів у внутрішній частині підшипника d<sub>ж</sub>= 1 мм.
- 11. Довжина камер  $\ell_{\kappa 1} = \ell_{\kappa 2} = 15$  мм.
- 12. Довжинаперемички торців камер  $\ell_{n1} = \ell_{n2} = 5$  мм.
- 13. Ширина камер  $b_{\kappa 1} = b_{\kappa 2} = 5$  мм.
- 15. Довжина міжкамерних перемичок внутрішньої поверхні підшипника ℓ<sub>МП2</sub>
   = 73,54 мм.
- 16. Число камер в одному ряду кожної з робочих поверхонь к = 4.
- 17. Коефіцієнт входу  $\psi_{\text{вх}} = 0,62.$
- 18. Змащувальна рідина вода при температурі 47°С.
- 19. Довжина половини підшипника  $L_{\pi} = 25$  мм.

Вплив радіального зазору δ<sub>0</sub> на вантажопідйомність, витрата робочої рідини і втрати на тертя наведені на рис. 7.1-7.3.



Рис. 7.1. Залежність вантажопідйомності підшипника від радіального зазору



Рис 7.2. Залежність витрати мастильного матеріалу в підшипнику від радіального зазору


Рис. 7.3. Залежність втрат на тертя в підшипнику від радіального зазору

З рис. 7.1 видно, що вантажопідйомність здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника приблизно в 2 рази більше вантажопідйомності одинарного підшипника. Витрата мастильного матеріалу і втрати потужності на тертя у здвоєного підшипника істотно зростають (рис. 7.2 і 7.3). При збільшенні зазору від 40 до 80 мкм вантажопідйомність підшипника істотно знижується (приблизно в 6 разів).

При збільшенні тиску живлення вантажопідйомність підшипника і витрата мастила зростають (рис. 7.4 і 7.5), а втрати потужності на тертя змінюються несуттєво (рис. 7.6).



Рис. 7.4. Залежність вантажопідйомності підшипника від тиску живлення



Рис. 7.5. Залежність витрати мастильного матеріалу в підшипнику від тиску живлення



Рис. 7.6. Залежність втрат потужності на тертя в підшипнику від тиску живлення

Аналіз впливу кутової швидкості на характеристики підшипника показав, що вантажопідйомність при збільшенні кутової швидкості від 0 до 3000 с<sup>-1</sup> змінюється мало, а при подальшому зростанні кутової швидкості істотно зростає (рис. 7.7). Витрата мастильного матеріалу зі збільшенням кутової швидкості незначно знижується (рис. 7.8), а втрати потужності на тертя істотно зростають (рис. 7.9)



Рис. 7.7. Залежність вантажопідйомності підшипника від кутової



Рис. 7.8. Залежність витрати мастила в підшипнику від кутової швидкості



Рис. 7.9. Залежність втрат потужності на тертя в підшипнику від кутової швидкості

Діаметр вхідного компенсатора тиску (жиклера) істотно впливає на вантажопідйомність підшипника (рис. 7.10). При збільшенні діаметра жиклера від 1 мм до 2 мм вантажопідйомність здвоєного підшипника зростає приблизно в 4,5 разів. Витрата мастила зі збільшенням діаметра жиклера також істотно зростає (рис. 7.11), а втрати потужності на тертя зі збільшенням діаметра жиклера змінюються несуттєво (рис. 7.12).



Рис. 7.10. Залежність вантажопідйомності підшипника від радіуса жиклера



Рис. 7.11. Залежність витрати мастила в підшипнику від радіуса жиклера



Рис. 7.12. Залежність втрат потужності на тертя в підшипнику від радіуса жиклера

Отримані результати розрахунку характеристик розглянутого підшипника дозволяють рекомендувати його для важконавантажених опор роторів.

Результати розрахунку одинарного підшипника були отримані в припущенні, що внутрішня частина здвоєного підшипника відсутня.

## 7.2 Результати дослідження динамічних характеристик радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу

Аналіз характеристик радіальних гідростатодинамічних статичних підшипників здвоєного типу показав їх значну перевагу по несучій здатності (вантажопідйомності) порівнянні зi звичайними В одинарними гідростатодинамічними підшипниками. Однак працездатність радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу в повній мірі визначається не тільки статичними, а й динамічними характеристиками.

Вихідні дані при розрахунку динамічних характеристик були такі:

- 1. Діаметр підшипника зовнішній  $-D_1 = 120$  мм.
- 2. Діаметр підшипника внутрішній D<sub>2</sub> = 100 мм
- 3. Діаметр диска зовнішній  $D_{D1} = 119,86$  мм.
- 4. Діаметр диска внутрішній  $D_{D2} = 100,14$  мм.
- 5. Зовнішній і внутрішній радіальний зазор  $\delta_{o1} = \delta_{o2} = 0,07$  мм.
- 6. Діаметр жиклера  $d_{x1} = d_{x2} = 2$  мм.
- 7. Довжина камер  $\ell_{\kappa 1} = \ell_{\kappa 2} = 15$  мм.
- 8. Довжина перемичок торців камер  $\ell_{n1} = \ell_{n2} = 5$  мм.
- 9. Ширина камер  $b_{\kappa 1} = b_{\kappa 2} = 5$  мм.

10. Довжина міжкамерної перемички зовнішньої частини підшипника –

 $\ell_{\rm MK1} = 89,247$  MM.

Довжина міжкамерної перемички внутрішньої частини підшипника – ℓ<sub>MK2</sub> = 73,54 мм.

12. Робоча рідина - вода при t = 47°С:

а) густина –  $\rho = 0.989 \cdot 10^{-6}$  кг/мм<sup>3</sup>;

б) динамічна в'язкість –  $\mu = 5,817 \cdot 10^{-10} \text{H} \cdot \text{c/mm}^2$ ;

в) кінематична в'язкість –  $v = 5,882 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2/\text{с}.$ 

13. Довжина половини підшипника –  $L_{\pi} = 25$  мм.

14. Довжина двох осьових частин підшипника  $L_{\Sigma} = 2 \cdot L_{\pi} = 50$  мм.

15. Прискорення вільного падіння  $g = 9860 \text{ мм/c}^2$ .

16. Коефіцієнт входу  $\psi_{BX} = 0,62$ .

Результати розрахунку динамічних характеристик радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу на підставі прийнятих геометричних і робочих параметрів наведені на рис. 7.13 - 7.32.

На рис. 7.13 – 7.17 наведені результати розрахунку при дисбалансі q = 0 і вазі ротора (вала) G<sub>p</sub>=500 H. З наведених результатів видно, що з пливом часу всі характеристики підшипника наближалися до стаціонарних точок. Стійкість розрахункової моделі було перевірено завданням різних вихідних даних по ексцентриситету  $\chi$  і отриманням однакового кінцевого значення усіх розглянутих параметрів підшипника.

Порівняння динамічних характеристик одинарного і здвоєного гідростатодинамічних підшипників наведено на рис. 7.18. З наведених результатів видно, що область резонансу у здвоєного гідростатодинамічного підшипника має більш розмитий (не чітко виражений) характер, і діапазон його стійкої роботи приблизно в 1,41 рази більше в порівнянні зі звичайним одинарним гідростатодинамічним підшипником.

Аналіз впливу ваги ротора  $G_p$  на його динамічні характеристики показав (рис. 7.19), що зі збільшенням ваги ротора резонанс настає на менших кутових швидкостях  $\omega$  і з дещо меншими амплітудами коливань. Межа стійкості також зі збільшенням ваги ротора зменшується, і отже зменшується діапазон стійкої роботи ротора. При збільшенні ваги ротора від 300H до 500H (рис. 7.19) діапазон стійкої роботи ротора зменшувався приблизно в 1,2 рази.

На рис. 7.20 - 7.24 наведено залежності ексцентриситету χ, кута положення валаβ<sub>0</sub>, вантажопідйомності, витрати робочої рідини і втрат потужності на тертя від часу в стійкій області. Розрахунки показали, що в стійкій області траєкторії центру вала мають вигляд замкнутих кривих, близьких за формою до кіл або еліпсу.



Рис. 7.13. Залежність ексцентриситету вала в радіальному підшипнику здвоєного типу від часу при різних його початкових значеннях і дисбалансі q = 0



Рис. 7.14. Залежність кута положення вала в радіальному підшипнику здвоєного



Рис. 7.15. Залежність вантажопідйомності здвоєного радіального підшипника від часу при дисбалансі q = 0



Рис. 7.16. Залежність витрати робочої рідини в радіальному підшипнику здвоєного типу від часу при дисбалансі q = 0



Рис. 7.17. Залежність втрат потужності на тертя в радіальному підшипнику здвоєного типу від часу при дисбалансі q = 0



Рис. 7.18. Амплітудно-частотні характеристики одинарного втулкового (1) і здвоєного (2) гідростатодинамічних підшипників



Рис. 7.19. Амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях ваги ротора G<sub>p</sub>



Рис. 7.20. Залежність ексцентриситету вала від часу в здвоєному гідростатодинамічному підшипнику при вазі вала  $G_p = 300$  H і кутової швидкості  $\omega = 942 \text{ c}^{-1}$  в стійкій області



Рис. 7.21. Залежність кута положення вала в здвоєному гідростатодинамічному підшипнику від часу при вазі вала  $G_p = 300$  H і кутовій швидкості  $\omega = 942$  с<sup>-1</sup> в стійкій області



Рис. 7.22. Залежність вантажопідйомності здвоєного гідростатодинамічного підшипника від часу при вазі вала G<sub>p</sub> = 300 H, кутовій швидкості ω = 942 с<sup>-1</sup> в стійкій області



Рис. 7.23. Залежність витрати робочої рідини через здвоєний гідростатодинамічний підшипник від часу при вазі вала G<sub>p</sub> = 300 H і кутовій швидкості ω = 942 с<sup>-1</sup> в стійкій області



Рис. 7.24. Залежність втрат потужності на тертя в здвоєному гідростатодинамічному підшипнику від часу при вазі вала G<sub>p</sub> = 300 H і кутовій швидкості ω = 942 с<sup>-1</sup> в стійкій області

З рисунків видно, що вже через кілька обертів (як правило, 5) після початку руху вал виходить на стійку повторювану траєкторію, яка дозволяє визначати амплітуди вимушених коливань. Коливання в стійкій зоні відбуваються зі зворотньою частотою.

Зміна основних характеристик (вантажопідйомності, витрати рідини і втрат потужності на тертя) наведено на рис. 7.22 - 7.24. З рисунків видно, що для розглянутих геометричних і робочих параметрів підшипника його вантажопідйомність за один оберт змінюється в кілька разів (приблизно в 5 разів). Витрати робочої рідини і втрати потужності на тертя також істотно змінюються за один оберт валу (приблизно в 5 разів).

При збільшенні кутової швидкості обертання валу, починаючи з деякого значення, частота коливань стає необертальною. Це говорить про початок виникнення самозбудження коливань (автоколивання) - порушення стійкої роботи вала. Рух вала, характерний для цієї області його роботи, наведено на рис. 7.25 і 7.26. При цьому він робить бігармонічні коливання, які виходять при накладенні вимушених коливань і автоколивань. Зміна основних характеристик підшипника (вантажопідйомності, витрати робочої рідини і втрат потужності на тертя) від часу в нестійкій зоні (наведено на рис. 7.27 - 7.29), також має більш складний характер ніж в стійкій зоні.

Збільшення неврівноваженості вала мало впливає на величину резонансної швидкості (рис. 7.30 і 7.31) і межі нестійкості, але збільшує амплітуду коливань, причому більш істотно в резонансної області.

Подальшою оптимізацією конструкції здвоєного гідростатодинамічного підшипника є аналіз амплітудно-частотних характеристик розглянутого підшипника при різному окружному положенні камер. Розглядалися два випадки: при рівномірному розташуванні камер по колу, кут розташування першої камери дорівнював  $\varphi_{\text{кам1}} = 0^{\circ}$  (рис. 7.32); при рівномірному розташуванні камер по колу, кут положення першої камери дорівнював  $\varphi_{\text{кам1}} = 45^{\circ}$  (рис. 7.32).



Рис. 7.25. Залежність ексцентриситету вала в здвоєному гідростатодинамічному підшипнику від часу при вазі вала  $G_p = 300$  H і кутовій швидкості  $\omega = 3700$  с<sup>-1</sup> в нестійкій області



Рим. 7.26. Залежність кута положення вала в здвоєному гідростатодинамічному підшипнику від часу при вазі вала  $G_p = 300$  H і кутовій швидкості  $\omega = 3700$  с<sup>-1</sup> в нестійкій області



Рис. 7.27. Залежність вантажопідйомності здвоєного гідростатодинамічного підшипника від часу при вазі вала  $G_p = 300$  H і кутовій швидкості  $\omega = 3700$  с<sup>-1</sup> в нестійкій області



Рис. 7.28. Залежність витрати робочої рідини через здвоєний гідростатодинамічний підшипник від часу при вазі вала G<sub>p</sub> = 300 H і кутовій швидкості ω = 3700 с<sup>-1</sup> в нестійкій області



Рис. 7.29. Залежність потужності тертя в здвоєному гідростатодинамічному підшипнику від часу при вазі вала  $G_p = 300$  H і кутовій швидкості  $\omega = 3700$  с<sup>-1</sup> в нестійкій області



Рис. 7.30. Амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях неврівноваженості ротора q



Рис. 7.31. Амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях неврівноваженості ротора q

Отримані амплітудно-частотні характеристики показують, що при розташуванні першої камери під кутом  $\varphi_{\text{кам1}} = 0^{\circ}$  діапазон стійкої роботи здвоєного підшипника дещо більший (приблизно на 6%) в порівнянні з підшипником, у якого перша камера розташовувалася під кутом  $\varphi_{\text{кам1}} = 45^{\circ}$ .

Однак при проектуванні здвоєних гідростатодинамічних підшипників більш раціональним є розташування першої камери під кутом  $\phi_{\text{кам1}} = 45^{\circ}$ , так як в цьому випадку легше організувати злив відпрацьованої робочої рідини з підшипника.



Рис. 7.32. Амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різному окружному положенні камер

На рис. 7.33 - 7.38 наведені результати розрахунку амплітудно-частотних характеристиквала на радіальних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу, що мають розміри експериментального підшипника.

Основні розміри підшипника такі:

- 1. Діаметр підшипника зовнішній  $D_1 = 91$  мм.
- 2. Діаметр підшипника внутрішній  $D_2 = 83$  мм.
- 3. Діаметр диска зовнішній  $D_{D1} = 90,86$  мм.
- 4. Діаметр диска внутрішній  $D_{D2} = 83,14$  мм.
- 5. Зовнішній і внутрішній радіальний зазор  $\delta_{o1} = \delta_{o2} = 0,07$  мм.
- 6. Діаметр жиклера  $d_{x1} = d_{x2} = 2$  мм.
- 7. Довжина камери  $\ell_{\kappa 1} = \ell_{\kappa 2} = 15$  мм.
- 8. Довжина перемичок торців камер  $\ell_{\pi 1} = \ell_{\pi 2} = 5$  мм.
- 9. Ширина камер  $b_{\kappa 1} = b_{\kappa 2} = 5$  мм.
- 10.Довжина міжкамерної перемички зовнішньої частини підшипника –
  ℓ<sub>MK1</sub> = 66,471 мм.
- 12. Робоча рідина-вода при t = 25°С.
- 13. Довжина половини підшипника L<sub>п</sub> = 25 мм.
- 14. Довжина двох осьових частин підшипника  $L_{\Sigma} = 2 \cdot L_{\pi} = 50$  мм.
- 15. Вага ротора на одну опору G<sub>p</sub>=200 H.
- 16. Коефіцієнт входу  $\psi_{BX} = 0,62$ .

Розрахунки проводилися при трьох значеннях тиску живлення:  $P_{Bx}=0,4$  МПа,  $P_{Bx}=0,8$  МПа і  $P_{Bx}=1,2$  МПа і неврівноваженості вала q=0,1 кг·мм. З наведених результатів розрахунку (рис. 7.33) видно, що зі збільшенням тиску живлення кутова швидкість, при якій настає резонанс, збільшується приблизно на 70%, амплітуди коливань в резонансної області також ростуть зі збільшенням тиску живлення приблизно на 13%. Межа стійкості при збільшенні тиску

живлення від  $P_{Bx}=0,4$  МПа до  $P_{Bx}=1,2$  МПа зростає від  $\omega_{ycr}=2750$  с<sup>-1</sup> до  $\omega_{ycr}=4200$  с<sup>-1</sup>, тобто збільшується приблизно в 1,5 рази.

Нарис. 7.34 наведено амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях тиску живлення  $P_{BX}$  і зазорі  $\delta = 0,09$  мм. На рис. 7.35 наведено амплітудно-частотні характеристики здвоєних підшипників з зазорами  $\delta = 0,09$  мм і  $\delta = 0,07$  мм. З наведених рисунків видно, що зі збільшенням тиску живлення  $P_{BX}$  для зазору  $\delta = 0,09$  мм, так само як і для зазору  $\delta = 0,07$  мм межа стійкості зміщується в бік високих частот обертання.



Рис. 7.33. Амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях тиску живлення



Рис. 7.34. Амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях тиску живлення P<sub>вх</sub>



Рис. 7.35.Амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях зазору δ

Збільшення зазору в підшипнику призводить до зменшення частоти обертання, при якій настає явище резонансу і зростання амплітуд коливань в

області резонансу. Межа стійкості зі збільшенням зазору в підшипнику зменшується. При збільшенні зазору в підшипнику з  $\delta = 0.07$  мм до  $\delta = 0.09$  мм кутова швидкість, при якій з'являються самозбуджені коливання (автоколивання) і відбувається втрата стійкості, зменшується з  $\omega_{yct} = 3370c^{-1}$  до  $\omega_{yct} = 3000c^{-1}$ , тобто знижується приблизно на 11,5%.

Важливим параметром, який характеризує діапазон стійкої роботи ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу, є діаметр підшипника. Для аналізу впливу діаметру підшипника на амплітудно-частотні характеристики ротора розглядалися три значення діаметра підшипника (при збереженні інших його розмірів постійними):

1) Зовнішній діаметр здвоєного підшипника D1 = 91мм;

Внутрішній діаметр здвоєного підшипника D2 = 83мм.

Діаметр підшипника був збільшений в 1,5 рази, при цьому зовнішній діаметр здвоєного підшипника дорівнював D1 = 136,5мм, внутрішній діаметр D2 = 124,5мм.

3) Діаметр підшипника був збільшений в 2 рази по відношенню до початкового діаметру, при цьому зовнішній діаметр здвоєного підшипника дорівнював D1 = 182мм, а внутрішній діаметр D2 = 166мм.

Отримані результати розрахунку (рис. 7.36) показують, що зі збільшенням діаметра підшипника явище резонансу настає при меншій кутової швидкості і з великими амплітудами, особливо в області резонансу. Межа стійкості зі збільшенням діаметра підшипника знижується. Збільшення діаметра підшипника в 2 рази в порівнянні з початковим діаметром знижує межу стійкості з  $\omega_{yct} = 3350c^{-1}$  до  $\omega_{yct} = 2600c^{-1}$ , тобто зменшує приблизно в 1,3 рази.

Аналіз впливу діаметра жиклера  $d_{x}$  на амплітудно-частотні характеристики здвоєного гідростатодинамічного підшипника наведено на рис. 7.37. З рисунка видно, що зі збільшенням діаметра жиклера з  $d_{x} = 2$ мм до  $d_{x} = 4$ мм межа стійкості збільшується приблизно на 11%.



гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних діаметрах підшипника



гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних діаметрах жиклерів d<sub>ж</sub>

Для зменшення витрати робочої рідини і підвищення вантажопідйомності підшипника цікавим рішенням є установка в підшипнику жиклерів з різними діаметрами. У навантаженій зоні встановлено жиклери з великим діаметром, а в ненавантаженій зоні - з меншим діаметром. Однак в даному випадку крім статичних характеристик важливим є перевірка такого підшипника в динаміці. На 7.37 амплітудно-частотні наведено характеристики рис. здвоєних пілшипників гідростатодинамічних 3 однаковими діаметрами жиклерів (d<sub>ж</sub> = 2мм) в зовнішній і внутрішній частинах підшипника і зі змінними діаметрами жиклерів в навантаженій і ненавантажених зонах підшипника. У підшипнику з різними діаметрами жиклерів в навантаженій зоні приймався діаметр жиклера d<sub>ж</sub> = 2мм в зовнішній і внутрішній частинах, а в ненавантаженій зоні приймався діаметр жиклера d<sub>ж</sub> = 1мм, також у зовнішній і внутрішній частинах підшипника. Отримані результати (рис. 7.37) показують, що в підшипнику з різними діаметрами жиклерів (зменшеними в ненавантаженій зоні) діапазон стійкої роботи більше. У розглянутому діапазоні параметрів межа стійкості для підшипника з різними діаметрами жиклерів збільшилася приблизно в 1,2 рази. Отже, підбором відповідних діаметрів жиклерів в підшипнику можна істотно збільшити діапазон стійкої роботи ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу.

досвіду проектування звичайних одинарних гідростатодинамічних 3 підшипників відомо, що на несучу здатність підшипника істотно впливає режим течії робочої рідини. Тому стосовно гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу були розраховані амплітудно-частотні характеристики ротора на розглянутих підшипниках при ламінарній і турбулентній течії робочої рідини (рис. 7.38). З отриманих результатів видно, що при турбулентній течії робочої рідини резонанс настає при більш високих частотах обертання, ніж при ламінарній течії робочої рідини. Амплітуди коливань також більше в області резонансу при турбулентній течії робочої рідини в порівнянні з ламінарною течією. Важливим висновком з отриманих результатів є факт, що турбулентний режим течії робочої рідини розширює діапазон стійкої роботи ротора на

гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу (рис.7.38). Якщо при ламінарному режимі течії робочої рідини втрата стійкості руху ротора настає приблизно при кутовій швидкості  $\omega_{yct} = 3250c^{-1}$ , то при турбулентній течії робочої рідини втрата стійкості руху ротора на розглянутих підшипниках відбувається при кутовій швидкості  $\omega_{yct} = 3900c^{-1}$ , тобто діапазон стійкої роботи ротора при турбулентній течії робочої рідини в даному випадку більше приблизно на 20%, в порівнянні з ламінарною течією робочої рідини.



Рис. 7.38. Амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних режимах течії робочої рідини

Аналіз результатів розрахунку статичних і динамічних характеристик радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу показав, що в порівнянні зі звичайним одинарним гідростатодинамічним підшипником він має велику несучу здатність (вантажопідйомність) приблизно в 1,7 - 1,85 рази, а також більший діапазон стійкої роботи приблизно в 1,4 – 1,5 рази, і отже може бути рекомендований для важконавантажених високошвидкісних опор.

## 7.3 Результати досліджень статичних і динамічних характеристик радіально-упорногогідростатодинамічного підшипника здвоєного типу

На основі розробленої математичної моделі була складена програма і отримані результати розрахунку статичних і динамічних характеристик радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу.

Вихідними даними для розрахунку були такі:

1. Тиск живлення  $P_{BX} = 2$  МПа.

2.Кутова швидкість валу  $\omega = 314 \text{ c}^{-1}$ .

3. Мінімальний діаметр зовнішньої конічної частини підшипника

D<sub>1,н</sub> = 116,65 мм.

4.Середній діаметр зовнішньої конічної частини підшипника

 $D_{1,cp} = 120$  мм.

5. Максимальний діаметр зовнішньої конічної частини підшипника

D<sub>1,к</sub>= 123,35 мм.

6. Діаметр внутрішньої циліндричної поверхні підшипника

 $D_2 = 100$  MM.

7.Середній діаметр зовнішньої конічної частини диска D<sub>D,cp</sub>= 119,16 мм.

8. Діаметр внутрішньої циліндричної поверхні диска

D<sub>D,2</sub> = 100,14 мм.

9. Радіальний зазор зовнішньої конічної частини підшипника

 $\delta_{o1} = 0,07$  мм.

10. Радіальний зазор внутрішньої циліндричної частини підшипника  $\delta_{o2} = 0.07$  мм.

11.Діаметр жиклерів в камерах зовнішньої конічної частини підшипника  $d_{\kappa 1} = 2$  мм.

12.Діаметр жиклерів в камерах внутрішньої циліндричної частини підшипника d<sub>ж2</sub> = 2 мм.

13.Довжина камер на зовнішній конічній частині підшипника  $\ell_{\kappa 1}$  =15,53 мм.

14. Довжина камер на внутрішній циліндричній частині підшипника

 $\ell_{\rm k2} = 15$  MM.

15. Довжина перемичок торців камер на зовнішній конічній частині підшипника  $\ell_{n1} = 5,176$  мм.

16.Довжина перемичок торців камер на внутрішній циліндричній частині підшипника  $\ell_{n2} = 5$  мм.

17.Ширина камер на зовнішній конічній частині підшипника середня b<sub>к1,cp</sub> = 5 мм.

18.Ширина камер на внутрішній циліндричній частині підшипника

 $b_{\kappa 2} = 5$  MM.

19. Довжина міжкамерної перемички на зовнішній конічній частині підшипника (середина конічної частини)  $\ell_{MK1} = 89,247$  мм.

20.Довжина міжкамерної перемички на внутрішній циліндричній частині підшипника  $\ell_{MK2} = 73,54$  мм.

21.Довжина половини підшипника (осьова) L<sub>п</sub> = 25 мм.

22.Довжина двох осьових частин підшипника  $L_{\Sigma} = 2 \cdot L_{\pi} = 50$  мм.

23.Коефіцієнт входу  $\psi_{BX} = 0,62$ .

24.Робоча рідина – вода, яка при температурі t = 47°С має такі характеристики:

а) густина –  $\rho = 0.989 \cdot 10^{-6}$  кг/мм<sup>3</sup>;

б) динамічна в'язкість –  $\mu = 5,817 \cdot 10^{-10} \text{H} \cdot \text{c/mm}^2$ .

в) кінематична в'язкість –  $v = 5,882 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2/\text{с}.$ 

25.Кут конуса зовнішньої частини підшипника α = 15°.

Результати розрахунку статичних характеристик радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу наведені на рис. 7.39 - 7.58.

Вплив тиску живлення  $P_{Bx}$  на радіальну і осьову вантажопідйомність, витрати мастила, втрати потужності на тертя наведено на рис. 7.39 - 7.42. Тиск живлення змінювався від  $P_{Bx} = 1$  МПа до  $P_{Bx} = 3$  МПа, при радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,02$  мм і частоті обертання валу з диском  $\omega = 314$  с<sup>-1</sup>.



Рис. 7.39.Залежність радіальної вантажопідйомності здвоєного радіальноупорного гідростатодинамічного підшипника від осьового ексцентриситету при різних тисках живлення Р<sub>вх</sub>



Рис. 7.40.Залежність осьової вантажопідйомності здвоєного радіально-упорного підшипника від осьового ексцентриситету при різних тисках живлення P<sub>вх</sub>



Рис. 7.41.Залежність витрати робочої рідини здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника від осьового ексцентриситету при різних тисках живлення Р<sub>вх</sub>



Рис. 7.42.Залежність втрат потужності на тертя в здвоєному радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику від осьового ексцентриситету при різних тисках живлення Р<sub>вх</sub>



Рис. 7.43.Залежність радіальної вантажопідйомності здвоєного радіальноупорного підшипника від осьового ексцентриситету при різних значеннях кутової швидкості



Рис. 7.44.Залежність осьової вантажопідйомності здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника від осьового ексцентриситету при різних значеннях кутової швидкості



Рис. 7.45.Залежність витрати робочої рідини в здвоєному радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику від осьового ексцентриситету при різних значеннях кутової швидкості вала



Рис.7.46.Залежність втрат потужності на тертя в здвоєному радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику від осьового ексцентриситету при різних значеннях кутової швидкості вала



Рис.7.47.Залежність радіальної вантажопідйомності здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника від радіального ексцентриситету при різних діаметрах жиклера d<sub>ж</sub>



Рис.7.48.Залежність осьової вантажопідйомності здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника від радіального ексцентриситету при різних діаметрах жиклера d<sub>ж</sub>



Рис. 7.49.Залежність витрати робочої рідини в здвоєному радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику від радіального ексцентриситету при різних діаметрах жиклера d<sub>ж</sub>



Рис. 7.50.Залежність втрат потужності на тертя в здвоєному радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику від радіального ексцентриситету при різних діаметрах жиклера d<sub>ж</sub>



Рис. 7.51.Залежність радіальної вантажопідйомності здвоєного радіальноупорного гідростатодинамічного підшипника від осьового ексцентриситету при різних тисках живлення Р<sub>вх</sub>



Рис. 7.52.Залежність осьової вантажопідйомності здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника від осьового ексцентриситету при різних тисках живлення Р<sub>вх</sub>



Рис.7.53.Залежність витрати робочої рідини в здвоєному радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику від осьового ексцентриситету при різних тисках живленнях Р<sub>вх</sub>



Рис. 7.54.Залежність втрат потужності на тертя в здвоєному радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику від осьового ексцентриситету при різних тисках живленнях Р<sub>вх</sub>



Рис. 7.55.Залежність радіальної вантажопідйомності здвоєного радіальноупорного гідростатодинамічного підшипника від осьового ексцентриситету при різних значеннях кутової швидкості вала



Рис. 7.56.Залежність осьової вантажопідйомності здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника від осьового ексцентриситету при різних


Рис. 7.57.Залежність витрати мастильного матеріалу в здвоєному радіальноупорному гідростатодинамічному підшипнику від осьового ексцентриситету при різних значеннях кутової швидкості вала



Рис. 7.58.Залежність втрат потужності на тертя в здвоєному радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику від осьового ексцентриситету при різних значеннях кутової швидкості вала

При зміні осьового ексцентриситету від  $e_{oc} = 0$  до  $e_{oc} = 0,06$  мм радіальна вантажопідйомність (рис. 7.39) має істотно нелінійний характер особливо при високому тиску живлення. На осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$ мм при збільшенні тиску живлення від  $P_{Bx} = 1$  МПа до  $P_{Bx} = 3$  МПа радіальна вантажопідйомність здвоєного радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника зростає з  $W_{pag} = 1250$  H до  $W_{pag} = 2450$ H, тобто приблизно в 2 рази.

Залежність осьової вантажопідйомності підшипника  $W_{oc}$  (рис. 7.40) при зміні осьового ексцентриситету і тиску живлення робочої рідини також має нелінійний характер, і на осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм при збільшенні тиску живлення від  $P_{Bx} = 1$  МПа до  $P_{Bx} = 3$  МПа вона зростає з  $W_{oc} = 155$  H до  $W_{oc} = 285$  H,тобто приблизно в 1,84 рази.

Витрати робочої рідини через підшипник (рис. 7.41) при всіх досліджуваних значеннях осьового ексцентриситету зі збільшенням тиску живлення робочої рідини від  $P_{Bx} = 1$  МПа до  $P_{Bx} = 3$  МПа істотно зростає. На осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм при збільшенні тиску живлення від  $P_{Bx} = 1$  МПа до  $P_{Bx} = 3$  МПа витрата робочої рідини через підшипник зростає з  $Q = 42 \cdot 10^{3 \text{MM}^3} (afo 0,042 \frac{n}{c})$  до  $Q = 74 \cdot 10^{3 \text{MM}^3} (afo 0,072 \frac{n}{c})$ ,тобто приблизно в 1,8 рази.

Втрати потужності на тертя (рис. 7.42) при всіх досліджуваних значеннях осьового ексцентриситету зі збільшенням тиску живлення робочої рідини від  $P_{Bx} = 1$  МПа до  $P_{Bx} = 3$  МПа зростають. На осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,02$  мм при збільшенні тиску живлення з  $P_{Bx}=1$  МПа до  $P_{Bx} = 3$  МПа втрати потужності на тертя зростають з N<sub>Σ</sub>=81 Вт до N<sub>Σ</sub> =113 Вт,тобто приблизно в 1,4 рази. Слід зазначити, що залежність втрат потужності на тертя і прокачування від осьового ексцентриситету - незначна (рис. 7.42).

