

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ ІМ. А.М. ПІДГОРНОГО
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Пащенко Сергій Олександрович
(прізвище, ім'я, по батькові)

УЗДК 539.3
(індекс)

ДИСЕРТАЦІЯ

Розв'язання тривимірних задач терморадіаційної повзучості елементів
конструкцій

(назва дисертації)

Спеціальність 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

(шифр і назва спеціальності)

Технічні науки

(галузь знань)

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Паще С.О. Пащенко
(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий керівник Бреславський Дмитро Васильович, доктор технічних наук,
професор

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Харків – 2019

АНОТАЦІЯ

Пащенко С.О. Розв’язання тривимірних задач терморадіаційної повзучості елементів конструкцій. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, 2019.

Дисертаційна робота присвячена вдосконаленню методу та розв’язанню тривимірних задач теорії повзучості, які враховують комплексний вплив температурно-силових та радіаційних полів.

Комплексний вплив на елементи конструкцій факторів термосилових та радіаційних полів, в тому числі й космічного простору, призводить до розвитку процесів повзучості, радіаційного розпухання та накопичення прихованих пошкоджень, які укупі здатні суттєво лімітувати термін експлуатації. Багато матеріалів, у тому числі сталі, алюмінієві сплави, полімери, традиційно використовуються для створення складових елементів конструкцій двигунів та літальних апаратів: корпуси штучних супутників Землі, конструктивні елементи сонячних батарей, енергетичного обладнання, навігаційних пристроїв – всі вони виявляють властивості повзучості у широкому діапазоні температур, а жорсткий вплив іонізуючого випромінювання призводить до розвитку процесів радіаційного розпухання.

Часто процеси повзучості та радіаційного розпухання носять суттєво нелінійний характер, їхній комплексний вплив призводить до складного деформування, перерозподілу напружень та накопичення пошкоджень, у зв’язку з чим отримання закономірностей таких процесів та вдосконалення методу розрахункового аналізу при тривимірному напруженому стані є важливим та актуальним завданням механіки деформівного твердого тіла.

Наукова новизна полягає у наступному: вдосконалено метод розв’язання тривимірних задач теорії повзучості для реалізації можливості врахування

комплексної дії теплових, силових та радіаційних полів, що мають постійно й періодично діючі складові; розроблено нові підходи до розв'язання тривимірних задач теорії повзучості методом скінченних елементів з використанням відображень скінченних елементів на регулярну область й розпаралелювання обчислень з застосуванням комплексних рівнянь стану для статичного та періодичного навантаження; розроблено та реалізовано нові підходи до реалізації програм тривимірного скінченноелементного моделювання задач повзучості та нестационарної теплопровідності з підтримкою розподілених обчислень; отримано нові закономірності деформування, перерозподілу напружень та накопичення пошкоджень у приладах та елементах конструкцій, встановлених на штучних супутниках Землі, які перебувають під комплексним впливом температурних градієнтів, навантажень та радіаційного випромінювання.

У першому розділі дисертаційної роботи надано результати огляду наукової літератури за напрямком досліджень: моделювання процесів повзучості, радіаційного розпухання, нестационарного перерозподілу температур при комбінованих типах крайових умов у вигляді теплового, конвективного і радіаційного потоків та їхнього впливу на деформування елементів конструкцій та перерозподіл напружень. Розглянуто методи та підходи розв'язання задач теорії повзучості, що враховують рівняння стану за гіпотезами зміцнення, плинності та старіння. Розглянуто сумісний вплив процесів повзучості та накопичування прихованої пошкоджуваності на деформування матеріалу, проаналізовано випадки статичного та періодичного навантаження. Визначено вплив факторів космічного простору, зокрема іонізуючого випромінювання, який призводить до розвитку процесів радіаційного розпухання та радіаційної повзучості. Обговорено методи, які базуються на розв'язанні нелінійних задач континуальної механіки для оцінювання впливу температурно-силових та радіаційних полів на розподіл компонентів напружено-деформованого стану. За результатами літературного огляду зроблено висновок щодо недостатньої розробленості методів та підходів до розв'язання задач теорії повзучості, насамперед їхньої реалізації при тривимірному напружено-деформованому стані,

що одночасно враховує комплексну дію температурно-силових та радіаційних факторів космічного простору.

Другий розділ присвячено математичній постановці тривимірної задачі повзучості, що враховує статичне та періодичне навантаження, термопружні деформації та радіаційне розпухання. Для опису процесу накопичування прихованої пошкоджуваності залучено кінетичне рівняння для скалярного параметру пошкоджуваності. Процес повзучості описується за допомогою співвідношень інкрементального типу з застосуванням законів зміцнення та плинності, для яких модель у випадку періодичного навантаження отримується шляхом розкладання за малим параметром та осереднення на періоді. Розподіл температур отримується шляхом розв'язання задачі нестационарної теплопровідності для різних типів крайових умов у вигляді теплового, конвективного та променевого теплообміну. Приділено увагу методу розв'язання тривимірних задач теорії повзучості з урахуванням пошкоджуваності та нестационарної теплопровідності для різних типів лінійних та нелінійних крайових умов. Розв'язання крайових задач виконується методом скінченних елементів, отримано основні співвідношення для матриць жорсткості, теплопровідності, конвективного та променевого теплообміну, векторів вузлових навантажень. Початкові задачі розв'язуються різницевиими методами. Описано розроблений в роботі програмний засіб для розв'язання задач повзучості. Проведено дослідження з достовірності чисельних результатів, для чого залучено відомі аналітичні та чисельно-аналітичні розв'язки. Встановлено цілком задовільну збіжність отримуваних результатів.

Третій розділ присвячено викладенню результатів чисельного моделювання температурних режимів штучного супутника Землі та напружено-деформованого стану й пошкоджуваності складових елементів встановленого на ньому навігаційного пристрою. Наведено дані експериментальних досліджень теплових режимів волоконно-оптичного гіроскопу, виконаних на лабораторному стенді НВП «ХАРТРОН-АРКОС ЛТД». Описано результати розв'язання задачі повзучості та пошкоджуваності волоконно-оптичного провідника за періодичного

змінювання температури та напружень при русі супутника навколоземною орбітою. Оцінено терміни руйнування провідника в залежності від ступеню протирадіаційного захисту. З урахуванням температурного розподілу, чисельно отриманого з урахуванням процесів перевипромінювання теплової енергії зі стінок космічного апарату, розв'язано послідовність задач деформування площин посадкової платформи волоконно-оптичних гіроскопів та знайдено закономірність змінювання куту неспіввісності у часі. Встановлено максимальне його значення, яке необхідне для розробки компенсаційної моделі приладу.

Четвертий розділ присвячений розв'язанню задач терморадіаційної повзучості, пошкоджуваності та радіаційного розпухання для складових елементів космічного апарату та елементу системи охолодження ядерного реактору. Розглянуто задачу повзучості та пошкоджуваності для поліпропіленового амортизатору навігаційного пристрою для різних типів поверхневого тиску – розподіленого рівномірно та за лінійним законом. Для опису перерозподілу компонентів НДС, що відбувається внаслідок процесів повзучості, залучено гіпотезу зміцнення, а інтегрування проводиться за неявною схемою Рунге-Кута 2-го порядку. Встановлено, що при дії нерівномірного навантаження час до закінчення прихованого руйнування скорочується приблизно в два рази у порівнянні з рівномірно розподіленим тиском. Для елементу системи кріплення сонячної панелі, виготовленого з алюмінієвого сплаву, розв'язано задачу повзучості. Проводилось моделювання для двох наборів констант повзучості – визначених для наземних умов та умов, що враховують фактори космічного простору. В результаті моделювання отримано, що релаксація напружень у наземних умовах є більш інтенсивною у порівнянні з такою, яка відбувається у вакуумі. В останньому випадку в елементі у часі зберігається істотний рівень напружень. Для трійникового з'єднання системи охолодження ЯР розв'язано комплексну задачу повзучості та радіаційного розпухання при наявності неоднорідного за радіусом температурного поля. В результаті моделювання встановлено, що найбільший внесок в перерозподіл напружень вносять процеси радіаційного розпухання, призводячи до потенційно небезпечних

умов експлуатації, в особливості в околі концентратора. Визначено, що вплив процесу повзучості на процес радіаційного розпухання призводить до зменшення рівня напружень за всією моделлю, а швидкість релаксації в околі концентратора напружень залежить від значення внутрішнього тиску.

Розроблений при виконанні дисертаційної роботи програмний засіб для розрахункового аналізу повзучості та пошкоджуваності при тривимірному напруженому стані може бути застосованим при чисельному моделюванні та проектуванні в енергетичному, авіаційно-космічному й хімічному машинобудуванні.

Рекомендації щодо вибору найкращих з точки зору реакції на теплосміни та мінімального деформування елементів волоконно-оптичних гіроскопів та навігаційних приладів, які встановлюються на штучних супутниках Землі, впроваджено у практику проектування НВП "ХАРТРОН АРКОС ЛТД", про що свідчить відповідний акт. Результати дисертаційної роботи використано при виконанні держбюджетної теми МОН України «Розробка методів та алгоритмів розрахунку впливу теплових полів на працездатність приладів та елементів ракетно-космічної техніки» (Д.Р. № 0117U0004891, 2017-2018 рр.).

Ключові слова: *повзучість, радіаційне розпухання, метод скінченних елементів, рівняння стану, пошкоджуваність, періодичне навантаження, нестационарна теплопровідність, волоконно-оптичні гіроскопи, тривимірні елементи конструкцій.*

Список публікацій здобувача:

1. Бреславський Д.В., Пашченко С.О. Повзучість трійникового з'єднання трубопроводу при спільній дії температурно-силових та радіаційних полів. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин.* Харків, 2018. № 33 (1309). С. 8-13.
2. D. Breslavsky, V. Uspensky, A. Kozlyuk, S. Pashchenko, O. Tatarinova, Yu. Kuznyetsov. Estimation of heat field and temperature models of errors in fiber-optic

gyroscopes used in aerospace systems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017., vol 1, № 9 (85). P. 44-53

3. Бреславський Д.В., Пащенко С.О., Татарінова О.А. Розрахунки повзучості при неперервному зростанні температури. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. Харків, 2015. № 57 (1166). С. 20-24.

4. Бреславський Д.В., Пащенко С.О., Гудзенко О.В. Розв'язання тривимірної задачі нестационарної теплопровідності для корпусу супутника типу «СПЧ-2». *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. Харків, 2013. № 58 (1031). С. 32-41.

5. Бреславський, Д.В., Пащенко С.О. Розробка алгоритмічного та програмного забезпечення для розв'язку трьохвимірних нестационарних задач теплопровідності методом скінченних елементів. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. Харків, 2012. № 67 (973). С. 26-31.

6. Бреславский Д.В., Пащенко С.А. Решение нестационарных задач теплопроводности для корпусов спутников при их движении по околоземной орбите. Динамика полета и управление: 50 лет в ХПИ: раздел монографии / Д.В. Бреславский, В.Б. Успенский, А.А. Ларин и др. Под общей ред. Д.В. Бреславского – Х.: НТУ «ХПИ», 2014. С. 434-450.

7. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір, № 66556. Україна. Комп'ютерна програма "Finite Element Method Temperature" ("FEM Temperature") / Д.В. Бреславський, С.О.Пащенко. № 67169; заявл. 13.05.16; опубл. 12.07.16.

8. Бреславський Д.В., Татарінова О.А., Пащенко С.О., Метельов В.О., Сенько А.В., Коритко Ю.М. Методи й програмні засоби для розрахунку повзучості та руйнування конструктивних елементів машин. Матеріали V міжнародної науково-технічної конференції «Актуальні проблеми інженерної механіки та технології машинобудування», Миколаїв, 17-19 жовтня 2018 р. Нац. ун-т кораблебудування ім. адмірала Макарова. Миколаїв, 2018. С. 7-8.

9. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Моделювання напружено-деформованого стану поліпропіленових елементів інерційного вимірювального блоку. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXVI міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 16-18 травня 2018 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2018. Ч. 1. С. 46.
10. Бреславський Д. В., Пащенко С. О. Дослідження впливу температурних та радіаційних факторів космічного простору на деградацію матеріалів компонентів інерційного вимірювального блоку. «Аерокосмічні технології в Україні: проблеми та перспективи». *Конференція, присвячена 60-й річниці запуску першого штучного супутника Землі*. К.:НЦУВКЗ, 2017. С. 36-37
11. Бреславський Д. В., Пащенко С. О. Оцінювання теплових полів та їхнього впливу на працездатність елементів приладів, встановлених на штучних супутниках Землі. *XIX міжнародна науково-практична конференція «Людина і космос»*. Дніпро, НЦАОМ А. М. Макарова, 2017. С. 58
12. Бреславський Д.В., Козлюк А.В., Морачковський О.К., Пащенко С.О., Татарінова О.А. Аналіз впливу термосилових та радіаційних полів на деформування приладів космічної техніки. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXV міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 17-19 травня 2017 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2017. Ч. 1. С. 50.
13. Бреславський Д.В., Козлюк А.В., Пащенко С.О. Розрахунки температурних режимів та міцності елементів конструкцій нагрівальних печей. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXIV міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 19-20 травня 2016 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2016. Ч. 1. С. 49.
14. Пащенко С.О., Скоробагатих А.В., Бреславський Д.В. Дослідження температурного поля блоку гіроскопів штучного супутника Землі. *Україна і світ: гуманітарно-технічна еліта та соціальний прогрес. До 55 річниці першого польоту людини у космос: тези доп. Міжнар. наук.-теор. конф. студ. і аспір.* м. Харків. 19-20 квітня 2016 р., м. Харків: у 3 ч. Ч. 3 / редкол. Є. І. Сокол та ін. Харків. НТУ "ХП". 2016. С. 174-176

15. Breslavsky D., Mietielov V., Morachkovsky O., Tatarinova O., Pashchenko S. Asymptotic solution of anisotropic cyclic creep problem. *Nonlinear dynamics - 2016: Proceedings of 5th International Conference Kharkov*. 27-30 September 2016. Kharkov, 2016. P. 276.
16. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Програмний засіб для розв'язання трьохвимірних задач теорії повзучості методом скінченних елементів. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXIII міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 20-22 травня 2015 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2015. Ч. 1. С. 40.
17. Пащенко С.О., Бреславський Д.В. Розв'язання трьохвимірних задач теорії повзучості методом скінченних елементів. *Студентські конференції: Математичне моделювання в механіці та системах управління: тези доповідей IX міжнародної науково-практичної студентської конференції магістрів*. Харків. НТУ "ХПИ". 2015. С. 106-107.
18. Breslavsky D.V., Mietielov V.O., Morachkovsky O.K., Pashchenko S.O., Tatarinova O.A. Asymptotic methods and finite element method in cyclic creep-damage problems. *Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики*. Зб. наук. Праць. Львів. 24-25 вересня 2015 р. Львів: Львівський національний університет ім. Івана Франка, 2015. С. 19-20.
19. Пащенко С.О., Бреславський Д.В. Дослідження температурного поля в околі блока гіроскопів штучного супутника землі "Січ-2". *Студентські конференції: математичне моделювання в механіці та системах управління*. Харків. НТУ "ХПИ", 2014. С. 91-92.
20. Пащенко С.А. Исследование температурного поля для искусственного спутника земли "Сич-2" для различных эфемерид. *До 100-річчя з дня народження академіка В. Г. Сергєєва та 50-річчя створення в ХПІ спеціальності «Динаміка польоту та управління»*. Харків. НТУ «ХП». 2014. С. 54-55.
21. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Розробка програмного засобу для розв'язання трьохвимірних задач нестационарної теплопровідності та термопружності методом скінченних елементів. *Інформаційні технології: наука,*

техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXI міжнар. наук.-практ. конф., Харків, 29-31 травня 2013 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХПІ», 2013. Ч. 1. С. 33.

ABSTRACT

Pashchenko S.O. Solution of three-dimensional problems of thermal and radiation creep in structural elements. Qualification scientific work as the manuscript.

The dissertation for a degree of Candidate of Technical Sciences (Philosophy Doctor) on specialty 01.02.04 – Mechanics of Deformable Solids. – Podgorny institute for mechanical engineering problems NAS of Ukraine, Kharkiv, 2019.

The dissertation is devoted to the improvement of the method and solving creep theory three-dimensional problems, which take into account the complex influence of temperature, loading and radiation fields. The complex influence on structural elements the factors of temperature, loading and radiation fields, including space, leads to the developing of creep processes, radiation swelling and accumulation of hidden damage. The joint action of such factors is able to significantly reduce the operational lifetime.

Many materials, including steels, aluminum alloys, polymers are traditionally used to design the structural elements of engines and aircrafts, artificial Earth satellites, solar panels, power stations, navigation devices. All of them exhibit the creep properties in a wide range of temperatures and the influence of hard ionizing radiation leads to the evolution of radiation swelling processes.

Often creep processes and radiation swelling have a nonlinear mathematical description. Their joint effect leads to complex deformation, redistribution of stress and damage accumulation. Therefore, obtaining the regularities of such processes and improving the method of calculation analysis in a three-dimensional stress state is an important and actual problem of the mechanics of a deformable solids.

The scientific novelty consists in the following: the method of solving three-dimensional problems of the creep theory for the realization of the possibility of taking into account the complex action of thermal, loading and radiation fields, having constantly and periodically operating components, is improved; new approaches to the solution of three-dimensional problems of the creep theory by use of finite elements mapping on a regular domain and paralleling of calculations and by applying the

complex constitutive equations for static and periodic loading, are obtained; new approaches to the development the three-dimensional finite-element software for modeling the creep and non-stationary thermal conductivity problems with support of distributed computing are developed and implemented; new regularities of deformation, stress redistribution and damage accumulation in devices and structural elements placed on the Earth artificial satellites, having the complex influence of temperature gradients, loads and radiation, are obtained.

The first section of the dissertation presents the results of the review of scientific literature in the field of research, which includes: modeling of creep processes, radiation swelling, non-stationary temperature redistribution in the case of combined types of boundary conditions having the form of thermal, convective and radiation fluxes, and their influence on the deformation of structural elements and stress redistribution. The methods and approaches for solving the problems of the creep theory taking into account the constitutive equations with Norton, strain hardening and ageing laws are considered. The joint effect of creep processes and the accumulation of hidden damage on deformation of the material is considered, cases of static and periodic loading are analyzed. The influence of factors of outer space, in particular ionizing radiation, which leads to the development of processes of radiation swelling and radiation creep is determined. The methods, which are based on solving nonlinear problems of the continuum mechanics for the estimation of the influence of temperature-force and radiation fields on the distribution of components of the stress-strain state, are discussed. According to the results of the analysis of publications the conclusion about the insufficient development of methods and approaches to solving the problems of the creep theory, in particular their implementation at three-dimensional stress-strain state, which simultaneously takes into account the complex effect of temperature-force and radiation factors of outer space, is drawn.

The second section is devoted to the mathematical formulation of a three-dimensional creep problem, which takes into account the static and periodic load, thermo-elastic deformation and radiation swelling. The kinetic equation for the scalar damage parameter is involved to describe the process of hidden damage accumulation.

The process of creep is described by use the theory of incremental type using the Norton and strain hardening laws. In the case of periodic loading the model is obtained by use of asymptotic expansions on small parameter and averaging over the period. The temperature distribution is obtained by solving the problem of non-stationary heat conductivity for various types of boundary conditions in the form of thermal, convective and radiant heat exchange. The method of solving three-dimensional creep-damage problems and non-stationary thermal conductivity for different types of linear and nonlinear boundary conditions is discussed. The finite element method is used to solve boundary value problems, the main relations for matrices of stiffness, thermal conductivity, convective and radiant heat transfer, nodal load vectors are obtained. Initial problems are solved by finite difference methods. The developed software tool for solving creep problems is described. An investigations dealing with the validation of numerical results, for which well-known analytical and numerical-analytical solutions were involved, were done. A satisfactory convergence of the obtained results is established.

The third section is devoted to the presentation of the results of the numerical simulation both of the temperature regimes of the Earth artificial satellite and the stress-strain state and the damage distribution in structural elements of the satellite's navigational device. The data of experimental investigations of thermal regimes of fiber-optic gyroscope, made in the laboratory stand of the scientific-production enterprise "HARTRON-ARKOS LTD", are presented. The results of the solution of the creep-damage problem of fiber-optic conductor, working under periodic temperature and stress varying during the satellite's motion by the near-Earth orbit, are described. The terms of failure of the conductor are estimated depending on the degree of radiation protection. The sequence of problems of deformation of fiber optic gyroscopes mounting platform was solved and the regularity of the time varying of the inconsistency angle was found. Those problems were solved taken into account the distribution of the temperature field, numerically obtained by analysis the processes of re-emission of thermal energy from the walls of the spacecraft. The determined

maximum value of the angle is necessary for the development of the compensation model of the device.

The fourth section is devoted to solving the problems of thermal radiation creep, damage and radiation swelling in structural elements of the spacecraft and the element of the cooling system of the nuclear reactor. The creep-damage problem for a polypropylene shock absorber of a navigation device for various types of surface pressure is considered. The pressure is presented in the forms of a uniform distribution and varying by the linear law. A strain hardening law is involved to describe the redistribution of components of stress-strain state, which occurs as a result of creep processes. Integration is carried out under the implicit Runge-Kuta method of the 2nd order. It was established that time of finishing the hidden damage accumulation decreases approximately twice under the action of uneven loading in comparison with uniformly distributed pressure. The creep problem is solved for an element of the solar panel mounting system made of aluminum alloy. Two types of creep constants were used in simulation, first were defined for ground conditions and the second for conditions that take into account the factors of outer space. As a result of the simulation was observed, that stress relaxation in ground conditions is more intense than those that occurs in a vacuum. In the latter case, a significant stress level is observed in the element in time. The complex problem of creep and radiation swelling is solved for T-joint of the cooling system of a nuclear reactor in the presence of a non-uniform in radius temperature field. As a result of the simulation, it has been found that the processes of radiation swelling make the largest contribution to the redistribution of stresses. This leads to potentially dangerous operating conditions, especially in the vicinity of the stress concentrator. It was determined that the creep influence on the process of radiation swelling leads to a decrease in the stress levels throughout the model, and the relaxation rate in the vicinity of the stress concentrator depends on the value of the internal pressure.

Software for the analysis of creep and damage in a three-dimensional stress-strain state, which was developed during preparing the dissertation work, can be applied to

numerical simulation and design in power machine building, aerospace and chemical engineering.

Recommendations on the selection of the best in terms of the reaction to thermal varying and minimal deformation of elements of fiber optic gyroscopes and navigational devices installed on artificial Earth satellites have been implemented into the design practice in scientific-production enterprise "HARTRON ARCOS LTD". The results of the implementation are summarized in the act. The results of the dissertation work were used under the execution of the state budget theme of the Ministry of Education and Science of Ukraine «Development of the calculation methods and algorithms of a thermal fields influence on operability of the devices and the elements of rocket and space equipment» (SR No. 0117U0004891, 2017-2018).