Вплив кутової швидкості  $\omega$  на радіальну і осьову вантажопідйомність, витрати робочої рідини і втрати потужності на тертя наведено на рис. 7.43 - 7.46. Дослідження проводилося на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,02$  мм і тиску живлення  $P_{Bx} = 2$  МПа. При зміні осьового ексцентриситету від  $e_{oc} = 0$  до  $e_{oc} = 0,06$ мм радіальна вантажопідйомність зростає за істотно нелінійною залежністю (рис. 7.43). На осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм при збільшенні кутової швидкості від  $\omega = 314 \text{ c}^{-1}$  до  $\omega = 5024 \text{ c}^{-1}$ радіальна вантажопідйомність зростає з  $W_{pag} = 875 \text{ H}$  до  $W_{pag} = 1875 \text{ H}$ , тобто приблизно в 2,1 рази.

Залежність осьової вантажопідйомності підшипника  $W_{oc}$  (рис. 7.44) при зміні осьового ексцентриситету і кутовій швидкості  $\omega$  також має нелінійний характер і зростає зі збільшенням кутової швидкості. Особливо суттєве зростання осьової вантажопідйомності відбувається при великих осьових ексцентриситетах і великих кутових швидкостях.

Витрати робочої рідини через підшипник (рис. 7.45) зі збільшенням кутової швидкості змінюється незначно, і зі збільшенням осьового ексцентриситету незначно знижується.

Втрати потужності на тертя  $N_{rp}$  (рис. 7.46) зі збільшенням кутової швидкості  $\omega$  суттєво зростають. Зі збільшенням осьового ексцентриситету на малих кутових швидкостях обертання валу втрати потужності на тертя незначно знижуються, а при великих кутових швидкостях незначно зростають.

Вплив діаметра жиклера d<sub>ж</sub> на радіальну і осьову вантажопідйомність, витрати робочої рідини і втрати потужності на тертя наведено на рис. 7.47 - 7.50. Дослідження проводилося за кутової швидкості  $\omega = 314$  с<sup>-1</sup>, осьовому ексцентриситеті e<sub>oc</sub> = 0,02 мм і при різних значеннях радіального ексцентриситету (e<sub>pag</sub> = 0,02...0,06 мм).

Радіальна вантажопідйомність підшипника зі збільшенням діаметра жиклера від  $d_{\pi} = 1$  мм до  $d_{\pi} = 4$  мм на всіх значеннях радіального ексцентриситету істотно зростає (рис. 7.47). При цьому приріст радіальної вантажопідйомності становить приблизно 450 H на всіх значеннях радіального ексцентриситету.

Осьова вантажопідйомність підшипника  $W_{oc}$  при збільшенні діаметра жиклера (в розглянутому діапазоні) змінюється незначно при всіх значеннях радіального ексцентриситету (рис. 7.48) і істотно змінюється при зміні радіального ексцентриситету. Для діаметра жиклера  $d_{x} = 2$  мм при збільшенні радіального ексцентриситету від  $e_{pag} = 0,02$ мм до  $e_{pag} = 0,06$ мм осьова вантажопідйомність зростає від  $W_{oc} = 60$  H до  $W_{oc} = 670$  H, тобто приблизно в 11 разів.

Витрата робочої рідини через підшипник (рис. 7.49) і втрати потужності на тертя (рис. 7.50) зі збільшенням діаметра жиклера істотно зростають і незначно змінюються при збільшенні радіального ексцентриситету. При цьому зі збільшенням радіального ексцентриситету витрата робочої рідини незначно падає, а втрати потужності на тертя і прокачування незначно зростають.

Вплив осьового ексцентриситету  $e_{oc}$  на радіальну і осьову вантажопідйомність, витрата робочої рідини і втрати потужності на тертя при радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,05$  мм і зміні тиску живлення від  $P_{Bx} = 1$  МПа до  $P_{Bx} = 3$  МПа показано на рис. 7.51-7.54.

Радіальна і осьова вантажопідйомність підшипника, також як і для радіального ексцентриситету  $e_{pag} = 0,02$ мм, зі збільшенням осьового ексцентриситету  $e_{oc}$  істотно зростає (рис. 7.51 і 7.52). Порівнюючи радіальні вантажопідйомності підшипника при радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,02$  мм (рис. 7.36) і  $e_{pag} = 0,05$  мм (рис. 7.48), можна відзначити суттєве зростання радіальної вантажопідйомності підшипника зі збільшенням радіального ексцентриситету.

Якщо на радіальному ексцентриситеті  $e_{paд} = 0,02$  мм, при тиску живлення  $P_{Bx} = 3$  МПа і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм радіальна вантажопідйомність підшипника дорівнювала  $W_{pag} = 2,45 \cdot 10^3$  H (рис. 7.39), то на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,05$  мм, при тиску живлення  $P_{Bx} = 3$  МПа і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм радіальна вантажопідйомність підшипника дорівнювала  $W_{pag} = 7 \cdot 10^3$  H (рис. 7.51), тобто зросла приблизно в 2,8 рази. З цих же рисунків видно також, що при тиску живлення  $P_{Bx} = 1$  МПа і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм зі збільшенням радіального ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм зі збільшенням радіального ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм зі збільшенням радіального ексцентриситеті в  $e_{pag} = 0,02$  мм до  $e_{pag} = 0,05$  мм радіальна вантажопідйомність зростає з  $W_{pag} = 1,25 \cdot 10^3$  H до  $W_{pag} = 4 \cdot 10^3$  H, тобто приблизно в 3,2 рази.

Осьова вантажопідйомність підшипника  $W_{oc}$  зі збільшенням радіального ексцентриситету  $e_{pag}$  також істотно зростає. Якщо на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,02$  мм, при тиску живлення  $P_{Bx} = 3$  МПа і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм осьова вантажопідйомність підшипника дорівнювала  $W_{oc} = 285$  Н

(рис. 7.40), то на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,05$  мм, при тиску живлення  $P_{Bx} = 3$  МПа і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм осьова вантажопідйомність підшипника дорівнювала  $W_{oc} = 1800$  Н (рис. 7.52), тобто зросла приблизно в 6 разів.

Порівнюючи витрати робочої рідини на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,02$  мм (рис. 7.41) і  $e_{pag} = 0,05$  мм (рис. 7.53), можна відзначити незначне зниження витрати робочої рідини зі збільшенням радіального ексцентриситету. Якщо на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,02$  мм, при тиску живлення  $P_{Bx} = 3$  МПа і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм витрата робочої рідини дорівнювала  $Q = 73 \cdot 10^3$  мм<sup>3</sup>/с (рис. 7.41), то на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,05$  мм, при тиску живлення  $P_{Bx} = 3$  МПа і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм витрата робочої рідини дорівнювала  $Q = 70 \cdot 10^3$  мм<sup>3</sup>/с (рис. 7.53), тобто знижувалася приблизно в 1,04 рази.

Зі збільшенням осьового ексцентриситету (рис. 7.41 і 7.53) спостерігається також незначне зниження витрати робочої рідини через підшипник.

Втрати потужності на тертя зі збільшенням радіального ексцентриситету незначно зростають, приблизно на 5% (рис. 7.42 і 7.54). З цих рисунків видно, що збільшення осьового ексцентриситету в досліджуваному діапазоні параметрів мало впливає на втрати потужності на тертя.

На рис. 7.55 - 7.58 показано вплив осьового ексцентриситету е<sub>ос</sub> і кутової швидкості ω на радіальну і осьову вантажопідйомності, витрати робочої рідини і втрати потужності на тертя для радіального ексцентриситету е<sub>рад</sub> = 0,05 мм.

Також як і для радіального ексцентриситету е<sub>рад</sub> = 0,02 мм, збільшення осьового ексцентриситету е<sub>oc</sub> і кутової швидкості ω призводить до зростання радіальної і осьової вантажопідйомності, зменшення витрати робочої рідини і збільшення втрат потужності на тертя і прокачування.

Порівнюючи радіальні вантажопідйомності підшипника при радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,02$  мм (рис. 7.43) і  $e_{pag} = 0,05$  мм (рис. 7.55), можна відзначити суттєве зростання радіальної вантажопідйомності зі збільшенням радіального ексцентриситету. Якщо на радіальному ексцентриситету  $e_{pag} =$ 

0,02 мм, кутовій швидкості  $\omega = 5024 \text{ c}^{-1}$  і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм радіальна вантажопідйомність підшипника дорівнювала  $W_{pag} = 1875$  H (рис. 7.43), то на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,05$  мм, кутовій швидкості  $\omega = 5024 \text{ c}^{-1}$  і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм радіальна вантажопідйомність підшипника дорівнювала  $W_{pag} = 5000$  H (рис. 7.55), тобто зросла приблизно в 2,6 рази.

236

Осьова вантажопідйомність підшипника  $W_{oc}$  зі збільшенням радіального ексцентриситету  $e_{pag}$  також істотно зростає. Якщо на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,02$  мм, кутовій швидкості  $\omega = 5024$  с<sup>-1</sup> і осьовому ексцентриситеті  $e_{oc} = 0,06$  мм осьова вантажопідйомність підшипника дорівнювала  $W_{oc} = 235$  H (рис. 7.44), то на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,05$  мм, кутовій швидкості  $\omega = 5024$  с<sup>-1</sup> і осьовому ексцентриситеті  $\omega = 5024$  с<sup>-1</sup> і осьовому ексцентриситеті е<sub>oc</sub> = 0,06 мм осьова вантажопідйомність підшипника дорівнювала  $W_{oc} = 1500$  H (рис. 7.56), тобто зросла приблизно в 6 разів.

Порівнюючи витрати робочої рідини на радіальному ексцентриситеті  $e_{pag} = 0,02$  мм (рис. 7.45) і  $e_{pag} = 0,05$  мм (рис. 7.57), можна відзначити незначне зниження витрати робочої рідини через підшипник (приблизно на 5%) зі збільшенням радіального ексцентриситету.

Втрати потужності на тертя зі збільшенням радіального ексцентриситету незначно зростають, приблизно на 5% (рис. 7.46 і 7.58).

З метою дослідження раціонального розташування камер на робочих поверхнях підшипника було розглянуто 2 варіанти їх розташування щодо лінії дії навантаження. У першому варіанті кут розташування першої камери щодо лінії дії зовнішнього навантаження дорівнював нулю ( $\varphi_{\text{кам1}} = 0$ ), а в другому варіанті перша камера була розташована під кутом 45° ( $\varphi_{\text{кам1}} = 45^{\circ}$ ) щодо лінії дії зовнішнього навантаження. Результати дослідження несучої здатності, витрати робочої рідини і втрат потужності на тертя і прокачування наведені на рис. 7.59-7.66. Дослідження проводилися для двох значень осьових ексцентриситетів  $e_{oc} = 0,015$  мм (рис. 7.59-7.62) і  $e_{oc} = 0,03$  мм (рис. 7.63-7.66).

З наведених графіків видно, що радіальна вантажопідйомність підшипника, у якого перша камера розташована під кутом 0° щодо лінії дії зовнішньої сили, більше, ніж у підшипника, у якого перша камера розташована під кутом 45°, причому для обох розглянутих осьових ексцентриситетів. Різниця вантажопідйомності підшипників зростає зi збільшенням радіального ексцентриситету е<sub>рал</sub>. Для радіального ексцентриситету е<sub>рад</sub> = 0,045 мм при осьовому ексцентриситеті е<sub>ос</sub> = 0,015 мм радіальна вантажопідйомність підшипника, у якого перша камера розташована під кутом 0° по відношенню до лінії дії зовнішнього навантаження, вище радіальної вантажопідйомності підшипника, у якого перша камера розташована під кутом 45° по відношенню до лінії дії зовнішньої сили, в 1,78 рази (рис. 7.59). Для радіального ексцентриситету е<sub>рал</sub> = 0,045 мм при осьовому ексцентриситеті е<sub>ос</sub> = 0,03 мм радіальна вантажопідйомність підшипника, у якого перша камера розташована під кутом 0° по відношенню до лінії дії зовнішнього навантаження, вище радіальної вантажопідйомності підшипника, у якого перша камера розташована під кутом 45° по відношенню до лінії дії зовнішньої сили, в 3,56 рази (рис. 7.63). Отже зі збільшенням осьового ексцентриситету перевага першого варіанту розташування камер зростає в порівнянні з другим варіантом розташування камер по збільшенню радіальної вантажопідйомності.

Осьова вантажопідйомність підшипника з першим варіантом розташування камер ( $\varphi_{\text{кам1}} = 0^{\circ}$ ) також вище осьової вантажопідйомності підшипника з другим варіантом розташування камер ( $\varphi_{\text{кам1}} = 45^{\circ}$ ). Це видно з рис. 7.60 і 7.64. Зі збільшенням осьового ексцентриситету приріст осьової вантажопідйомності у підшипника з першим варіантом розташування камер ( $\varphi_{\text{кам1}} = 0^{\circ}$ ) зростає в порівнянні з другим варіантом розташування камер ( $\varphi_{\text{кам1}} = 45^{\circ}$ ).

Витрати робочої рідини через підшипники для двох розглянутих варіантів розташування камер і для двох розглянутих осьових ексцентриситетів відрізняються дуже мало і незначно зменшуються зі збільшенням радіального ексцентриситету приблизно на 4% (рис. 7.61 і 7.65).



Рис. 7.59.Залежність радіальної вантажопідйомності радіально-упорного підшипника здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.60.Залежність осьової вантажопідйомності радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.61.Залежність витрати робочої рідини в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.62.Залежність втрат потужності на тертя в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу від радіального

ексцентриситету



Рис. 7.63.Залежність радіальної вантажопідйомності радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.64.Залежність осьової вантажопідйомності радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.65.Залежність витрати робочої рідини в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.66.Залежність втрат потужності на тертя в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу від радіального ексцентриситету

Втрати потужності на тертя для обох розглянутих варіантів розташування камер і для двох розглянутих осьових ексцентриситетів також відрізняються дуже мало і незначно зростають зі збільшенням радіального ексцентриситету – приблизно на 1% (рис. 7.62 і 7.66).

Аналіз впливу кута конічної зовнішньої робочої поверхні підшипника і зовнішньої робочої поверхні диска α наведено на рис. 7.67 - 7.74.

Кут конічної поверхні підшипника змінювався таким чином, що середній діаметр конічної поверхні залишався постійним, а змінювалися діаметри початку і кінця конічної поверхні підшипника і диска.

Розглядалися три значення кута конічної поверхні  $\alpha = 10^{\circ}, 15^{\circ}$  і 25°.

3 рис.7.67, 7.68 і 7.71, 7.72 видно, що зі збільшенням кута конічної поверхні  $\alpha$ , для двох розглянутих осьових ексцентриситетів ( $e_{oc} = 0,015$  мм та  $e_{oc} = 0,03$  мм) осьова вантажопідйомність підшипника зростає, а радіальна вантажопідйомність падає.

Витрати робочої рідини зі зміною кута конічної робочої поверхні підшипника і диска змінюються дуже мало (рис. 7.69 і 7.73).



Рис. 7.67.Залежність радіальної вантажопідйомності радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу від радіального

ексцентриситету



Рис. 7.68.Залежність осьової вантажопідйомності радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.69.Залежність витрати робочої рідини в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.70.Залежність втрат потужності на тертя в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.71.Залежність радіальної вантажопідйомності радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.72.Залежність осьової вантажопідйомності радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.73.Залежність витрати робочої рідини в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу від радіального ексцентриситету



Рис. 7.74.Залежність втрат потужності на тертя в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу від радіального ексцентриситету

Втрати потужності на тертя зі зміною кута конічної робочої поверхні підшипника і диска також змінюються незначно (рис. 7.70 і 7.74).

Для більш повного аналізу працездатності радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу були розраховані його динамічні характеристики.

Вихідними даними для розрахунку були такі:

1. Тиск живлення  $P_{BX} = 0,8M\Pi a$ .

2. Кутова швидкість  $\omega = 314c^{-1}$ .

3. Діаметр підшипника середній D<sub>1,cp</sub> = 120мм (на рис. 4.4. середній радіус позначений R<sub>n</sub>).

4. Діаметр підшипника початковий D<sub>1,H</sub> = 116,65мм (на рис. 4.4. початковий радіус позначений R<sub>1</sub>).

5. Діаметр підшипника кінцевий D<sub>1,к</sub> = 123,35мм (на рис. 4.4. кінцевий радіус позначений R<sub>2</sub>).

6. Діаметр диска зовнішній середній D<sub>2ср</sub>= 119,16мм (на рис. 4.4. середній радіус диска позначений R<sub>D</sub>)

7. Діаметр диска внутрішній D<sub>D2</sub>=100,14мм.

8. Діаметр підшипника внутрішній D<sub>2</sub>=100мм.

9. Зовнішній і внутрішній радіальний зазор  $\delta_{01} = \delta_{02} = 0,07$ мм.

10. Діаметр жиклерів  $d_{\kappa 1} = d_{\kappa 2} = 2$ мм.

11. Довжина камер  $l_{K1} = 15.53$ мм;  $l_{K2} = 15$ мм.

12. Довжина перемичок торців камер  $l_{n1} = 5.17$ мм;  $l_{n2} = 5$ мм. .

13. Ширина камер  $b_{K1cp} = 5$ мм;  $b_{K2} = 5$ мм.

14. Довжина міжкамерної перемички зовнішньої конічної частини підшипника (середина конічної частини)  $l_{mk1} = 89.247$ мм.

Довжина міжкамерної перемички внутрішньої циліндричної частини підшипника l<sub>mk2</sub> = 73,54мм.

16. Робоча рідина – вода при t = 47°С має наступні характеристики:

а) густина  $\rho = 0.989 \cdot 10^{-6} \kappa \Gamma / M M^3$ ,

б) динамічна в'язкість  $\mu = 5.817 \cdot 10^{-6} \text{H} \cdot \text{c/мm}^2$ ,

в) кінематична в'язкість  $\nu = 5.882 \cdot 10^{-4} \text{H} \cdot \text{мm}^2/\text{c}.$ 

17. Довжина половини підшипника (осьова)  $L_{\Pi} = 25$ мм.

18. Довжина двох осьових частин підшипника  $L_{\Sigma} = 2L_{\Pi} = 50$ мм.

19. Вага ротора на одну опору G = 200 H.

20. Дисбаланс ротора  $q = 10.05 \cdot 10^{-2}$ кг · мм.

21. Коефіцієнт входу  $\psi = 0,62$ .

Результати розрахунку динамічних характеристик радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу на підставі прийнятих геометричних і робочих параметрів наведено на рис. 7.75 і 7.76.

З огляду на широкий аналіз динамічних характеристик, проведений для радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу, для радіальноупорного підшипника здвоєного типу було розраховано вибіркові динамічні характеристики, специфічні для цього типу підшипника. Зокрема, були розраховані амплітудно-частотні характеристики ротора на радіально-упорних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях осьового ексцентриситету е<sub>ос</sub> (рис. 7.75).

З рисунка видно, що зі збільшенням осьового ексцентриситету зростає кутова швидкість, при якій спостерігається явище резонансу. При збільшенні осьового ексцентриситету з  $e_{oc} = 0,02$ мм до  $e_{oc} = 0,06$ мм резонансна швидкість зростає приблизно в 1,4 рази. Область резонансу має не чітко виражений характер (розмита), і зі збільшенням осьового ексцентриситету амплітуди коливань в області резонансу незначно зростають (приблизно на 15%).

Діапазон стійкої роботи ротора на розглянутих підшипниках зі збільшенням осьового ексцентриситету збільшується приблизно в 1,28 рази (рис. 7.75).

Для того, щоб прийняти більш раціональне рішення при призначенні кута конічної робочої поверхні підшипника, були розраховані амплітудно-частотні характеристики ротора на радіально-упорних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях цього кута (рис. 7.76). З отриманих результатів видно, що зі збільшенням кута конічної зовнішньої робочої поверхні підшипника резонансна швидкість і амплітуди коливань в області резонанса змінюються незначно. Однак діапазон стійкої роботи ротора на розглянутих підшипниках зі збільшенням кута конічної поверхні зменшується. При збільшенні кута конічної поверхні з  $\alpha = 15^{\circ}$ до α=25° діапазон стійкої роботи зменшується приблизно в 1,17 рази (рис. 7.76). Аналіз динамічних характеристик радіально-упорних статичних та гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу показав, що вони можуть сприймати великі радіальні навантаження (в порівнянні зі звичайними одинарними підшипниками), двосторонні осьові навантаження, величина яких визначається кутом конічної поверхні, а також мають відносно широкий діапазон стійкої роботи.



Рис. 7.75. Амплітудно-частотні характеристики ротора на радіальноупорних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях осьового ексцентриситету е<sub>ос</sub>



Рис.7.76. Амплітудно-частотні характеристики ротора на радіально-упорних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях кута конічної поверхні α

Вихідними даними для розрахунку розглянутих підшипників були такі:

1.Тиск живлення –  $P_{BX} = 0.8 M \Pi a$ .

2. Кутова швидкість –  $\omega$  – до появи нестійкості.

- 3.Діаметр підшипника зовнішній D<sub>1</sub>=91мм.
- 4. Діаметр підшипника внутрішній  $D_2 = 75$ мм.

5.Діаметр диска зовнішній – D<sub>D2</sub> =90.86мм

6.Діаметр диска внутрішній – D<sub>D2</sub> =75,14мм

7.3<br/>овнішній і внутрішній радіальний зазор  $\delta_{01} = \delta_{02} = 0,07$ мм.

8.Діаметр жиклерів d<sub>ж1</sub>=d<sub>ж2</sub>=2мм.

9.Довжина камер  $\ell_{k1} = \ell_{k2} = 15$ мм.

10.Довжина перемичок торців камер  $\ell_{\pi 1} = \ell_{\pi 2} = 5$ мм.

11.Ширина камер b<sub>k1</sub>=b<sub>k2</sub>=5мм.

12.Довжина міжкамерної перемички зовнішньої частини підшипника  $\ell_{mk1}$ =66,471мм.

13.Довжина міжкамерної перемички внутрішньої частини підшипника  $\ell_{mk2}$ =53,9мм.

14.Робоча рідина – вода, яка при t = 47°С має наступні параметри:

а) густина  $\rho = 0.977 \cdot 10^{-6}$ кг/мм<sup>3</sup>,

б) динамічна в'язкість  $\mu = 8.17 \cdot 10^{-6} \text{H} \cdot \text{c/мм}^2$ ,

в) кінематична в'язкість  $\nu = 8.36 \cdot 10^{-4} \text{H} \cdot \text{мм}^2/\text{c}.$ 

15. Довжина половини підшипника <br/>  $L_{\rm n}{=}25{\rm мм};$ загальна довжина <br/>  $L_{\Sigma}{=}50{\rm мм}.$ 

16.Вага ротора на одну опору G=200H.

17.Залишкова неврівноваженість ротора  $q = 0.1005 \cdot 10^{-2}$ кг · мм.

18.Коефіцієнт входу  $\psi_{BX} = 0,62$ .

19.Вага зовнішнього кільця G<sub>к1</sub>=1,8346H.

20.Вага одного внутрішнього кільця G<sub>к2</sub>=0,9173Н.

Результати розрахунку динамічних характеристик розглянутого підшипника наведено на рис. 7.77 - 7.85.

На рис. 7.77 наведено амплітудно-частотні характеристики ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска при різних значеннях коефіцієнта жорсткості  $C_{x}$  пружного елемента, на якому встановлені зовнішнє і внутрішні кільця. З рисунка видно, що зі зменшенням коефіцієнта жорсткості  $C_{x}$  кутова швидкість, при якій спостерігається явище резонансу, зменшується приблизно в 2 рази. Амплітуди коливань в області резонансу зі зменшенням коефіцієнта жорсткості також зменшуються приблизно в 1,2 рази.



Рис. 7.77.Амплітудно-частотні характеристики ротора на радіальних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу з пружною установкою кілець на диску і різних значеннях коефіцієнта жорсткості С<sub>ж</sub> пружної основи

Границя стійкості при зменшенні коефіцієнта жорсткості з  $C_{\pi} = 1.35 \cdot 10^3$  H/мм до  $C_{\pi} = 13.5$  H/мм зростає в 1,3 разу.

На рис. 7.78 показано, що залежність кутової швидкості, при якій відбувається втрата стійкості ротора, від коефіцієнта жорсткості має близький до лінійного характер.

Вплив коефіцієнта демпфірування на амплітудно-частотні характеристики ротора на розглянутих підшипниках показано на рис. 7.79, з якого видно, що область резонансу має не чітко виражений (розмитий) характер. Зі збільшенням коефіцієнта демпфірування С<sub>D</sub> резонансна кутова швидкість в досліджуваному діапазоні істотно зменшується приблизно в 1,8 рази. Амплітуди коливань в області резонансу зі збільшенням коефіцієнта демпфірування також зменшуються приблизно на 23%.



Рис. 7.78. Залежність кутової швидкості, при якій відбувається втрата стійкості ротора, від коефіцієнта жорсткості С<sub>ж</sub>опор кілець для радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу

Діапазон стійкої роботи ротора на розглянутих підшипниках зі збільшенням коефіцієнта демпфірування збільшується (рис. 7.79). При збільшенні

коефіцієнта демпфірування з С<sub>D</sub> =  $1.35 \text{ H} \cdot \text{с/мм}$  до С<sub>D</sub> =  $1.35 \cdot 10^3 \text{ H} \cdot \text{с/мм}$  межа стійкості зростає приблизно в 1,38 рази.

253

На рис. 7.80 - 7.82 наведені залежності ексцентриситету диска в підшипнику і переміщень зовнішнього  $\overline{y}_1$  і внутрішніх  $\overline{y}_3$  кілець від часу в стійкій області. Розрахунки показали, що в стійкій області траєкторії центру вала мають вигляд замкнутих кривих, близьких за формою до кола або до еліпса. З рисунків видно, що вже через кілька обертів (як правило, 5) після початку руху вал виходить на стійку повторювану траєкторію, яка дозволяє визначати амплітуди вимушених коливань. Коливання в стійкій зоні відбуваються зі зворотною частотою. Зовнішнє і внутрішні кільця в стійкій області також здійснюють одне повне коливання за один оберт валу (рис. 7.81 - 7.82).



Рис. 7.79. Амплітудно-частотні характеристики ротора на радіальних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу з пружною установкою кілець на диску і різних значеннях коефіцієнта демпфірування С<sub>D</sub> пружної основи

При збільшенні кутової швидкості обертання валу, починаючи з деякого її значення, частота коливань вала стає необертальною (рис. 7.83). Це говорить про початок виникнення самозбуджуваних коливань (автоколивань) - порушення стійкої роботи вала. При цьому вал здійснює бігармонічні коливання, які

утворюються при накладенні вимушених коливань і автоколивань. Коливання кілець, а також і вала, в нестійкій області відбуваються з необертальною частотою (рис. 7.84 і 7.85) і носять бігармонічний характер.

Маса кілець, встановлених за допомогою пружних елементів на диск, також впливає на амплітудно-частотні характеристики ротора на розглянутих підшипниках (рис. 7.86). З отриманих результатів видно, що зі збільшенням маси кілець діапазон стійкої роботи зменшується з  $\omega \approx 2700c^{-1}$ до  $\omega \approx 2100c^{-1}$ , тобто приблизно в 1,3 рази. Резонансні частоти обертання також зі збільшенням маси кілець зменшуються і коливання в області резонансу проходять з меншими амплітудами.

Отримані результати показують, що підбором пружних елементів, на яких встановлені кільця, а також вибором маси кілець можна істотно збільшити діапазон стійкої роботи ротора, встановленого на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу.

Отже, гідростатодинамічні підшипники здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска можна рекомендувати як опори роторів сучасних швидкохідних машин, так як вони мають високу демпфуючу здатність і зменшують коливання зовнішнього навантаження.



Рис. 7.80. Залежність ексцентриситету вала від часу *t* в радіальному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска в стійкій зоні при *ω* = 942c<sup>-1</sup>,

 $C_{\rm m} = 1.35 \cdot 10^2 {\rm H/mm}, \ C_D = 13.5 {\rm H} \cdot {\rm c/mm}$ 



Рис. 7.81. Залежність переміщення зовнішнього кільця від часу в радіальному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу з пружною установкою

робочих поверхонь диска в стійкій зоні при  $\omega = 942c^{-1}$ ,

 $C_{\rm m} = 1.35 \cdot 10^2 {\rm H/mm}, ~C_D = 1.35 {\rm H} \cdot {\rm c/mm}$ 



Рис. 7.82. Залежність переміщення внутрішнього кільця від часу в радіальному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска в стійкій зоні при ω = 942c<sup>-1</sup>,

 $C_{\rm m} = 1.35 \cdot 10^2 {\rm H/mm}$ ,  $C_D = 13.5 \cdot 10^4 {\rm H} \cdot {\rm c/mm}$ 



Рис. 7.83. Залежність ексцентриситету вала від часу в радіальному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска в нестійкій зоні при ω = 3100c<sup>-1</sup>,

 $C_{\rm ж} = 1.35 \cdot 10^2 {\rm H}/{\rm mm}$ ,  $C_D = 13.5 \cdot 10^4 {\rm H} \cdot {\rm c}/{\rm mm}$ 



Рис. 7.84. Залежність переміщення зовнішнього кільця від часу в радіальному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска в нестійкій зоні при  $\omega = 3100c^{-1}$ ,  $C_{\pi} = 1.35 \cdot 10^2 \text{H/mm}, \ C_D = 1.35 \text{H} \cdot \text{c/mm}$ 



Рис. 7.85. Залежність переміщення внутрішнього кільця від часу в радіальному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска в нестійкій зоні при ω = 3100c<sup>-1</sup>,

 $C_{\rm m} = 1.35 \cdot 10^2 \, {\rm H/mm}$ ,  $C_D = 1.35 \, {\rm H} \cdot {\rm c/mm}$ 



Рис 7.86. Амплітудно-частотні характеристики ротора на радіальних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска і різних значеннях ваги кілець:

- 1. вага зовнішнього кільця  $G_{K1} = 1,8346H;$ вага внутрішнього кільця  $G_{K2} = 0,917H;$
- 2. вага зовнішнього кільця  $G_{K1} = 3,6692H;$ вага внутрішнього кільця  $G_{K2} = 1,8346H;$
- вага зовнішнього кільця G<sub>K1</sub> = 5,5038Н;
   вага внутрішнього кільця G<sub>K2</sub> = 2,7519Н.

## 7.5 Про використання методу Ньютона-Рафсона для визначення тисків у камерах підшипника здвоєного типу

Запишемо вирази (3.6) і (3.7) з розд. 3, за якими визначаємо тиск в камерах, із застосуванням звичайного ітераційного методу

$$(P_{k,i})_{n+1} = a_{9,i} \cdot \sqrt{P_{BX} - (P_{k,i})_n} + a_{11,i} (P_{k,i-1})_n + a_{12,i} (P_{k,i+1})_n + a_{10,i}, \quad (7.1)$$

$$(P_{k1,i})_{n+1} = b_{9,i} \cdot \sqrt{P_{BX} - (P_{k1,i})_n} + b_{11,i} (P_{k1,i-1})_n + b_{12,i} (P_{k1,i+1})_n + b_{10,i}. (7.2)$$

В процесі обчислень тисків в камерах звичайним ітераційним методом при деяких параметрах підшипника під коренем з'являється від'ємне число, і виявляється неможливим отримати значення тиску в камерах цим способом. Тому розглянемо можливість застосування методу Ньютона-Рафсона [155] для визначення тисків у камерах. Цей метод є узагальненням на випадок декількох змінних методу дотичних.

Вважаючи заданими початкові значення (P<sub>k,i</sub>)<sub>1</sub> і(P<sub>k1,i</sub>)<sub>1</sub> коренів рівнянь балансу витрат (7.1) і (7.2), будемо шукати поправки до цих наближених значень. Якщо позначити через АКі і АВі необхідні поправки до двох систем рівнянь балансу витрат, то точне значення коренів можна записати у вигляді

$$P_{k,i} = (P_{k,i})_1 + AKi; P_{k1,i} = (P_{k1,i})_1 + ABi.$$

Підставивши початкові значення тисків в камерах для зовнішньої частини підшипника  $(P_{k,i})_1$  в вираз (7.1), отримаємо поточні значення функцій  $f_i$ .

$$f_{1} = (P_{k,1})_{1} - a_{9,1}\sqrt{P_{Bx} - (P_{k,1})_{1}} - a_{11,1}(P_{k,4})_{1} - a_{12,1}(P_{k,2})_{1} - a_{10,1},$$
  

$$f_{2} = (P_{k,2})_{1} - a_{9,2}\sqrt{P_{Bx} - (P_{k,2})_{1}} - a_{11,2}(P_{k,1})_{1} - a_{12,2}(P_{k,3})_{1} - a_{10,2},$$
  

$$f_{3} = (P_{k,3})_{1} - a_{9,3}\sqrt{P_{Bx} - (P_{k,3})_{1}} - a_{11,3}(P_{k,2})_{1} - a_{12,3}(P_{k,4})_{1} - a_{10,3},$$
  

$$f_{4} = (P_{k,4})_{1} - a_{9,4}\sqrt{P_{Bx} - (P_{k,4})_{1}} - a_{11,4}(P_{k,3})_{1} - a_{12,4}(P_{k,1})_{1} - a_{10,4}.$$

Підставивши початкові значення тисків в камерах для внутрішньої частини підшипника (P<sub>kl,i</sub>) в вираз (7.2), отримаємо поточні значення функцій  $\phi_i$ 

$$\varphi_{1} = (P_{k1,1})_{1} - b_{9,1} \sqrt{P_{BX}} - (P_{k1,1})_{1} - b_{11,1}(P_{k1,4})_{1} - b_{12,1}(P_{k1,2})_{1} - b_{10,1},$$

$$\varphi_{2} = (P_{k1,2})_{1} - b_{9,2} \sqrt{P_{BX}} - (P_{k1,2})_{1} - b_{11,2}(P_{k1,1})_{1} - b_{12,2}(P_{k1,3})_{1} - b_{10,2},$$

$$\varphi_{3} = (P_{k1,3})_{1} - b_{9,3} \sqrt{P_{BX}} - (P_{k1,3})_{1} - b_{11,3}(P_{k1,2})_{1} - b_{12,3}(P_{k1,4})_{1} - b_{10,3},$$

$$\varphi_{4} = (P_{k1,4})_{1} - b_{9,4} \sqrt{P_{BX}} - (P_{k1,4})_{1} - b_{11,4}(P_{k1,3})_{1} - b_{12,4}(P_{k1,1})_{1} - b_{10,4}.$$

Замінюючи збільшення функцій f<sub>i</sub> і  $\phi_i$  їх повними диференціалами по тискам в камерах, отримаємо системи лінійних рівнянь для визначення наближених значень поправок

$$f_{1} + AK_{1}(1 + \frac{a_{9,1}}{2\sqrt{P_{Bx} - (P_{k,1})_{1}}}) - AK_{4} \cdot a_{11,1} - AK_{2} \cdot a_{12,1} = 0,$$

$$f_{2} + AK_{2}(1 + \frac{a_{9,2}}{2\sqrt{P_{Bx} - (P_{k,2})_{1}}}) - AK_{1} \cdot a_{11,2} - AK_{3} \cdot a_{12,2} = 0,$$

$$f_{3} + AK_{3}(1 + \frac{a_{9,3}}{2\sqrt{P_{BX} - (P_{k,3})_{1}}}) - AK_{2} \cdot a_{11,1} - AK_{4} \cdot a_{12,3} = 0, (7.3)$$

$$f_4 + AK_4 (1 + \frac{a_{9,4}}{2\sqrt{P_{BX} - (P_{k,4})_1}}) - AK_3 \cdot a_{11,4} - AK_1 \cdot a_{12,4} = 0,$$

$$\phi_1 + AB_1(1 + \frac{b_{9,1}}{2\sqrt{P_{BX} - (P_{k1,1})_1}}) - AB_4 \cdot b_{11,1} - AB_2 \cdot b_{12,1} = 0,$$

$$\varphi_2 + AB_2 (1 + \frac{b_{9,2}}{2\sqrt{P_{BX} - (P_{k1,2})_1}}) - AB_1 \cdot b_{11,2} - AB_3 \cdot b_{12,2} = 0,$$
 (7.4)

$$\phi_3 + AB_3(1 + \frac{b_{9,3}}{2\sqrt{P_{BX} - (P_{k1,3})_1}}) - AB_2 \cdot b_{11,3} - AB_4 \cdot b_{12,3} = 0,$$

$$\phi_4 + AB_4 (1 + \frac{b_{9,4}}{2\sqrt{P_{BX} - (P_{k1,4})_1}}) - AB_3 \cdot b_{11,4} - AB_1 \cdot b_{12,4} = 0.$$

3 розв'язків систем рівнянь (7.3) і (7.4) запишемо вирази для визначення поправок  ${\rm AK}_{\rm i}$  і  ${\rm AB}_{\rm i}$ 

$$\mathsf{AK}_4 = \frac{\mathsf{ATR1} \cdot \mathsf{ATT10} \cdot \mathsf{ATT9} \cdot \mathsf{ATR4}}{\mathsf{ATT11} \cdot \mathsf{ATR4} \cdot \mathsf{ATR3} \cdot \mathsf{ATT10}},$$

$$AK_3 = \frac{-AK_4 \cdot ATR3 \cdot ATR1}{ATR4},$$

$$AK_2 = \frac{f_3 + AK_3 \cdot AZ13 - AK_4 \cdot a_{12,3}}{a_{11,3}},$$

$$\begin{split} AK_{1} &= \frac{AK_{4} \cdot a_{11,1} + AK_{2} \cdot a_{12,1} \cdot f_{1}}{AZ11}, \\ AB_{4} &= \frac{ATS1 \cdot ATB10 - ATB9 \cdot ATS4}{ATB11 \cdot ATS4 - ATS3 \cdot ATB10}, \\ AB_{3} &= \frac{AB_{4} \cdot ATS3 \cdot ATS1}{ATS4}, \\ AB_{2} &= \frac{\phi_{3} + AB_{3} \cdot AB13 - AB_{4} \cdot b_{12,3}}{b_{11,3}}, \\ AB_{1} &= \frac{AB_{4} \cdot b_{11,1} + AB_{2} \cdot b_{12,1} \cdot \phi_{1}}{AB11}, \\ Je AZ11 &= 1 + \frac{a_{9,1}}{2\sqrt{P_{BX}} \cdot (P_{k,1})_{1}}, \\ AZ12 &= 1 + \frac{a_{9,2}}{2\sqrt{P_{BX}} \cdot (P_{k,2})_{1}}, \\ AZ13 &= 1 + \frac{a_{9,3}}{2\sqrt{P_{BX}} \cdot (P_{k,3})_{1}}, \\ AZ14 &= 1 + \frac{a_{9,4}}{2\sqrt{P_{BX}} \cdot (P_{k,4})_{1}}, \\ ATT1 &= AZ12 \cdot AZ13/a_{11,3}, \\ ATT2 &= AZ12 \cdot AZ13/a_{11,3}, \end{split}$$

$$ATT3 = \frac{a_{12,3} \cdot AZ12}{a_{11,3}},$$

$$ATT4 = \frac{a_{11,2} \cdot a_{11,1}}{AZ11},$$

$$ATT5 = \frac{a_{11,2} \cdot a_{12,1} \cdot AZ3}{AZ11 \cdot a_{11,3}},$$

$$ATT6 = \frac{AZ13 \cdot a_{11,2} \cdot a_{12,1}}{AZ11 \cdot a_{11,3}},$$

$$ATT7 = \frac{a_{12,3} \cdot a_{11,2} \cdot a_{12,1}}{AZ11 \cdot a_{11,3}},$$

$$ATT8 = \frac{a_{11,2} \cdot AZ1}{AZ11},$$

$$ATT9 = ATT1 - ATT5 + ATT8,$$

$$ATT10 = ATT2 - ATT6 - a_{12,2},$$

$$ATT11 = -ATT3 - ATT4 + ATT7,$$

$$ATR1 = AZ4 - \frac{a_{12,4} \cdot a_{12,1} \cdot AZ3}{AZ11 \cdot a_{11,3}} + \frac{a_{12,4} \cdot AZ1}{AZ11},$$

$$ATR2 = \frac{a_{12,3} \cdot a_{12,4} \cdot a_{12,1}}{AZ11 \cdot a_{11,3}},$$

$$ATR3 = AZ14 - \frac{a_{12,4} \cdot a_{12,1}}{AZ11 \cdot a_{11,3}},$$

$$ATR4 = -a_{11,4} - \frac{AZ13 \cdot a_{12,4} \cdot a_{12,1}}{AZ11 \cdot a_{11,3}},$$

$$AB11 = 1 + b_{9,1}/(2\sqrt{P_{BX} - (P_{k1,2})_{1}}),$$

$$AB13 = 1 + b_{9,3}/(2\sqrt{P_{BX} - (P_{k1,3})_{1}}),$$

$$AB14 = 1 + b_{9,4}/(2\sqrt{P_{BX} - (P_{k1,4})_{1}}),$$

$$ATB1 = AB2 + AB12 \cdot AB3/b_{11,3},$$

$$ATB2 = AB12 \cdot AB13/b_{11,3},$$

$$ATB3 = b_{12,3} \cdot AB12/b_{11,3},$$

$$ATB3 = b_{12,3} \cdot AB12/b_{11,3},$$

$$ATB4 = b_{11,2} \cdot b_{12,1} \cdot AB3/(AB11 \cdot b_{11,3}),$$

$$ATB6 = AB13 \cdot b_{11,2} \cdot b_{12,1}/(AB11 \cdot b_{11,3}),$$

$$ATB7 = b_{12,3} \cdot b_{11,2} \cdot b_{12,1}/(AB11 \cdot b_{11,3}),$$

АТВ8=
$$b_{11,2} \cdot AB1/AB11$$
,  
ATB9=ATB1-ATB5+ATB8,  
ATB10=ATB2-ATB6- $b_{12,2}$ ,  
ATB11=-ATB3-ATB4+ATB7,  
ATS1=AB4- $b_{12,4} \cdot b_{12,1} \cdot AB3/(AB11 \cdot b_{11,3})+b_{12,4} \cdot AB1/AB11$ ,  
ATS2= $b_{12,3} \cdot b_{12,4} \cdot b_{12,1}/(AB11 \cdot b_{11,3})$ ,  
ATS3=AB14- $b_{12,4} \cdot b_{11,1}/AB11+ATS2$ ,  
ATS4=- $b_{11,4}$ -AB13 ·  $b_{12,4} \cdot b_{12,1}/(AB11 \cdot b_{11,3})$ .  
пыш точні, ніж (P<sub>k,i</sub>)<sub>1</sub> і (P<sub>k1,i</sub>)<sub>1</sub> значення коренів рівнянь отримуємо  
(P<sub>k</sub>) = (P<sub>k</sub>) + AKi

Біл о як

 $(P_{k,i})_2 = (P_{k,i})_1 + AK_1,$ 

 $(P_{k1i})_2 = (P_{k1i})_1 + ABi.$ 

Подальші поправки можна отримати тим же шляхом, використовуючи точки  $(P_{k,i})_2$  і  $(P_{k1,i})_2$  для подальшого розрахунку.

Ітераційній процес продовжується до тих пір, поки попередні и подальші значення тисків в камерах будуть менше заданої точності розв'язку $\varepsilon_1$ , тобто

$$(P_{k,i})_{n+1} - (P_{k,i})_n \le \varepsilon_1,$$
  
 $(P_{k1,i})_{n+1} - (P_{k1,i})_n \le \varepsilon_1$ 

Розрахунок тисків у камерах за методом простих ітерацій і метода Ньютона-Рафсона проводився для здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника, що має наступні геометричні та робочі параметри:

- 1. Тиск живлення робочої рідини Р<sub>вх</sub> =2МПа.
- 2. Кутова швидкість вала ω=314c<sup>-1</sup>.
- 3. Діаметр підшипника зовнішньої частини  $D_1 = 120$ мм.
- 4. Діаметр підшипника внутрішньої частини D<sub>2</sub>=100мм.
- 5. Діаметр диска зовнішній  $D_{D2} = 119,86$ мм.
- 6. Діаметр диска внутрішній  $D_{D2} = 100,14$ мм.
- 7. Зовнішній і внутрішній радіальний зазор  $\delta_{01} = \delta_{02} = 0.07$ мм.

- 8. Діаметр жиклерів  $d_{*1} = d_{*2} = 2$ мм.
- 9. Довжина камер  $\ell_{k1} = \ell_{k2} = 15$ мм.
- 10. Довжина перемичок торців камер  $\ell_{\pi 1} = \ell_{\pi 2} = 5$ мм.
- 11. Ширина камер b<sub>k1</sub>=b<sub>k2</sub>=5мм.
- 12. Довжина міжкамерних перемичок зовнішньої частини  $\ell_{Mk1}$ =89,247мм.
- 13. Довжина міжкамерних перемичок внутрішньої частини  $\ell_{Mk2}$ =73,54мм.
- 14. Робоча рідина вода при t=47°С:
  - a) густина р=0,989 · 10<sup>-6</sup> кг/мм<sup>3</sup>,
  - б) динамічна в'язкість  $\mu = 5,817 \cdot 10^{-10} \text{H} \cdot \text{c/mm}^2$ ,
  - в) кінематична в'язкість  $v=5,882 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2/\text{с}.$

Результати розрахунку наведено на рис. 7.87 і 7.88.

З наведених результатів розрахунку видно, що обома методами отримано однаковий результат кінцевого значення тиску в камері. Число ітерацій до отримання кінцевого результату за методом Ньютона-Рафсона менше, ніж за методом простих ітерацій.

Якщо за методом Ньютона-Рафсона збіжність мала місце вже після 4 ітерацій, то за методом простих ітерацій - після 6 або 7 ітерацій.

Отримані результати показують, що метод Ньютона-Рафсона можна застосовувати для визначення тисків у камерах гідростатодинамічних підшипників і, не дивлячись на більш громіздкий математичний апарат, можна отримати виграш по числу ітерацій.



Рис. 7.87. Графік збіжності значень тисків в першій камері, отриманих методом простих ітерацій при різних початкових значеннях тисків в камерах:



Рис. 7.88. Графік збіжності значень тисків в першій камері, отриманих методом Ньютона-Рафсона при різних початкових значеннях тисків в камерах (P<sub>k,1</sub>)<sub>1</sub>=0,2МПа; (P<sub>k,1</sub>)<sub>1</sub>=0,15МПа; (P<sub>k,1</sub>)<sub>1</sub>=0,1МПа; (P<sub>k,1</sub>)<sub>1</sub>=0,05МПа

## 7.6 Порівняльний аналіз діаметральних розмірів і характеристик здвоєних і втулкових гідростатодинамічних підшипників

В даний час гідростатодинамічні підшипники знаходять все більше поширення в якості опор роторів сучасних машин і їх агрегатів. При цьому перед проектувальниками стоїть досить складне завдання, що пов'язане з вибором типу гідростатодинамічного підшипника, який забезпечує прийнятні радіальні габарити і необхідну несучу здатність. Для швидкохідних машин необхідно також забезпечити достатній діапазон стійкої роботи ротора на обраному типі підшипника.

В даному підрозділі наводяться матеріали, які дозволяють раціональніше проектувальникам вибирати гідростатодинамічного ТИП підшипника. Порівняння i проводилося для здвоєних втулкових гідростатодинамічних підшипників. При цьому оцінювалися діаметральні розглянутих підшипників, забезпечують габарити що однаковою вантажопідйомність і порівнювався діапазон їх стійкої роботи.

Вихідними даними для розрахунку були такі :

- 1. Тиск живлення робочої рідини Р<sub>вх</sub>= 2 МПа.
- 2. Кутова швидкість вала  $\omega = 314 \text{ c}^{-1}$ .
- 3. Зовнішній діаметр здвоєного підшипника D<sub>1</sub>=120 мм.
- 4. Внутрішній діаметр здвоєного підшипника D<sub>2</sub>=100 мм.
- 5. Зовнішній діаметр диска здвоєного підшипника D<sub>D1</sub>=119,86 мм.
- 6. Внутрішній діаметр диска здвоєного підшипника D<sub>D2</sub>=100,14 мм.
- 7. Зовнішній і внутрішній радіальні зазори  $\delta_1 = \delta_1 = 0,07$  мм.
- 8. Діаметри жиклерів  $d_{\#_1} = d_{\#_2} = 2$  мм.
- 9. Довжина камер  $l_{\kappa_1} = l_{\kappa_2} = 15$  мм.
- 10.Довжина перемичок торців камер  $l_{\pi_1} = l_{\pi_2} = 5$  мм.
- 11.Ширина камер  $b_{\kappa_1} = b_{\kappa_2} = 5$  мм.
- 12. Довжина міжкамерних перемичок зовнішньої частини підшипника
$$L_{m\kappa_1} = \frac{\pi \times D_1 - 4 \times b_{\kappa_1}}{4} = 89,2 \text{ MM}.$$

13. Довжина міжкамерних перемичок внутрішньої частини підшипника

$$L_{m\kappa_2} = \frac{\pi \times D_2 - 4 \times b_{\kappa_2}}{4} = 73,5 \text{ mm}$$

- 14. Довжина половини підшипника  $L_{\pi} = 25$  мм.
- 15. Довжина двох частин підшипника  $L_{\Sigma} = 50$  мм.
- 16. Коефіцієнт входу  $\Psi_{\rm BX} = 0,62$ .
- 17.Як робоча рідина була прийнята вода при температурі t =47°С. Її характеристики для даної температури були такими :
  - а) густина  $\rho = 0.989 \cdot 10^{-6} \, \text{кг/мм}^3$ ;
  - б) динамічна в'язкість  $\mu = 5,817 \cdot 10^{-10} \text{H} \cdot \text{c/мм}^2$ ;
  - в) кінематична в'язкість  $v = 5,882 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2/\text{c}$ .

Для розрахунку звичайного втулкового гідростатодинамічного підшипника приймалися ті ж параметри, що і для здвоєного, тільки при відсутності його внутрішньої частини. Розрахунок здвоєного гідростатодинамічного підшипника проводився для різних значень його зовнішнього і внутрішнього діаметрів

$$D_1 = 120 \text{ mm}, D_2 = 100 \text{ mm}; \qquad D_1 = 360 \text{ mm}, D_2 = 300 \text{ mm}; \\ D_1 = 240 \text{ mm}, D_2 = 200 \text{ mm}; \qquad D_1 = 480 \text{ mm}, D_2 = 400 \text{ mm};$$

На рис. 7.89 наведено конструктивну схему здвоєного підшипника і показано прийняті для розрахунку параметри.

Результати розрахунку здвоєного і втулкового гідростатодинамічних підшипників наведено на рис 7.90 - 7.93. Розрахунки проводилися для ексцентриситету е = 0.03 мм або безрозмірного його значення  $\chi=e/\delta=0.428$ .



Рис. 7.89. Схема здвоєного гідростатодинамічного підшипника (а) і розгортки зовнішньої (б) і внутрішньої (в) його робочих поверхонь



Рис.7.90. Залежність вантажопідйомності здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника від його діаметра зовнішньої частини при тиску живлення P<sub>вх</sub>= 2 МПа



Рис.7.91. Залежність втрат потужності на тертя в здвоєному радіальному гідростатодинамічному підшипнику від його діаметра зовнішньої частини при





Рис.7.92. Залежність вантажопідйомності втулкового радіального гідростатодинамічного підшипника від його діаметра при тиску живлення *P*<sub>вх</sub>= 2 МПа



Рис.7.93. Залежність втрат потужності на тертя у втулковому радіальному гідростатодинамічному підшипнику від його діаметра при тиску живлення  $P_{\rm BX}$ = 2 МПа

Отримані результати розрахунку показали, що для діаметрів здвоєного підшипника  $D_1 = 120$  мм і  $D_2 = 100$  мм його вантажопідйомність становить W = 580 Н. Аналогічну вантажопідйомність втулковий підшипник забезпечує при його діаметрі  $D_1 = 207$  мм, тобто приблизно в 1,725 разів більше в порівнянні з діаметром здвоєного підшипника.

Втрати потужності на тертя втулкового підшипника також більше приблизно в 3,247 разів в порівнянні зі здвоєним підшипником (рис 7.91 і 7.93) Однак витрата робочої рідини в здвоєному підшипнику в 2 рази більше через більшу кількість жиклерів.

При діаметрах здвоєного підшипника  $D_1 = 480$  мм і  $D_2 = 400$  мм його вантажопідйомність становить W = 2517 Н. Аналогічну вантажопідйомність втулковий підшипник забезпечує при його діаметрі  $D_1 = 890$  мм, тобто приблизно в 1,854 разів більшому, ніж діаметр здвоєного підшипника. Втрати потужності на

тертя втулкового підшипника діаметра  $D_1 = 890$  мм приблизно в 3,95 разів більше, ніж втрати на тертя в здвоєному підшипнику.

Отримані результати показують, що здвоєний гідростатодинамічний підшипник має суттєві переваги по діаметральним розмірами і втратам потужності на тертя в порівнянні зі звичайним втулковим гідростатодинамічним підшипником. Зі збільшенням навантажень на опори ця перевага зростає.

i Результати розрахунку здвоєного втулкового підшипників для ексцентриситету е = 0,055 мм або безрозмірного його значення  $\chi = e/\delta = 0,7857$ наведено на рис. 7.94 - 7.96. Втрати потужності на тертя для здвоєного підшипника наведено на рис 7.91, так як вони мало залежать від ексцентриситету при однаковому діаметрі підшипника. Отримані результати розрахунку показали, що для діаметрів здвоєного підшипника  $D_1 = 120$  мм і  $D_2 = 100$  мм його вантажопідйомність становить W = 2451 Н. Аналогічну вантажопідйомність втулковий підшипник забезпечує при його діаметрі  $D_1 = 210$  мм, тобто приблизно в 1,75 рази більшому, ніж діаметр здвоєного підшипника. Втрати потужності на тертя втулкового підшипника більше приблизно в 3,38 разів в порівнянні зі здвоєним підшипником.

При діаметрах здвоєного підшипника  $D_1 = 480$ мм і  $D_2 = 400$ мм на ексцентриситеті е = 0,055 мм його вантажопідйомність становила W = 9763H. Аналогічну вантажопідйомність втулковий підшипник забезпечує при його діаметрі  $D_1 = 1120$ мм, тобто приблизно в 2,33 раза більшому, ніж діаметр здвоєного підшипника. Втрати потужності на тертя втулкового підшипника для діаметра  $D_1 = 1120$ мм приблизно в 8 разів більше, ніж втрати на тертя в здвоєному підшипнику.

Отримані результати показують, що на різних ексцентриситетах здвоєний підшипник має істотні переваги в порівнянні з втулковим підшипником, і при збільшенні ексцентриситету його перевага зростає.



Рис.7.94.Залежність вантажопідйомності здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника від його діаметра зовнішньої частини



Рис.7.95.Залежність вантажопідйомності втулкового радіального гідростатодинамічного підшипника від його діаметра



Рис.7.96. Залежність втрат потужності на тертя у втулковому радіальному гідростатодинамічному підшипнику від його діаметра при тиску живлення

$$P_{\rm BX} = 2 \, \rm M\Pi a$$

Порівняння діаметральних розмірів здвоєного і втулкового гідростатодинамічних підшипників при тисках живлення  $P_{Bx} = 4$  МПа і  $P_{Bx} = 6$  МПа наведено на рис 7.97 - 7.100. Результати розрахунку показали, що діаметральні розміри здвоєного підшипника як при малих, так і при великих тисках живлення суттєво менше (приблизно в 1,725 - 1,854 разів) в порівнянні з діаметральними розмірами втулкового підшипника. Причому при великих навантаженнях ця перевага зростає.



Рис.7.97. Залежність вантажопідйомності здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника від його діаметра зовнішньої частини



Рис.7.98. Залежність вантажопідйомності втулкового радіального гідростатодинамічного підшипника від його діаметра



Рис.7.99. Залежність вантажопідйомності здвоєного радіального гідростатодинамічного підшипника від його діаметра зовнішньої частини при тиску живлення *P*<sub>вх</sub>= 6 МПа



Рис.7.100. Залежність вантажопідйомності втулкового радіального гідростатодинамічного підшипника від його діаметра при тиску живлення  $P_{\rm BX} = 6 \ {
m M\Pi a}$ 

Тенденція зростання швидкостей обертання роторів сучасних швидкохідних того, що актуальність до динамічного дослідження машин призводить гідростатодинамічних підшипників з плином часу зростає. Тому для більш глибокого порівняльного аналізу здвоєних і втулкових підшипників були виконані розрахунки динамічних характеристик розглянутих підшипників. При цьому для різних значень кутових швидкостей ротора визначалися його амплітуди амплітудно-частотні коливань. якими будувалися характеристики. 3a за отриманими динамічними характеристиками визначалися зони резонансу і межі стійкості як для здвоєних, так і для втулкових підшипників, і проводився їх порівняльний аналіз.

Результати розрахунку динамічних характеристик втулкових і здвоєних гідростатодинамічних підшипників, що мають однакову статичну вантажопідйомність, наведено на рис.7.101 та 7.102.



Рис.7.101. Амплітудно-частотні характеристики втулкового і здвоєного гідростатодинамічних підшипників, що мають однакову статичну вантажопідйомність 2500 Н



Рис.7.102. Амплітудно-частотні характеристики втулкового і здвоєного гідростатодинамічнихпідшипників, що мають однакову статичну вантажопідйомність 580 Н

З наведених амплітудно-частотних характеристик видно, що здвоєний підшипник має суттєві переваги і за динамічними характеристиками. Амплітуди коливань у здвоєного підшипника в області резонансу менше, ніж у втулкового підшипника, і явище резонансу спостерігається при великих частотах обертання валу. Діапазон стійкої роботи здвоєного підшипника ширше в порівнянні з втулковим підшипником приблизно на 25%.

Проведений порівняльний аналіз показує, що здвоєні гідростатодинамічні підшипники мають істотні переваги в порівнянні з втулковими підшипниками як за статичними, так і за динамічними характеристиками і можуть бути рекомендовані в широкому діапазоні навантажень і діаметральних розмірів.

### 7.7 Висновки

7.1. Аналіз результатів розрахунку статичних і динамічних характеристик гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу показав, що в порівнянні зі

звичайним одинарним гідростатодинамічним підшипником він має більшу несучу здатність приблизно в 1,7 - 1,85 разів, а також більший діапазон стійкої роботи приблизно в 1,4 - 1,5 разів і отже може бути рекомендований для важконавантажених високошвидкісних опор.

7.2. Вплив основних геометричних і робочих параметрів на статичні і динамічні характеристики якісно аналогічні як для підшипників звичайних одинарних, так і для підшипників здвоєного типу.

7.3. Збільшення неврівноваженості ротора мало впливає на діапазон стійкої роботи, але істотно впливає на амплітуди коливань ротора, особливо в резонансній зоні.

7.4. Збільшення маси ротора призводить до зменшення діапазону його стійкої роботи.

7.5. В стійкій області ротор здійснює коливання з обертальною частотою (одне повне коливання за один оберт), в нестійкій області він здійснює бігармонічні коливання (накладення змушених коливань і автоколивань) з необертальною частотою.

7.6. При рівномірному розташуванні камер по колу кут розташування першої камери впливає як на статичні, так і на динамічні характеристики гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу.

7.7. Збільшення тиску живлення і зменшення зазору збільшує діапазон стійкої роботи ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу.

7.8. Зі збільшенням діаметра гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу діапазон стійкої роботи ротора зменшується.

7.9. Турбулентний режим течії робочої рідини розширює діапазон стійкої роботи ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу, в порівнянні з ламінарним режимом течії робочої рідини.

7.10. У радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу збільшення осьового ексцентриситету істотно впливає на збільшення як осьової, так і радіальної його вантажопідйомності.

7.11. Збільшення кута нахилу зовнішньої конічної робочої поверхні радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу збільшує осьову і зменшує радіальну вантажопідйомності, а також зменшує діапазон стійкої роботи ротора.

7.12. Осьова вантажопідйомність радіально-упорного гідростатдинамічного підшипника здвоєного типу істотно зростає зі збільшенням радіального ексцентриситету.

7.13. Збільшення осьового ексцентриситету в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу розширює діапазон стійкої роботи ротора.

7.14. У радіальному гідростатодинамічному підшипнику з пружною установкою робочих поверхонь диска підбором пружного елемента, на якому встановлені кільця, можна істотно збільшити діапазон стійкої роботи ротора.

7.15. Коливання кілець на пружній основі в стійкій області відбуваються з обертальною частотою, а в нестійкій з необертальною.

7.16 Порівняльний аналіз діаметральних розмірів здвоєних і втулкових гідростатодинамічних підшипників показав, що підшипники здвоєного типу при різних зовнішніх навантаженнях, на різних ексцентриситетах і при різних тисках живлення мають істотні переваги в діаметральних розмірах, і зі збільшенням навантажень ця перевага зростає.

Результати розділу опубліковані в наступних роботах автора: [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23], [25], [31], [32], [34].

### РОЗДІЛ 8

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНИХ ПІДШИПНИКІВ ЗДВОЄНОГО ТИПУ

#### 8.1 Мета і завдання експериментальних досліджень

експериментальних Основною метою досліджень перевірка £ гідростатодинамічних підшипників працездатності здвоєного типу, підтвердження розроблених математичних моделей i результатів розрахунку, отриманих на основі цих моделей, а також порівняння статичних і динамічних характеристик здвоєних і втулкових гідростатодинамічних підшипників.

Програма експериментальнихдосліджень гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу включає в себе такі основні завдання:

- проектування і виготовлення дослідних зразків гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу;

- розробка методики експериментальнихдосліджень найбільш важливих характеристик здвоєних гідростатодинамічних підшипників;

- отримання амплітудно-частотних характеристик досліджуваних підшипників;

- експериментальне порівняння статичних і динамічних характеристик гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу і звичайних гідростатодинамічних підшипників втулкового типу;

- порівняння результатів теоретичних і експериментальних досліджень.

Для забезпечення пожежобезпеки, а також меншоївартостіекспериментальні дослідження гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу проводились на малов'язкій робочій рідині-воді. Це дозволило також значно спростити експериментальний стенд і його експлуатацію.

При виконанні даної роботи проводилися вибіркові експериментальні дослідження, які мають значний науковий і практичний інтерес.

Експериментальні дослідження проводилися в науковій лабораторії кафедри "Теоретичної механіки, машинознавства і роботомеханічних систем» Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського «ХАІ».

### 8.2 Стенд, експериментальна установка і вимірювальний комплекс

Для одержанняекспериментальних характеристик підшипника здвоєного типу використовувався спеціальний стенд [162]. Він складається з електричного приводу ротора дослідної установки, системи живлення робочою рідиноюгідростатодинамічних підшипників здвоєного типу, допоміжних систем і комплексу вимірювальної апаратури.

Система живлення робочою рідиною (рис.8.1) призначена для подачі робочої рідини під великим тиском в гідростатодинамічні підшипники здвоєного типу. У ній передбачена ретельна фільтрація робочої рідини. Система живлення виконана за замкнутою схемою і складається з бака з робочою рідиною 1, центробіжно-вихрового насоса високого тиску 2, фільтрів 3, роздаткового колектора 4 і з'єднуючих трубопроводів високого і низького тиску. Фільтри 3 використовуються для дрібного очищення робочої рідини.

Роздільне живлення гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу робочої рідиною дозволяє контролювати її витрати через кожну з опор за допомогою дросельних шайб 5 і диференціальних манометрів 6. Необхідний тиск робочої рідини на вході в гідростатодинамічні підшипники здвоєного типу регулюється дросельними вентилями 7 і підтримується постійним регулятором тиску 8. Контролюється тиск робочої рідини зразковими манометрами 9, винесеними на загальний пульт управління. Манометри 10 реєструють тиск в магістралях зливу.

Система живлення гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу робочою рідиною заблокована електромагнітним пускачем електродвигунів

приводів експериментальної установки. Автоблокування здійснюється електроконтактними манометрами 11, які при падінні тиску в магістралі живлення будь-якої гідростатодинамічної опори відключають привід.



Рис.8.1. Система живлення гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу робочою рідиною

Схема експериментальної установки наведена на рис. 8.2. Вона складається з приводу і випробувального вузла. До складу приводу входить електродвигун постійного струму 1, зубчастий мультиплікатор 2 з передавальним відношенням 10, 28. Двигун постійного струму має потужність 14кВт і номінальні оберти 3000хв<sup>-1</sup>. Привід забезпечує плавну зміну обертів ротора від 0 до 30000хв<sup>-1</sup>. Між двигуном і мультиплікатором встановлена жорстка муфта 3.