Keywords: *creep, radiation swelling, Finite Element Method, constitutive equations, damage, periodical loading, non-stationary thermal conductivity, fiber-optic gyroscopes, three-dimensional structural elements.*

References:

1. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Повзучість трійникового з'єднання трубопроводу при спільній дії температурно-силових та радіаційних полів. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин.* Харків, 2018. № 33 (1309). С. 8-13.
2. D. Breslavsky, V. Uspensky, A. Kozlyuk, S. Pashchenko, O. Tatarinova, Yu. Kuznyetsov. Estimation of heat field and temperature models of errors in fiber-optic gyroscopes used in aerospace systems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* 2017., vol 1, № 9 (85). P. 44-53
3. Бреславський Д.В., Пащенко С.О., Татарінова О.А. Розрахунки повзучості при неперервному зростанні температури. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин.* Харків, 2015. № 57 (1166). С. 20-24.
4. Бреславський Д.В., Пащенко С.О., Гудзенко О.В. Розв'язання тривимірної задачі нестационарної теплопровідності для корпусу супутника типу «СІЧ-2».

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. Харків, 2013. № 58 (1031). С. 32-41.

5. Бреславський, Д.В., Пащенко С.О. Розробка алгоритмічного та програмного забезпечення для розв'язку трьохвимірних нестационарних задач теплопровідності методом скінченних елементів. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин.* Харків, 2012. № 67 (973). С. 26-31.

6. Бреславский Д.В., Пащенко С.А. Решение нестационарных задач теплопроводности для корпусов спутников при их движении по околоземной орбите. Динамика полета и управление: 50 лет в ХПИ: раздел монографии / Д.В. Бреславский, В.Б. Успенский, А.А. Ларин и др. Под общей ред. Д.В. Бреславского – Х.: НТУ «ХПИ», 2014. С. 434-450.

7. Свідомство про реєстрацію авторського права на твір, № 66556. Україна. Комп'ютерна програма "Finite Element Method Temperature" ("FEM Temperature") / Д.В. Бреславський, С.О.Пащенко. № 67169; заявл. 13.05.16; опубл. 12.07.16.

8. Бреславський Д.В., Татарінова О.А., Пащенко С.О., Метельов В.О., Сенько А.В., Коритко Ю.М. Методи й програмні засоби для розрахунку повзучості та руйнування конструктивних елементів машин. Матеріали V міжнародної науково-технічної конференції «Актуальні проблеми інженерної механіки та технології машинобудування», Миколаїв, 17-19 жовтня 2018 р. Нац. ун-т кораблебудування ім. адмірала Макарова. Миколаїв, 2018. С. 7-8.

9. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Моделювання напружено-деформованого стану поліпропіленових елементів інерційного вимірювального блоку. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXVI міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 16-18 травня 2018 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХПІ», 2018. Ч. 1. С. 46.

10. Бреславський Д. В., Пащенко С. О. Дослідження впливу температурних та радіаційних факторів космічного простору на деградацію матеріалів компонентів інерційного вимірювального блоку. «Аерокосмічні технології в Україні: проблеми

та перспективи». *Конференція, присвячена 60-й річниці запуску першого штучного супутника Землі*. К.:НЦУБКЗ, 2017. С. 36-37

11. Бреславський Д. В., Пащенко С. О. Оцінювання теплових полів та їхнього впливу на працездатність елементів приладів, встановлених на штучних супутниках Землі. *XIX міжнародна науково-практична конференція «Людина і космос»*. Дніпро, НЦАОМ А. М. Макарова, 2017. С. 58

12. Бреславський Д.В., Козлюк А.В., Морачковський О.К., Пащенко С.О., Татарінова О.А. Аналіз впливу термосилових та радіаційних полів на деформування приладів космічної техніки. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXV міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 17-19 травня 2017 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2017. Ч. 1. С. 50.

13. Бреславський Д.В., Козлюк А.В., Пащенко С.О. Розрахунки температурних режимів та міцності елементів конструкцій нагрівальних печей. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXIV міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 19-20 травня 2016 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2016. Ч. 1. С. 49.

14. Пащенко С.О., Скоробагатих А.В., Бреславський Д.В. Дослідження температурного поля блоку гіроскопів штучного супутника Землі. *Україна і світ: гуманітарно-технічна еліта та соціальний прогрес. До 55 річниці першого польоту людини у космос: тези доп. Міжнар. наук.-теор. конф. студ. і аспір. м.* Харків. 19-20 квітня 2016 р., м. Харків: у 3 ч. Ч. 3 / редкол. Є. І. Сокол та ін. Харків. НТУ "ХП". 2016. С. 174-176

15. Breslavsky D., Mitielov V., Morachkovsky O., Tatarinova O., Pashchenko S. Asymptotic solution of anisotropic cyclic creep problem. *Nonlinear dynamics - 2016: Proceedings of 5th International Conference Kharkov*. 27-30 September 2016. Kharkov, 2016. P. 276.

16. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Програмний засіб для розв'язання трьохвимірних задач теорії повзучості методом скінченних елементів. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези*

доповідей XXIII міжнар. наук.-практ. конф., Харків, 20-22 травня 2015 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2015. Ч. 1. С. 40.

17. Пащенко С.О., Бреславський Д.В. Розв'язання трьохвимірних задач теорії повзучості методом скінченних елементів. *Студентські конференції: Математичне моделювання в механіці та системах управління: тези доповідей IX міжнародної науково-практичної студентської конференції магістрів*. Харків. НТУ "ХПИ". 2015. С. 106-107.

18. Breslavsky D.V., Mietielov V.O., Morachkovsky O.K., Pashchenko S.O., Tatarinova O.A. Asymptotic methods and finite element method in cyclic creep-damage problems. *Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики*. Зб. наук. Праць. Львів. 24-25 вересня 2015 р. Львів: Львівський національний університет ім. Івана Франка, 2015. С. 19-20.

19. Пащенко С.О., Бреславський Д.В. Дослідження температурного поля в околі блока гіроскопів штучного супутника землі "Січ-2". *Студентські конференції: математичне моделювання в механіці та системах управління*. Харків. НТУ "ХПИ", 2014. С. 91-92.

20. Пащенко С.А. Исследование температурного поля для искусственного спутника земли "Сич-2" для различных эфемерид. *До 100-річчя з дня народження академіка В. Г. Сергєєва та 50-річчя створення в ХПІ спеціальності «Динаміка польоту та управління»*. Харків. НТУ «ХП». 2014. С. 54-55.

21. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Розробка програмного засобу для розв'язання трьохвимірних задач нестационарної теплопровідності та термопружності методом скінченних елементів. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXI міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 29-31 травня 2013 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2013. Ч. 1. С. 33.

ЗМІСТ

ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1 СТАН ПРОБЛЕМИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕНЬ .	11
1.1 Рівняння стану, що враховують повзучість та пошкоджуваність матеріалу та радіаційне опромінювання у теплових полях	11
1.2 Розв’язання тривимірних задач повзучості та нестационарної теплопровідності методом скінченних елементів	22
1.3 Постановка нових задач досліджень	27
1.4 Висновки за розділом	30
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ТА МЕТОД РОЗВ’ЯЗАННЯ ТРИВИМІРНИХ ЗАДАЧ ПОВЗУЧОСТІ ТА НЕСТАЦІОНАРНОЇ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ	31
2.1 Формулювання задачі повзучості та пошкоджуваності при дії температурно-силових та радіаційних полів	31
2.2 Формулювання задачі нестационарної теплопровідності	34
2.3 Метод розв’язання тривимірних задач нестационарної теплопровідності та теорії повзучості	36
2.4 Скінченноелементне формулювання задачі	36
2.5 Опис тривимірного скінченного елемента	43
2.6 Ізопараметричне перетворення	44
2.7 Матриці жорсткості, теплопровідності, теплоємності, конвекції та променевого теплообміну	46
2.8 Вектори вузлових навантажень	50
2.9 Методи розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою паралельних обчислень	52
2.9.1 Метод спряжених градієнтів для розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь	52
2.9.2 Блочний алгоритм Холецкого	54

2.10 Алгоритми розв’язання задач повзучості та пошкоджуваності	58
2.11 Опис програмних засобів	60
2.12 Дослідження з достовірності розрахункового методу	63
2.12.1 Початково-крайова задача нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле-Неймана	64
2.12.2 Неоднорідна початково-крайова задача нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле	66
2.12.3 Однорідна задача нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле та Стефана-Больцмана	69
2.12.4 Задача нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле	71
2.12.5 Неоднорідна задача нестационарної теплопровідності Дирихле- Неймана	76
2.12.6 Задача нестационарної теплопровідності для фрагмента труби з крайовими умовами Дирихле	78
2.12.7 Задача термopужності для фрагменту труби з крайовими умовами у вигляді заданого переміщення	80
2.12.8 Задача теорії повзучості для фрагмента труби з крайовими умовами у вигляді заданого переміщення та навантаження	83
2.12.9 Задача радіаційної повзучості та пошкоджуваності з крайовими умовами у вигляді заданого переміщення та навантаження.	85
2.13 Висновки за розділом	87
РОЗДІЛ 3 НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ЕЛЕМЕНТІВ НАВІГАЦІЙНИХ ПРИЛАДІВ, РОЗТАШОВАНИХ НА ШТУЧНИХ СУПУТНИКАХ ЗЕМЛІ	
3.1 Температурне поле на борту штучного супутника Землі типу «Січ-2» . . .	89
3.2 Вплив періодичної зміни температури та радіаційного опромінювання на повзучість полімерної частини волоконно-оптичного гіроскопу	97
3.2.1 Умови функціонування навігаційного пристрою та волоконно-	97

оптичних гіроскопів у космічному просторі	
3.2.2 Експериментальне моделювання розподілу температурного поля волоконно-оптичного гіроскопу	99
3.2.3 Чисельне моделювання розподілу температурного поля волоконно-оптичного гіроскопа	104
3.2.4 Розробка методу та алгоритму оцінювання залишкового ресурсу працездатності волоконно-оптичного гіроскопу, що знаходиться у складі навігаційного пристрою штучного супутника Землі	106
3.2.5 Дослідження напружено-деформованого стану та пошкоджуваності котушки волоконно-оптичного гіроскопу, що знаходиться у складі інерційного вимірювального пристрою	112
3.3 Теплові деформації посадкової платформи навігаційного приладу та їхній вплив на зміни осі чутливості волоконно-оптичного гіроскопу	120
3.3.1 Дослідження зміни температурного поля посадкової платформи волоконно-оптичних гіроскопів	121
3.3.2 Дослідження компонентів напружено-деформованого стану для задачі термопружності посадкової платформи	124
3.3.3 Визначення кутів неспіввісності посадкової платформи волоконно-оптичних гіроскопів	126
3.4 Висновки за розділом	128
РОЗДІЛ 4 ДЕФОРМУВАННЯ ТА ПОШКОДЖУВАНІСТЬ	
КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ	130
4.1 Повзучість та приховане руйнування поліпропіленового амортизатору ..	130
4.2 Повзучість системи кріплення сонячної панелі	134
4.3 Повзучість трійникового з'єднання трубопроводу при спільній дії температурно-силових та радіаційних полів	139
4.4. Висновки за розділом	151
ВИСНОВКИ	153
СПИСОК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ	155

ДОДАТОК А. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ	178
ДОДАТОК Б. АКТ ПРО ЗАСТОСУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ НА НВП «ХАРТРОН АРКОС ЛТД»	182
ДОДАТОК В. АКТ ПРО ЗАСТОСУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ ПРИ ВИКОНАННІ ДЕРЖБЮДЖЕТНОЇ НАУКОВО-ДОСЛІДНОЇ ТЕМИ В НТУ «ХПІ»	183
ДОДАТОК Д. РЕЄСТРАЦІЯ АВТОРСЬКОГО ПРАВА НА ПРОГРАМНИЙ ЗАСІБ «FINITE ELEMENT METHOD TEMPERATURE» («FEM TEMPERATURE»)	184

ВСТУП

Створення нових перспективних енергетичних машин, літальних апаратів та приладів, які працюють в умовах підвищених температур й навантажень, та у багатьох випадках ще й радіаційного випромінювання, потребує розробки нових методів та алгоритмів розрахунку. Це великою мірою стосується й моделювання процесів деформування та накопичення пошкоджень, які у згаданих умовах мають описуватись фізично нелінійними рівняннями стану. Застосування таких методів та алгоритмів, а також й програмного забезпечення, створеного на їхній основі, дозволить проводити ефективне чисельне моделювання різних варіантів відповідальних конструктивних елементів, котрі працюють у складних умовах та повне експериментальне доведення яких є дуже коштовним та довготривалим.