Вихідний вал мультиплікатора з'єднаний з ротором випробуваного вузла за допомогою спеціальної муфти 4 із запобіжним елементом (пальцем малого діаметра), який при виникненні аварійної ситуації зрізається і від'єднує привід від установки. Випробовуваний вузол 5 встановлений в підставці 6.

Для експериментального дослідження гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу був спроектований і виготовлений спеціальний вузол, який наведено на рис. 8.3. Експериментальний вузол складається з корпусу 1, досліджуваних гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу 2 і 3, корпусів підшипників 4 і 5, вала 6, на якому встановлені нерухомо диски 7 і 8. Від осьових переміщень вал утримується шарикопідшипником, встановленим в з'єднуючій муфті. Експериментальний вузол кріпиться до рами за допомогою підставки 9.Підшипники 2 і 3 складаються з зовнішніх циліндричних частин з двома рядами камер і двох внутрішніх циліндричних частин з одним рядом камер. На вході в камери встановлені вхідні компенсатори тиску –жиклери.

Робоча рідина подається з системи живлення центробіжним насосом через приймальні штуцери 10 і 11. Відпрацьована в підшипниках рідина надходить до зливного штуцера12.









Навантаження підшипників здійснюється постійно орієнтованим (вага ротора) і обертаючим (центробіжної) навантаженнями. Центробіжне нанавантаження створюється незбалансованістю ротора. Величина дисбалансу визначалася на балансуючій машині кафедри 204 «ХАІ» та дорівнює 0,0225 кг·мм.

У конструкції вузла передбачені місця установки двох індуктивних датчиків переміщень вала. Датчик 13 (рис.8.3) встановлено в вертикальній площини, а другий - в горизонтальній площині, тобто під кутом 90 відносно датчика 13.

Комплекс вимірювальної апаратури дозволяє реєструвати тиск живлення робочої рідини, оберти вала і переміщення центру вала в будь-який момент часу.

Схема вимірювання частоти обертання валу наведена на рис.8.4. Сигнал від індуктивного датчика потрапляє в частотомір Ф5137, який показує цифрову послідовність частоти обертання валу. Частота обертання валу вимірювалася також одночасно тахометром.

Ha статичні i динамічні характеристики гідростатодинамічного підшипника значно впливає величина зазору між валом і підшипником. Тому точність визначення зазору в підшипнику при проведенні експерименту має велике значення. Існують різні типи датчиків для визначення зазору в підшипнику. При виборі типу індуктивні, датчика розглядалися ультразвукові та оптичні датчики.

Індуктивні датчики дозволяють вимірювати відстань до металевих об'єктів, що мають магнітні властивості. Вони стійкі до впливу неметалевих предметів і перешкод, таких як пил або машинне масло. Сучасні технології дозволяють створювати індуктивні датчики малих розмірів і вимірювати відстаньдо 2 мм. Ці датчики маютьвелику чутливість і швидку реакцію.

Ультразвукові датчики засновані на вимірі імпульсів ультразвуку, яківідобразилися від об'єкта, що досліджується. Час між



сигналу є підґрунтям



для обчислення відстані до об'єкта. Важливою особливістю цих датчиків є можливість вимірювати відстані до таких складних об'єктів, як сипучі речовини, рідина, гранули та інші. За допомогою цих датчиків можна вимірювати великі відстані. Однак ультразвукові датчики мають суттєві недоліки, пов'язані з поглинанням сигналу різними об'єктами, а також зниженням точності вимірювань для сильно вигнутих поверхонь, якими є підшипники рідинного тертя.

Існує безліч різних способів вимірювання відстані до предмета за допомогою оптики. Одним з різновидів оптичних датчиків є лазерний датчик. Однак ці датчики дозволяють проводити інтегральні або усереднені виміри. При цьому проводиться безліч вимірів відстані до об'єкта, і результат потім усереднюється. Тому велика точність вимагає великої кількості вимірювань, збільшуючи при цьому загальний час вимірювань.

На підставі проведеного аналізу різних типів датчиків для вимірювання зазору в підшипнику був обраний індуктивний датчик, так як він має цілий ряд властивостей, необхідних для вимірювання зазору в гідростатодинамічних підшипниках. Цей датчик має високу надійність при роботів несприятливих умовах і велику швидкодію.

Замір переміщень центру вала в підшипнику (рис.8.4) здійснюється за безконтактних індуктивних датчиків ДД-20 допомогою типу i підсилювальної апаратури ІД-2І. Індуктивні датчики встановлені в двох взаємно-перпендикулярних площинах. Вони вимірюють вертикальне і горизонтальне переміщення вала. Величина радіального зазору між датчиком і поверхнею вала становила приблизно 0,2 ... 0,4 мм. Ця величина отримана експериментально і дозволяє отримати необхідну чутливість вимірювальної апаратури і лінійну характеристику датчика. Сигнал від датчиків переміщення передається на апаратуру посилення ІД-2І, яка складається з підсилювача і блоку живлення. Після підсилення сигнал виводився на двоканальний осцилограф С1-73. На екрані двоканального осцилографа відтворюється траєкторія руху вала. Фотографії дослідної установки гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу і ротора з підшипниками наведено на рис.8.5 - 8.7.

### 8.3 Методика експериментальних досліджень

Перед початком експериментальних досліджень проводилася тарировка вимірювальних приладів, яка мала місце і після закінчення проведення експерименту. Тарировка датчиків переміщень проводилася в статичному стані (при нерухомому валі). Вал переміщався в межах зазору в вертикальній і горизонтальній площинах підшипника за допомогою переміщення мікрометричних гвинтів. Величина контролювалася індикатором типу ІГМ-2 (з ціною поділки 2 мкм), встановленим поруч з тарируємими датчиками переміщень і одночаснофіксувались показання на екрані двоканального осцилографа. Реєстрація показань проводилася через кожні 10мкм. Тарировочні графіки будувалися як для вертикальної, так і для горизонтальної площини. При тарировці фіксувалися показники двоканального осцилографа, відповідні крайнім (верхнім, нижнім і бічним) положенням вала в підшипнику. Ці показники мають велике значення при дослідженні амплітудно-частотних характеристик вала, особливо при режимах роботи його, близьких до нестійких.

При проведенні експериментів вимірювання проводилися при встановленому температурному режимі. Показання вимірювальних приладів реєструвались одночасно. Вимірювалися тиск живлення робочої рідини на вході в підшипники, робочі обертиі переміщення вала. При проведенні експериментальних досліджень знімалися як статичні характеристики підшипника (спливання вала на робочійрідині), так і динамічні (амплітудночастотні) характеристики вала на досліджуваних підшипниках.

Для зняття статичних характеристик за допомогою дросельних вентилейвстановлювався певний тиск на вході в підшипники, величина







Рис. 8.6. Радіальні гідростатодинамічні підшипники здвоєного типу



якого контролювалася зразковими манометрами. Змінюючи тиск живлення робочої рідини на вході в підшипник, фіксувалися положення вала за допомогою IΓM-2. Отримані дані дозволили визначити індикатора характеристики підшипника при нерухомому валі. Для зняття характеристик підшипника при обертальному валі запускався генератор і двигун постійного струму, який через мультиплікатор приводив в обертання вал. Регулювання обертів здійснював ЛАТР генератора. Змінюючи тиск живлення робочої рідини і частоту обертання валу, записувалися переміщення вала на двохканальному осцилографі. На підставі отриманих даних будувалися характеристики при обертальному валі (амплітудночастотні характеристики). Під амплітудно-частотними характеристиками в даному випадку розумілася залежність амплітуд коливань вала від його частоти обертання. У завдання експериментальних досліджень входило вивчення впливу тиску живлення робочої рідини на амплітуди коливань ротора в широкому діапазоні зміни частоти обертання.

Експериментальне дослідження роботи вала в нестійкій області пов'язане з небезпекою аварії досліджуваного вузла. Зазвичай при дослідженні динаміки вала на гідростатодинамічних підшипниках обмежуються визначенням межі нестійкості, тобто обертів, при яких починають з'являтися самозбуджуючі коливання.

При збільшенні обертів момент появи нестійкості фіксувався візуально по двоканальному осцилографу, після чого різко підвищувався тиск живлення робочої рідини на вході досліджуваних підшипників і зменшувалися оберти вала. При збільшенні тиску живлення приблизно на (20 - 30%) виникненні автоколивання зникали.

Для порівняльного аналізу динамічних характеристик гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу і гідростатодинамічних підшипників втулкового типу у внутрішніх частинах підшипника здвоєного типу на вході в камери встановлювалися замість жиклерів заглушки, а в зовнішній частинівстановлювалися жиклери, і таким чином підшипники здвоєного типу перетворювалися в підшипники втулкового типу.

# 8.4Результати експериментальних досліджень здвоєних радіальних гідростатодинамічних підшипників і порівняння їх з теоретичними розрахунками

Випробовувані підшипники мали такі геометричні та робочі параметри:

- 1. Зовнішній діаметр здвоєного підшипника  $D_1 = 0.091$ м;
- 2. Внутрішній діаметр здвоєного підшипника D<sub>2</sub>= 0.083м;
- 3. Зовнішній діаметр диска D<sub>1д</sub> = 0.09088м;
- 4. Внутрішній діаметр диска  $D_{2a} = 0.08312$ м;
- 5. Зовнішній і внутрішній зазори  $\delta_{01} = \delta_{02} = 0.000115$ м;
- 6. Кількість камер в одному підшипнику К=16;
- 7. Довжина камер $l_{\text{кам}} = 0,015$ м;
- 8. Ширина камер  $b_{\text{кам}} = 0.005$ м;
- 9. Довжина підшипника $L_{\text{подш}} = 0.05$ м;
- 10. Діаметри жиклерів  $d_{\text{ж1}} = d_{\text{ж2}} = 0.0012$ м;
- 11. Вага вала с дисками G<sub>p</sub> = 15кг;
- 12. Дисбаланс вала с дисками q = 0,0225 кг·мм.

На початку випробування проводилися при нерухомому валі. Коли тиск живлення робочої рідини дорівнював нулю, вал лежав на підшипниках. У цьому положенні встановлений у верхній частині вала індикатор виставлявся на «нуль». При подачі робочої рідини з різними тисками на вході в камери підшипників вал спливав. Величина спливання фіксувалася індикатором. Після перебирання вузла у внутрішні частини підшипників встановлювалися на місця жиклерів заглушки, і підшипники перетворювалися в звичайні втулкові. Для цього випадку також подавалася робоча рідина з різними тисками на вході в камери, і фіксувалася величина спливання вала. Результати досліджень при нерухомому валі наведено на рис.8.8.



Рис.8.8. Залежність мінімального зазору між валом і підшипником від тиску живленняРвх.

З рис.8.8. видно, що при всіх розглянутих тисках живлення робочої рідини Рвх спливання вала в підшипниках здвоєного типу значно більше (приблизно в 1,8 – 1,86 разів) в порівнянні зі звичайними втулковими підшипниками. Це говорить про те, що здвоєний гідростатодинамічний підшипник має більшу вантажопідйомність в порівнянні зі звичайним втулковим гідростатодинамічним підшипник в 1,75 – 1,85 разів.

Для зняття амплітудно-частотних характеристик вала на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу знімався індикатор і встановлювалися два індуктивних датчика ДД-20. Один заміряв вертикальне переміщення вала, а інший горизонтальне. При подачі робочої рідини в підшипники під тиском вал спливав. Після включення електродвигуна вал приводився в рух. За допомогою ЛАТРА оберти вала плавно збільшувалися до моменту появи нестійкості, після чого різко підвищувався тиск живлення робочоїрідини на вході в підшипник, і таким чином виникнення автоколивань зникало.

Експериментальні дослідження проводилися при різних значеннях тиску живлення робочої рідини ( Рвх = 2 і 3 атм ) і в діапазоні кутових швидкостей обертання валу від нуля до значення, при якому мали місце автоколивання вала. Результати дослідження амплітудно-частотних характеристик вала на здвоєних гідростатодинамічних підшипниках наведено на рис 8.9.



Рис.8.9. Розрахункові (суцільні лінії) і експериментальні значення амплітуд коливань ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу

Аналіз отриманих результатів показує, що при всіх значеннях тисків живлення робочої рідини спостерігаються резонанс і втрата стійкості руху вала, встановленого на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу. При збільшенні тиску живленнязРвх = 2 атм до Рвх = Затмчастота обертання, при якій спостерігається резонанс, зростає приблизно в 1,5 рази. Амплітуда коливань в області резонансу зі збільшенням тиску живлення робочої рідини також зростає приблизно в 1,2 рази.

Порівняння розрахункових і експериментальнихданих при обох тисках живлення показало, що відмінність амплітуд коливань не перевищує приблизно

8 мкм, а межа стійкості в порівнянні з експериментальними значеннями дещо завищена в межах 10-15%.

Експериментальні значення амплітуд коливань вала на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу (рис.8.9) визначалися по траєкторіях руху центру вала, знятим з екрану двоканального осцилографа. Фіксація траєкторій руху виконувалася фотоапаратом і відеокамерою. В стійкій зоні траєкторії руху центру вала мали вигляд замкнених кривих, близьких до окружності або еліпсу (рис. 8.10).

На межі стійкості траєкторії руху центру вала мали більш складний характер через накладення на вимушені коливання самозбуджувальних коливань (автоколивань). Рух вала, характерний для цієї області його роботи, наведено на рис. 8.11.

Результати дослідження амплітудно-частотних характеристик вала на звичайних втулкових гідростатодинамічних підшипниках наведено на рис.8.12.

Аналіз отриманих результатів показує, що зі збільшенням тиску живлення робочої рідини зРвх =2атм до Рвх = 3 атмчастота обертання, при якій спостерігається резонанс, зростає приблизно в 1,55 разів. Амплітуда коливань в області резонансу зі збільшенням тиску живлення робочої рідини також зростає приблизно в 1,2 разів.

Діапазон стійкої роботи вала зі збільшенням тиску живлення робочої рідини з Рвх = 2атм до Рвх = Затмзбільшується приблизно в 1,3 разів.

Порівняння розрахункових і експериментальних даних при обох тисках живленняпоказало, що відмінність амплітуд коливань не перевищує приблизно 8 мкм, а межа стійкості в порівнянні з експериментальними значеннями дещо завищена в межах 10-15%.



Рис.8.10. Траєкторія руху центру вала в стійкій області



Рис.8.11. Траєкторія руху центру вала на межі стійкості



Рис.8.12. Розрахункові (суцільні лінії) і експериментальні значення амплітуд коливань ротора на гідростатодинамічних підшипниках втулкового типу

Порівняння динамічних характеристик втулкового і здвоєного гідростатодинамічних підшипників, наведених на рис.8.9 і 8.12, показало, що область резонансу у здвоєного підшипника має більш розмитий характер, і амплітуди коливань в області резонансу у здвоєного підшипника менше приблизно в 1,5 рази.

Діапазон стійкої роботи вала на здвоєних гідростатодинамічних підшипниках більше приблизно в 1,4 рази в порівнянні з діапазоном стійкої роботи вала на втулкових гідростатодинамічних підшипниках.

### 8.5Висновки

8.1. Сформульовано мету і завдання експериментальних досліджень.

8.2. Розроблено конструкцію і виготовлено експериментальний вузол для випробування радіальних гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу.

8.3. Розроблено схеми вимірювання частоти обертання і переміщень вала.

8.4. Виконано аналіз існуючих датчиків для виміру переміщень вала і обрано найбільш прийнятні для даного випадку індуктивні датчики.

8.5. Порівняння величини спливання вала, встановленого на здвоєних і звичайних втулкових гідростатодинамічних підшипниках, показало, що при різних значеннях тиску живлення мінімальна товщина робочої рідини в здвоєному підшипнику приблизно в 1,75-1,85 разів більше, ніж в звичайному втулковому підшипнику.

8.6. Область резонансу у здвоєного підшипника має більш розмитий характер, амплітуди коливань в області резонансу у здвоєного підшипника менше приблизно в 1,5 рази.

8.7. Порівняння амплітудно-частотних характеристик вала, встановленого на здвоєних і звичайних втулкових гідростатодинамічних підшипниках, показало, що для всіх розглянутих тисків живлення діапазон стійкої роботи вала, встановленого на здвоєних підшипниках, більше приблизно в 1,4 рази в порівнянні з установкою валу на звичайних втулкових підшипниках.

8.8 Порівняння розрахункових і експериментальних даних показало, що відмінність амплітуд коливань вала не перевищує приблизно 8 мкм, а межа стійкості в порівнянні з експериментальними значеннями дещо завищена в межах 10-15%.

Результати розділу опубліковані в наступних роботах автора: [4].

### **РОЗДІЛ 9**

## РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПРОЕКТУВАННЯ І МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНИХ ПІДШИПНИКІВ ЗДВОЄНОГО ТИПУ

### 9.1 Рекомендації щодо проектування підшипників здвоєного типу

При проектуванні гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу необхідно визначати велику кількість геометричних і робочих параметрів.

Рекомендації з проектування розглянутих підшипників засновані на результатах досліджень, проведених в даній роботі, а також використанні існуючого в даний час досвіду проектування гідростатодинамічних підшипників звичайного втулкового типу [163-165].

Наведемо деякі основні рекомендації, необхідні для проектування гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу.

1. Важливим фактором при проектуванні підшипників будь-якого типу є вибір матеріалів. У гідростатодинамічних підшипниках при нормальній роботі поверхні тертя надійно розділені шаром робочої рідини, і тому проблема вибору матеріалів не так актуальна, як в підшипниках «сухого» або напіврідинного тертя. Однак іноді в режимах пуску і зупинки, а також в аварійних ситуаціях для забезпечення високої надійності проектованої машини необхідно застосовувати для поверхонь, що труться, матеріали, що утворюють антифрикційні пари.

2. У гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу конструкція підшипника складається з двох частин (внутрішньої і зовнішньої), між валом і підшипником є проміжна деталь – диск. Тому в даному випадку виникає необхідність призначати додаткові розміри, яких не було в звичайному втулковому підшипнику. Таким розміром є відстань між ступицею диска і внутрішнім діаметром обода диска  $L_{обола}$  (рис. 9.1).

3 рис. 9.1. видно, що розмір L<sub>обода</sub> можна обчислити за такою залежністю:

$$\mathbf{L}_{\text{обода}} \approx \Delta_{\text{кам}} + \mathbf{I}_{\text{ж}} + \mathbf{d}_{\text{отв}} + \Delta_{\text{ст}} + \Delta_{\text{заз}} + \delta_{0}$$
(9.1)

де  $\Delta_{\text{кам}} \approx (2.5...3.5)$  мм – глибина камери;

 $I_{x} = (3...4)d_{x}$  – довжина жиклера;

d<sub>отв</sub> = (3...6) мм – діаметр отвору для підведення в камери робочої рідини; Δ<sub>ст</sub> ≈ (3...5) мм – товщина стінки;

Δ<sub>заз</sub> ≈ (2...3) мм– зазор між ступицею диска і внутрішнім діаметром неробочої частини підшипника;

 $\delta_0$  - радіальний зазор в підшипнику.



Рис. 9.1. До визначення відстані між ступицею диска і внутрішнім діаметром обода диска L<sub>обода</sub>

3. Як оптимальні значення відносин довжини підшипника до його діаметру, можна прийняти діапазон 0,4 - 1,0. Великі значення обмежуються більш істотним впливом перекосів на роботу підшипника. Менші значення - малою вантажопідйомністю підшипника. Для розширення діапазону стійкої роботи ротора необхідно приймати великі значення відносної довжини підшипника, а менші значення – для малонавантажених, низькообертальних роторів машин. Необхідно мати на
увазі також, що зі збільшенням довжини підшипника ростуть втрати потужності на тертя.

4. Величина радіального зазору і відповідна йому товщина шару робочої рідини залежать від призначення, умов роботи і конструктивних особливостей проектованого опорного вузла.

Для збільшення жорсткості опор і збільшення діапазону стійкої роботи радіальний зазор в підшипнику необхідно вибирати якомога менше, але слід враховувати, що при цьому збільшуються втрати потужності на тертя, зростає ймовірність засмічення щілинного тракту підшипника, а також зростають вимоги до якості виготовлення робочих поверхонь підшипника. При великих зазорах зростають витрати робочої рідини і знижується діапазон стійкої роботи ротора. У розд. 7 даної роботи показано, що зі збільшенням зазору діапазон стійкої роботи

Оптимальне значення відносного зазору в гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу для випадків, що представляють практичний інтерес, може коливатися в широкому діапазоні  $\psi = 0,001 - 0,0025$ , де  $\psi = \delta_0 / R_{cp}$  ( $R_{cp} = (R_1 + R_2) / 2$  – середній радіус в здвоєному підшипнику).

У здвоєному гідростатодинамічному підшипнику в зовнішній і внутрішній його частинах бажано призначати однакові зазори.

5. Дослідниками розглядалися різні форми камер [110]: прямокутні, шевронні, двотаврові і круглі. Однак найбільше розповсюдження на практиці отримали прямокутні камери. Вони найбільш технологічні, дешеві, забезпечують досить високу вантажопідйомність і порівняно прийнятні витрати робочої рідини.

Математична модель підшипника з прямокутними камерами і її чисельна реалізація також простіше в порівнянні з підшипниками, які мають іншу форму камер. В окремих випадках поряд з прямокутною формою камер можна рекомендувати круглу форму камер.

6. Площа камер в гідростатодинамічному підшипнику, в якому мають місце як гідростатичні, так і гідродинамічні ефекти, також може впливати на його ста-

тичні та динамічні характеристики. Для використання зазначених ефектів в повній мірі можна призначати площу камер для обох частин підшипника за такої рекомендації:  $A_{\text{камер}} \approx (0,05-0,25) \pi D_1 \cdot L_{\Sigma}$  (де  $D_1$  і  $L_{\Sigma}$  - діаметр і довжина підшипника).

7. Для забезпечення високої вантажопідйомності дослідниками пропонується число камер 6 - 8. Однак в здвоєному гідростатодинамічному підшипнику, що має зовнішню та внутрішню частини, ця рекомендація може привести в окремих випадках до великої витрати робочої рідини. Тому для гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу можна рекомендувати число камер 4 - 6. Причому більша кількість камер приймається для великих діаметрів підшипників.

8. Режим течії робочої рідини також істотно впливає як на статичні, так і на динамічні характеристики підшипника. Турбулентний режим течії робочої рідини забезпечує більш велику вантажопідйомність, ніж ламінарний режим. У розд. 7 даної роботи показано, що турбулентний режим течії забезпечує більший діапазон стійкої роботи, ніж ламінарний. Розрахункові і експериментальні дані показують, що умови роботи гідростатодинамічних підшипників такі, що навіть при необертальному роторі в ньому найбільш часто має місце турбулентний режим течії робочої рідини. Тому в розрахунках рекомендується частіше застосовувати розвинений турбулентний режим течії робочої рідини.

9. Найбільшого поширення як вхідний компенсатор тиску в камерах отримали жиклери. Капіляри і діафрагми застосовують рідше. Результати розрахунку, наведені в даній роботі в розд. 7, показали, що зі збільшенням діаметра жиклера, в розглянутому інтервалі розмірів, діапазон стійкої роботи підшипника збільшується.

Рекомендується діаметр жиклера приймати в діапазоні d<sub>ж</sub> = 1,5-2,5 мм.

Менші значення обмежують зростаючою ймовірністю засмічення жиклера, а великі значення – зростаючою витратою робочої рідини.

Наведені в розд. 7 результати розрахунків показують, що застосування різних діаметрів жиклерів (менших в ненавантаженій зоні і більших в навантаженій

зоні) може привести до збільшення діапазону стійкої роботи підшипника. Тому в окремих випадках рекомендується застосовувати різні діаметри жиклерів. Наприклад, в насосах, де діє навантаження постійно в одному напрямку, можна застосувати різні діаметри жиклерів або навіть відмовитись від застосування камер взагалі в ненавантаженій зоні.

10. Довжина перемички між торцем камери и торцем підшипника можна рекомендувати в інтервалі ℓ<sub>п</sub> ≈ 2–10мм. Менші значення слід застосовувати для підшипників малого діаметра, а великі – для підшипників великого діаметру.

11. Розташування камер по колу також впливає на статичні і динамічні характеристики підшипника. Підшипник, у якого перша камера розташована під лінією дії навантаження, забезпечує велику несучу здатність і розширює діапазон стійкої роботи підшипника. Однак цей виграш незначний, а конструкція підшипника ускладнюється через більш складну систему зливу робочої рідини з торців підшипника. Тому в здвоєному гідростатодинамічному підшипнику рекомендується першу камеру розташовувати під кутом 45 ° по відношенню до лінії дії навантаження (якщо число камер дорівнює 4). У зовнішній і внутрішній частинах здвоєного підшипника камери рекомендується розташовувати одну під однією.

12. У здвоєному гідростатодинамічному підшипнику важливу роль відіграє товщина диска, так як вона визначає діаметри зовнішньої і внутрішньої частин підшипника і діапазон його стійкої роботи. Чим менше товщина диска, тим менше відрізняються діаметри зовнішньої і внутрішньої частин підшипника, і тим більше буде його вантажопідйомність. Так як диск має форму замкнутого кільця і навантажений розподіленим навантаженням як по зовнішній, так і по внутрішній його частинах, то товщину диска можна рекомендувати невелику –  $\Delta_{диска} \approx 2-5$  мм Причому великі значення рекомендується приймати для підшипників великого діаметру.

13. Як робочу рідину в здвоєних гідростатодинамічних підшипниках рекомендується використовувати малов'язкі рідини, в'язкість яких менше або дорівнює в'язкості води при нормальних умовах, а також деякі сорти масел, в'язкість яких приблизно в 2 – 3 рази більше в'язкості води. Зі збільшенням в'язкості робочої рідини зростає вантажопідйомність підшипника, проте в гідростатодинамічному підшипнику щілинний тракт такий, що при цьому ускладнюється прокачування цієї рідини, і зростає ймовірність засмічення щілинного тракту. Для забезпечення високої надійності роботи підшипника рекомендується очищати робочу рідину від твердих домішок, пропускаючи її через фільтри грубого і тонкого очищення.

14. У радіально-упорних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу з'являються додаткові геометричні параметри, в порівнянні з радіальними, на які необхідно мати рекомендації з проектування. Таким параметром в радіальноупорному підшипнику є кут нахилу зовнішньої конічної робочої поверхні підшипника  $\alpha$ . Попередніми дослідниками цей кут рекомендується призначати рівним  $\alpha = 15^{\circ}$ . Цей кут дійсно є оптимальним при порівняно невеликих осьових навантаженнях. У даній роботі показано (розд. 7), що зі збільшенням кута  $\alpha$  зростає осьова складова вантажопідйомності підшипника, але знижується діапазон його стійкої роботи Тому при великих осьових навантаженнях і порівняно невисоких кутових швидкостях кут  $\alpha$  можна рекомендувати в більш широкому діапазоні  $\alpha = 15^{\circ} - 25^{\circ}$ .

15. У радіальному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу з пружною установкою робочих поверхонь диска підбором відповідного пружного елемента можна отримати необхідний діапазон стійкої роботи ротора. Результати розрахунку, наведені в даній роботі (рис.7.77 – 7. 79), показують, що за рахунок пружної установки робочих поверхонь диска можна значно розширити діапазон стійкої роботи ротора.

## 9.2 Методика розрахунку гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу

Методика розрахунку розглянутих підшипників включає наступні етапи:

1. Відповідно до технічного завдання формуються вихідні дані. Технічним завданням зазвичай задаються:

1.1. Робочі оберти ротора – п.

1.2. Максимальне навантаження на опору – F.

- 1.3. Максимальний тиск живлення  $P_{\text{вх}}$ .
- 1.4. Діаметр опорної частини ротора  $d_{\rm B}$ .
- 1.5. Максимальні витрати робочої рідини Q.
- 1.6. Сорт робочої рідини.
- 1.7. Температура робочої рідини.

2. За розробленими рекомендаціями в підрозділі 9.1. призначаємо необхідні для розрахунку параметри підшипника, що доповнюють інформацію, наведену в технічному завданні.

2.1. Призначаємо антифрикційний матеріал підшипника, що працює в парі з матеріалом обода диска, посадженого на вал.

2.2. Призначаємо діаметр ступиці диска  $D_{ct}$  (рис. 9.1) в залежності від виду з'єднання його з валом. Для шпонкового з'єднання ступиці диска з валом діаметр ступиці призначають за рекомендацією  $D_{ct} = 1,5 \cdot d_{B}$ 

2.3. Приймаємо діаметр жиклера з діапазону  $d_{\kappa} = 1, 5 - 2, 5$ мм

2.4. Використовуючи вираз (9.1), визначаємо розмір  $L_{\text{обода}}$  (рис. 9.1).

2.5. Приймаємо товщину диска  $\Delta_{\text{диска}}$  із діапазону 2–5мм.

2.6. Залежно від діаметра диска і сорту робочої рідини попередньо призначаємо однакові зазори у верхній і нижній частинах підшипника з діапазону  $\psi = 0,001 - 0,0025.$ 

2.7. Знаючи розміри обода диска і зазори, визначаємо зовнішній D<sub>1</sub> і внутрішній D<sub>2</sub> діаметри підшипника

$$\mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_{30BH.oбода} + 2\delta_0$$
  
 $\mathbf{D}_2 = \mathbf{D}_{oбода} - 2\delta_0$ 

де  $D_{\text{обода}} = D_{\text{ст}} + 2 \cdot L_{\text{обода}}$ ;

 $\mathbf{D}_{\text{зовн.обода}} = \mathbf{D}_{\text{обода}} + 2 \cdot \Delta_{\text{диска}}$  .

2.8. Залежно від величини зовнішнього навантаження, можливих перекосів і кутової швидкості ротора призначається довжина підшипника за рекомендацією  $L_{\Sigma} = D_1 \cdot (0, 4 - 1, 0)$ . Осьова довжина підшипника в його верхній і нижній частинах приймається однаковою.

2.9. Форма камер приймається переважно прямокутною.

2.10. Кількість камер для здвоєних гідростатодинамічних підшипників бажано приймати 4, так як зі збільшенням числа камер в даному типі підшипника може істотно зрости витрата робочої рідини.

2.11. Камери повинно встановлювати рівномірно по колу і одну під однією у верхній і нижній частинах підшипника. Відповідно до рекомендацій, наведених в даній роботі, першу камеру бажано розташовувати під 45 ° відносно вертикалі.

2.12. Задаючись довжиною перемички між торцем камери і торцем підшипника в інтервалі  $l_n = 2 - 10$ мм, визначаємо довжину камер $l_{\text{кам1}} = l_{\text{кам2}} = \frac{L_{\Sigma}}{2} - 2 \cdot l_n$ 

2.13. Знаючи довжину камер  $l_{kam1} = l_{kam2}$ , число камер в половині довжини внутрішньої або зовнішньої частин підшипника (прийнято  $Z_{kam} = 4$ ) і діаметр зовнішньої частини підшипника, можна визначити ширину камер з виразу

$$\mathbf{b}_{\mathbf{k}} = \frac{(0.05...0, 25) \cdot \pi \cdot \mathbf{D}_{1} \cdot \mathbf{L}_{\Sigma}}{2 \cdot \mathbf{l}_{\mathrm{KaM1}} \cdot \mathbf{Z}_{\mathrm{KaM}}}.$$

2.14. Приймаємо турбулентний режим течії робочої рідини, так як розрахункові і експериментальні дані показують, що умови роботи гідростатодинамічних підшипників такі, що навіть при необертальному роторі в ньому найбільш часто має місце турбулентний режим течії робочої рідини. Оцінка режиму течії робочої рідини проводиться за числом Рейнольдса  $\text{Re} = \frac{U \cdot h}{v}$ . Якщо число Рейнольдса Re > 2000, то режим течії – турбулентний. 3. Використовуючи програму розрахунку або спрощений спосіб (див. підр. 9.4) визначення динамічних характеристик ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу, визначаємо критичну швидкість обертання ротора (ω<sub>кр</sub>), межу стійкості (ω<sub>уст</sub>) і максимальне значення ексцентриситету в робочому діапазоні обертів ротора (e<sub>max p</sub>).

Якщо робочі оберти ротора виходять за межі діапазону стійкої роботи, то необхідно підвищувати тиск живлення, зменшувати зазор, збільшувати довжину підшипника і т.д. (розд. 7). При цьому необхідно виконати розрахунок динамічних характеристик підшипника для новоприйнятих параметрів.