Актуальність теми. На теперішній час процеси створення нової техніки, насамперед в авіаційно-космічній промисловості та енергетичному машинобудуванні, потребують проведення широкого кола розрахунків, які дозволяють отримати прогнози деформованого стану та оцінити передбачуваний ресурс виробів. Такі розрахунки мають бути проведені за допомогою ефективних алгоритмів та програм, до яких закладено сучасні методи механіки деформівного твердого тіла та рівняння стану, які описують складну нелінійну поведінку матеріалу в умовах дії термосилових та радіаційних полів. Тому розробка та вдосконалення таких методів та алгоритмів, на базі яких є можливість розробити ефективні обчислювальні засоби для розрахункового аналізу деформування та довготривалої міцності конструктивних елементів енергетичних машин, літальних апаратів та встановлених на них приладів, є актуальною задачею. Важливим є отримання за допомогою створеного програмного забезпечення нових закономірностей змінювання з часом як напружено-деформованого стану конструктивних елементів з урахуванням теплових деформацій, деформацій теплової та радіаційної повзучості, радіаційного розпухання, набутих пошкоджень, так й часу їхнього руйнування.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.
 Дисертаційну роботу виконано на кафедрі комп'ютерного моделювання процесів та систем Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» (НТУ «ХПІ») при виконанні держбюджетної теми МОН України «Розробка методів та алгоритмів розрахунку впливу теплових полів на працездатність приладів та елементів ракетно-космічної техніки» (Д.Р. №0117U0004891, 2017-2018 р.р.), де здобувач був виконавцем окремих розділів.

Мета і задачі досліджень.

Метою дисертаційної роботи є розв'язання нових задач розрахункового аналізу напружено-деформованого стану та часу до завершення прихованого руйнування конструктивних елементів, які працюють у термосилових та радіаційних полях, а також розробка та вдосконалення необхідних для цього методу, алгоритмів та програм.

Реалізація поставленої мети потребувала розв'язання наступних задач:

- вдосконалення методу розрахунку повзучості та пошкоджуваності в тривимірних елементах конструкцій, які знаходяться у термосилових та радіаційних полях;
- розробка ефективних підходів до розв'язання систем диференціальних рівнянь великої розмірності з метою використання паралельних обчислень в задачах повзучості;
- розробка програм для чисельного розв'язання тривимірних задач повзучості та нестационарної теплопровідності, які застосовують метод скінченних елементів для розв'язання крайових задач та різниці для початкових;
- отримання нових закономірностей повзучості та накопичення пошкоджуваності у тривимірних елементах конструкцій та приладів, які експлуатуються в умовах спільної дії силових, теплових та радіаційних полів.

Об'єкт дослідження – процеси нелінійного деформування та накопичування пошкоджуваності при тривимірному напружено-деформованому стані.

Предмет дослідження - повзучість та пошкоджуваність елементів конструкцій та приладів під дією термосилових та радіаційних полів при тривимірному напружено-деформованому стані.

Методи дослідження. При вдосконаленні методу розрахунку та створенні нових алгоритмів було застосовано методи та підходи розв'язання задач механіки деформівного твердого тіла, математичної фізики та нестационарної теплопровідності: для формулювання математичної постановки задачі застосовано основні закони термодинаміки деформування твердих тіл, варіаційні методи, метод зважених відхилів у формі методу Гальоркіна. Для чисельного розв'язання поставлених задач використано метод скінченних елементів та різницеві методи інтегрування за часом. Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь великої розмірності використано метод Холецкого та спряжених градієнтів у формах, що дозволяють проводити розпаралелювання обчислень. Для реалізації останніх застосовано методи розподілення операцій між процесорами та ядрами CUDA.

Наукова новизна отриманих результатів:

- вдосконалено метод розв'язання тривимірних задач теорії повзучості для реалізації можливості врахування комплексної дії теплових, силових та радіаційних полів, що мають постійно й періодично діючі складові;
- розроблено нові підходи до розв'язання тривимірних задач теорії повзучості на базі застосування комплексних рівнянь стану для статичного та періодичного навантаження, отримано нові закономірності відображень скінченних елементів на регулярну область, розпаралелювання обчислень;
- розроблено та реалізовано нові підходи для розробки програм тривимірного скінченноелементного моделювання задач повзучості та нестационарної теплопровідності з підтримкою розподілених обчислень;
- отримано нові закономірності деформування, перерозподілу напружень та накопичення пошкоджень у приладах та елементах конструкцій, встановлених на штучних супутниках Землі, які перебувають під комплексним впливом температурних градієнтів, навантажень та радіаційного випромінювання.

Практичне значення одержаних результатів.

Розроблені при виконанні дисертаційної роботи програми розв'язання тривимірних задач повзучості та нестационарної теплопровідності можуть бути застосованими при розрахунках проектування та аналізу ресурсу в авіаційно-космічному та енергетичному машинобудуванні.

Рекомендації щодо вибору найкращих з точки зору реакції на теплосміни та мінімального деформування елементів волоконно-оптичних гіроскопів та навігаційних приладів, які встановлюються на штучних супутниках Землі, впроваджено у практику проектування НВП "ХАРТРОН АРКОС ЛТД", про що свідчить відповідний акт. Результати дисертаційної роботи використано при виконанні держбюджетної теми МОН України «Розробка методів та алгоритмів розрахунку впливу теплових полів на працездатність приладів та елементів ракетно-космічної техніки» (Д.Р. № 0117U0004891, 2017-2018 рр.), де здобувач був виконавцем окремих розділів.

Особистий внесок здобувача. Здобувачем самостійно отримано всі основні результати дисертаційної роботи. В роботах, написаних у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає в удосконаленні методу й розробці алгоритмів і програм для моделювання суттєво тривимірних процесів нестационарної теплопровідності [2,4,5,6,7] та повзучості [1,3,8-11,15-18,21], в отриманні та дослідженні результатів розв'язання цих задач [1-3,6,8,11-13,19]. В роботах [1,3,15,18] ним вдосконалено метод розрахунку, що дозволяє виконувати тривимірне чисельне моделювання повзучості з пошкоджуваністю при статичному та періодичному навантаженні. У роботах [11-15] створено нові підходи й алгоритми для ефективного розв'язання задач повзучості та нестационарної теплопровідності, імплементації складних рівнянь стану у розрахункові модулі. У роботах [2,8,12,16,17,21] здобувачем самостійно проведено дослідження достовірності результатів шляхом порівняння чисельних розв'язків, отриманих за допомогою розробленого програмного засобу, з даними розрахунку за аналітичними методами та за допомогою іншого скінченноелементного комплексу. Отримано нові дані та закономірності

деформування й прихованого руйнування елементів конструкцій та приладів космічних літальних апаратів [9-12] та устаткування активної зони ядерних реакторів [1].

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися на: XXVI, XXV, XXIV, XXIII та XXI міжнародних науково-практичних конференціях «Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я», м.Харків, 2013, 2015-2018pp; V міжнародній науково-технічній конференції «Актуальні проблеми інженерної механіки та технології машинобудування», Миколаїв, 2018 р.; конференції «Аерокосмічні технології в Україні: проблеми та перспективи», присвяченій 60-й річниці запуску першого штучного супутника Землі, м.Київ, Національний центр управління та випробувань космічних засобів, 2017; XIX міжнародній науково-практичній конференції «Людина і космос», м.Дніпро, Національний центр аерокосмічної освіти молоді ім. А.М.Макарова, 2017; міжнародній науково-теоретичній конференції студентів і аспірантів «Україна і світ: гуманітарно-технічна еліта та соціальний прогрес. До 55 річниці першого польоту людини у космос» м. Харків, 2016 р; 5-й міжнародній конференції з нелінійної динаміки, м. Харків, 2016 р; VIII та IX міжнародних науково-практичних студентських конференціях магістрів, Харків, 2014, 2015; науковій конференції «Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики», Львів, 2015; науковій конференції «До 100-річчя з дня народження академіка В.Г.Сергєєва та 50-річчя створення в ХПІ спеціальності «Динаміка польоту та управління», Харків. 2014 р.

Публікації. Основні наукові положення і результати досліджень за темою дисертаційної роботи опубліковано у 21-й науковій праці [1-21], серед яких 5 статей у фахових виданнях за переліком ДАК МОН України [1-5] (одна із них - стаття у виданні, що індексується науково-метричною базою Scopus [2]), розділ у монографії [6], свідоцтво про реєстрацію авторського права на програмний комплекс [7] та 14 тез та матеріалів конференцій, в тому числі й міжнародних [8-21].

РОЗДІЛ 1

СТАН ПРОБЛЕМИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕНЬ

За останні роки спостерігається інтенсивний розвиток ракетно-космічної галузі, обумовлений підвищеним попитом застосування космічних апаратів широкого спектру: супутники зв'язку, телеметрії, космічні апарати дистанційного сканування Землі, телескопи, модулі ракетоносіїв та ін.

Навколишнє середовище, у якому функціонують елементи конструкцій космічних апаратів, характеризується складним, комплексним впливом факторів космічного простору: руйнівною дією іонізуючого випромінювання, високими перепадами температури та механічними навантаженнями – всі вони призводять до значного прискорення деформування та деградації матеріалів, підвищенню швидкості накопичування прихованої пошкоджуваності та зменшення строку експлуатації [22]. Деградація матеріалу характеризується довготривалим впливом факторів космічного простору, що у багатьох випадках можуть бути описані за допомогою моделей процесів температурно-силової та радіаційної повзучості й розпухання. Вони мають місце в результаті виникнення нерівномірних розподілів температурного поля, механічних навантажень, дії інтегрального потоку заряджених часток. У зв'язку з цим розробка математичних та розрахункових моделей для дослідження процесів повзучості та пошкоджуваності для ракетно-космічної галузі є пріоритетним завданням.

1.1 Рівняння стану, що враховують повзучість та пошкоджуваність матеріалу та радіаційне опромінювання у теплових полях

Як показують дослідження останніх років, деформування елементів конструкцій та приладів, які встановлені на космічних літальних апаратах, супроводжується складними, суттєво нелінійними процесами у їхньому матеріалі. Одними з основних таких процесів є розвиток незворотних деформацій повзучості та розпухання, накопичування прихованої пошкоджуваності.

Ще на початку минулого століття у роботах Р.Бейлі та Ф.Нортон [23,24], а надалі К.Ю.Бате, М.М.Малініна, Ю.М.Работнова, Л.М.Качанова, А.М.Підгорного, Hyde T., Sun W., Hyde C., Penny R.K., Marriott D.L. та багатьох інших [23-36] було запропоновано рівняння стану, що дозволяють отримати оцінку незворотної деформації повзучості при дії різних типів механічних навантажень. Запропоновані гіпотези плинності, зміцнення та старіння, які застосовується у теоріях малих деформацій повзучості та інкрементального типу [35,36], з високим ступенем точності дозволяють передбачувати зміну компонентів тензорів деформацій повзучості та напружень. Отримано ряд практично значущих результатів для різних типів матеріалів, зокрема сталей різних марок. У роботах Ю.М.Работнова, Л.М.Качанова, J. Lemaître, J.-L. Chaboche та інших авторів [25, 26,28, 31, 37-40] на додаток запропоновано рівняння для кінетичного параметру пошкоджуваності, що дозволяють не тільки аналізувати перерозподіл компонентів напружено-деформованого стану, але й оцінити степінь накопиченої пошкоджуваності, що дозволяє сформулювати вимоги щодо довготривалої міцності конструктивних елементів при розв'язанні задач.