4. Визначаємо мінімальний зазор в підшипнику  $h_{\min} = \delta_0 - e_{\max,p}$ .

5. Визначаємо критичне значення зазору (h<sub>кр</sub>) і коефіцієнт запасу (n<sub>h</sub>) по товщині шару робочої рідини

$$h_{\kappa p} = (1.5...2)(R_{zo6} + R_{zn}),$$
  
 $n_h = h_{min} / h_{\kappa p} \ge [n_h] \approx 1.5...2$ 

де R<sub>20б</sub> – висота мікронерівностей обода (диска);

R<sub>zn</sub> - висота мікронерівностей робочих поверхонь підшипника.

Для забезпечення необхідного запасу по товщині шару робочої рідини, необхідно також змінювати геометричні та робочі параметри підшипника і повторювати розрахунок динамічних характеристик підшипника.

# 9.3 Опис програми розрахунку динамічних характеристик радіального підшипника здвоєного типу

Програма розрахунку динамічних характеристик гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу [Дод. В] розроблена на мові «Фортран» [166-168].

Введення вихідних даних виконується за допомогою оператора ДАТА, виведення розрахованих значень характеристик підшипника виконується за допомогою оператора WRITE. Список введених і виведених параметрів з їх ідентифікаторами наведено в таблиці 9.1.

Назва параметра	Позначення	Ідентифікатор	Розмірність
Ширина камери в зовніш-	b <sub>k1</sub>	BK1	ММ
ній частині підшипника			
Ширина камери у внутрі-	h	BK2	ММ
шній частині підшипника	$O_{k2}$		
Радіус зовнішньої частини	R <sub>1</sub>	RP1	ММ
підшипника			
Радіус внутрішньої части-	R.	RP2	ММ
ни підшипника	<b>R</b> 2		
Зазори в зовнішній і внут-			
рішній частинах підшип-	$\delta_{\scriptscriptstyle 01},\delta_{\scriptscriptstyle 02}$	D01, D02	$\mathcal{M}\mathcal{M}$
ника			
Число камер	K	Κ	—
Довжина камер в зовніш-			
ній і внутрішній частинах	lili	ALK1, ALK2	$\mathcal{M}\mathcal{M}$
підшипника	° KI ° ° K2		
динамічна в'язкість робо-	μ	AM	$H \cdot c / MM^2$
чы рідини	,		1
Густина робочої рідини			
	$\rho$	RO	$\kappa \epsilon / M M^3$
Кінематична в'язкість ро-			
бочої рідини	V	AN	$MM^2/c$
Коефіцієнт входу			
	${oldsymbol{arphi}}_{\scriptscriptstyle {\scriptscriptstyle {\it BX}}}$	CBX	—
Довжина половини підши-			
пника	$L_n$	ALPP	$\mathcal{M}\mathcal{M}$
Довжини перемичок камер	0		1414
	$^{\mathcal{K}}n1,^{\mathcal{K}}n2$	ALF1, ALF2	JVLM

Таблиця 9.1. Список введених і виведених параметрів

## Продовження табл.9.1

Назва параметра	Позначення	Ідентифікатор	Розмірність
Довжина міжкамерних пе- ремичок зовнішньої і внут- рішньої частин підшипника	$\ell_{mk1}$ $\ell_{mk2}$	ALM 1 ALM 2	ММ ММ
Радіуси жиклерів в зовніш- ній і внутрішній частинах підшипника	$r_{\mathcal{H}C1}$ $r_{\mathcal{H}C2}$	RG1 RG2	ММ ММ
Вага ротора	G	GR	Н
Прискорення вільного па- діння	g	GCB	$9860\frac{MM}{c^2}$
Дисбаланс	q	DiS	кг • мм
Точність по тиску в камерах	${\cal E}_{l}$	EPS1	_
Точність по тиску в вузлах сітки	$\mathcal{E}_2$	EPS2	_
Кроки по сітці міжкамерної перемички	$\Delta x_1, \Delta x_2$	<i>DX1</i> ,D <i>X2</i>	ММ
Число вузлів сітки між ка- мерами	K3	K3	_
Кутова швидкість вала	ω	ОМ	$c^{-1}$
Ексцентриситет диска в пі- дшипнику	е	EKS	ММ
Кут положення диска в пі- дшипнику	$eta_o$	BTO	рад
Гідродинамічна сила уздовж лінії центрів диска і підши- пника	$I_{\Sigma}$	$W_i$	Н
Окружна складова гідроди- намічної сили	$oldsymbol{J}_{\Sigma}$	$W_{j}$	Н
Витрата робочої рідини	$Q_{\Sigma}$	QS	мм <sup>3</sup> /с

## Продовження табл.9.1

Назва параметра	Позначення	Ідентифікатор	Розмірність
Втрати потужності на тер-	$N_{mp}$	TRS	Bm
ТЯ			
Швидкість диска вздовж	•		1
лінії центрів диска і під-	e	EKST	<i>ММ   С</i>
шипника			
Кутова швидкість лінії	Ŕ	BTOT	nad/c
центрів	$P_o$	DICI	puore
Тиск живлення від насоса	D	DDV	$H/MM^2(M\Pi a)$
	1 <sub>6x</sub>	РВХ	
Параметр режими роботи			
		<b>V</b> 11	
(ламінарнии або турбулен-		KII	
тний)			

При завданні параметра режиму течії робочої рідини K11=1, розрахунок виконується для турбулентного режиму течії робочої рідини. якщо K11≠1, то розрахунок виконується для ламінарного режиму течії робочої рідини. При визначенні тиску в камерах використовувався звичайний ітераційний метод. У роботі показана також можливість застосування методу Ньютона-Рафсона [155] для визначення тисків у камерах. Для визначення тисків на міжкамерних перемичках використовувався метод сіток в поєднанні з поздовжньо-поперечним прогоном. Для визначення траєкторій руху диска всередині підшипника система рівнянь руху розв'язувалася методами Ейлера (перші 3 точки), а потім застосовувався багатокроковий метод Адамса-Башфорта [150-154].

Час одного оберту вала ділиться на 10 частин і розраховується 5 обертів вала (50 точок). Цього виявляється досить для отримання стабільної траєкторії вала.

Роздруківка програми розрахунку приведена в додатку В.

## 9.4 Спрощений спосіб визначення динамічних характеристик ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу

Вихідними даними для розрахунку є:

1. Тиск живлення –  $P_{\text{вх}}$ .

- 2. Кутова швидкість вала з диском  $\omega$ .
- 3. Діаметр зовнішньої частини підшипника D<sub>1</sub>.
- 4. Діаметр підшипника у внутрішній частині *D*<sub>2</sub>.
- 5. Зовнішній діаметр диска D<sub>д1</sub>.
- 6. Внутрішній діаметр диска D<sub>д2</sub>.
- 7. Зовнішній і внутрішній радіальні зазори  $\delta_{01} = \delta_{02}$ .
- 8. Діаметри жиклерів  $d_{\pi 1} = d_{\pi 2}$ .
- 9. Довжина камер  $l_{\kappa 1} = l_{\kappa 2}$ .
- 10. Довжина перемичок торців камер  $-l_{n1}=l_{n2}$ .
- 11. Ширина камер  $b_{\kappa 1} = b_{\kappa 2}$ .
- Довжина міжкамерної перемички зовнішньої частини підшипника l<sub>mk1</sub>
- Довжина міжкамерної перемички внутрішньої частини підшипника l<sub>mk2</sub>
- 14. Сорт робочої рідини і її характеристики:
  - а) динамічна в'язкість  $\mu$
  - б) густина р
  - в) кінематична в'язкість V.
- 15. Довжина половини підшипника L<sub>n</sub>
- 16. Довжина двох осьових частин підшипника L<sub>Σ</sub>
- 17. Вага ротора G
- 18. Прискорення вільного падіння g
- 19. Залишкова неврівноваженість ротора q
- 20. Початковий ексцентриситет e(1)
- 21. Початковий кут положення вала в підшипнику  $\beta_0(1)$
- 22. Коефіцієнт входу  $\psi_{BX}$

- Початкова швидкість вала уздовж лінії центрів вала і підшипника ė(1)
- 24. Початкова швидкість лінії центрів  $\dot{\beta}_0(1)$
- 25. Початкові значення тисків в камерах  $(P_{k,i})_1$  і  $(P_{kl,i})_1$ Послідовність розрахунку
- 1. Визначаємо зазори в зовнішній частині підшипника

$$\begin{aligned} h_{11,i} &= \delta_{01} - e(k2) \cdot \cos[\phi_{\text{KAM1}} - \beta_0(k2) - \frac{\Delta \phi_{\text{KAM}}}{2} + \frac{\pi}{2}(i-1)] , \\ h_{12,i} &= \delta_{01} - e(k2) \cdot \cos[\phi_{\text{KAM1}} - \beta_0(k2) + \frac{\pi}{2}(i-1)] , \\ h_{13,i} &= \delta_{01} - e(k2) \cdot \cos[\phi_{\text{KAM1}} - \beta_0(k2) - \frac{\Delta \phi_{\text{KAM}}}{2} + \frac{\pi}{2}(i-1)] , \end{aligned}$$

де k2=1,...,50; i=1,...4;

 $\phi_{\text{кам1}}$  – кут положення 1-й камери;

 $\Delta \phi_{\text{кам}}$  – кутовий розмір ширини камери.

2. Визначаємо зазори у внутрішній частині підшипника

$$\begin{split} h_{21,i} &= \delta_{02} + e(k2) \cdot \cos[\phi_{\text{KAM1}} - \beta_0(k2) - \frac{\Delta \phi_{\text{KAM}}}{2} + \frac{\pi}{2}(i-1)] , \\ h_{22,i} &= \delta_{02} + e(k2) \cdot \cos[\phi_{\text{KAM1}} - \beta_0(k2) + \frac{\pi}{2}(i-1)] , \\ h_{23,i} &= \delta_{02} + e(k2) \cdot \cos[\phi_{\text{KAM1}} - \beta_0(k2) + \frac{\Delta \phi_{\text{KAM}}}{2} + \frac{\pi}{2}(i-1)] . \end{split}$$

3. Обчислюємо допоміжні коефіцієнти для визначення тисків у камерах, розташованих в зовнішній частині підшипника

$$a_{1}(i) = \frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{11}(i) \cdot l_{k1}}{2}, \ a_{2}(i) = \frac{h_{11}^{3}(i) \cdot l_{k1}}{12 \cdot \mu \cdot l_{mk1} \cdot K_{x1i}}, \ a_{3}(i) = \frac{\omega \cdot R_{1} \cdot h_{13}(i) \cdot l_{k1}}{2},$$

$$\begin{aligned} a_4(i) &= \frac{h_{13}^3(i) \cdot l_{k1}}{12 \cdot \mu \cdot l_{mk1} \cdot K_{x1i}}, \\ a_5(i) &= \frac{h_{13}^3(i) \cdot b_{k1}}{12 \cdot \mu \cdot l_{n1} \cdot K_{z1i}}, \\ a_6(i) &= b_{k1} \cdot l_{k1} \cdot \dot{e}(k2), \\ a_7 &= \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{\#1}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \\ a_8(i) &= a_2(i) + a_4(i) + 2 \cdot a_5(i), \\ a_9(i) &= a_7(i) / a_8(i), \\ a_{10}(i) &= [a_1(i) - a_3(i) + 2 \cdot a_5(i) \cdot P_{3\pi} - a_6(i)] / a_8(i), \\ a_{11}(i) &= a_2(i) / a_8(i), \\ a_{12}(i) &= a_4(i) / a_8(i), \end{aligned}$$

де  $P_{3\pi} = 0$  – перепад тиску на зливі з підшипника;

K<sub>x1</sub> і K<sub>z1</sub> – коефіцієнти турбулентності течії робочої рідини, що обчислюються за такими залежностями:

$$K_{x1i} = 1 + 0.044 (\sigma_{*1}^2 \cdot Re_{1i})^{0.725} ,$$
  
$$K_{z1i} = 1 + 0.0247 (\sigma_{*1}^2 \cdot Re_{1i})^{0.65} ,$$

де 
$$\sigma_{*1} = 0.125 \cdot \text{Re}_{1i}^{0.07}$$
;  $\text{Re}_{1i} = \frac{\omega \cdot \text{R}_1 \cdot \text{h}_j(i)}{\nu}$ .

Індекс *j* дорівнює 11, 12, 13 і відповідає індексу зазору, що використовується при визначенні допоміжних коефіцієнтів.

4. Обчислюємо допоміжні коефіцієнти для визначення тисків у камерах, розташованих у внутрішній частині підшипника

$$\begin{split} b_{1}(i) &= \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{21}(i) \cdot l_{k2}}{2}, \\ b_{2}(i) &= \frac{h_{21}^{3}(i) \cdot l_{k2}}{12 \cdot \mu \cdot l_{mk2} \cdot K_{x2i}}, \\ b_{3}(i) &= \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{23}(i) \cdot l_{k2}}{2}, \\ b_{3}(i) &= \frac{\omega \cdot R_{2} \cdot h_{23}(i) \cdot l_{k2}}{2}, \\ b_{4}(i) &= \frac{h_{23}^{3}(i) \cdot l_{k2}}{12 \cdot \mu \cdot l_{mk2} \cdot K_{x2i}}, \\ b_{5}(i) &= \frac{h_{22}^{3}(i) \cdot b_{k2}}{12 \cdot \mu \cdot l_{n2} \cdot K_{x2i}}, \\ b_{6} &= b_{k2} \cdot l_{k2} \cdot \dot{e}(k2), \\ b_{7} &= \psi_{BX} \cdot \pi \cdot r_{x2}^{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \\ b_{8}(i) &= b_{2}(i) + b_{4}(i) + 2 \cdot b_{5}(i), \\ b_{9}(i) &= b_{7}(i) / b_{8}(i), \\ b_{10}(i) &= [b_{1}(i) - b_{3}(i) + 2 \cdot b_{5}(i) \cdot P_{c\pi} - b_{6}(i)] / b_{8}(i), \\ b_{11}(i) &= b_{2}(i) / b_{8}(i), \\ b_{12}(i) &= b_{4}(i) / b_{8}(i), \end{split}$$

де K<sub>x2</sub> і K<sub>z2</sub> – коефіцієнти турбулентності, що визначаються за такими залежностями:

$$K_{x2i} = 1 + 0,044 (\sigma_{*1}^2 \cdot \text{Re}_{2i})^{0.725} ,$$
  
$$K_{z2i} = 1 + 0,0247 (\sigma_{*1}^2 \cdot \text{Re}_{2i})^{0.65} ,$$

де  $\sigma_{*2} = 0.125 \cdot \mathrm{Re}_{2\mathrm{i}}^{0.07}$ ;

$$\operatorname{Re}_{2i} = \frac{\omega \cdot R_1 \cdot h_z(i)}{v}$$

Індекс 7 дорівнює 21, 22, 23 і відповідає індексу зазору, що використовується при визначенні допоміжних коефіцієнтів.

5. Запишемо допоміжні коефіцієнти в безрозмірному вигляді, позначивши безрозмірні параметри рискою зверху

$$\begin{split} \overline{a}_{9}(i) &= a_{9}(i) / \sqrt{P_{_{BX}}} , & \overline{b}_{9}(i) &= b_{9}(i) / \sqrt{P_{_{BX}}} , \\ \overline{a}_{11}(i) &= a_{11}(i) , & \overline{b}_{11}(i) &= b_{11}(i) , \\ \overline{a}_{12}(i) &= a_{12}(i) , & \overline{b}_{12}(i) &= b_{12}(i) , \\ \overline{a}_{10}(i) &= a_{10}(i) / P_{_{BX}} , & \overline{b}_{10}(i) &= b_{10}(i) / P_{_{BX}} . \end{split}$$

6. Визначаємо тиск в камерах, розташованих в зовнішній частині підшипника  $\overline{P}_{k,i}$ і у внутрішній частині підшипника  $\overline{P}_{kl,i}$  з рівнянь балансу витрат

$$(\overline{P}_{k,i})_{n+1} = \overline{a}_9(i) \cdot \sqrt{1 - (\overline{P}_{k,i})_n} + \overline{a}_{11}(i) \cdot (\overline{P}_{k,i-1})_n + \overline{a}_{12}(i) \cdot (\overline{P}_{k,i+1})_n + \overline{a}_{10}(i) ,$$
  
 $(\overline{P}_{kl,i})_{n+1} = \overline{b}_9(i) \cdot \sqrt{1 - (\overline{P}_{k1,i})_n} + \overline{b}_{11}(i) \cdot (\overline{P}_{kl,i-1})_n + \overline{b}_{12}(i) \cdot (\overline{P}_{kl,i+1})_n + \overline{b}_{10}(i) ,$   
де  $\overline{P}_{k,i} = P_{k,i} / P_{BX}$  – безрозмірні значення тиску в камерах зовнішньої частини підшипника;

 $\overline{P}_{kl,i} = P_{kl,i} / P_{Bx}$  – безрозмірні значення тиску в камерах внутрішньої частини підшипника.

Задаючись початковими значеннями тисків в камерах  $(\overline{P}_{k,i})_n$  і  $(\overline{P}_{kl,i})_n$ , отримуємо нові значення тисків на n+1-м кроці. Ітераційний процес продовжується до тих пір, поки попередні і подальші значення тисків в камерах будуть менше заданої точності розв'язку ( $\varepsilon_1$ ), тобто

$$(\overline{P}_{k,i})_{n+1} - (\overline{P}_{k,i})_n \le \varepsilon_1; (\overline{P}_{kl,i})_{n+1} - (\overline{P}_{kl,i})_n \le \varepsilon_1.$$

7. Приймаючи закон зміни тисків на міжкамерних перемичках лінійним, запишемо вирази для вантажопідйомності гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу в проекціях на лінію центрів диска і підшипника  $W_i$  і напрямок їй перпендикулярний  $W_j$ .

7.1. Складові вантажопідйомності зовнішньої частини підшипника

$$\begin{split} \overline{I}_{H} &= \frac{(2 \cdot l_{mk1} \cdot l_{k1} + 2 \cdot l_{n1} \cdot l_{mk1})}{R_{DI}^{2}} \left[ \frac{(\overline{P}_{k,1} + \overline{P}_{k,2})}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta_{o}(k2)\right) + \frac{(\overline{P}_{k,2} + \overline{P}_{k,3})}{2} \\ \cdot \cos\left(\pi - \beta_{0}(k2)\right) + \frac{(\overline{P}_{k,3} + \overline{P}_{k,4})}{2} \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \beta_{0}(k2)\right) + \frac{(\overline{P}_{k,4} + \overline{P}_{k,1})}{2} \cdot \\ \cdot \cos(2\pi - \beta_{0}(k2))] + \frac{(2 \cdot l_{k,1} \cdot b_{k1} + 2 \cdot l_{n1} \cdot b_{k1})}{R_{DI}^{2}} [\overline{P}_{k,1} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right) + \overline{P}_{k,2} \cdot \\ \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right) + \overline{P}_{k,3} \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right) + \overline{P}_{k,4} \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right)], \end{split}$$

$$\begin{split} \overline{J}_{H} &= \frac{(2 \cdot l_{mk1} \cdot l_{k1} + 2 \cdot l_{n1} \cdot l_{mk1})}{R_{DI}^{2}} [\frac{(\overline{P}_{k,1} + \overline{P}_{k,2})}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_{0}(k2)\right) + \frac{(\overline{P}_{k,2} + \overline{P}_{k,3})}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_{0}(k2)\right) + \frac{(\overline{P}_{k,4} + \overline{P}_{k,1})}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_{0}(k2)\right) + \frac{(\overline{P}_{k,4} + \overline{P}_{k,1})}{2} \cdot \sin\left(2\pi - \beta_{0}(k2)\right)] + \frac{(2 \cdot l_{k,1} \cdot b_{k1} + 2 \cdot l_{n1} \cdot b_{k1})}{R_{DI}^{2}} [\overline{P}_{k,1} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right) + \overline{P}_{k,2} \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right) + \overline{P}_{k,3} \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right) + \overline{P}_{k,4} \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right)]. \end{split}$$

7.2. Складові вантажопідйомності внутрішньої частини підшипника

$$\overline{I}_{B} = \frac{(2 \cdot l_{mk2} \cdot l_{k2} + 2 \cdot l_{n2} \cdot l_{mk2})}{R_{D1}^{2}} \left[\frac{(\overline{P}_{k1,1} + \overline{P}_{k1,2})}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta_{o}(k2)\right) + \frac{(\overline{P}_{k1,2} + \overline{P}_{k1,3})}{2}\right]$$

$$\begin{split} &\cdot\cos\left(\pi-\beta_{0}(k2)\right)+\frac{(\overline{P}_{k1,3}+\overline{P}_{k1,4})}{2}\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\beta_{0}(k2)\right)+\frac{(\overline{P}_{k1,4}+\overline{P}_{k1,1})}{2}\cdot\\ &\cdot\cos(2\pi-\beta_{0}(k2))]+\frac{(2\cdot l_{k,2}\cdot b_{k2}+2\cdot l_{n2}\cdot b_{k2})}{R_{DI}^{2}}[\overline{P}_{k1,1}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}-\beta_{0}(k2)\right)+\overline{P}_{k1,2}\cdot\\ &\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\beta_{0}(k2)\right)+\overline{P}_{k1,3}\cdot\cos\left(\frac{5\pi}{4}-\beta_{0}(k2)\right)+\overline{P}_{k1,4}\cdot\cos\left(\frac{7\pi}{4}-\beta_{0}(k2)\right)],\\ &\overline{J}_{B}=\frac{(2\cdot l_{mk2}\cdot l_{k2}+2\cdot l_{n2}\cdot l_{mk2})}{R_{D1}^{2}}[\frac{(\overline{P}_{k1,1}+\overline{P}_{k1,2})}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta_{0}(k2)\right)+\frac{(\overline{P}_{k1,2}+\overline{P}_{k1,3})}{2}\cdot\frac{(\overline{P}_{k1,3}+\overline{P}_{k$$

$$\cdot \sin\left(\pi - \beta_{0}(k2)\right) + \frac{(\overline{P}_{k1,3} + \overline{P}_{k1,4})}{2} \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \beta_{0}(k2)\right) + \frac{(\overline{P}_{k1,4} + \overline{P}_{k1,1})}{2} \cdot \\ \cdot \sin(2\pi - \beta_{0}(k2))] + \frac{(2 \cdot l_{k,2} \cdot b_{k2} + 2 \cdot l_{n2} \cdot b_{k2})}{R_{DI}^{2}} [\overline{P}_{k1,1} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right) + \overline{P}_{k1,2} \cdot \\ \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right) + \overline{P}_{k1,3} \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right) + \overline{P}_{k1,4} \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{4} - \beta_{0}(k2)\right)].$$

- 7.3. Складові вантажопідйомності всього підшипника  $\overline{W}_i = \overline{I}_H - \overline{I}_B$  (проекція на ось у),  $\overline{W}_j = \overline{J}_H - \overline{J}_B$  (проекція на ось х).
- 8. Визначаємо витрату робочої рідини через підшипник

$$\begin{split} Q_{\Sigma} = Q_{\text{hapy}\text{m}} + Q_{\text{BHyTp}}, \\ \text{дe} \qquad Q_{\text{30BH}} = 2 \cdot \psi_{\text{BX}} \cdot \pi \cdot r_{\text{m}1}^2 \sqrt{\frac{2P_{\text{BX}}}{\rho}} \sum_{i=1}^k \sqrt{1 - \overline{P}_{k,i}} , \\ Q_{\text{BHyTp}} = 2 \cdot \psi_{\text{BX}} \cdot \pi \cdot r_{\text{m}2}^2 \sqrt{\frac{2P_{\text{BX}}}{\rho}} \sum_{i=1}^m \sqrt{1 - \overline{P}_{kl,i}} , \end{split}$$

k і m – число камер в зовнішній і внутрішній частинах підшипника (рекомендується k=m).

9. Визначаємо втрати потужності на тертя і прокачування.

9.1. Втрати на тертя для зовнішньої частини підшипника

$$N_{\rm TPH} = \frac{\mu \omega^2 \cdot R_{D1}^3 \cdot K(Re_1) \cdot L_n \cdot 2\pi}{\delta_{01}}$$

де  $K(Re_1) = 1 + 0.0525(\sigma_{*1}^2 \cdot Re_1)^{0.75}$  – коефіцієнт турбулентності;

$$\operatorname{Re}_{1} = \frac{\omega \cdot \operatorname{R}_{1} \cdot \operatorname{h}_{1 \operatorname{cp}}}{\upsilon} - \operatorname{число} \operatorname{Peйhonьdca}; \ \sigma_{*1} = 0,125 \cdot \operatorname{Re}_{1}^{0,07}$$

9.2. Втрати на тертя для внутрішньої частини підшипника

$$N_{\rm TPB} = \frac{\mu \omega^2 \cdot R_{\rm D2}^3 \cdot K({\rm Re}_2) \cdot L_{\rm n} \cdot 2\pi}{\delta_{02}} ,$$

де  $K(Re_1) = 1 + 0,0525(\sigma_{*2}^2 \cdot Re_2)^{0.75}$  – коефіцієнт турбулентності;  $\sigma_{*2} = 0,125 \cdot Re_2^{0,07}$ ;  $Re_2 = \frac{\omega \cdot R_2 \cdot h_{2cp}}{\upsilon}$  – число Рейнольдса.

9.3. Втрати на тертя для всього підшипника  $N_{_{TP\Sigma}} = 2N_{_{TPH}} + 2N_{_{TPB}}$ .

9.4. Втрати потужності на прокачування  $N_{\pi p} = P_{BX} \cdot Q_{\Sigma}$ .

9.5. Втрати потужності на тертя і прокачування для всього підшипника

$$\boldsymbol{N}_{n\boldsymbol{\Sigma}} = \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mathrm{p}}\boldsymbol{\Sigma}} + \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mathrm{p}}}.$$

10. Розраховуємо залежність ексцентриситету і кута положення диска в підшипнику від часу, розв'язуючи чисельно рівняння руху диска з валом.

11. Обчислюємо безрозмірні параметри, необхідні для розрахунку рівнянь руху диска з валом.

11.1. Час одного оберту диска с валом

 $T = 2\pi / \omega$ .

11.2. Безрозмірна маса диска з валом

$$\overline{\mathbf{m}} = \frac{\mathbf{G} \cdot \boldsymbol{\delta}_{01}}{\mathbf{g} \cdot \mathbf{P}_{_{\mathbf{B}\mathbf{X}}} \cdot \mathbf{R}_{D1}^2 \cdot \mathbf{T}^2}.$$

11.3. Безрозмірна вага диска з валом

$$\overline{\mathbf{G}} = \mathbf{G} / (\mathbf{P}_{_{\mathbf{B}\mathbf{X}}} \cdot \mathbf{R}_{\mathrm{D}1}^2).$$

11.4. Безрозмірний дисбаланс

$$\overline{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\omega}^2}{\mathbf{P}_{_{\mathbf{B}\mathbf{X}}} \cdot \mathbf{R}_{\mathrm{D1}}^2}.$$

11.5. Безрозмірний ексцентриситет диска в підшипнику

$$\chi(K2) = e(K2) / \delta_{01}.$$

12. Обчислюємо поточні значення ексцентриситетів і кутів положення диска в підшипнику для трьох кроків за часом, використовуючи однокроковий метод Ейлера

$$\begin{split} z_{1} &= \dot{\beta}_{0}(k2) , \\ z_{2} &= \dot{\chi}(k2) , \\ \dot{z}_{2} &= \chi(k2) \cdot z_{1}^{2} - \frac{\overline{W}_{i}}{\overline{m}} + \frac{\overline{G}}{\overline{m}} \cos\beta_{0}(k2) + \frac{\overline{q}}{\overline{m}} \cos(2\pi \cdot k2 \cdot \overline{h}_{2} - \beta_{0}(k2)) , \\ \dot{z}_{1} &= \frac{-2 \cdot z_{1} \cdot z_{2}}{\chi(k_{2})} - \frac{\overline{W}_{j}}{\overline{m} \cdot \chi(k2)} - \frac{\overline{G}}{\overline{m} \cdot \chi(k2)} \cdot \sin\beta_{0}(k2) + \frac{\overline{q}}{\overline{m} \cdot \chi(k2)} \sin(2\pi \cdot k2 \cdot \overline{h}_{2} - \beta_{0}(k2)) , \end{split}$$

де  $\overline{h}_2 = 1/z_1$  – крок за часом, що залежить від числа розбиття часу одного оберту диска з валом;

z<sub>1</sub> - число розбиття часу одного оберту диска з валом.

Використовуючи метод Ейлера, визначаємо нові положення диска в підшипнику

$$\begin{split} \chi(k_2+1) &= \chi(k2) + h_2 \cdot \dot{\chi}(k2) ,\\ \beta_0(k_2+1) &= \beta_0(k2) + h_2 \cdot \dot{\beta}_0(k2) ,\\ \dot{\chi}(k_2+1) &= \dot{\chi}(k2) + h_2 \cdot \dot{z}_2(k2) ,\\ \dot{\beta}_0(k_2+1) &= \dot{\beta}_0(k2) + h_2 \cdot \dot{z}_1(k2) . \end{split}$$

Після отримання інформації про перші 4-и точки положення диска в підшипнику, подальші точки розраховуємо, використовуючи багатокроковий метод Адамса. За методом Адамса 4 порядку точності розрахунок виконується за такими виразами:

$$\begin{split} \chi(k2+1) &= \chi(k2) + \frac{h_2}{24} [55 \cdot \dot{\chi}(k2) - 59 \cdot \dot{\chi}(k2-1) + 37 \cdot \dot{\chi}(k2-2) - 9 \cdot \dot{\chi}(k2-3)] \\ \beta_0(k2+1) &= \beta_0(k2) + \frac{h_2}{24} [55 \cdot \beta_0(k2) - 59 \cdot \beta_0(k2-1) + 37 \cdot \beta_0(k2-2) - 9 \cdot \beta_0(k2-3)], \\ \dot{\chi}(k2+1) &= \dot{\chi}(k2) + \frac{h_2}{24} [55 \cdot \dot{z}_2(k2) - 59 \cdot \dot{z}_2(k2-1) + 37 \cdot \dot{z}_2(k2-2) - 9 \cdot \dot{z}_2(k2-3)], \\ \dot{\beta}_0(k2+1) &= \dot{\beta}_0(k2) + \frac{h_2}{24} [55 \cdot \dot{z}_1(k2) - 59 \cdot \dot{z}_1(k2-1) + 37 \cdot \dot{z}_1(k2-2) - 9 \cdot \dot{z}_1(k2-3)]. \end{split}$$

При дисбалансі  $\overline{q} = 0$  розрахунок триває до отримання затухаючих коливань, що сходяться в точку.

При дисбалансі  $\overline{q} \neq 0$  розрахунок триває до отримання повторюваних траєкторій.

### 9.5 Висновки

9.1. Розроблено рекомендації з проектування різних типів здвоєних гідростатодинамічних підшипників.

9.2. Розроблено методику розрахунку гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу з використанням програми розрахунку на мові «Сучасний фортран» або з використанням наближеного способу розрахунку динамічних характеристик ротора на розглянутих підшипниках.

9.3. Розроблено наближений спосіб визначення динамічних характеристик ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу.

9.4. Наведено опис розробленої програми розрахунку радіального гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу.

Результати розділу опубліковані в наступних роботах: [24].

#### ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертації сформульовано та вирішено важливу науково-прикладну проблему створення теоретичних основ проектування і аналізу динаміки здвоєних гідростатодинамічних підшипників ковзання рідинного тертя із декількома шарами змащування, які дозволяють суттєво удосконалити статичні і динамічні характеристики опор роторів агрегатів енергоустановок. В процесі дослідження одержано такі наукові результати:

1. Розроблено математичні моделі, що ґрунтуються на використанні нелінійних рівнянь руху ротора з дисками всередині підшипника здвоєного типу, що дозволяє дослідити динаміку системи ротор-опора, як за малих, так і за значних коливань ротора в підшипнику, коли амплітуди коливань порівняні з величиною радіального зазору.

2. Кут розташування першої камери при рівномірному розташуванні камер по колу, щодо початку відліку кутів, впливає як на статичні так і на динамічні характеристики здвоєних гідростатодинамічних підшипників.

3. Турбулентний режим течії робочої рідини розширює діапазон стійкої роботи ротора на гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу приблизно на 20%, резонанс настає за більш високих частотах обертання, ніж при ламінарній течії робочої рідини.

4. Збільшення осьового ексцентриситету в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику істотно впливає на збільшення як осьової, так і радіальної вантажопідйомності, а також розширює діапазон стійкої роботи ротора, встановленого на цих підшипниках.

5. Збільшення кута нахилу зовнішньої конічної робочої поверхні радіально-упорного здвоєного гідростатодинамічного підшипника збільшує осьову і зменшує радіальну вантажопідйомності, а також зменшує діапазон стійкої роботи ротора.

6. Зі збільшенням радіального ексцентриситету в радіальноупорному здвоєному гідростатодинамічному підшипнику істотно зростає як радіальна, так і осьова вантажопідйомності.

7. Підбором характеристик пружного елемента, на якому встановлено кільця, в радіальному гідростатодинамічному підшипнику з пружною установкою робочих поверхонь диска можна істотно збільшити (приблизно на 30-40%) діапазон стійкої роботи ротора.

8. Теоретично виявлено наявність двох критичних частот обертання у здвоєних гідростатодинамічних підшипниках із пружною установкою робочих поверхонь диска.

9. Коливання кілець на пружній основі в здвоєному гідростатодинамічному підшипнику з пружною установкою робочих поверхонь диска в стійкій області відбувається з обертальною частотою, а на межі стійкості – з частотою, яка відрізняється від обертальної, в наслідок появи самозбуджуючих коливань (автоколивань).

10. Обґрунтовано можливість використання методу Ньютона-Рафсона для визначення тиску у камерах здвоєних гідростатодинамічних підшипників. Застосування методу Ньютона-Рафсона дозволяє отримати виграш за числом ітерацій.

11. Розроблено та запатентовано принципово нові конструкції гідростатодинамічних підшипників здвоєного типу, що дозволяють істотно поліпшити несучу та демпфуючу здатність і розширити діапазон стійкого руху вала на цих підшипниках.

12. На основі аналізу результатів розрахунку статичних і динамічних характеристик здвоєних гідростатодинамічних підшипників, а також за результатами їх експериментальних досліджень встановлено, що в порівнянні зі звичайними одинарними гідростатодинамічними підшипниками вони мають більшу несучу здатність приблизно в 1,7-1,85 разів, більший діапазон стійкої роботи приблизно в 1,4-1,5 разів, менші амплітуди коливань в області резонансу приблизно в 1,5 рази, і таким чином, можуть бути рекомендовані для важконавантажених, високошвидкісних опор.

13. Результати роботи впроваджені і використовуються підчас проектування паливних насосів на ПАТ «ФЕД» і при проектуванні гідростатичних підшипників для турбін Н-360-150, К-325-23,5 на ПАТ «Турбоатом», про що свідчать акти впровадження.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Назин В.И. Радиальный гидростатодинамический подшипник повышенной несущей способности // Авиационно-космическая техника и технология. 2012. №9/95. С. 94-100.

2. Назин В.И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке // Авиационнокосмическая техника и технология. 2013. № 8/105. С. 160-166.

3. Назин В.И. Математическая модель сдвоенного радиальноупорного гидростатодинамического подшипника // Авиационно-космическая техника и технология. 2013. № 9/106. С. 127-133.

4. Назин В.И. Стенд, опытная установка и методика опытных исследований гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 8/115. С. 100-103.

5. Назин В.И. Теория гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа с упругой установкой рабочих поверхностей диска // Авиационнокосмическая техника и технология. 2014. № 7/114. С. 100-104.

6. Назин В.И. О применимости метода Ньютона-Рафсона для определения давлений в камерах гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 9/116. С. 103-107.

7. Назин В.И. Динамические характеристики неуравновешенного ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ», 2014. Вип. 66. С. 116-122

8. Назин В.И. Радиальные гидростатодинамические подшипники сдвоенного типа с различной жиклерной компенсацией // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 2/119. С. 112-115.

9. Назин В.И. Влияние угла конусности на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 67. С. 79-87.

10. Назин В.И. Влияние расположения камер по окружности на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Вестник двигателестроения. 2015. № 2. С. 42-46.

11. Назин В.И. Влияние давления питания на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Вестник двигателестроения. 2015. № 1. С. 64-69.

12. Назин В.И. Влияние режима течения рабочей жидкости на динамические характеристики гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 3/120. С. 90-93.

13. Назин В.И. Сравнение динамических характеристик сдвоенных и одинарных гидростатодинамических подшипников // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 9/126. С. 85-88.

14. Назин В.И. Динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа при различных значениях диаметра // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 4/121. С. 43-46.

15. Назин В.И. Влияние осевого эксцентриситета на динамические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 68. С. 93-100.

16. Назин В.И. Амплитудно-частотные характеристики ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях угла конусности // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 69. С. 165-173.

17. Назин В.И. Влияние жесткости упругой установки колец на диске на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 10/127. С. 72-76. 18. Назин В.И. Влияние демпфирования упругой установки колец на диске на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 5/122. С. 11-15.

19. Назин В.И. Влияние массы колец, упруго установленных на диске, на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 6/123. С. 27-31.

20. Назин В.И. Анализ статических характеристик сдвоенных и втулочных гидростатодинамических подшипников при различных значениях геометрических параметров // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 70. С. 174-183.

21. Назин В.И. Влияние температуры рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника // Вестник двигателестроения. 2016. № 2. С. 92-96.

22. Назин В.И. Влияние типа рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического підшипника // Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 3/130. С. 4-8.

23. Назин В.И. Особенности динамических характеристик упругодемпферных конструкций гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 6/133. С. 27-31.

24. Назин В.И. Упрощенный способ определения динамических характеристик гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2017. № 1/136. С. 19-23.

25. Назин В.И. Расчет комбинированных гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа при стационарной внешней нагрузке // Авиационно-космическая техника и технология. 2017. № 6/141. С40-44.

26. Патент на винахід України № 112922, МПК F 16 C 32/06. (2006.01).
Радіальний гідростатодинамічний комбінований підшипник / Назін В.І. – Заяв.10.04.2015; Опубл. 10.11.2016, Бюл. № 21.

27. Патент України на винахід № 109997 МПК F 16 C 32/06(2006.01).
Радіально-упорний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв.
22.09.2014; Опубл. 26.10.2015, Бюл. № 20.

28. Патент України на корисну модель №91100, МПК F16C17/02 (2006.01). Радіальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв. 16.12.2013; Опубл. 25.06.2014, Бюл.№12.

29. Патент України на корисну модель №98201, МПК F16C17/02 (2006.01). Самоустановлювальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв. 22.09.2014; Опубл. 27.04.2015, Бюл№8.

Патент України на корисну модель №98202, МПК F16C17/02
 (2006.01). Радіальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв.
 22.09.2014; Опубл. 27.01.2015, Бюл.№8.

31. Назин В.И. Сравнение динамических характеристик сдвоенных и одинарных гидростатодинамических подшипников // ХХ Міжнародний конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2015р. С. 31.

32. Назин В.И. Влияние температуры рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника // XXI Міжнародний конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2016р. С. 23-24.

33. Назин В.И. Виброустойчивые конструкции подшипников скольжения для авиационных газотурбинных двигателей // Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: тез. доп. Міжнародна науковотехнічна конференція, Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2010. С. 103.

34. Назин В.И. Анализ работы двухстороннего упорного гидростатического подшипника // XVI Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2011р. С. 41.

35. Назин В.И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке // XVIII Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2013р. С. 38-39.

36. Назин В.И. Теория гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа с упругой установкой рабочих поверхностей диска // XIX Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «XAI». 2014р. С. 29.

37. Назин В.И. Радиальный гидростатический подшипник повышенной несущей способности // XVII Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2012р. С. 41.

38. Равикович Ю.А., Ермилов Ю.И., Холобуев Д.П., [и др.]. Экспериментальное исследование работы подшипников скольжения с жидкостной смазкой в нештатных режимах // Тр. МАИ. 2011. Вып. 46. С. 1-10.

39. Малаховский Е.Е., Иванов В.В. Расчет гидростатических подшипников при турбулентном режиме течения смазки // Машиноведение, 1967. №4. С. 117-123.

40. Малаховский Е.Е. Исследование, расчет и проектирование опорных гидростатических подшипников скольжения – М., 1968. – 238 с.

41. Артеменко Н.П. Поддубный А.И., Чайка А.И. О смешанном режиме течения смазки в многокамерном гидростатическом подшипнике // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ», 1973. – С. 44-53.

42. Тейлор, Даусон. Теория турбулентного течения смазки и ее применение к расчету подшипников // Тр. америк. общ. инж.-мех. ASME. Сер. Φ, 1974. Т. 96. №1. С. 37-51.

43. Сгибнев А.В., Болотин В.З. Применение гидростатических подшипников с турбулентными дросселями на входе в качестве опор штока в динамических гидроцилиндрах // Известия вузов. Машиностроение, 2004. №5. С. 27-35.

44. Шатохин С.Н., Ярошенко С.А. Влияние высокой частоты вращения на эксплуатационные характеристики адаптивного гидростатического подшипника // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1990. №2. С.40-46.

45. Белоусов А.И. Несущая способность динамически нагруженных гидростатических подшипников // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. Куйбышев, 1969. С. 200-208.

46. Артеменко Н.П., Доценко В.Н. Опытное исследование влияния параметров системы "ротор – гидростатические подшипники" на ее амплитудночастотные характеристики // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1975. С. 89-97.

47. Артеменко Н.П., Доценко В.Н. Результаты расчета на ЭВМ динамических характеристик роторов на ГСП и сравнение их с опытными данными // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1975. С. 62-75.

48. Артеменко Н.П., Доценко В.Н. Чайка А.И. Траектории вынужденных колебаний и автоколебаний высокоскоростных роторов на ГСП // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: 36. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1977. С. 31-35.

49. Быков В.И. Теоретические и экспериментальные исследования автоколебаний роторов на гидростатических подшипниках // Исследование гидростатических подшипников. – М., 1973. С. 93-104.

50. Цыганков М.Н., Листратов В.И., Казаков Н.Ф. [и др.] Некоторые результаты экспериментального исследования динамической системы «роторгидростатические подшипники» // Исследование гидростатических подшипников. – М., 1973. С. 109-114.

51. Сергеев С.И. Динамика криогенных турбомашин с подшипниками скольжения – М.: Машиностроение, 1973. – 304 с.

52. Соломин О.В. Устойчивость движения ротора на подшипниках жидкостного трения в условиях двухфазного состояния смазочного материала // Известия вузов. Машиностроение. 2006. Вып. 5. С. 19-29.

53. Соломин О.В. Динамический анализ роторных систем с подшипниками жидкостного трения // Известия вузов. Машиностроение. 2006. Вып. 9. С. 14-24.

54. Маджумдар. Устойчивость жесткого ротора на шероховатых подшипниках скольжения с жидкой смазкой // Тр. америк. общ. инж.-мех. ASME, Сер. Современное машиностроение, 1990. №5. С. 161-166.

55. Холмс, Эттлс. Динамика многороторных систем, опирающихся на гидродинамические подшипники // Тр. америк. общ. инж-мех. ASME. Конструирование и технология машиностроения, Сер.В., 1978. №1. С. 160-169.

56. Тоннесен, Лунд. Эксперименты по установлению характеристик неустойчивости роторов, опирающихся на подшипники с жидкой пленкой // Тр. америк. общ. инж.-мех. ASME. Конструирование и технология машиностроения, Сер.В., 1978. №1. С. 150-160.

57. Штернлихт, Льюис. Проблемы вибраций высокоскоростных турбомашин // Конструирование и технология машиностроения. 1968. №3. С.130-144.

58. Соломин О.В., Майоров Е.В. Моделирование пространственного движения несимметричного жесткого ротора на подшипниках жидкостного трения // Изв. вузов. Транспортное и энергетическое машиностроение, 2007. №10. С. 19-24.

59. Бургвиц. А.Г., Завьялов Г.А. К теории колебаний высокоскоростных легконагруженных валов на масляной пленке // Современные проблемы теории машин и механизмов. – М.: Наука, 1965. С. 287-296.

60. Белоусов А.И., Равикович Ю.А., Бросайло А.М. Теоретическое исследование вынужденных колебаний роторов на упругодемпферных гидростатических подшипниках // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1986. С. 64-70.

61. Назин В.И. Влияние конструкции гидростатических опор сегментного типа на динамические характеристики роторов // Вопросы механики деформируемого твердого тела: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1987. С. 92-97.

62. Ефоян А.С., Кузьминов Ф.Ф., Усик В.В. Влияние способа дросселирования на работоспособность гидростатодинамических подшипников в опорных узлах насосных агрегатов // Гидростатодинамические опоры высокоскоростных роторов и механические передачи: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1991. С.51-56. 63. Артеменко Н.П., Доценко В.Н., Зубов А.И. Некоторые результаты экспериментальных исследований динамики роторов на гидростатических подшипниках (ГСП) // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1973. С. 90-100.

64. Артеменко Н.П., Василенко В.М., Доценко В.Н. [и др.]. Влияние вскипания смазочного материала на динамические характеристики систем «РОТОР – ГСП» // Высокоскоростные гидростатические опоры двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1990. С. 9-19.

65. Назин. В.И., Пономарев В.В., Чайка А.И. Результаты экспериментального исследования амплитудно-частотных характеристик ротора на гидростатических подшипниках с подвижными и неподвижными сегментами // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1986. С. 74-78.

66. Доценко. В.Н., Дорофеев В.Г., Марков Д.В. Результаты опытного исследования динамики ротора на гидростатических подшипниках, упруго установленных в корпусе // Высокоскоростные опоры двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1990. С. 25-31.

67. Косяк Ю.Ф. Паротурбинные установки атомных электростанций – М.: Энергия, 1987. 312 с.

68. Кантор С.А. Паровые и газовые турбины, Атлас конструкций – М.: Машиностроение, 1970. 312 с.

69. Нагматулин И.Н. Тепловые двигатели – М.: Высшая школа, 1974. 375 с.

70. Ямпольский И.Д., Усанович Л.Ю. Подшипники с водяной смазкой для паровых турбин // Энергетическое машиностроение, 1968. №14. С. 13-16.

71. Давыдов А.Н. Резиновые подшипники в машиностроении – Л.: Машиностроение, 1968. 188 с.

72. Семёнов А.П. Славинский Ю.Э., Металлофторопластовые подшипники –М.: Машиностроение, 1976. 192 с.

73. Ханович М.Г. Опоры жидкостного трения и комбинированные – М: Машгиз, 1969. 271 с.

74. Усов П.П., Черепков В.П. К расчету подшипников скольжения с магнитопорошковым материалом // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1991. №2. С. 64-68.

75. Смутко Н.О., Компаний В.Ф., Уваров В.П. О возможности широкого применения резинометаллических подшипников скольжения // Вестник машиностроения, 1989. №1. С. 22-24.

76. Аккорси, Дероссет. Гидродинамическая смазка радиальных подшипников скольжения расплавов полимера // Тр. америк. общ. инж-мех. ASME Сер.В: Конструирование и технология машиностроения, 1980. №4. С. 129-131

77. Снеговский Ф.П. Расчет и конструирование подшипников скольжения – К.: Техника, 1974. 100 с.

78. Черноусов Н.Т. Гидростатические подшипники – Л.: ЛДНТП, 1963. 46 с.

79. Подольский М.Е. Упорные подшипники скольжения – Л.: Машиностроение, 1981. 261 с.

80. Игнатушин А.В., Курочкин В.И., Радченко В.П. Гидродинамическая модель масляного слоя с источниками смазки между эластичными металлопластиковыми подшипниками скольжения и диском подпятника гидроагрегата // Известия вузов, Машиностроение, 2001. №4. С. 19-25.

81. Шатохин С.Н., Коднянко В.А., Зайцев В.П. Функциональные возможности радиальной адаптивной гидростатической опоры // Машиностроение, 1986. №4. С. 85-91.

82. Шатохин С.Н. Повышение точности обработки деталей на станках с адаптивными гидростатическими подшипниками шпинделя // Опоры скольжения с внешним источником давления смазки. Красноярск, 1989. Вып. 3. С. 152-162.

83. Коднир Д.С., Жильников Ю.Н., Байбородов Ю.И. Эластогидродинамический расчет деталей машин – М.; Машиноведение, 1988. 159 с.

84. Павлов В.Г., Дроздов Ю.Н., Трушин В.В. Подшипники скольжения с магнитным способом подачи твердой смазки // Машиноведение, 1976. №6.
С. 83-84.

85. Дроздов Ю.Н., Павлов В.П., Фишман Р.И. [и др.] Узлы трения с магнитопорошковым смазочным материалом // Вест. машиностроения, 1986. №9. С. 23-26.

86. Коднянко В.А. Радиальный гидростатический подшипник с эластичным компенсатором перемещения // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1993. №1. С. 19-27.

87. Brzeski L. Kazimierski Z. High Stiffness bearings // Trans. AMSE. Journal Lubricat. Technob. 1979. V. 101. №4. P.520-525.

88. Воронцов П.Р., Семенов А.П., Гаркуша А.Е. Особенности образования слоя гидродинамической смазки в подшипниках из металлофторопластовой ленты // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1996. Вып.2. С. 33-39.

89. Исмагилов Ф.Р., Хайруллин И.Х., Вавилов В.Е., [и др.] Применение бесконтактных подшипников в летательных аппаратах // Вест. МАИ. 2014. Т.21, №5. С. 88-100.

90. Тодер И.А. Тарабаев Г.И. Крупногабаритные гидростатические подшипники М.: Машиностроение, 1976. 198с.

91. Столбовой А.С. Расчет многоклиновых опорных подшипников скольжения // Гидростатические подшипники и уплотнения опорных узлов турбомашин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1990. С. 77-84.

92. Артеменко Н.П., Назин В.И. Расчет характеристик многосегментных гидростатических подшипников с точечными камерами // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1982. С. 12-22.

93. Назин В.И. О вынужденных колебаниях и устойчивости роторов на сегментных гидростатических подшипниках // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1987. С. 85-90.

94. Назин В.И. Некоторые результаты теоретического исследования гидростатодинамических подшипников // Высокоскоростные гидростатические опоры двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1990. С. 83-93.

95. Назин В.И. Расчет упругодемпферных сегментных гидростатических подшипников при нестационарном процессе смазки // Гидростатические подшипники и уплотнения опорных узлов турбомашин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1990. С. 68-77.

96. Столбовой А.С. Расчет опорных гидростатодинамических подшипников скольжения с самоустанавливающимися подушками // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1982. С. 97-105.

97. Назин В.И. Расчет сегментных гидростатических подшипников с произвольным положением опор сегментов // Гидростатодинамические опоры высокоскоростных роторов и механические передачи: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1991. С. 56-67.

98. Артеменко Н.П., Василенко В.М., Назин В.И., Результаты расчета характеристик многосегментных гидростатических подшипников с учетом вскипания рабочего тела // Высокоскоростные гидростатические опоры двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1990. С. 3-9.

99. Назин В.И. Исследование работоспособности гидростатического подшипника втулочного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2012. № 9/96. С. 99-104.

100. Constantinesku V.N. On turbulent lubrication // Proceeding of the Institution of mechanical enginers, 1959. Vol. 173, №38. P. 881-899.

101. Константинеску В.Н. Анализ работы подшипников в турбулентном режиме // Тр. америк. общ инж.-мех. Техническая механика, сер Д, 1962. Т.29. №1. С. 168-180.

102. Константинеску В.Н. Гидродинамическая смазка: турбулентность и родственные явления // Материалы общей дискуссии на симпозиуме ASME-1973. Тр. америк. общ. инж.-мех. Проблемы трения и смазки. Сер.ф, 1974. Т.96. №1. С. 198-208.

103. Типей Н., Константинеску В.Н., Ника А., Бицэ О. Подшипники скольжения (расчет, проектирование, смазка): Пер. с рум. // Бухарест: Издательство Акад. Рум. Нар. Респ., 1964. – 457 с.

104. Нг С.В., Пэн С.Т. Линеаризованная теория турбулентного течения смазки // Тр. америк. общ. инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов. Сер. Д, 1965. Т. 87. №3. С. 157-173.

105. Хирс. Применение теории интегральных характеристик пространственного течения к турбулентным пленкам смазки // Тр. америк. общ. инж-мех. Проблемы трения и смазки. Сер. Ф, 1973. Т. 95. №2. С. 27-35.

106. Поддубный А.И. Расчет характеристик гидростатических подшипников с учетом интенсивности сдвиговых и напорных течений // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1977. С. 10-20.

107. Сери. Некоторые направления развития теории смазки Рейнольдса // Тр. америк. общ. инж.-мех. ASME. Проблемы трения и смазки. Сер. Φ, 1987, № 1. С. 21-37.

108. Ингерт Г.Х., Глебкин В.Н., Айзеншток Г.И. Потери мощности в высокоскоростных гидростатических подшипниках // Станки и инструмент, 1987. №3. С. 20-22.

109. Артеменко Н.П., Усик В.В., Чайка А.И. Теоретическое исследование потерь на трение в радиальных гидростатических подшипниках // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1973. С. 62-78.

110. Артеменко Н.П., Доценко В.Н., Чайка А.И. Влияние формы камер гидростатического подшипника на его основные характеристики // Самолетостроение. Техника воздушного флота: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1986, Вып. 53. С. 3-6.

111. Соломин О.В., Данчин И.А. Влияние макроотклонений опорных поверхностей на распределение давлений в радиальном подшипнике жидкостного трения // Изв. вузов, 2005. Вып. 5, С. 24-31. 112. Василенко В.М., Савин Л.А. Расчет характеристик гидростатодинамических опор при смазке аэрированной жидкостью // Гидростатические подшипники и уплотнения опорных узлов турбомашин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1990. С. 37-45.

113. Савин Л.А., Соломин О.В. Расчет подшипников скольжения, работающих в условиях двухфазного состояния смазочного материала // Известия вузов. Машиностроение. 2004. №2. С. 36-42.

114. Савин Л.А. Влияние критических течений смазочного материала на характеристики подшипников скольжения // Изв. вузов. Машиностроение, 1997. №7/9. С. 61-66.

115. Hagg A.C. The influence of oil-film // jornal bearings on the stability of rotating machunas. – Yorn. Of appl, mech, 1946. V 13, №3, PP 211-220.

116. Hagg A.C., Warner P.C. Oil whip of fleseible rotors // Traus, of, ASME,1953, V.75, №9 PP 1339-1344.

117. Бургвиц А.Г. Завьялов Г.А. Устойчивость движения валов в подшипниках жидкостного трения М.: Машиностроение, 1973. 304 с.

118. Андришосье, Димарогонес. Нелинейные функции жёсткости для стационарного анализа подшипников с самоустанавливающимися вкладышами // Тр. америк. общ. инж.-мех. Проблемы трения и смазки. Сер. Ф, 1980, T16, №1.С.33-39.

119. Зиле А.З., Руденко М.Н., Малаховский Е.Е., Устойчивость роторов на сегментных подшипниках скольжения // Машиноведение, 1976. №1. С. 23-29.

120. Зиле А.З. Расчёт динамических характеристик сегментных радиальных подшипников скольжения // Вибрация паровых турбогенераторов. М., 1981. С. 18-28.

121. Олимпиев В.И., Камский А.В. Сравнительный анализ антивибрационных свойств эллиптических и сегментных подшипников // Энергомашиностроение, 1977, №2. С. 15-17.

122. Тен Напель, Моэс, Босма. Динамически нагруженные радиальные подшипники с качающимися вкладышами: решение методом подвижности // Тр. америк. общ. инж.-мех. Проблемы трения и смазки, сер F, 1976. Т98. №2. С. 4-14.
123. Квитницкий Е.И. Анализ работы опорного подшипника скольжения с самоустанавливающимися вкладышами при периодическом движении центра цапфы // Машиноведение, 1982. №3. С. 64-69.

124. Токарь И.Я., Сиренко В.А., Криони А.Д., [и др.]. Нестационарная задача смазки сегментных радиальных подшипников // Машиноведение. 1984, № 6. С. 103-106.

125. Белоусов А.И., Луканенко В.Г. Расчет сил, действующих в гидростатическом подшипнике // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1975. С. 43-53.

126. Дамбраускас А.П., Шатохин С.С., Шатохина Л.В. Исследование и оптимизация динамических характеристик гидростатического подшипника с подвижной втулкой // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1993. №1. С. 12-18.

127. Лян, Крейгхед, Уилкинсон. Анализ статических и динамических характеристик сферического гидростатодинамического подшипника // Тр. америк. общ. инж.-мех. Проблемы трения и смазки, 1990. №3. С. 13-20.

128. Савин Л.А., Соломин О.В., Жидков С.А. Приложение метода мощностных графов связей к анализу динамики роторных систем с подшипниками скольжения // Транспортное и энергетическое машиностроение, 2004. №5. С. 49-57.

129. Керноп. Модели графов связей для гидродинамичеких систем // Тр. америк. общ. инж.-мех. Динамические системы и управление, 1972. №3. С. 46-55.

130. Терентьев В.Ф., Еркаев М.В., Нагайцева Н.А. Нестационарные движения оси вала в подшипниковом узле скольжения // Расчет и конструирование машин, 2003. №11. С. 3-11.

131. Артёменко Н.П., Доценко В.Н., Поддубный А.И. К расчётам характеристик опор роторов при периодически изменяющихся во времени нагрузках // Самолётостроение. Техника воздушного флота: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1975. Вип. 38. С. 113-124.

132. Артёменко Н.П., Рвачёв В.А., Чайка А.И. Теоретические основы расчёта характеристик высокоскоростных подшипников с учётом нестационарности нагружения // Исследование и проектирование гидростатодинамических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1975. С. 25-38.

133. Артёменко Н.П., Назин В.И. Расчёт гидростатических опорных подшипников сегментного типа при нестационарном течении смазки // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1982. С. 3-11.

134. Назин В.И. Расчёт сегментных гидростатических подшипников с учётом упругих деформаций и нестационарности нагружения // Гидростатодинамические опоры высокоскоростных роторов и механические передачи: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1991. С. 70-80.

135. Савин Л.А., Соломин О.В. Динамика жёсткого ротора на подшипниках скольжения, смазываемых криогенной жидкостью // Транспортное и энергетическое машиностроение, 2004. №4. С. 27-38.

136. Коровчинский М.В. Теоретические основы работы подшипников скольжения- М.: Машгиз, 1969. 403 с.

137. Артеменко Н.П., Чайка А.И. Теория высокоскоростных гидростатических подшипников с учетов инерции смазки при ламинарном и турбулентном режиме течения // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1976. С. 17-35.

138. Артеменко Н.П. О принципах построения расчетов гидростатических опор быстроходных машин // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1977, С. 4-9.

139. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика – М.: Машиностроение, 1978. 463 с.

140. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Физматгиз, 1973. 847с.

141. Усков М.С., Максимов В.А. Гидродинамическая теория смазки – М.: Наука, 1985. 147с.

142. Башта Т.М. Машиностроительная гидравлика – М.: Машгиз, 1963. 674 с.

143. Угинчус А.А., Чугаева Е.А. Гидравлика – Л.: Стройиздат, 1971. 350 с.

144. Богданов О.И., Дьяченко С.К. Расчёт опор скольжения – К.: Техника, 1966. 242 с.

145. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных – М.: Издат. иностранной литературы, 1963. 487 с.

146. Крылов В.И., Бабков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы – М.: Наука, 1977. Т2. 400 с.

147. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы – М.: Наука, 1973. 340 с.

148. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем – М.: Наука, 1971. 552 с.

149. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ – М.: "Мир", 1982. 235 с.

150. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров – М.: Высшая школа, 1994. 544с.

151. Крылов В.И., Бабков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы – М.: Наука, 1977. Т1. 304 с.

152. Бахвалов Н.С. Численные методы – М.: "Наука", 1975. Т.1. 631 с.

153. Калиткин Н.Н. Численные методы – М.: Наука, 1978. 512с.

154. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике – М.: "Наука", 1974. 831 с.

155. Гутер Р.С., Резниковский П.Т. Программирование и вычислительная математика – М.: "Наука", 1971. Вып. 2. 262 с.

156. Холл Дж., Уатт Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений – М.: Мир, 1979. 317 с.

157. Торубара А.М. К расчету конических гидростатических подшипников // Математические методы анализа динамических систем: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ»1981. Вип. 5. С. 127-130.

158. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах – М.: "Наука", 1972. Т.2. 624 с.

159. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний – М.: "Наука", 1980. 210 с.

160. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле – М.: Машиностроение, 1985. 472 с.

161. Кельзон А.С., Циманский Ю.П., Яковлев В.П. Динамика роторов в упругих опорах – М.: "Наука", 1982. 280 с.

162. Артеменко Н.П., Доценко В.Н., Зубов А.И., [и др.]. Стенд для исследования высокоскоростных гидростатических подшипников // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ» 1973. С. 30-35.

163. Воскресенский В.А., Дьяков В.И., Зиле А.З. Расчет и проектирование опор жидкостного трения – М.: Машиностроение, 1983. 231 с.

164. Токарь И.Я. Проектирование и расчет опор трения – М.: Машиностроение, 1971. 168 с.

165. Бушуев В.В. Гидростатическая смазка в тяжелых станках – М.: Машиностроение, 1989. 176 с.

166. Грунд Ф. Программирование на языке фортран IV – М.: Мир, 1976. 184с.

167. Ющенко Ю.Л. Фортран – К.: Вища школа, 1976. 328с.

168. Бартеньев О.В. Современный фортран – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2005. – 560 с.

# ДОДАТОК А СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

1. Назин В.И. Радиальный гидростатодинамический подшипник повышенной несущей способности // Авиационно-космическая техника и технология. 2012. №9/95. С. 94-100.

2. Назин В.И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке // Авиационно-космическая техника и технология. 2013. № 8/105. С. 160-166.

3. Назин В.И. Математическая модель сдвоенного радиальноупорного гидростатодинамического подшипника // Авиационно-космическая техника и технология. 2013. № 9/106. С. 127-133.

4. Назин В.И. Стенд, опытная установка и методика опытных исследований гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 8/115. С. 100-103.

5. Назин В.И. Теория гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа с упругой установкой рабочих поверхностей диска // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 7/114. С. 100-104.

6. Назин В.И. О применимости метода Ньютона-Рафсона для определения давлений в камерах гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 9/116. С. 103-107.

7. Назин В.И. Динамические характеристики неуравновешенного ротора на гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ», 2014. Вип. 66. С. 116-122

8. Назин В.И. Радиальные гидростатодинамические подшипники сдвоенного типа с различной жиклерной компенсацией // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 2/119. С. 112-115.

9. Назин В.И. Влияние угла конусности на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника

сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр. Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. №67. С. 79-87.

10. Назин В.И. Влияние расположения камер по окружности на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Вестник двигателестроения. 2015. № 2. С. 42-46.

11. Назин В.И. Влияние давления питания на статические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Вестник двигателестроения. 2015. № 1. С. 64-69.

12. Назин В.И. Влияние режима течения рабочей жидкости на динамические характеристики гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 3/120. С. 90-93.

13. Назин В.И. Сравнение динамических характеристик сдвоенных и одинарных гидростатодинамических подшипников // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 9/126. С. 85-88.

14. Назин В.И. Динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа при различных значениях диаметра // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 4/121. С. 43-46.

15. Назин В.И. Влияние осевого эксцентриситета на динамические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 68. С. 93-100.

16. Назин В.И. Амплитудно-частотные характеристики ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях угла конусности // Открытые информационные и

компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 69. С. 165-173.

17. Назин В.И. Влияние жесткости упругой установки колец на диске на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 10/127. С. 72-76.

18. Назин В.И. Влияние демпфирования упругой установки колец на диске на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 5/122. С. 11-15.

19. Назин В.И. Влияние массы колец, упруго установленных на диске, на динамические характеристики гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 6/123. С. 27-31.

20. Назин В.И. Анализ статических характеристик сдвоенных и втулочных гидростатодинамических подшипников при различных значениях геометрических параметров // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: зб. н. пр.Харків, НАКУ «ХАІ», 2015. Вип. 70. С. 174-183.

21. Назин В.И. Влияние температуры рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника // Вестник двигателестроения. 2016. № 2. С. 92-96.

22. Назин В.И. Влияние типа рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического підшипника // Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 3/130. С. 4-8.

23. Назин В.И. Особенности динамических характеристик упругодемпферных конструкций гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 6/133. С. 27-31.