У роботах J.Lemaître та J.-L.Chaboche [37-39] розглянуто застосування моделей повзучості та пошкоджуваності при ізотропному та анізотропному зміцненні. Розглянуто механізм симетризації тензору пошкоджуваності. Особливу увагу присвячено моделюванню процесів деформування при навантаженні та розвантаженні металевих зразків, завдяки чому стало можливим введення до визначальних співвідношень тензору зворотних напружень. Постановка задачі сформульована у вигляді енергетичного варіаційного функціоналу, однією із складових якого є енергія дисипації, що значним чином впливає на процес повзучості.

Часто навантаження на конструктивний елемент складається з постійної та періодичної складових. При цьому має місце так звана циклічна повзучість та пошкоджуваність. Спеціальні підходи та рівняння стану для її опису запропоновано у роботах S.Taira, F.R.Larson, М.І.Бобиря, М.В.Бородія, Д.В.Бреславського, М.К.Кучера, О.К.Морачковського, Г.С.Писаренка,

М.С.Можаровського, В.О.Стрижала, Ю.М.Шевченка та інших дослідників [40-56]. Ефективний підхід до створення осереднених рівнянь повзучості та пошкоджуваності при періодичному навантаженні запропоновано у роботах Д.В.Бреславського, О.К.Морачковського та О.А.Татарінової [44,45]. Ними розглянуто застосування розкладання основних невідомих за малим параметром з наступним осередненням на періоді циклу. Створено підходи до відшукування коефіцієнтів асиметрії циклу напружень. Отримані рівняння стану було піддано експериментальній перевірці. Відмічається, що метод осереднення на періоді з високим ступенем точності дозволяє проводити опис процесів повзучості та пошкоджуваності при періодично змінюваних навантаженнях та температурах.

У багатьох роботах, у тому числі В. Fournier зі співавторами [57], встановлено, що комплексний вплив факторів, що викликають втому та повзучість матеріалу, суттєвим чином скорочує строк експлуатації конструкції. У цій роботі розглядається сумісна взаємодія процесів повзучості та втоми для у сталі Cr-1 при температурі 550 С. Встановлено, що для режиму навантаження, який моделюється за допомогою петлі гістерезису із заданими умовами витримки навантаження на циклі, максимальне значення напруження на циклі зменшується, проте мінімальна швидкість деформації повзучості суттєво зростає. Автори зазначають, що така поведінка пояснюється виникненням додаткових мікропор у матеріалі та дрейфом його вакансій. Також проведено випробування для довготривалих циклів навантаження з постійним значенням напруження. Встановлено, що переважний внесок у руйнування мікроструктури матеріалу роблять процеси втоми, ніж повзучості.

У роботах A.Nadai, F.K.G.Odqvist, F.R.Larson, S.Murakami, D.R.Hayhurst, G.A.Osswald та інших авторів [28-71] особливу увагу звернено на аналіз та дослідженні процесів повзучості та руйнування, що мають місце при дії високих температур. Розглянуто питання розвитку фронту тріщини при дії механізму повзучості. Розглядаються методи розв'язання нелінійних задач повзучості та довготривалої міцності, надано рекомендації щодо оптимального вибору механічних навантажень конструктивних елементів.

У роботах S.Kwofie та H.D.Chandler [72-74] отримано аналітичну залежність для моделі пошкоджуваності, що враховує повзучість та втоми. Для моделювання процесів пошкоджуваності розроблено нові співвідношення, які враховують як мінімальні значення напруження на циклі, так і максимальні. Проведено ряд експериментальних досліджень для визначення коефіцієнтів міцності та втоми, які залежать у загальному випадку від кількості циклів навантаження. Показано, що запропонована модель є частковим випадком рівняння Баскіна, що залежить від осередненого значення напруження на циклі. Встановлено, що при значних значеннях максимального та мінімального напруження на циклі та при малому часі циклу процеси втоми призводять до швидшої пошкоджуваності, ніж повзучість. У роботі [74] приділено увагу циклічному навантаженню мідних зразків. Встановлено, що криві повзучості корелюють з різницею енергії навантаження-розвантаження петлі гістерезису. Отримано експериментальні залежності для циклічної повзучості за умови, що петлі гістерезису є симетричними відносно середнього значення напруження. Наголошується, що отримані співвідношення можуть бути залучені для оцінки компонентів НДС при дії пульсуючих навантажень.

У роботі C.Gupta зі співавторами [75] увагу приділено циклічному деформуванню трубопроводів при кімнатних температурах. Проведено ряд експериментальних досліджень на циклічну повзучість, де мало місце варіювання значення періоду, швидкості навантаження та значення максимального та мінімального напруження. Досліджено вплив смуги Людерса на розподіл компонентів НДС. Як і у попередніх авторів, що займаються питаннями циклічної повзучості, встановлено, що загальний час до руйнування напряму залежить від абсолютної різниці між мінімальним та максимальним напруженням на циклі та швидкості прикладення навантаження.

Роботу T. Mayama та K. Sasaki [76] присвячено дослідженню впливу циклічного навантаження різної амплітуди на релаксацію компонентів НДС, що має місце при повзучості сталі 304. Задавались циклічні пропорційні та непропорційні навантаження. Навантаження на розтяг було обрано у вигляді

пропорційного циклічного навантаження, а на крутіння – у вигляді циклічного непропорційного навантаження. Визначено, що зміна структури дислокацій в залежності від кількості циклів попереднього навантаження впливає на значення компонентів тензору деформації повзучості.

С.І.Нуде зі співавторами [77] досліджено вплив циклічного навантаження на сталь 316 при температурі 600 градусів за Цельсієм. Для розв'язання задач залучено континуальну модель пошкоджуваності Шабоса, яка може враховувати як циклічні ефекти, так і комбіновану ізотропну та кінематичну пошкоджуваність, а також ефекти, що залежать від часу. В роботі надано результати циклічних ізотермічних та синфазних і несинфазних термомеханічних випробувань з використанням інтерполяції між константами для рівнянь стану для прогнозування поведінки матеріалу в неізотермічних умовах.

У статті R.Oruganti, M.Karadge, S.Swaminathan [78] особлива увага приділяється розробці та уточненню рівняння для параметру пошкоджуваності для феритових сталей за моделлю Оствальда. Введено до розгляду рівняння для швидкості деформації повзучості, що описують процес зміни макроструктури матеріалу шляхом перебудови субзерен.

У роботах P. G. Pritchard, I. J. Perrin, J. D. Parker, J. A. Siefert та інших [79-81] розглядаються моделі рівнянь стану з урахуванням впливу процесів розм'якшення та набутої прихованої пошкоджуваності. Розглянуто зони деформування моделей труб та проаналізовано допустимість застосування кожного із типу рівнянь стану.

Розробка та проектування ракетно-космічної техніки потребує створення принципово нових конструктивних елементів штучних супутників Землі та космічних станцій. Це завдання обумовлює розвиток та вдосконалення теорії повзучості та пошкоджуваності з урахуванням комплексного впливу температурно-силових та радіаційних полів. У роботах Ф.Саніна, Є.Джура та Л.Кучми [82,83] розглянуто питання впливу радіаційних поясів Ван-Аллена як на електронні складові космічних апаратів, так і на матеріали. Запропоновано математичні моделі електронного та протонного потоків, визначено та проведено

класифікацію впливу типів заряджених часток в залежності від зони радіаційного поясу.

У роботах Д.В.Бреславського, О.К.Морачковського, В.М.Киселевського, J.R. Matthews та інших [84-87] розглянуто рівняння стану, що описують дію факторів радіаційного опромінювання: тензор швидкості радіаційної деформації повзучості у багатьох випадках має лінійну залежність від інваріанту тензору напружень, а самі рівняння стану за виглядом є близькими до класичних рівнянь Бейлі-Нортон.

Так, наприклад, у роботах В.М. Воєводіна та І.М.Неклюдова, О.К.Морачковського, Г.С.Писаренка та В.М.Киселевського, А.А.Тутнова, Ю.М.Шевченка, J.P.Foster, R.Scholz та інших авторів [86-95] розглянуто зв'язок тензору деформації радіаційної повзучості з такими параметрами, як: швидкість інтегрального потоку заряджених часток, їхня енергія, проникаюча здатність та рівень накопиченої радіації. Отримані залежності дозволяють з високим ступенем точності проводити моделювання перерозподілу компонентів НДС, проте найсуттєвішим недоліком такого підходу є визначення великої кількості констант повзучості, що потребує значної кількості проведених експериментальних досліджень.

Особливу увагу багато авторів приділяють розробці математичних моделей для задач повзучості з урахуванням параметру пошкоджуваності. У роботах [85-87] розглядаються моделі радіаційної повзучості та пошкоджуваності з урахуванням температурно-силових факторів.

Окрім задач повзучості, що має місце при дії тільки механічного навантаження, як це часто буває, важливу роль відіграють процеси, що супроводжуються ще й комплексним впливом неоднорідних температурних полів. До такого типу задач відносяться задачі термопружності, теорії високотемпературної повзучості з урахуванням континуальних моделей пошкоджуваності, задачі довготривалої міцності. Значна кількість авторів приділяє увагу вивченню процесів повзучості та довготривалої міцності у найрізноманітніших елементах конструкцій – трубопроводах, рухомих елементах

машин, компонентах авіаційної та ракетно-космічної техніки, перероблювальних агрегатах та багатьох інших. У роботах таких авторів, як А.Д.Коваленко, Ю.М.Шевченко, D.Anderson, J.W.Morris, C.Basaran, L.Placidi та багатьох інших [96-107] увагу зосереджено на розробці та застосуванні математичних моделей, що дозволяють описувати розподіл компонентів НДС при термопружному та радіаційному стані та пов'язані з ним ефекти повзучості та пошкоджуваності.

Роботи H.Altenbach, K.Naumenko, C.M.Stewart, R.Pourmodheji, S.Hossain, Q.Auzoux, R.Hales, J.Coakley, M.McLean, M.Peter, T. N.Hyde, Д.В.Бреславського, О.К.Морачковського, Б.В.Горева та інших [43,44, 108-151] присвячено розробці континуальних математичних моделей повзучості та пошкоджуваності для різних типів сталей та сплавів – алюмінієвих, мідних, бронзових. З застосуванням результатів експериментальних досліджень знайдено аналітичні залежності, що дозволяють описувати процеси повзучості та накопичення пошкоджуваності як на другій, так й на третій ділянках. Обговорюються ефективні методики обробки експериментальних даних та отримання на їх базі коефіцієнтів для рівнянь стану.

Більшість рівнянь стану на теперішній час одержано у детермінованій постановці. Між іншим, умови та результати проведення експериментальних досліджень з повзучості та руйнування свідчать про значний розкид даних. Це обумовлює необхідність застосування підходів математичної статистики в алгоритмах виведення рівнянь. В роботах В.П.Пошивалова зі співавторами [152-154] розроблено статистичні методи для отримання рівнянь повзучості та формулювання відповідних критеріїв довготривалої міцності.

Пошкоджуваність та руйнування матеріалів, що обумовлюється впливом радіаційних полів, на додаток до радіаційної повзучості, характеризується ще й процесами розпухання. Воно супроводжується лінійною зміною розмірів матеріалів, що може призводити до виникнення небезпечних зон концентрації напружень. Низкою авторів розглянуто питання опису процесу радіаційного розпухання та запропоновано математичні моделі, що враховують широкий спектр зовнішніх факторів – інтенсивності інтегрального потоку, енергії

заряджених часток, величини вільного пробігу, накопиченої дози радіації, пружної та непружної взаємодії, розсіювання у матеріалі тощо. У роботах F.Garner, V.I. Dubinko, Y.Katoh, C.L.Tien та інших [155-177] розглядаються процеси радіаційного розпухання оболонок активної зони ядерних реакторів (ЯР) та досліджується вплив температурного градієнту на швидкість релаксації компонентів НДС. В умовах експлуатації ЯР найбільший внесок обумовлено нейтронним потоком з високими енергіями заряджених часток, що супроводжується суттєвою анізотермією температурного поля та його градієнту. Встановлено, що на швидкість перерозподілу компонентів НДС впливає не тільки абсолютне значення температури, але й її перепад. Особлива увага приділяється перерозподілу компонентів НДС при дії періодично змінюваного температурного поля. Встановлено, що для деяких режимів експлуатації ЯР строк служби при дії періодично змінюваного температурного поля може зменшуватися майже в 12 разів, що є суттєвим з точки зору задач довготривалої міцності.

На відміну від нейтронного опромінювання, що має місце у активній зоні ядерних реакторів, космічний простір характеризується наявністю більш широкого спектру заряджених часток, що мають різну природу походження – залишкове іонізуюче випромінювання верхніх шарів атмосфери, сонячне та галактичне випромінювання тощо [22]. До протонного випромінювання додається електронне та випромінювання гамма-часток, що характеризуються високою енергією, проникаючою здатністю та довжиною пробігу. Комплексний вплив широкого спектру іонізуючих факторів суттєвим чином зменшує строк служби складових космічних апаратів та призводить до непередбачуваної поведінки електронних систем космічного апарату, включно до повної втрати управління. У роботі [178] розглянуто вплив електронного іонізуючого випромінювання на тонкостінні одно- та багат шарові алюмінієві пластини, що застосовуються для зовнішнього захисту бортової електроніки. Встановлено, що при дії постійного інтегрального потоку для багат шарових структур його інтенсивність зменшується за експоненціальною формою, причому відстань між пластинами суттєво не впливає на характер зменшення.

Необхідність моделювання деформованого стану та змінювання структури матеріалу внаслідок радіаційного пошкодження обумовила розробку нових рівнянь стану та кінетичних рівнянь для параметру пошкоджуваності [148-151]. Вони є придатними для оцінювання впливу як протонного, так і електронного випромінювання. Часто комплексний вплив температурно-силових та радіаційних факторів є різнорідним, тобто механізми пошкоджуваності є незалежними.

Процес передачі теплової енергії у космічному просторі є принципово відмінним від того, що спостерігається у земній атмосфері: відсутність теплоносія призводить до виникнення зон підвищеної температури у місці дії теплових потоків, та зниженої - у місці затінення. У роботах Д.Ховела, Р.Сігела, А.Н.Тихонова, А.А.Самарського та інших [179-187] виділяється чотири основних шляхи передачі теплової енергії: 1) заданий температурний режим, який реалізується у вигляді крайових умов Дирихле, 2) тепловий потік, який реалізується у вигляді крайових умов Неймана, 3) конвективний теплообмін, який реалізується у вигляді крайових умов Ньютона-Ріхмана, 4) променевий теплообмін, який реалізується у вигляді крайових умов Стефана-Больцмана.

Крайові умови першого та другого роду широко застосовуються при розв'язанні лінійних задач нестационарної теплопровідності. У роботах А.Н.Тихонова, А.А.Самарського [187] , М.М.Беляєва, О.А.Рядно [179] показано способи застосування такого підходу для моделювання заданого температурного режиму, що має місце при дії постійного теплового джерела, наприклад, бортової апаратури (центральні процесори, модулі пам'яті, блоки батарей та конденсаторів), систем активного охолодження.

Крайові умови другого роду застосовуються для моделювання теплового потоку, що надходить від Сонця, та елементів бортової апаратури, які мають постійну інтенсивність тепловиділення. В залежності від висоти орбіти значення інтенсивності теплового потоку може варіюватися в широкому діапазоні: від сотень ватт до сотень кіловат. Так, наприклад, для орбіти, висота якої не перевищує 200 км, додатковим джерелом теплової енергії може виступати атмосфера Землі, а значення теплового потоку, у середньому, складає від 2200 до

2700 ватт на один метр квадратний. Для орбіти, висота якої складає 700 км., значення інтенсивності теплового потоку складає 1800 ватт на метр квадратний, що обумовлюється відсутністю впливу земної атмосфери. Встановлено, що діапазон довжини хвиль, який відповідає сонячному тепловому потоку, складає від 10^{-6} до 10^{-4} м [22].

Крайові умови третього роду застосовуються для моделювання конвективного теплообміну, який має місце при контакті теплоносія з досліджуваним тілом. Класичне рівняння теплового балансу для крайових умов Ньютона-Ріхмана традиційно застосовується з лінійним параметром швидкості теплоносія, проте існують роботи, у яких описано застосування такого рівняння з квадратичними, і навіть кубічними параметрами швидкості [185]. У роботах Ф.П.Саніна [82,83] встановлено, що застосування класичного рівняння теплового балансу, що має місце при конвективному теплообміні, дозволяє ефективно проводити моделювання перерозподілу теплового поля та знаходити небезпечні ділянки температурного градієнту між середовищем та поверхнею тіла. Такий підхід дозволяє оцінити і в подальшому мінімізувати ризик виникнення температурних деформацій на поверхні досліджуваного апарату та може бути застосований для захисту бортової електроніки від температурних перепадів шляхом герметизації важливих ділянок.

Крайові умови четвертого роду застосовуються для моделювання променевого теплообміну, який має місце у космічному вакуумі. У роботах Ф.П.Саніна, J.L.Lage, W.J.Minkowycz, E.M.Sparrow, P.Y.Tzou та їхніх співавторів [82,83,188-192] встановлено залежність зміни інтенсивності теплового потоку від коефіцієнту чорноти тіла. Показано залежність зміни поглинутої та розсіяної теплової енергії від характеристик матеріалу. Стаття E.M.Sparrow [190] присвячена опису механізмів впливу променевого теплового потоку на пластини, що виготовлені з різних сплавів алюмінію, міді та титану та знаходяться у вакуумі. Встановлено, що в усталеному режимі втрати теплової енергії з поверхні пластини з високою точністю можуть бути описані за допомогою

експоненціального закону, що значно спрощує розрахунок теплового балансу корпусів супутників, виведених на високу навколоземну орбіту.

У роботах D. Y. Tzou [191,192] описано механізм передачі теплової енергії в зернах матеріалу із застосуванням гіпотези конвективного теплообміну, який має місце у його вакансіях. Отримано залежності інтенсивності теплового потоку від шорсткості поверхонь контакту, їхнього розміщення та товщини зазору. Отримано співвідношення, які встановлюють взаємозв'язок між моделями теплообміну на мікроскопічному та макроскопічному рівнях.

У роботах A.Bejan, A.Kraus та інших [193-195] приведено широкий спектр задач з усіма вищерозглянутими типами крайових умов. Так, наприклад, розглянуто задачу конвективного теплообміну, який має місце при циркуляції водоносія у контурі радіатора, що застосовується для охолодження баків-відстійників. Показано, як параметр швидкості руху теплоносія впливає на інтенсивність теплового потоку, що передається від радіаторної панелі. Встановлено, що нелінійна залежність інтенсивності теплового потоку від параметру швидкості значно краще з точки зору відносної похибки описує процес теплопереносу при високих швидкостях циркуляції. Чималу увагу автори приділяють багатошаровим структурам. У роботі A.Bejan [193] досліджено взаємний вплив щільно розміщених пластин при променевому теплообміні. Визначено, що при зміні параметру, що відповідає за проміжок між пластинами, теплофізичні процеси принципово мають відмінний характер: так, при щільно прилягаючих поверхнях спостерігається утворення ефекту теплової подушки, внаслідок якого опис процесу теплоперенесення може бути описаний за допомогою закону Неймана. M.Modest [194], опираючись на результати работ A. Bejan та A.Kraus, отримав залежність зміни поглинутої та розсіяної теплової енергії для пластин радіаторів від проміжку, шорсткості та коефіцієнту чорноти. Встановлено, що тепловий баланс між поглинутою та розсіяною тепловою енергією для металів (міді, алюмінію та сталі) є схожим на той, який моделюється за допомогою крайових умов теплового контакту. Наголошується, що для деяких пластмасових матеріалів це твердження є не зовсім коректним.

У роботі Frank A. G. та Mychailo T. [195] розглянуто вплив нерівномірного температурного поля на процеси, що протікають у активній зоні ядерного реактору. Встановлено вплив залежності перепадів температури на швидкість деформації повзучості та зміни параметру пошкоджуваності при розпуханні.

В багатьох розглянутих роботах підкреслюється, що температурні деформації, що мають місце при променевому теплообміні у космічному просторі, у більшості випадків приймають значно більші значення, ніж при крайових умовах Неймана, при тих самих теплових потоках.

В останні роки для дослідників стає зрозумілою необхідність комплексного проектування приладів, що працюють у космічному просторі не тільки з точки зору компенсації температурних та інших похибок, але й зменшення шляхом розрахункового аналізу температурних деформацій у них. У нещодавній статті Shu Minakuchi, Teruhisa Sanada, Nobuo Takeda та інших [196] виконано аналіз температурних деформацій у провіднику волоконно-оптичного гіроскопу. Ними наголошується, що наступною задачею є оцінювання поведінки гіроскопу у космосі, у тому числі тривалої, з урахуванням впливу космічної радіації.

Переважає більшість робіт містить рівняння стану, що сформульовані для можливості їхнього використання при розрахунках при складному напруженому стані, підкреслюється, що при їхньому виведенні мають виконуватись закони збереження, гіпотези симетрії відносно перетворень спостерігача, локальної дії тощо [37]. У зв'язку з цим розглянуті рівняння можуть бути залучені до розрахункових методів розв'язання задач повзучості при складному напруженому стані.

1.2 Розв'язання тривимірних задач повзучості та нестационарної теплопровідності методом скінченних елементів

Сучасні вимоги до проектування авіаційної та ракетно-космічної техніки, енергетичних та транспортних машин обумовлюють необхідність проведення низки розрахунків для різних варіантів конструктивного виконання. Сучасній техніці притаманна складна геометрична форма та функціонування у жорстких

умовах навколишнього середовища. Застосування аналітичних підходів у багатьох випадках не дозволяє проводити моделювання процесів повзучості, пошкоджуваності та передачі теплової енергії у тілах складної геометричної форми та складними крайовими умовами. Найчастіше застосування таких підходів обмежується розв'язанням задач для балок, пластин та оболонок, а залежності, що описують крайові умови, зводяться до лінійних моделей. Такий підхід дозволяє встановлювати лише загальні характеристики процесів при складному напруженому стані, але для реальних конструкцій визначення компонентів напружено-деформованого стану та часу до руйнування при цьому виявляється неможливим.

Для проведення якомога детального дослідження та аналізу компонентів НДС для задач повзучості та нестационарної теплопровідності необхідно точно враховувати геометрію конструкції та залучати, як часто це буває, нелінійні математичні моделі крайових умов. Застосування чисельних методів дозволяє вирішити ряд вищеописаних проблем, що виникають при аналітичному розв'язанні задач. Одним із найбільш поширених чисельних методів при розв'язанні задач континуальної механіки та нестационарної теплопровідності є метод скінченних елементів, який набув великої популярності наприкінці 80-х та початку 90-х років минулого століття. Активне створення алгоритмічного та програмного забезпечення, що базується на використанні МСЕ, пояснюється бурхливим розвитком комп'ютерної техніки та інтенсивним нарощуванням виробничих потужностей процесорів. Саме на цей час припадає створення відомих скінченноелементних пакетів, таких як NASTRAN, ANSYS та ABAQUS [197-199]. Незважаючи на те, що активний розвиток та застосування МСЕ розпочався наприкінці минулого століття, математичне обґрунтування отримало розвиток значно раніше.