24. Назин В.И. Упрощенный способ определения динамических характеристик гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа // Авиационно-космическая техника и технология. 2017. № 1/136. С. 19-23.

25. Назин В.И. Расчет комбинированных гидростатодинамических подшипников сдвоенного типа при стационарной внешней нагрузке // Авиационно-космическая техника и технология. 2017. № 6/141. С. 40-44.

26. Патент на винахід України № 112922, МПК F 16 C 32/06. (2006.01). Радіальний гідростатодинамічний комбінований підшипник / Назін В.І. –Заяв.10.04.2015; Опубл. 10.11.2016, Бюл. № 21.

27. Патент України на винахід № 109997 МПК F 16 C 32/06(2006.01).
Радіально-упорний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв.
22.09.2014; Опубл. 26.10.2015, Бюл. № 20.

28. Патент України на корисну модель №91100, МПК F 16 C 17/02
(2006.01). Радіальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв.
16.12.2013; Опубл. 25.06.2014, Бюл.№12.

29. Патент України на корисну модель №98201, МПК F 16 C 17/02 (2006.01). Самоустановлювальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв. 22.09.2014; Опубл. 27.04.2015, Бюл№8.

30. Патент України на корисну модель №98202, МПК F 16 C 17/02 (2006.01). Радіальний гідростатодинамічний підшипник / Назін В.І. – Заяв. 22.09.2014; Опубл. 27.01.2015, Бюл.№8.

31. Назин В.И. Сравнение динамических характеристик сдвоенных и одинарных гидростатодинамических подшипников // ХХ Міжнародний конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2015р. С. 31.

32. Назин В.И. Влияние температуры рабочей жидкости на статические характеристики сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника // XXI Міжнародний конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2016р. С. 23-24.

33. Назин В.И. Виброустойчивые конструкции подшипников скольжения для авиационных газотурбинных двигателей // Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: тез. доп. Міжнародна науково-технічна конференція, Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2010. С. 103.

34. Назин В.И. Анализ работы двухстороннего упорного гидростатического подшипника // XVI Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2011р. С. 41.

35. Назин В.И. Теория сдвоенного радиального гидростатодинамического подшипника при нестационарной внешней нагрузке // XVIII Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2013р. С. 38-39.

36. Назин В.И. Теория гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа с упругой установкой рабочих поверхностей диска // XIX Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». 2014р. С. 29.

37. Назин В.И. Радиальный гидростатический подшипник повышенной несущей способности // XVII Конгрес двигунобудівників: тез. доп., Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «XAI». 2012р. С. 41.

# додаток б

# АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ

### ПАТ «ФЕД»

61023, м. Харків, вул. Сумська,132

Для телеграм "ТОН"

№ от

+380 57 7156476

+380 57 7005041

fed@fed.com.ua

125870

Україна

Факс

E-mail:

Тел:



ПАО «ФЭД»

		Украина
61023, г. Харькое	в, ул. Сум	ская, 132
Факс	+380 57	7156476
Тел.	+380 57	7005041
Для телеграмм	"TOH"	125870
E-mail:	fed@fed.com.ua	



АКТ

о використанні результатів дисертаційної роботи В.І. Назіна на тему «Динаміка здвоєних гідростатодинамічних підшипників ковзання агрегатів енергоустановок», в експериментально-конструкторській роботі, яку виконує ПАТ «ФЕД».

Комісія у складі:

Голова комісії - Голова правління ПАТ «ФЕД», к.т.н. В.В. Попов; члени комісії : Заст. голови правління ПАТ «ФЕД» з маркетинг

Заст. голови правління ПАТ «ФЕД» з маркетингу та

технічного розвитку О.В. Кононихін;

Заст. голови правління ПАТ «ФЕД» з науки, .д.т.н.,

професор В.А. Фадсев;

Головний конструктор ПАТ «ФЕД» Ю.І. Кравченко

встановила, що наступні наукові положення, розроблені особисто В.І. Назіним під час проведення досліджень, використані при виконанні робіт на тему «Розробка теорії та розрахунок гідростатичного підшипника для паливного насосу шестиренчастого типу», а саме:

методика розрахунку та результати теоретичних досліджень;

рекомендації з проектування;

- розробка конструкції гідростатичного підшипника для паливного насосу. Використання результатів розрахунків та рекомендацій з проектування паливного насосу дозволяє на етапі технічного проекту скоротити об'єм експериментальних досліджень.

Цей Акт не може бути використаний для будь-яких матеріальних претензій сторін та інших осіб, а також судових спорів, стягнень, виплат роялті та ін.

Заст. голови правління ПАТ «ФЕД» з маркетингу та технічного розвитку

Заст. голови правління ПАТ «ФЕД» з науки, д.т.н., професор

Головний конструктор ПАТ «ФЕД»

О.В. Кононихін

В.А. Фадсев

Ю.І. Кравченко

«ЗАТВЕРДЖУЮ» Головний конструктор DOBUX TYDONH В.Л. Швецов 2018p.

АКТ

О використанні результатів дисертаційної роботи B.I. Назіна тему «Динаміка на здвоєних гідростатодинамічних підшипників ковзання агрегатів енергоустановок» в експериментально-конструкторську роботу, яку виконує ПАТ «Турбоатом».

Комісія у складі головного конструктора парових турбін Швецова В.Л., нач. відділу теплових розрахунків та розрахунків на міцність Кожешкурта І.І., нач. відділу парових турбін Піпіна О.О., нач. сектору підшипників і систем оливопостачанния Шеїна А.Ю. цим актом підтверджує, що ПАТ «Турбоатом» були використані результати дисертаційної роботи В.І. Назіна при розробці технічного проекту турбіни Н-360-150, К-325-23,5 а також при підготовці і проведенні експериментальних досліджень гідростатичного підшипника.

Зокрема, використовувались методика розрахунків і рекомендації з проектування цих підшипників. Використання результатів розрахунків та рекомендації з проектування гідростатичних підшипників дозволяє на етапі технічного проекту скоротити об'єм експериментальних досліджень.

Начальник відділу теплових розрахунків та розрахунків на міцність

Кожешкурт І.І.

Начальник відділу парових турбін

Піпін О.О.

Начальник сектору підшипників і систем оливопостачання

Шеїн А.Ю.

#### **ДОДАТОК В**

# ПРОГРАМА РОЗРАХУНКУ ГІДРОСТАТОДИНАМІЧНОГО ПІДШИПНИКА ЗДВОЄНОГО ТИПУ

!!! Динаміка здвоєного радіального підшипника

DIMENSION H11(4),H12(4),H13(4),H21(4),H22(4),H23(4) DIMENSION EKS(50), BT0(50), EKST(50), BT0T(50) DIMENSION A1(4), A2(4), A3(4), A4(4), A5(4), A9(4), A10(4), A11(4) DIMENSION A12(4), B1(4), B2(4), B3(4), B4(4), B5(4), B9(4), B10(4) DIMENSION B11(4), B12(4), PKH1(4), PKB1(4), HH1(4), HH2(4) DIMENSION HH3(4), HH4(4), HH5(4), HH6(4), HH7(4), HH8(4) DIMENSION HH9(4),HB1(4), HB2(4), HB3(4), HB4(4), HB5(4) DIMENSION HB6(4), HB7(4), HB8(4), HB9(4) DIMENSION UH1(4), UH2(4), UH3(4), UH4(4), UH5(4), UH6(4) DIMENSION UH7(4), UH8(4), UH9(4), UH10(4), UH11(4) DIMENSION UB1(4), UB2(4), UB3(4), UB4(4), UB5(4), UB6(4) DIMENSION UB7(4), UB8(4), UB9(4), UB10(4), UB11(4) DIMENSION VH1(4), VH2(4), VH3(4), VH4(4), VH5(4), VH6(4) DIMENSION VH7(4), VH8(4), VH9(4), VB1(4), VB2(4), VB3(4) DIMENSION VB4(4), VB5(4), VB6(4), VB7(4), VB8(4), VB9(4) DIMENSION FH1(4), FH2(4), FH3(4), FH4(4), FH5(4) DIMENSION FH6(4), FH7(4), FH8(4), FH9(4) DIMENSION FB1(4), FB2(4), FB3(4), FB4(4), FB5(4) DIMENSION FB6(4), FB7(4), FB8(4), FB9(4) DIMENSION TH1(4), TH2(4), TH3(4), TH4(4), TH5(4), TH6(4) DIMENSION TH7(4), TH8(4), TH9(4), TB1(4), TB2(4), TB3(4) DIMENSION TB4(4), TB5 (4), TB6(4), TB7(4), TB8(4), TB9(4) DIMENSION TH0(4), TB0(4), TH10(4), TB10(4), EH14(4), EH15(4), EH16(4) DIMENSION EH24(4), EH25(4), EH26(4), EH34(4), EH35(4), EH36(4), & EH44(4) DIMENSION EH45(4), EH46(4), EH54(4), EH55(4), EH56(4), EH64(4), & EH65(4) DIMENSION EH66(4).EH74(4).EH75(4).EH76(4).EH84(4).EH85(4) DIMENSION EH86(4), EH94(4), EH95(4), EH96(4), EB14(4), EB15(4) DIMENSION EB16(4), EB24(4), EB25(4), EB26(4), EB34(4), EB35(4) DIMENSION EB36(4),EB44(4),EB45(4),EB46(4),EB54(4),EB55(4),EB56(4) DIMENSION EB64(4),EB65(4),EB66(4), EB74(4),EB75(4),EB76(4) DIMENSION EB84(4),EB85(4),EB86(4),EB94(4),EB95(4),EB96(4) DIMENSION PKH(4), PKB(4) DIMENSION PH(9,4), PB(9,4), PPH(9,4), PPB(9,4) DIMENSION WHKY(4), WHKX(4), WBKY(4), WBKX(4) DIMENSION PHS(4), PBS(4), WHMY(4), WHMX(4), WBMY(4) DIMENSION WBMX(4), WHTY(4), WHTX(4), WBTY(4), WBTX(4) DIMENSION WHRY(4), WHRX(4), WBRY(4), WBRX(4) DIMENSION Z1(50), Z2(50), ZT2(50), ZT1(50) DATA BK1, BK2, RP1, RP2, D01, D02, K, ALK1, ALK2 \*/5.0,5.0,60.0,50.0,0.07,0.07,4,15.0,15.0/ DATA I1, PI, AM, R0, CBX, ALPP, ALP1, ALP2 \*/36,3.141592,5.817E-10,0.989E-6,0.62,25.0,5.0,5.0/ DATA ALM1, ALM2, RG1, RG2, GR, GCB, DIS

\*/89.247,73.54,1.0,1.0,1000.0,986.0,10.05E-2/ DATA PCL, EPS1, EPS2, DX1, DX2, AN \*/0.0,0.000001,0.000001,8.9247,7.354,5.882E-4/ DATA K3/9/ k11=2 Dis=0.0EKS(1)=0.03 EKST(1)=0.0BT0(1)=0.1BT0T=0.0 PBX=2.0OM=314.0 R1=RP1-D01 R2=RP2+D02 FIK=PI/4 K1=50 DFH1=ALM1/(RP1\*10) DFB1=ALM2/(RP2\*10) DFH=BK1/(2\*RP1)DFB=BK2/(2\*RP2)DO 2 I=1,K PKH(i)=0.05\*PBXPKB(i)=0.5\*PBX **2 CONTINUE** DO 3 j=1,K3 DO 3 i=1,K PH(j,i)=0.2\*PBXPB(j,i)=0.2\*PBX**3 CONTINUE** DO 1 K2=1,K1 write (1,\*) K2 write (\*,\*) K2 DO 4 i=1, KFIKH=FIK-BT0(K2) H11(i)=D01-EKS(K2)\*COS(FIKH-DFH+2\*Pi\*(i-1)/K)H12(i)=D01-EKS(K2)\*COS(FIKH+2\*Pi\*(i-1)/K) H13(i)=D01-EKS(K2)\*COS(FIKH+DFH+2\*Pi\*(i-1)/K) H21(i)=D02+EKS(K2)\*COS(FIKH-DFB+2\*Pi\*(i-1)/K)H22(i)=D02+EKS(K2)\*COS(FIKH+2\*Pi\*(i-1)/K) H23(i)=D02+EKS(K2)\*COS(FIKH+DFB+2\*Pi\*(i-1)/K) **4 CONTINUE** DO 5 i=1,K A1(i)=OM\*R1\*H11(i)\*ALK1/2 A2(i)=H11(i)\*\*3\*ALK1/(12\*AM\*ALM1) A3(i)=OM\*R1\*H13(i)\*ALK1/2 A4(i)=H13(i)\*\*3\*ALK1/(12\*AM\*ALM1) A5(i)=H12(i)\*\*3\*BK1/(12\*AM\*ALP1) A6=BK1\*ALK1\*EKST(K2) A7=CBX\*Pi\*RG1\*\*2\*SQRT(2/R0) A8 = A2(i) + A4(i) + 2\*A5(i)A9(i)=A7/A8A10(i)=(A1(i)-A3(i)+2\*A5(i)\*PCL-A6)/A8

```
A11(i) = A2(i)/A8
A12(i) = A4(i)/A8
B1(i)=OM*R2*H21(i)*ALK2/2
B2(i)=H21(i)**3*ALK2/(12*AM*ALM2)
B3(i)=OM*R2*H23(i)*ALK2/2
B4(i)=H23(i)**3*ALK2/(12*AM*ALM2)
B5(i)=H22(i)**3*BK2/(12*AM*ALP2)
B6=-BK2*ALK2*EKST(K2)
B7=CBX*Pi*RG2**2*SQRT(2/R0)
B8=B2(i)+B4(i)+2*B5(i)
B9(i) = B7/B8
B10(i) = (B1(i) - B3(i) + 2*B5(i)*PCL-B6)/B8
B11(i) = B2(i)/B8
B12(i) = B4(i)/B8
5 CONTINUE
9 AF1=PKH(1)-A9(1)*SQRT(PBX-PKH(1))
   AF2=PKH(2)-A9(2)*SQRT(PBX-PKH(2))
   AF3=PKH(3)-A9(3)*SQRT(PBX-PKH(3))
   AF4=PKH(4)-A9(4)*SQRT(PBX-PKH(4))
   AZ1=AF1-A11(1)*PKH(4)-A12(1)*PKH(2)-A10(1)
   AZ2=AF2-A11(2)*PKH(1)-A12(2)*PKH(3)-A10(2)
   AZ3=AF3-A11(3)*PKH(2)-A12(3)*PKH(4)-A10(3)
   AZ4=AF4-A11(4)*PKH(3)-A12(4)*PKH(1)-A10(4)
   AZ11=1+A9(1)/SORT(PBX-PKH(1))
   AZ12=1+A9(2)/SQRT(PBX-PKH(2))
   AZ13=1+A9(3)/SQRT(PBX-PKH(3))
   AZ14=1+A9(4)/SQRT(PBX-PKH(4))
   ATT1=AZ2+AZ12*AZ3/A11(3)
   ATT2=AZ12*AZ13/A11(3)
   ATT3=A12(3)*AZ12/A11(3)
   ATT4=A11(2)*A11(1)/AZ11
   ATT5=A11(2)*A12(1)*AZ3/(AZ11*A11(3))
   ATT6=AZ13*A11(2)*A12(1)/(AZ11*A11(3))
   ATT7=A12(3)*A11(2)*A12(1)/(AZ11*A11(3))
ATT8=A11(2)*AZ1/AZ11
   ATT9=ATT1-ATT5+ATT8
   ATT10=ATT2-ATT6-A12(2)
   ATT11=-ATT3-ATT4+ATT7
   ATR11=AZ4+A12(4)*AZ1/AZ11
   ATR1=ATR11-A12(4)*A12(1)*AZ3/(AZ11*A11(3))
   ATR2=A12(3)*A12(4)*A12(1)/(AZ11*A11(3))
   ATR3=AZ14-A12(4)*A11(1)/AZ11+ATR2
   ATR4=-A11(4)-AZ13*A12(4)*A12(1)/(AZ11*A11(3))
   AK14=ATR1*ATT10-ATT9*ATR4
   AK4=AK14/(ATT11*ATR4-ATR3*ATT10)
   AK3=(-AK4*ATR3-ATR1)/ATR4
   AK2=(AZ3+AK3*AZ13-AK4*A12(3))/A11(3)
   AK1=(AK4*A11(1)+AK2*A12(1)-AZ1)/AZ11
PKH1(1)=PKH(1)+AK1
   PKH1(2)=PKH(2)+AK2
   PKH1(3)=PKH(3)+AK3
   PKH1(4) = PKH(4) + AK4
```

```
AE1=PKB(1)-B9(1)*SQRT(PBX-PKB(1))
           AE2=PKB(2)-B9(2)*SQRT(PBX-PKB(2))
           AE1=PKB(3)-B9(3)*SQRT(PBX-PKB(3))
           AE1=PKB(4)-B9(4)*SORT(PBX-PKB(4))
           AD1=AE1-B11(1)*PKB(4)-B12(1)*PKB(2)-B10(1)
           AD2=AE2-B11(2)*PKB(1)-B12(2)*PKB(3)-B10(2)
           AD3=AE3-B11(3)*PKB(2)-B12(3)*PKB(4)-B10(3)
           AD4=AE4-B11(4)*PKB(3)-B12(4)*PKB(1)-B10(4)
        AD11=1+B9(1)/SORT(PBX-PKB(1))
           AD12=1+B9(2)/SQRT(PBX-PKB(2))
           AD13=1+B9(3)/SQRT(PBX-PKB(3))
           AD14=1+B9(4)/SORT(PBX-PKB(4))
           ATB1=AD1+AD12*AD3/B11(3)
           ATB2=AD12*AD13/B11(3)
           ATB3=B12(3)*AD12/B11(3)
        ATB4=B11(2)*B11(1)/AD11
        ATB5=B11(2)*B12(1)*AD3/(AD11*B11(3))
           ATB6=AD13*B11(2)*B12(1)/(AD11*B11(3))
           ATB7=B12(3)*B11(2)*B12(1)/(AD11*B11(3))
           ATB8=B11(2)*AD1/AD11
           ATB9=ATB1-ATB5+ATB8
           ATB10=ATB2-ATB6-B12(2)
           ATB11=-ATB3-ATB4+ATB7
           AFR11=AD4+B12(4)*AD1/AD11
        AFR1=AFR11-B12(4)*B12(1)*AD3/(AD11*B11(3))
        AFR2=B12(3)*B12(4)*B12(1)/(AD11*B11(3))
           AFR3=AD14-B12(4)*B11(1)/AD11+AFR2
        AFR4=-B11(4)-AD13*B12(4)*B12(1)/(AD11*B11(3))
         AB14=AFR1*ATB10-ATB9*AFR4
           AB4=AB14/(ATB11*AFR4-AFR3*ATB10)
        AB3=(-AB4*AFR3-AFR1)/AFR4
           AB2=(AD3+AB3*AD13-AB4*B12(3))/B11(3)
           AB1=(AB4*B11(4)+AB2*B12(1)-AD1)/AD11
           PKB1(1)=PKB(1)+AB1
           PKB1(2)=PKB(2)+AB2
           PKB1(3)=PKB(3)+AB3
           PKB1(4)=PKB(4)+AB4
         PKH1(1)=A9(1)*SORT(PBX-PKH(1))+A11(1)*PKH(4)+A12(1)*PKH(2)+A10(1)
     с
         PKH1(2)=A9(2)*SQRT(PBX-PKH(2))+A11(2)*PKH1(1)+A12(2)*PKH(3)+A10(2)
     С
         PKH1(3)=A9(3)*SQRT(PBX-PKH(3))+A11(3)*PKH1(2)+A12(3)*PKH(4)+A10(3)
     с
         PKH1(4)=A9(4)*SQRT(PBX-
     С
PKH(4))+A11(4)*PKH1(3)+A12(4)*PKH1(1)+A10(4)
         PKB1(1)=B9(1)*SQRT(PBX-PKB(1))+B11(1)*PKB(4)+B12(1)*PKB(2)+B10(1)
     с
         PKB1(2)=B9(2)*SQRT(PBX-PKB(2))+B11(2)*PKB1(1)+B12(2)*PKB(3)+B10(2)
     с
     с
         PKB1(3)=B9(3)*SQRT(PBX-PKB(3))+B11(3)*PKB1(2)+B12(3)*PKB(4)+B10(3)
         PKB1(4)=B9(4)*SQRT(PBX-PKB(4))+B11(4)*PKB1(3)+B12(4)*PKB1(1)+B10(4)
     с
        M1=0
        DO 6 i=1.K
        IF(ABS(PKH1(i)-PKH(i))-EPS1)7,8,8
        8 M1=M1+1
       7 \text{ PKH}(i) = \text{PKH}(i)
```

6 CONTINUE

```
IF(M1.GT.0)GOTO 9
  M2=0
  DO 10 I=1,K
  IF(ABS(PKB1(i)-PKB(i))-EPS1)11,12,12
 12 M2=M2+1
 11 \text{ PKB}(i) = \text{PKB1}(i)
 10 CONTINUE
  IF(M2.GT.0)GOTO 9
   WRITE(*,13)PKH(1),PKH(2),PKH(3),PKH(4)
 13 FORMAT(4E12.4)
   WRITE(*,14)PKB(1),PKB(2),PKB(3),PKB(4)
 14 FORMAT(4E12.4)
   WRITE(1,65)(PKH(i),i=1,k)
С
   65 FORMAT(4E12.4)
С
  FIKH1=FIK+DFH-BT0(K2)
  FIKB=FIK+DFB-BT0(K2)
  DO 15 I=1,K
  HH1(i)=D01-EKS(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+DFH1)
  HH2(i)=D01-EKS(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+2*DFH1)
  HH3(i)=D01-EKS(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+3*DFH1)
  HH4(i)=D01-EKS(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+4*DFH1)
  HH5(i)=D01-EKS(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+5*DFH1)
  HH6(i)=D01-EKS(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+6*DFH1)
   HH7(i)=D01-EKS(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+7*DFH1)
  HH8(i)=D01-EKS(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+8*DFH1)
  HH9(i)=D01-EKS(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+9*DFH1)
  HB1(i)=D02+EKS(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+DFB1)
  HB2(i)=D02+EKS(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+2*DFB1)
  HB3(i)=D02+EKS(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+3*DFB1)
  HB4(i)=D02+EKS(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+4*DFB1)
  HB5(i)=D02+EKS(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+5*DFB1)
  HB6(i)=D02+EKS(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+6*DFB1)
  HB7(i)=D02+EKS(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+7*DFB1)
  HB8(i)=D02+EKS(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+8*DFB1)
  HB9(i)=D02+EKS(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+9*DFB1)
 15 CONTINUE
   DO 16 I=1,K
  UH100=OM*R1+EKST(K2)*SIN(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K)
   UH1(i)=UH100-EKS(K2)*BT0T(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K)
  UH110=OM*R1+EKST(K2)*SIN(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+DFH1)
   UH2(i)=UH110-EKS(K2)*BT0T(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+DFH1)
  UH12=OM*R1+EKST(K2)*SIN(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+2*DFH1)
   UH3(i)=UH12-EKS(K2)*BT0T(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+2*DFH1)
   UH13=OM*R1+EKST(K2)*SIN(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+3*DFH1)
   UH4(i)=UH13-EKS(K2)*BT0T(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+3*DFH1)
   UH14=OM*R1+EKST(K2)*SIN(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+4*DFH1)
   UH5(i)=UH14-EKS(K2)*BT0T(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+4*DFH1)
   UH15=OM*R1+EKST(K2)*SIN(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+5*DFH1)
  UH6(i)=UH15-EKS(K2)*BT0T(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+5*DFH1)
  UH16=OM*R1+EKST(K2)*SIN(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+6*DFH1)
   UH7(i)=UH16-EKS(K2)*BT0T(K2)*COS(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+6*DFH1)
   UH17=OM*R1+EKST(K2)*SIN(FIKH1+2*Pi*(i-1)/K+7*DFH1)
```

UH8(i)=UH17-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+7\*DFH1) UH18=OM\*R1+EKST(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+8\*DFH1) UH9(i)=UH18-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+8\*DFH1) UH19=OM\*R1+EKST(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+9\*DFH1) UH10(i)=UH19-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+9\*DFH1) UH20=OM\*R1+EKST(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+10\*DFH1) UH11(i)=UH20-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+10\*DFH1) UB100=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K) UB1(i)=UB100-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K) UB110=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+DFB1) UB2(i)=UB110-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+DFB1) UB12=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+2\*DFB1) UB3(i)=UB12-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+2\*DFB1) UB13=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+3\*DFB1) UB4(i)=UB13-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+3\*DFB1) UB14=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+4\*DFB1) UB5(i)=UB14-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+4\*DFB1) UB15=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+5\*DFB1) UB6(i)=UB15-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+5\*DFB1) UB16=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+6\*DFB1) UB7(i)=UB16-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+6\*DFB1) UB17=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+7\*DFB1) UB8(i)=UB17-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+7\*DFB1) UB18=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+8\*DFB1) UB9(i)=UB18-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+8\*DFB1) UB19=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+9\*DFB1) UB10(i)=UB19-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+9\*DFB1) UB20=OM\*R2+EKST(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+10\*DFB1) UB11(i)=UB20-EKS(K2)\*BT0T(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+10\*DFB1) **16 CONTINUE** DO 17 I=1.K VH10=EKST(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+DFH1) VH1(i)=VH10+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+DFH1) VH11=EKST(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+2\*DFH1) VH2(i)=VH11+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+2\*DFH1) VH12=EKST(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+3\*DFH1) VH3(i)=VH12+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+3\*DFH1) VH13=EKST(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+4\*DFH1) VH4(i)=VH13+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+4\*DFH1) VH14=EKST(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+5\*DFH1) VH5(i)=VH14+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+5\*DFH1) VH15=EKST(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+6\*DFH1) VH6(i)=VH15+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+6\*DFH1) VH16=EKST(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+7\*DFH1) VH7(i)=VH16+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+7\*DFH1) VH17=EKST(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+8\*DFH1) VH8(i)=VH17+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+8\*DFH1) VH18=EKST(K2)\*COS(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+9\*DFH1) VH9(i)=VH18+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKH1+2\*Pi\*(i-1)/K+9\*DFH1) VB10=EKST(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+DFB1)VB1(i)=VB10+EKS(K2)\*BT0T(K2)\*SIN(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+DFB1) VB11=EKST(K2)\*COS(FIKB+2\*Pi\*(i-1)/K+2\*DFB1)

```
VB2(i)=VB11+EKS(K2)*BT0T(K2)*SIN(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+2*DFB1)
 VB12=EKST(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+3*DFB1)
 VB3(i)=VB12+EKS(K2)*BT0T(K2)*SIN(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+3*DFB1)
 VB13=EKST(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+4*DFB1)
 VB4(i)=VB13+EKS(K2)*BT0T(K2)*SIN(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+4*DFB1)
 VB14=EKST(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+5*DFB1)
 VB5(i)=VB14+EKS(K2)*BT0T(K2)*SIN(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+5*DFB1)
 VB15=EKST(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+6*DFB1)
 VB6(i)=VB15+EKS(K2)*BT0T(K2)*SIN(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+6*DFB1)
 VB16=EKST(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+7*DFB1)
 VB7(i)=VB16+EKS(K2)*BT0T(K2)*SIN(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+7*DFB1)
 VB17 = EKST(K2) * COS(FIKB + 2*Pi*(i-1)/K + 8*DFB1)
 VB8(i)=VB17+EKS(K2)*BT0T(K2)*SIN(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+8*DFB1)
 VB18=EKST(K2)*COS(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+9*DFB1)
 VB9(i)=VB18+EKS(K2)*BT0T(K2)*SIN(FIKB+2*Pi*(i-1)/K+9*DFB1)
17 CONTINUE
 DO 18 I=1,K
 F1=6*AM*HH1(i)*(UH3(i)-UH1(i))/(2*DX1)
 F2=6*AM*UH2(i)*(HH2(i)-H13(i))/(2*DX1)
 FH1(i) = F1 + F2 + 12*AM*VH1(i)
 F3=6*AM*HH2(i)*(UH4(i)-UH2(i))/(2*DX1)
 F4=6*AM*UH3(i)*(HH3(i)-HH1(i))/(2*DX1)
 FH2(i) = F3 + F4 + 12 * AM * VH2(i)
 F5=6*AM*HH3(i)*(UH5(i)-UH3(i))/(2*DX1)
 F6=6*AM*UH4(i)*(HH4(i)-HH2(i))/(2*DX1)
 FH3(i)=F5+F6+12*AM*VH3(i)
 F7=6*AM*HH4(i)*(UH6(i)-UH4(i))/(2*DX1)
 F8=6*AM*UH5(i)*(HH5(i)-HH3(i))/(2*DX1)
 FH4 (i)=F7+F8+12*AM*VH4(i)
 F9=6*AM*HH5(i)*(UH7(i)-UH5(i))/(2*DX1)
 F10=6*AM*UH6(i)*(HH6(i)-HH4(i))/(2*DX1)
 FH5(i)=F9+F10+12*AM*VH5(i)
 F11=6*AM*HH6(i)*(UH8(i)-UH6(i))/(2*DX1)
 F12=6*AM*UH7(i)*(HH7(i)-HH5(i))/(2*DX1)
 FH6(i)=F11+F12+12*AM*VH6(i)
 F13=6*AM*HH7(i)*(UH9(i)-UH7(i))/(2*DX1)
 F14=6*AM*UH8(i)*(HH8(i)-HH6(i))/(2*DX1)
 FH7(i)=F13+F14+12*AM*VH7(i)
 F15=6*AM*HH8(i)*(UH10(i)-UH8(i))/(2*DX1)
 F16=6*AM*UH9(i)*(HH9(i)-HH7(i))/(2*DX1)
 FH8(i)=F15+F16+12*AM*VH8(i)
 IF (I.EQ.4) GOTO 19
 F17=6*AM*HH9(i)*(UH11(i)-UH9(i))/(2*DX1)
 F18=6*AM*UH10(i)*(H11(k-(3-i))-HH8(i))/(2*DX1)
 FH9(i)=F17+F18+12*AM*VH9(i)
 GOTO 20
19 F17=6*AM*HH9(i)*(UH11(i)-UH9(i))/(2*DX1)
 F18=6*AM*UH10(i)*(H11(1)-HH8(i))/(2*DX1)
 FH9(i)=F17+F18+12*AM*VH9(i)
20 continue
 F21=6*AM*HB1(i)*(UB3(i)-UB1(i))/(2*DX2)
 F22=6*AM*UB2(i)*(HB2(i)-H23(i))/(2*DX2)
```

```
FB1(i)=F21+F22-12*AM*VB1(i)
   F23=6*AM*HB2(i)*(UB4(i)-UB2(i))/(2*DX2)
   F24=6*AM*UB3(i)*(HB3(i)-HB1(i))/(2*DX2)
   FB2(i)=F23+F24-12*AM*VB2(i)
   F25=6*AM*HB3(i)*(UB5(i)-UB3(i))/(2*DX2)
   F26=6*AM*UB4(i)*(HB4(i)-HB2(i))/(2*DX2)
   FB3(i)=F25+F26-12*AM*VB3(i)
   F27=6*AM*HB4(i)*(UB6(i)-UB4(i))/(2*DX2)
   F28=6*AM*UB5(i)*(HB5(i)-HB3(i))/(2*DX2)
   FB4(i) = F27 + F28 - 12 * AM * VB4(i)
   F29=6*AM*HB5(i)*(UB7(i)-UB5(i))/(2*DX2)
   F30=6*AM*UB6(i)*(HB6(i)-HB4(i))/(2*DX2)
   FB5(i)=F29+F30-12*AM*VB5(i)
   F31=6*AM*HB6(i)*(UB8(i)-UB6(i))/(2*DX2)
   F32=6*AM*UB7(i)*(HB7(i)-Hb5(i))/(2*DX2)
   FB6(i)=F31+F32-12*AM*VB6(i)
   F33=6*AM*HB7(i)*(UB9(i)-UB7(i))/(2*DX2)
   F34=6*AM*UB8(i)*(HB8(i)-HB6(i))/(2*DX2)
   FB7(i)=F33+F34-12*AM*VB7(i)
   F35=6*AM*HB8(i)*(UB10(i)-UB8(i))/(2*DX2)
   F36=6*AM*UB9(i)*(HB9(i)-HB7(i))/(2*DX2)
   FB8(i)=F35+F36-12*AM*VB8(i)
   IF(I.EO.4)GOTO 21
   F37=6*AM*HB9(i)*(UB11(i)-UB9(i))/(2*DX2)
   F38=6*AM*UB10(i)*(H21(K-(3-i))-HB8(i))/(2*DX2)
   FB9(i)=F37+F38-12*AM*VB9(i)
   GOTO 22
 21 F37=6*AM*HB9(i)*(UB11(i)-UB9(i))/(2*DX2)
   F38=6*AM*UB10(i)*(H21(1)-HB8(i))/(2*DX2)
  FB9(i)=F37+F38-12*AM*VB9(i)
 22 CONTINUE
 18 CONTINUE
   DO 67 i=1.k
С
    WRITE(1,61)FH1(i),FH2(i),FH3(i),FH4(i),FH5(i),FH6(i)
 61 FORMAT(6E12.4)
С
    WRITE(1,62)FH7(i),FH8(i),FH9(i),FB1(i),FB2(i),FB3(i)
 62 FORMAT(6E12.4)
С
    WRITE(1,63)FB4(i),FB5(i),FB6(i),FB7(i),FB8(i),FB9(i)
 63 FORMAT(6E12.4)
 67 CONTINUE
   DO 23 i=1,K
   REH1=UH2(i)*HH1(i)/AN
   CIG=0.125*REH1**0.07
   TH1(i)=1+0.044*(CIG**2*REH1)**0.725
   REH2=UH3(i)*HH2(i)/AN
   CIG=0.125*REH2**0.07
   TH2(i)=1+0.044*(CIG**2*REH2)**0.725
   REH3=UH4(i)*HH3(i)/AN
   CIG=0.125*REH3**0.07
   TH3(i)=1+0.044*(CIG**2*REH3)**0.725
   REH4=UH5(i)*HH4(i)/AN
   CIG=0.125*REH4**0.07
```