У роботах В.А.Баженова, К.Ю.Бате, В.С.Гудрамовича, О.Зенкевича, К.Моргана, В.А.Постнова, К.М.Рудакова, О.С.Сахарова, С.М.Склепуса, І.Я. Хархуріма та багатьох інших [200-209] надано варіаційну постановку нелінійних

задач континуальної механіки та нестационарної теплопровідності, в тому числі й необхідних для реалізації методу скінченних елементів.

На сьогодні питання реалізації лінійних та геометрично нелінійних задач є достатньо проробленими. Так, наприклад, роботи О.Зенкевича, К.Моргана та Р.Тейлора [201-204] присвячено обговоренню питань вибору базисних функцій (БФ) та побудови на їх базі скінченних елементів, обґрунтуванню застосування обраних БФ для розв'язання різних типів задач – теорії пружності, термopужності, повзучості та нестационарної теплопровідності.

Ж.Деклу [212], як і вищерозглянуті автори, особливу увагу загострює на методах апроксимації, інтегрування на елементі та розробці скінченнорізницевої схеми інтегрування за часом для нестационарних задач. Розглянуто найбільш популярні скінченні елементи у вигляді багатовузлового тетраедра та паралелепіпеда. Розглянуто методи отримання локальних виразів матриць жорсткості, мас, теплопровідності, конвекції, теплоємності та матриці променевого теплообміну, а також методи ансамблювання та побудови глобальної матриці системи.

У монографії Д.Т.Одена [207] досліджується застосування різних типів скінченних елементів при розв'язанні задач теорії пружності, проаналізовано ступінь збіжності та надано рекомендації щодо вибору БФ при розв'язанні різних типів задач. Так, наприклад, встановлено, що при розв'язанні задачі теорії пружності на довгому, витягнутому стрижні, що навантажений моментом сил, застосування тетраедрального скінченного елемента з лінійними базисними функціями є неприпустимим у зв'язку з тим, що у поряд розміщених елементах виникають значні перепади інтенсивності напружень, що є нефізичним. Набагато краще зарекомендував себе нелінійний шістнадцятивузловий тетраедр або двадцятивузловий паралелепіпед.

У роботах J.Bonet, R.D.Wood, М.С.Бахвалова, В.М.Вержбицького, Р.Галлагера, А.А.Самарського, А.Б.Фаддева, та інших авторів [208-212, 221-224] розглянуто застосування МСЕ та методу скінченних різниць для різних типів задач континуальної механіки, обговорено чисельні методи інтегрування на

елементі: Ньютона-Рафсона, методу штрафних функцій та квадратур Гауса-Лежандра. Оцінено степінь збіжності запропонованих процедур інтегрування.

У роботах О.Зенкевича зі співавторами [201-204] надано опис отримання локальних та глобальних узагальнених векторів механічних та термодинамічних вузлових навантажень, описано процедуру ансамблювання. Також показано можливість переходу від задачі, що описується за допомогою головного рівняння з початково-крайовими умовами, до редукованої задачі з одним головним рівнянням, що включає в себе початково-крайові умови у вигляді додаткових доданків з невідомими коефіцієнтами. Відшукування таких коефіцієнтів, найчастіше, здійснюється за допомогою невизначених множників Лагранжа.

У роботах А.Б. Фадєєва, Л.Сегерлінда [209,210] розглянуто застосування МСЕ для задач, що описуються за допомогою частинних похідних, - зокрема, задач теорії пружності та пластичності. Також розглянуто ряд важливих питань щодо вибору базисних функцій, побудови скінченного елемента та процедур інтегрування. Особливу увагу Л.Сегерлинд приділяє процедурам чисельного інтегрування на елементі. Застосування ізопараметричного перетворення та перехід до локальної системи координат дозволяють спростити область інтегрування до правильного куба. Автор зазначає, що завдяки такій процедурі стає можливим застосування методу інтегрування у вигляді квадратур Гауса-Лежандра та Ньютона-Котеса, а сама інтерполяційна функція на елементі у випадку багатовимірного простору розкладається на добуток незалежних функцій (стає виродженою), що дозволяє перейти від інтегрування за багатовимірним простором до одновимірного. Такий підхід значним чином спрощує розробку програмних алгоритмів та дає можливість реалізації паралельних та розподілених обчислень.

Розв'язання задач повзучості методом скінченних елементів відноситься до найбільш складних фізично нелінійних завдань механіки деформівного твердого тіла. Це пов'язано з фізичною нелінійністю задач у переважній більшості випадків. Для розв'язання залучають різні методи, та у багатьох випадках

застосовується додаткова дискретизація початкових задач, яка виконується різницевими методами [200].

Теоретичні засади та результати практичного застосування МСЕ у задачах повзучості містяться у роботах О.Зенкевича, Х.Альтенбаха, К.Ю.Бате, Д.В.Бреславського, Д.Л.Маріотта, О.К.Морачковського, К.В.Науменка, Р.К.Пенні та інших авторів [24, 43, 44, 149-151, 200, 201-204, 214, 224, 225]. Показано ефективне застосування плоских та об'ємних скінченних елементів. Обґрунтовано використання чисельних схем при розв'язанні задач повзучості, досліджено збіжність отриманих розв'язків.

В роботах Д.В.Бреславського та О.К.Морачковського зі співавторами [43, 44, 224, 225] надано створений ними метод розв'язання задач МСЕ при циклічному, чи періодичному, навантаженні та нагріванні. Розглядаються випадки швидкого змінювання напружень (вимушені коливання) та повільного, що відповідають типовим схемам роботи двигунів та енергетичного обладнання. Розроблено спеціалізовані програмні засоби для пре- та постпроцесорної обробки даних.

Досвід застосування інженерних програмних комплексів, які використовують МСЕ для розв'язання складних задач повзучості та руйнування, широко відображений у роботах Х.Альтенбаха, К.В.Науменка та їхніх співавторів [149-151, 214]. Ними розроблено спеціальні підпрограми, які дозволяють проводити розрахунки пошкоджуваності при повзучості у новітніх матеріалах, поведінка яких описується розробленими ними новими рівняннями стану.

Математичне моделювання процесів повзучості та пошкоджуваності, що її супроводжує, особливо у тривимірному випадку, потребує великих обсягів ресурсів обчислювальної техніки. Для прискорення процесу обчислень в останні роки з'явилась можливість використання низки процесорів для організації паралельних обчислень. У роботах [220-222, 226-228] особлива увага приділяється розробці алгоритмічного та програмного забезпечення із застосуванням скінченнорізницевих схем інтегрування за часом – методу прогнозу-корекції та Рунге-Кута різних порядків та паралельним алгоритмам.

У монографії Р.Уэйта [229] розглядаються алгоритми та методи інтегрування за часом для погано обумовлених систем, що виникають при описі першої ділянки повзучості у вигляді залежності компонентів тензору швидкості деформації повзучості за гіпотезою зміцнення. Показано принципову відмінність отримуваних результатів при інтегруванні явних та неявних схем. Досліджено степінь збіжності при варіюванні початково-крайових умов.

У роботах А.А.Самарського, В.В.Воєводіна, В.П.Гергеля зі співавторами та інших [220-222, 226, 227, 230-232] особливу увагу загострено на розробці та застосуванні матричних алгоритмів розподілених та паралельних обчислень, які широко застосовуються при знаходженні матриць системи та узагальнених векторів механічних та термодинамічних навантажень. Розглядаються паралельні реалізації розв'язання СЛАР методами Гауса, спряжених градієнтів, блочного алгоритму Холецкого та іншими. Розроблені на базі вищерозглянутих методів програмні засоби демонструють значне прискорення розв'язання нестационарних задач із застосуванням МСЕ.

Отже, для моделювання фізично нелінійних процесів у реальних конструктивних елементах, які характеризуються складною геометрією області та крайових умов, на сьогодні безальтернативним є метод скінченних елементів у поєднанні з різницевими методами інтегрування за часом. Для адекватного опису процесів, що відбувається при істотних теплозмінах, попередньо необхідно розв'язання задачі нестационарної теплопровідності. Для комплексної оцінки внеску нелінійностей різного типу при описі деформування та накопичення пошкоджуваностей є необхідним створення відповідного алгоритмічного та програмного забезпечення.

1.3 Постановка нових задач досліджень

Проведений огляд літературних джерел за напрямком досліджень у дисертаційній роботі - деформування та пошкоджуваності елементів конструкцій при дії температурно-силових та радіаційних полів, свідчить про актуальність даної теми та постійно зростаючий інтерес як у науковців минулого століття, так і

сучасних. Дослідження близького та віддаленого космосу підвищує попит щодо проектування нових конструктивних елементів космічної техніки, а з ним виникає гостра необхідність розробки алгоритмів розрахунків та адекватних математичних моделей, які б давали змогу проводити аналіз температурних полів, компонентів НДС та полів пошкоджуваності. Незважаючи на великий обсяг публікацій, що присвячені нелінійній механіці деформування твердого тіла, переважна більшість при дослідженні обмежується простою геометрією тіла та лінійними крайовими умовами, що не в повній мірі дозволяє проводити опис процесів деформування.

Як свідчить проведений огляд літературних джерел, більшість робіт присвячена дослідженню повзучості при дії одиничних факторів, одним із яких виступає механічне навантаження. Ще менше робіт присвячено дослідженню повзучості, що має місце для космічної техніки, яка функціонує на віддалених орбітах, для активної зони ядерних реакторів та систем охолодження космічних апаратів. Найменш всього досліджено питання комплексного впливу на компоненти НДС при тепловій повзучості, яка відбувається спільно з радіаційним розпуханням при дії іонізуючого випромінювання – електронного, протонного та гамма-часток.

Розрахунки повзучості, що супроводжується накопиченням пошкоджуваності, на теперішній час дають найкращі результати при застосуванні теорії інкрементального типу з залученням законів плинності чи зміцнення та кінетичного рівняння для скалярного параметру пошкоджуваності.

Для опису процесів радіаційного розпухання та радіаційної повзучості необхідно використовувати рівняння стану, алгоритми застосування яких при розрахунках складного напруженого стану розроблено О. К. Морачковським зі співавторами. Вони з високим ступенем точності дозволяють знаходити компоненти тензорів швидкості деформації повзучості та значення параметру пошкоджуваності. Однією із найсуттєвіших переваг є те, що запропоновані моделі рівнянь стану та параметру пошкоджуваності мають незначну кількість констант, що підлягають визначенню.

Для аналізу компонентів НДС в умовах повзучості та радіаційного розпухання, які мають місце для елементів конструкцій складної геометричної форми, застосування МСЕ надає найкращі результати з точки зору збіжності та точності. Застосування більшості комерційних скінченноелементних пакетів не дозволяє залучати до розрахунків нові нелінійні рівняння стану або проводити їх модифікацію. Можливості розрахунків процесів при періодичному змінюванні температур та напружень в цих комплексах немає. У такому випадку виникає необхідність розробки власного програмного засобу з відкритим вихідним кодом, що дозволяє залучати суттєво нелінійні математичні моделі зі складними крайовими умовами та геометричною формою. Задачі, що мають реальну, практичну значущість для ракетно-космічної галузі, характеризуються суттєвою складністю та значною кількістю використання скінченних елементів, у зв'язку з чим час розрахунку та кількість даних значним чином зростають. У таких ситуаціях поряд з розробкою ефективних алгоритмів розв'язання задач повзучості та пошкоджуваності стоїть завдання розробки вискоефективних алгоритмів, які б дозволяли скоротити час обчислень та ефективно використовувати ресурси обчислювальної техніки. Залучення знань про сучасні технології розробки програмно-математичного забезпечення, архітектури обчислювальних систем та програмні інструменти дозволяють розробити вискоефективний програмний засіб, що базується на принципах застосування багатоядерних систем центральних та графічних процесорів, конвертації, стиснення та прискорення доступу к інформації на зовнішніх носіях – все це дозволяє у короткі строки проводити розрахунки, налагодження та вносити корективи до математичних моделей.