TH4(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REH4)\*\*0.725 REH5=UH6(i)\*HH5(i)/AN CIG=0.125\*REH5\*\*0.07 TH5(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REH5)\*\*0.725 REH6=UH7(i)\*HH6(i)/AN CIG=0.125\*REH6\*\*0.07 TH6(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REH6)\*\*0.725 REH7=UH8(i)\*HH7(i)/AN CIG=0.125\*REH7\*\*0.07 TH7(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REH7)\*\*0.725 REH8=UH9(i)\*HH8(i)/AN CIG=0.125\*REH8\*\*0.07 TH8(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REH8)\*\*0.725 REH9=UH10(i)\*HH9(i)/AN CIG=0.125\*REH9\*\*0.07 TH9(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REH9)\*\*0.725 REB1=UB2(i)\*HB1(i)/AN CIG=0.125\*REB1\*\*0.07 TB1(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB1)\*\*0.725 REB2=UB3(i)\*HB2(i)/AN CIG=0.125\*REB2\*\*0.07 TB2(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB2)\*\*0.725 REB3=UB4(i)\*HB3(i)/AN CIG=0.125\*REB3\*\*0.07 TB3(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB3)\*\*0.725 REB4=UB5(i)\*HB4(i)/AN CIG=0.125\*REB4\*\*0.07 TB4(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB4)\*\*0.725 REB5=UB6(i)\*HB5(i)/AN CIG=0.125\*REB5\*\*0.07 TB5(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB5)\*\*0.725 REB6=UB7(i)\*HB6(i)/AN CIG=0.125\*REB6\*\*0.07 TB6(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB6)\*\*0.725 REB7=UB8(i)\*HB7(i)/AN CIG=0.125\*REB7\*\*0.07 TB7(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB7)\*\*0.725 REB8=UB9(i)\*HB8(i)/AN CIG=0.125\*REB8\*\*0.07 TB8(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB8)\*\*0.725 REB9=UB10(i)\*HB9(i)/AN CIG=0.125\*REB9\*\*0.07 TB9(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB9)\*\*0.725 REH0=UH1(i)\*H13(i)/AN CIG=0.125\*REH0\*\*0.07 TH0(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REH0)\*\*0.725 REB0=UB1(i)\*H23(i)/AN CIG=0.125\*REB0\*\*0.07 TB0(i)=1+0.044\*(CIG\*\*2\*REB0)\*\*0.725 IF(I.EO.4)GOTO 24 REH10=UH11(i)\*H11(K-(3-I))/AN CIG=0.125\*REH10\*\*0.07

```
TH10(i)=1+0.044*(CIG**2*REH10)**0.725
 REB10=UB11(i)*H21(K-(3-I))/AN
 CIG=0.125*REB10**0.07
 TB10(i)=1+0.044*(CIG**2*REB10)**0.725
 GOTO 23
24 REH10=UH11(i)*H11(1)/AN
 CIG=0.125*REH10**0.07
 TH10(i)=1+0.044*(CIG**2*REH10)**0.725
 REB10=UB11(i)*H21(1)/AN
 CIG=0.125*REB10**0.07
 TB10(i)=1+0.044*(CIG**2*REB10)**0.725
23 CONTINUE
 if(K11.EQ.1)goto 74
 DO 73 i=1,k
 TH0(i)=1.0
 TH1(i)=1.0
 TH2(i) = 1.0
 TH3(i)=1.0
 TH4(i)=1.0
 TH5(i)=1.0
 TH6(i) = 1.0
 TH7(i) = 1.0
 TH8(i)=1.0
 TH9(i)=1.0
 TH10(i)=1.0
 TBO(i) = 1.0
 TB1(i)=1.0
 TB2(i) = 1.0
 TB3(i)=1.0
 TB4(i)=1.0
 TB5(i)=1.0
 TB6(i)=1.0
 TB7(i) = 1.0
 TB8(i) = 1.0
 TB9(i)=1.0
 TB10(i)=1.0
73 continue
74 continue
 DO 25 I=1,K
 EH11=HH1(i)**3/(TH1(i)*DX1**2)
 EH12=3*HH1(i)**2*(HH2(i)-H13(i))/(TH1(i)*4*DX1**2)
 EH13=HH1(i)**3*(TH2(i)-TH0(i))/(TH1(i)**2*4*DX1**2)
 EH14(i)=-2*EH11
 EH15(i)=(EH11+EH12-EH13)/EH14(i)
 EH16(i)=(EH11-EH12+EH13)/EH14(i)
 EH21=HH2(i)**3/(TH2(i)*DX1**2)
 EH22=3*HH2(i)**2*(HH3(i)-HH1(i))/(TH2(i)*4*DX1**2)
 EH23=HH2(i)**3*(TH3(i)-TH1(i))/(TH2(i)**2*4*DX1**2)
 EH24(i)=-2*EH21
 EH25(i)=(EH21+EH22-EH23)/EH24(i)
 EH26(i)=(EH21-EH22+EH23)/EH24(i)
 EH31=HH3(i)**3/(TH3(i)*DX1**2)
```

EH32=3\*HH3(i)\*\*2\*(HH4(i)-HH2(i))/(TH3(i)\*4\*DX1\*\*2) EH33=HH3(i)\*\*3\*(TH4(i)-TH2(i))/(TH3(i)\*\*2\*4\*DX1\*\*2) EH34(i)=-2\*EH31 EH35(i)=(EH31+EH32-EH33)/EH34(i) EH36(i)=(EH31-EH32+EH33)/EH34(i) EH41=HH4(i)\*\*3/(TH4(i)\*DX1\*\*2) EH42=3\*HH4(i)\*\*2\*(HH5(i)-HH3(i))/(TH4(i)\*4\*DX1\*\*2) EH43=HH4(i)\*\*3\*(TH5(i)-TH3(i))/(TH4(i)\*\*2\*4\*DX1\*\*2) EH44(i)=-2\*EH41 EH45(i) = (EH41 + EH42 - EH43)/EH44(i)EH46(i)=(EH41-EH42+EH43)/EH44(i) EH51=HH5(i)\*\*3/(TH5(i)\*DX1\*\*2) EH52=3\*HH5(i)\*\*2\*(HH6(i)-HH4(i))/(TH5(i)\*4\*DX1\*\*2) EH53=HH5(i)\*\*3\*(TH6(i)-TH4(i))/(TH5(i)\*\*2\*4\*DX1\*\*2) EH54(i)=-2\*EH51 EH55(i)=(EH51+EH52-EH53)/EH54(i) EH56(i)=(EH51-EH52+EH53)/EH54(i) EH61=HH6(i)\*\*3/(TH6(i)\*DX1\*\*2) EH62=3\*HH6(i)\*\*2\*(HH7(i)-HH5(i))/(TH6(i)\*4\*DX1\*\*2) EH63=HH6(i)\*\*3\*(TH7(i)-TH5(i))/(TH6(i)\*\*2\*4\*DX1\*\*2) EH64(i)=-2\*EH61 EH65(i)=(EH61+EH62-EH63)/EH64(i) EH66(i)=(EH61-EH62+EH63)/EH64(i) EH71=HH7(i)\*\*3/(TH7(i)\*DX1\*\*2) EH72=3\*HH7(i)\*\*2\*(HH8(i)-HH6(i))/(TH7(i)\*4\*DX1\*\*2) EH73=HH7(i)\*\*3\*(TH8(i)-TH6(i))/(TH7(i)\*\*2\*4\*DX1\*\*2) EH74(i)=-2\*EH71 EH75(i)=(EH71+EH72-EH73)/EH74(i) EH76(i)=(EH71-EH72+EH73)/EH74(i) EH81=HH8(i)\*\*3/(TH8(i)\*DX1\*\*2) EH82=3\*HH8(i)\*\*2\*(HH9(i)-HH7(i))/(TH8(i)\*4\*DX1\*\*2) EH83=HH8(i)\*\*3\*(TH9(i)-TH7(i))/(TH8(i)\*\*2\*4\*DX1\*\*2) EH84(i)=-2\*EH81 EH85(i)=(EH81+EH82-EH83)/EH84(i) EH86(i)=(EH81-EH82+EH83)/EH84(i) EB11=HB1(i)\*\*3/(TB1(i)\*DX2\*\*2) EB12=3\*HB1(i)\*\*2\*(HB2(i)-H23(i))/(TB1(i)\*4\*DX2\*\*2) EB13=HB1(i)\*\*3\*(TB2(i)-TB0(i))/(TB1(i)\*\*2\*4\*DX2\*\*2) EB14(i)=-2\*EB11 EB15(i)=(EB11+EB12-EB13)/EB14(i) EB16(i)=(EB11-EB12+EB13)/EB14(i) EB21=HB2(i)\*\*3/(TB2(i)\*DX2\*\*2) EB22=3\*HB2(i)\*\*2\*(HB3(i)-HB1(i))/(TB2(i)\*4\*DX2\*\*2) EB23=HB2(i)\*\*3\*(TB3(i)-TB1(i))/(TB2(i)\*\*2\*4\*DX2\*\*2) EB24(i)=-2\*EB21 EB25(i)=(EB21+EB22-EB23)/EB24(i) EB26(i) = (EB21 - EB22 + EB23)/EB24(i)EB31=HB3(i)\*\*3/(TB3(i)\*DX2\*\*2) EB32=3\*HB3(i)\*\*2\*(HB4(i)-HB2(i))/(TB3(i)\*4\*DX2\*\*2) EB33=HB3(i)\*\*3\*(TB4(i)-TB2(i))/(TB3(i)\*\*2\*4\*DX2\*\*2) EB34(i) = -2\*EB31

EB35(i)=(EB31+EB32-EB33)/EB34(i)

```
EB36(i)=(EB31-EB32+EB33)/EB34(i)
 EB41=HB4(i)**3/(TB4(i)*DX2**2)
 EB42=3*HB4(i)**2*(HB5(i)-HB3(i))/(TB4(i)*4*DX2**2)
 EB43=HB4(i)**3*(TB5(i)-TB3(i))/(TB4(i)**2*4*DX2**2)
 EB44(i)=-2*EB41
 EB45(i)=(EB41+EB42-EB43)/EB44(i)
 EB46(i)=(EB41-EB42+EB43)/EB44(i)
 EB51=HB5(i)**3/(TB5(i)*DX2**2)
 EB52=3*HB5(i)**2*(HB6(i)-HB4(i))/(TB5(i)*4*DX2**2)
 EB53=HB5(i)**3*(TB6(i)-TB4(i))/(TB5(i)**2*4*DX2**2)
 EB54(i)=-2*EB51
 EB55(i)=(EB51+EB52-EB53)/EB54(i)
 EB56(i)=(EB51-EB52+EB53)/EB54(i)
 EB61=HB6(i)**3/(TB6(i)*DX2**2)
 EB62=3*HB6(i)**2*(HB7(i)-HB5(i))/(TB6(i)*4*DX2**2)
 EB63=HB6(i)**3*(TB7(i)-TB5(i))/(TB6(i)**2*4*DX2**2)
 EB64(i)=-2*EB61
 EB65(i)=(EB61+EB62-EB63)/EB64(i)
 EB66(i)=(EB61-EB62+EB63)/EB64(i)
 EB71=HB7(i)**3/(TB7(i)*DX2**2)
 EB72=3*HB7(i)**2*(HB8(i)-HB6(i))/(TB7(i)*4*DX2**2)
 EB73=HB7(i)**3*(TB8(i)-TB6(i))/(TB7(i)**2*4*DX2**2)
 EB74(i) = -2*EB71
 EB75(i)=(EB71+EB72-EB73)/EB74(i)
 EB76(i) = (EB71 - EB72 + EB73)/EB74(i)
 EB81=HB8(i)**3/(TB8(i)*DX2**2)
 EB82=3*HB8(i)**2*(HB9(i)-HB7(i))/(TB8(i)*4*DX2**2)
 EB83=HB8(i)**3*(TB9(i)-TB7(i))/(TB8(i)**2*4*DX2**2)
 EB84(i)=-2*EB81
 EB85(i)=(EB81+EB82-EB83)/EB84(i)
 EB86(i)=(EB81-EB82+EB83)/EB84(i)
 iF(i.EQ.4)goto 26
 EH91=HH9(i)**3/(TH9(i)*DX1**2)
 EH92=3*HH9(i)**2*(H11(K-(3-i))-HH8(i))/(TH9(i)*4*DX1**2)
 EH93=HH9(i)**3*(TH10(i)-TH8(i))/(TH9(i)**2*4*DX1**2)
 EH94(i)=-2*EH91
 EH95(i)=(EH91+EH92-EH93)/EH94(i)
 EH96(i)=(EH91-EH92+EH93)/EH94(i)
 EB91=HB9(i)**3/(TB9(i)*DX2**2)
 EB92=3*HB9(i)**2*(H21(K-(3-i))-HB8(i))/(TB9(i)*4*DX2**2)
 EB93=HB9(i)**3*(TB10(i)-TB8(i))/(TB9(i)**2*4*DX2**2)
 EB94(i)=-2*EB91
 EB95(i)=(EB91+EB92-EB93)/EB94(i)
 EB96(i)=(EB91-EB92+EB93)/EB94(i)
 GOTO 25
26 EH91=HH9(i)**3/(TH9(i)*DX1**2)
 EH92=3*HH9(i)**2*(H11(1)-HH8(i))/(TH9(i)*4*DX1**2)
 EH93=HH9(i)**3*(TH10(i)-TH8(i))/(TH9(i)**2*4*DX1**2)
 EH94(i)=-2*EH91
 EH95(i)=(EH91+EH92-EH93)/EH94(i)
 EH96(i)=(EH91-EH92+EH93)/EH94(i)
```

EB91=HB9(i)\*\*3/(TB9(i)\*DX2\*\*2)

```
EB92=3*HB9(i)**2*(H21(1)-HB8(i))/(TB9(i)*4*DX2**2)
 EB93=HB9(i)**3*(TB10(i)-TB8(i))/(TB9(i)**2*4*DX2**2)
 EB94(i) = -2*EB91
 EB95(i)=(EB91+EB92-EB93)/EB94(i)
 EB96(i)=(EB91-EB92+EB93)/EB94(i)
25 CONTINUE
 WRITE(1,92)(HH1(i),i=1,k)
92 FORMAT(4E12.4)
 WRITE(1,93)(HH2(i),i=1,k)
93 FORMAT(4E12.4)
 WRITE(1,94)EH11,EH12,EH13
94 FORMAT(3E12.4)
 WRITE(1,91)(EB24(i),i=1,k)
91 FORMAT(4E12.4)
 DO 71 j=1,k3
 PH(j,1)=(PKH(1)+PKH(2))/2
 PH(j,2)=(PKH(2)+PKH(3))/2
 PH(j,3) = (PKH(3) + PKH(4))/2
 PH(j,4) = (PKH(4) + PKH(1))/2
 PB(j,1)=(PKB(1)+PKB(2))/2
 PB(j,2) = (PKB(2) + PKB(3))/2
 PB(j,3) = (PKB(3) + PKB(4))/2
 PB(j,4) = (PKB(4) + PKB(1))/2
71 continue
 goto 72
32 DO 27 i=1,K
 PPH(1,i)=FH1(i)/EH14(i)-EH15(i)*PH(2,i)-EH16(i)*PKH(i)
 PPH(2,i)=FH2(i)/EH24(i)-EH25(i)*PH(3,i)-EH26(i)*PPH(1,i)
 PPH(3,i)=FH3(i)/EH34(i)-EH35(i)*PH(4,i)-EH36(i)*PPH(2,i)
 PPH(4,i)=FH4(i)/EH44(i)-EH45(i)*PH(5,i)-EH46(i)*PPH(3,i)
 PPH(5,i)=FH5(i)/EH54(i)-EH55(i)*PH(6,i)-EH56(i)*PPH(4,i)
 PPH(6,i)=FH6(i)/EH64(i)-EH65(i)*PH(7,i)-EH66(i)*PPH(5,i)
 PPH(7,i)=FH7(i)/EH74(i)-EH75(i)*PH(8,i)-EH76(i)*PPH(6,i)
 PPH(8,i)=FH8(i)/EH84(i)-EH85(i)*PH(9,i)-EH86(i)*PPH(7,i)
 PPB(1,i)=FB1(i)/EB14(i)-EB15(i)*PB(2,i)-EB16(i)*PKB(i)
 PPB(2,i)=FB2(i)/EB24(i)-EB25(i)*PB(3,i)-EB26(i)*PPB(1,i)
 PPB(3,i)=FB3(i)/EB34(i)-EB35(i)*PB(4,i)-EB36(i)*PPB(2,i)
 PPB(4,i)=FB4(i)/EB44(i)-EB45(i)*PB(5,i)-EB46(i)*PPB(3,i)
 PPB(5,i)=FB5(i)/EB54(i)-EB55(i)*PB(6,i)-EB56(i)*PPB(4,i)
 PPB(6,i)=FB6(i)/EB64(i)-EB65(i)*PB(7,i)-EB66(i)*PPB(5,i)
 PPB(7,i)=FB7(i)/EB74(i)-EB75(i)*PB(8,i)-EB76(i)*PPB(6,i)
 PPB(8,i)=FB8(i)/EB84(i)-EB85(i)*PB(9,i)-EB86(i)*PPB(7,i)
 IF(i.EO.4) GOTO 28
 PPH(9,i)=FH9(i)/EH94(i)-EH95(i)*PKH(K-(3-i))-EH96(i)*PPH(8,i)
 PPB(9,i)=FB9(i)/EB94(i)-EB95(i)*PKB(K-(3-i))-EB96(i)*PPB(8,i)
 GOTO 27
28 PPH(9,i)=FH9(i)/EH94(i)-EH95(i)*PKH(1)-EH96(i)*PPH(8,i)
 PPB(9,i)=FB9(i)/EB94(i)-EB95(i)*PKB(1)-EB96(i)*PPB(8,i)
27 CONTINUE
 M3=0
 DO 29 j=1,K3
 DO 29 i=1,K
```

```
C WRITE(1,58)(PH(j,i),j=1,k3)
58 FORMAT(9E12.4)
57 CONTINUE
```

WRITE(1,56)(PB(j,i),j=1,k3)

```
с ГРУЗОПОДЬЕМНОСТЬ ПОДШИПНИКА
```

IF(ABS(PPH(j,i)-PH(j,i))-EPS2)30,31,31

IF(ABS(PPB(j,i)-PB(j,i))-EPS2)34,35,35

```
72 DO 36 i=1,K
```

31 M3=M3+1 30 PH(j,i)=PPH(j,i) 29 CONTINUE

M4=0

DO 33 j=1,K3 DO 33 i=1.K

35 M4=M4+1 34 PB(j,i)=PPB(j,i) 33 CONTINUE

DO 55 i=1,k

55 CONTINUE DO 57 i=1,k

С

IF(M3.GT.0)GOTO 32

IF(M4.GT.0)GOTO 32

56 FORMAT(9E12.4)

```
WHKY(i)=BK1*ALK1*PKH(i)*COS(FIK+2*PI*(i-1)/K-BT0(K2))
WHKX(i)=BK1*ALK1*PKH(i)*SIN(FIK+2*PI*(i-1)/K-BT0(K2))
WBKY(i)=BK2*ALK2*PKB(i)*COS(FIK+2*PI*(i-1)/K-BT0(K2))
WBKX(i)=BK2*ALK2*PKB(i)*SIN(FIK+2*PI*(i-1)/K-BT0(K2))
```

**36 CONTINUE** 

```
WHY1=WHKY(1)+WHKY(2)+WHKY(3)+WHKY(4)
WHX1=WHKX(1)+WHKX(2)+WHKX(3)+WHKX(4)
WBY1=WBKY(1)+WBKY(2)+WBKY(3)+WBKY(4)
WBX1=WBKX(1)+WBKX(2)+WBKX(3)+WBKX(4)
WKYS=(WHY1-WBY1)*2
WKXS=(WHX1+WBX1)*2
PHM1=PH(1,1)+PH(2,1)+PH(3,1)+PH(4,1)+PH(5,1)+PH(6,1)
PHS(1)=(PKH(1)+PHM1+PH(7,1)+PH(8,1)+PH(9,1)+PKH(2))/(K3+2)
PHM2=PH(1,2)+PH(2,2)+PH(3,2)+PH(4,2)+PH(5,2)+PH(6,2)
PHS(2)=(PKH(2)+PHM2+PH(7,2)+PH(8,2)+PH(9,2)+PKH(3))/(K3+2)
PHM3=PH(1,3)+PH(2,3)+PH(3,3)+PH(4,3)+PH(5,3)+PH(6,3)
PHS(3)=(PKH(3)+PHM3+ PH(7,3)+PH(8,3)+PH(9,3)+PKH(4))/(K3+2)
PHM4=PH(1,4)+PH(2,4)+PH(3,4)+PH(4,4)+PH(5,4)+PH(6,4)
PHS(4)=(PKH(4)+PHM4+ PH(7,4)+PH(8,4)+PH(9,4)+PKH(1))/(K3+2)
PBM1=PB(1,1)+PB(2,1)+PB(3,1)+PB(4,1)+PB(5,1)+PB(6,1)
PBS(1)=(PKB(1)+PBM1+PB(7,1)+PB(8,1)+PB(9,1)+PKB(2))/(K3+2)
PBM2=PB(1,2)+PB(2,2)+PB(3,2)+PB(4,2)+PB(5,2)+PB(6,2)
PBS(2)=(PKB(2)+PBM2+PB(7,2)+PB(8,2)+PB(9,2)+PKB(3))/(K3+2)
PBM3=PB(1,3)+PB(2,3)+PB(3,3)+PB(4,3)+PB(5,3)+PB(6,3)
PBS(3)=(PKB(3)+PBM3+PB(7,3)+PB(8,3)+PB(9,3)+PKB(4))/(K3+2)
PBM4=PB(1,4)+PB(2,4)+PB(3,4)+PB(4,4)+PB(5,4)+PB(6,4)
PBS(4) = (PKB(4) + PBM4 + PB(7,4) + PB(8,4) + PB(9,4) + PKB(1))/(K3+2)
DO 37 i=1.K
WHMY(i)=PHS(I)*ALM1* ALK1*COS(FIK+PI*(2*i-1)/K-BT0(K2))
```

```
WHMX(i)=PHS(I)* ALM1*ALK1*SIN(FIK+PI*(2*i-1)/K-BT0(K2))
        WBMY(i)=PBS(i)* ALM2*ALK2*COS(FIK+PI*(2*i-1)/K-BT0(K2))
        WBMX(i)=PBS(I)* ALM2*ALK2*SIN(FIK+PI*(2*i-1)/K-BT0(K2))
      37 CONTINUE
        WHM1=WHMY(1)+WHMY(2)+WHMY(3)+WHMY(4)
        WHM2=WHMX(1)+WHMX(2)+WHMX(3)+WHMX(4)
        WBM1=WBMY(1)+WBMY(2)+WBMY(3)+WBMY(4)
        WBM2=WBMX(1)+WBMX(2)+WBMX(3)+WBMX(4)
        WMYS=(WHM1-WBM1)*2
        WMXS=(WHM2+WBM2)*2
       DO 38 i=1,K
        WHTY(i)=BK1*ALP1*(PKH(i)+PCL)*COS(FIK+2*PI*(i-1)/K-BT0(K2))
        WHTX(i)=BK1*ALP1*(PKH(i)+PCL)*SIN(FIK+2*PI*(i-1)/K-BT0(K2))
        WBTY(i)=BK2*ALP2*(PKB(i)+PCL)*COS(FIK+2*PI*(i-1)/K-BT0(K2))
        WBTX(i)=BK2*ALP2*(PKB(i)+PCL)*SIN(FIK+2*PI*(i-1)/K-BT0(K2))
      38 CONTINUE
        WHT1=WHTY(1)+WHTY(2)+WHTY(3)+WHTY(4)
        WHT2=WHTX(1)+WHTX(2)+WHTX(3)+WHTX(4)
        WBT1=WBTY(1)+WBTY(2)+WBTY(3)+WBTY(4)
        WBT2=WBTX(1)+WBTX(2)+WBTX(3)+WBTX(4)
        WTYS=(WHT1-WBT1)*2
        WTXS=(WHT2+WBT2)*2
       DO 39 i=1.K
        WHRY(i)=ALM1*ALP1*(PHS(i)+PCL)*COS(FIK+PI*(2*i-1)/K-BT0(K2))
        WHRX(i)=ALM1*ALP1*(PHS(i)+PCL)*SIN(FIK+PI*(2*i-1)/K-BT0(K2))
        WBRY(i) = ALM2*ALP2*(PBS(i)+PCL)*COS(FIK+PI*(2*i-1)/K-BT0(K2))
        WBRX(i) = ALM2*ALP2*(PBS(i)+PCL)*SIN(FIK+PI*(2*i-1)/K-BT0(K2))
      39 CONTINUE
        WHR1=WHRY(1)+WHRY(2)+WHRY(3)+WHRY(4)
        WHR2=WHRX(1)+WHRX(2)+WHRX(3)+WHRX(4)
        WBR1=WBRY(1)+WBRY(2)+WBRY(3)+WBRY(4)
        WBR2=WBRX(1)+WBRX(2)+WBRX(3)+WBRX(4)
        WRYS=(WHR1-WBR1)*2
        WRXS=(WHR2+WBR2)*2
        WRITE(1.47)WKYS,WMYS,WTYS,WRYS,WKXS,WMXS,WTYS,WRXS
      47 FORMAT(8E12.4)
WRITE(1,46)WHRX(1),WHRX(2),WHRX(3),WHRX(4),WBRX(1),WBRX(2),WBRX(3)
      46 FORMAT(7E12.4)
        WRITE(1,66),WBRX(4),WTXS
      66 FORMAT(2E12.4)
        WRITE(1,45)WHR1,WHR2,WBR1,WBR2
      45 FORMAT(4E12.4)
        Wi=WKYS+WMYS+WTYS+WRYS
        Wj=WKXS+WMXS+WTXS+WRXS
        Q1=2*CBX*PI*RG1**2*SQRT(2/R0)
        Q2=SQRT(PBX-PKH(1))+SQRT(PBX-PKH(2))
        QH=Q1*(Q2+SQRT(PBX-PKH(3))+SQRT(PBX-PKH(4)))
        Q3=2*CBX*PI*RG2**2*SQRT(2/R0)
        O4=SORT(PBX-PKB(1))+SORT(PBX-PKB(2))
        QB=Q3*(Q4+SQRT(PBX-PKB(3))+SQRT(PBX-PKB(4)))
        OS=OH+OB
```

```
RR1=OM*RP1*D01/AN
 RR2=OM*RP2*D02/AN
 CG1=0.125*RR1**0.07
 CG2=0.125*RR2**0.07
 REK1=1+0.0525*(CG1**2*RR1)**0.75
 REK2=1+0.0525*(CG2**2*RR2)**0.75
 TPH=2*PI*AM*OM**2*R1**3*REK1*ALPP/D01
 TPB=2*PI*AM*OM**2*R2**3*REK2*ALPP/D02
 TPR=PBX*OS
 TRS=TPH+TPB+TPR
 HT2=2*PI/(10*OM)
    WiH=(WHY1+WHM1+WHT1+WHR1)*2
 WiB=(WBY1+WBM1+WBT1+WBR1)*2
    WiH=(WHX1+WHM2+WHT2+WHR2)*2
    WjB=(WBX1+WBM2+WBT2+WBR2)*2
    Wi=WiH-WiB
 Wj=-WjH+WjB
 IF(K2.GT.3)GOTO 40
 Z1(K2)=BT0T(K2)
 Z2(K2)=EKST(K2)
 Z11=DIS*OM**2*GCB*COS(OM*HT2*K2-BT0(K2))/GR
 Z12=GCB*COS(BT0(K2))+Z11
 Z13=DIS*OM**2*GCB*SIN(OM*HT2*K2-BT0(K2))/(GR*EKS(K2))
 Z14=-GCB*SIN(BT0(K2))/EKS(K2)+Z13
 ZT2(K2)=EKS(K2)*Z1(K2)**2-2*Wi*GCB/GR+Z12
 ZT1(K2)=-2*Z1(K2)*Z2(K2)/EKS(K2)-2*Wj*GCB/(GR*EKS(K2))+Z14
 EKS(K2+1)=EKS(K2)+HT2*EKST(K2)
 BTO(K2+1)=BTO(K2)+HT2*BTOT(K2)
 EKST(K2+1)=EKST(K2)+HT2*ZT2(K2)
 BT0T(K2+1)=BT0T(K2)+HT2*ZT1(K2)
 GOTO 41
40 Z1(K2)=BT0T(K2)
 Z2(K2)=EKST(K2)
 Z11=DIS*OM**2*GCB*COS(OM*HT2*K2-BT0(K2))/GR
 Z12=GCB*COS(BT0(K2))+Z11
 Z13=DIS*OM**2*GCB*SIN(OM*HT2*K2-BT0(K2))/(GR*EKS(K2))
 Z14=-GCB*SIN(BT0(K2))/EKS(K2)+Z13
 ZT2(K2)=EKS(K2)*Z1(K2)**2-2*Wi*GCB/GR+Z12
 ZT1(K2)=-2*Z1(K2)*Z2(K2)/EKS(K2)-2*Wj*GCB/(GR*EKS(K2))+Z14
 AEK=55*EKST(K2)-59*EKST(K2-1)+37*EKST(K2-2)-9*EKST(K2-3)
 ABT=55*BT0T(K2)-59*BT0T(K2-1)+37*BT0T(K2-2)-9*BT0T(K2-3)
 AS=55*ZT2(K2)-59*ZT2(K2-1)+37*ZT2(K2-2)-9*ZT2(K2-3)
 AS1=55*ZT1(K2)-59*ZT1(K2-1)+37*ZT1(K2-2)-9*ZT1(K2-3)
 EKS(K2+1)=EKS(K2)+AEK*HT2/24
 BT0(K2+1)=BT0(K2)+ABT*HT2/24
 EKST(K2+1)=EKST(K2)+AS*HT2/24
 BT0T(K2+1)=BT0T(K2)+AS1*HT2/24
41 CONTINUE
     WEKS=EKS(K2)
     WBT0=BT0(K2)
     WEKST=EKST(K2)
     WBT0T=BT0T(K2)
```

```
WRITE(1,44) OM,PBX,D01,WEKS,WBT0,WI,WJ,WEKST,WBT0T,QS,TRS
44 FORMAT (11E12.4)
WRITE(1,81) WjH,WjB,WiH,WiB
81 FORMAT(4E12.4)
1 CONTINUE
WRITE(1,42)(EKS(i),i=1,K1)
42 FORMAT(50E12.4)
WRITE(1,43)(BT0(i),i=1,K1)
43 FORMAT(50E12.4)
STOP
END
```