Опираючись на результати проведеного літературного огляду, зроблено висновок, що лише застосування комплексного підходу при розв'язанні задач температурно-силової та радіаційної повзучості, радіаційного розпухання та нестационарної теплопровідності спільно з алгоритмами розв'язання початково-крайових задач, МСЕ та методів визначення констант для рівнянь стану дозволяє отримати достовірні результати у складному тривимірному моделюванні.

1.4 Висновки за розділом

У розділі проведений літературний огляд методів та алгоритмів розв'язання задач теорії повзучості та довготривалої міцності при дії температурно-силових та радіаційних полів. Підтверджено важливість та значущість розв'язання таких задач для ракетно-космічної техніки та енергетики. Наголошується, що моделювання реальних фізичних процесів, які відбуваються в елементах конструкцій космічних літальних апаратів, має враховувати нестационарний розподіл температур у часі, теплову та радіаційну повзучість, пошкоджуваність, радіаційне розпухання в матеріалі. Обґрунтовано застосування методу скінченних елементів укупі з алгоритмами інтегрування за часом для розв'язання початково-крайових задач. У розділі надано формулювання тематики дисертаційної роботи та основних напрямків досліджень. Показано неабиякий інтерес вчених минулого століття та сьогодення у дослідженні процесів повзучості та пошкоджуваності, що виникають в елементах конструкцій при спільній дії температурно-силових та радіаційних полів, у зв'язку з чим досліджувана тема є актуальною та перспективною.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ТА МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРИВИМІРНИХ ЗАДАЧ ПОВЗУЧОСТІ ТА НЕСТАЦІОНАРНОЇ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Розділ містить математичну постановку тривимірних фізично нелінійних задач деформування та руйнування при дії неоднорідних температурних полів. Враховано дію деформацій теплової та радіаційної повзучості, радіаційного розпухання, періодичного впливу температурно-силових полів, пошкоджуваності внаслідок повзучості та радіаційного опромінювання. Надано основні співвідношення методу розрахунку, в основу якого покладено метод скінченних елементів для розв'язання крайових задач та різницеві методи інтегрування за часом. Представлено опис розроблених програмних засобів. Обговорюється оцінка достовірності результатів тестових задач, що отримуються з їхнім застосуванням.

2.1 Формулювання задачі повзучості та пошкоджуваності при дії температурно-силових та радіаційних полів

Розглянемо тіло об'ємом Ω , що обмежене поверхнею S . Для опису процесів температурно-силового та радіаційного деформування матеріалів застосуємо систему диференціальних рівнянь рівноваги [36], записану у тензорному вигляді

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dx_j} = \vec{X}_i, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ij}(\vec{\varphi}), \quad (2.1)$$

де $\vec{\varphi}$ - вектор переміщення, σ_{ij} - тензор напружень, $\vec{X}_i$ - вектор об'ємних навантажень. Індексація $i, j = 1, 2, 3$ відповідає просторовим координатам x, y, z .

Обмежимося випадком малих деформацій [36], які мають місце у переважній більшості конструктивних елементів. Використаємо підхід Лагранжу.

Для знаходження тензору деформацій та напружень застосовуються геометричні рівняння Коші

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.2)$$

Вважається, що тензор повних деформацій є адитивною величиною тензорів пружних, температурних, радіаційних деформацій, деформацій повзучості та деформації розпухання

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + e^{Temp}_{ij} + e^{Creep}_{ij} + e^{Rad}_{ij} + e^{Swell}_{ij}, \quad (2.3)$$

та для кожного моменту часу є справедливим формулювання узагальненого закону Гука

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - e^{Creep}_{kl} - e^{Temp}_{kl} - e^{Rad}_{kl} - e^{Swell}_{kl}) = D_{ijkl} e_{kl}, \quad (2.4)$$

де введено позначення компонентів : ε_{ij} - тензору повних деформацій, D_{ijkl} - тензору пружних констант, e^{Creep}_{kl} - тензору деформації повзучості, e^{Temp}_{kl} - тензору температурної деформації, e^{Rad}_{kl} - тензору деформації радіаційної повзучості, e^{Swell}_{kl} - тензору деформації радіаційного розпухання.

Тензор температурних деформацій описує залежність виникнення деформацій від температурного перепаду та має вигляд [96]

$$e^{Temp}_{ij} = \alpha_{Expan} \cdot \Delta T \cdot \delta_{ij}, \quad (2.5)$$

де α_{Expan} - коефіцієнт температурного розширення, $^{\circ}C^{-1}$, $\Delta T = T - T_0$ - температурний перепад, $^{\circ}C$, δ_{ij} - символ Кронікера, T_0 - початкова температура, для якої знайдено фізико-механічні константи. При $i = j$ $\delta_{ij} = 1$, при $i \neq j$ $\delta_{ij} = 0$.

Тензор деформацій радіаційного розпухання описує залежність виникнення деформацій від функції інтегрального потоку елементарних часток (протонів чи електронів у космічному просторі, нейтронів у ядерних реакторах), температури та часу. Інтегральний потік Φ описує взаємодію заряджених часток з

мікроструктурою матеріалу, що опромінюється, і залежить від ряду факторів: їхньої енергії, спектральної густини, щільності потоку тощо. Функціональна залежність тензору швидкості деформації радіаційного розпухання від швидкості функції інтегрального потоку має вигляд [87]

$$\dot{e}_{ij}^{Swell} = \frac{1}{3} \dot{S}(\dot{\Phi}, t, T) \cdot \delta_{ij}, \quad (2.6)$$

де $\dot{\Phi}$ - швидкість інтегрального потоку.

Для опису процесів накопичення прихованої пошкоджуваності, що супроводжуються розвитком деформації повзучості, яка виникає внаслідок дії температурно-силових та радіаційних факторів, застосовано рівняння стану з законами зміцнення чи Бейлі-Нортон та моделлю пошкоджуваності Работнова-Качанова [37]

$$\dot{e}_{ij}^{Creep} \cdot (e_{ij}^{Creep})^\alpha = \frac{3}{2} \frac{B \sigma_i^{n-1} S_{ij}}{(1 - \omega^{Creep})^l}, \dot{\omega}^{Creep} = \frac{D \cdot (\sigma_i)^r}{(1 - \omega^{Creep})^l}, \quad (2.7)$$

$$\dot{e}_{ij}^{Rad} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_i}{\sigma_i} S_{ij}, \dot{\omega}^{Rad} = \frac{P \cdot (\sigma_i)^p}{(1 - \omega^{Rad})^\mu}. \quad (2.8)$$

Радіаційна повзучість звичайно йде за механізмами лінійного типу: $\dot{\epsilon}_i = \tilde{B} \sigma_i$, де $\tilde{B}$ – константа повзучості [87], S_{ij} - девіатор напружень.

Для опису процесу повзучості, що виникає внаслідок періодичної дії температурно-силових полів, застосовано рівняння стану, отримані шляхом використання методів розкладання за малим параметром та осереднення на періоді у роботах Д.В.Бреславського, О.К.Морачковського та їхніх співавторів [43-44]

$$\dot{e}_{ij}^{Creep} \cdot (e_{ij}^{Creep})^\alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{g_n(\sigma) \cdot \sigma_i^{n-1}}{(1 - \omega^{Creep})^l} \cdot S_{ij}, \quad (2.9)$$

$$\dot{\omega}^{Creep} = g_r(\sigma) \cdot \frac{(\sigma_i)^r}{(1 - \omega^{Creep})^l},$$

де $n, l, r, B, D, p, \alpha, \mu$ - константи повзучості, що визначаються експериментальним шляхом, $g_n(\sigma), g_r(\sigma)$ - функції впливу на швидкість деформації повзучості та накопичування пошкоджуваності, що мають такий вигляд

$$\begin{aligned} g_n &= \int_0^1 \left(1 + \sum_{L=0}^{\infty} M_L (a(L) \cos(2\pi L \xi) + b(L) \sin(2\pi L \xi)) \right)^n d\xi, \\ g_r &= \int_0^1 \left(1 + \sum_{L=0}^{\infty} M_L (a(L) \cos(2\pi L \xi) + b(L) \sin(2\pi L \xi)) \right)^r d\xi, \\ a(L) &= \frac{1}{\pi L} \sin\left(\frac{2T_1 \pi L}{T_n}\right), \\ b(L) &= \frac{1}{\pi L} \left(1 - \cos\left(\frac{2T_1 \pi L}{T_n}\right) \right), \end{aligned} \quad (2.10)$$

де ξ - нормований параметр на періоді зміни навантаження, M_L - коефіцієнт асиметрії циклу, що відражає зміну періодичної складової напружень на циклі.

Припускається, що механізми пошкоджуваності матеріалу внаслідок дії температурно-силових та радіаційних факторів є роздільними, тобто має місце гіпотеза Йокоборі [233]

$$d\omega = d\omega^{Creep} + d\omega^{Rad}. \quad (2.11)$$

Вважається, що на деякій частині поверхні S_1 для мають місце крайові умови у вигляді заданого переміщення, що є функцією часу. На частині поверхні S_2 мають місце крайові умови у вигляді напружень, які описують дію розподілених сил:

$$\bar{\varphi}|_{S_1} = \bar{\varphi}_0, \quad \sigma_{ij} n_j|_{S_2} = h_j \quad (2.12)$$

В початковий момент часу значення параметрів пошкоджуваності та деформацій повзучості мають нульові значення

$$\omega^{Creep}(0) = 0, \quad e^{Creep}_{ij}(0) = 0, \quad \omega^{Rad}(0) = 0, \quad e^{Rad}_{ij}(0) = 0. \quad (2.13)$$

2.2 Формулювання задачі нестационарної теплопровідності

Для опису процесів розподілу температурного поля застосовано рівняння нестационарної теплопровідності у наступному вигляді [179]

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + f(x, y, z, t), \quad (2.14)$$

де $k_x = k_x(T)$, $k_y = k_y(T)$, $k_z = k_z(T)$ - коефіцієнти теплопровідності, що є функціями температури, $c = c(T)$, $\rho = \rho(T)$ - розподілена теплоємність та густина матеріалу відповідно, які також є функціями температури, $f(x, y, z, t)$ - узагальнені об'ємні термодинамічні сили, що моделюють дію теплового джерела.

Вважається, що на поверхні S_3 для задачі нестационарної теплопровідності відповідно мають місце крайові умови Дирихле у вигляді заданого температурного режиму, на поверхні S_4 мають місце крайові умови Неймана, які описують дію теплового потоку, на поверхні S_5 мають місце крайові умови Ньютона-Ріхмана, що описують процеси теплопередачі шляхом конвективного теплообміну, на поверхні S_6 мають місце крайові умови Стефана-Больцмана, що описують процеси теплопередачі шляхом променевого теплообміну [82, 179]

$$\begin{aligned} T|_{S_3} &= \theta(t) \text{ } ^\circ C, \\ \frac{\partial T}{\partial n}|_{S_4} &= q(t) \frac{Bm}{M^2}, \\ \frac{\partial T}{\partial n}|_{S_5} &= \alpha_{Conv} \cdot (T_{Env} - T) \frac{Bm}{M^2}, \\ \frac{\partial T}{\partial n}|_{S_6} &= \varepsilon_{Black} \cdot \delta_{SB} \cdot (T_{Env}^4 - T^4) \frac{Bm}{M^2}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

де $\theta(t)$ - заданий температурний режим, $^\circ C$; $q(t)$ - заданий тепловий потік, $\frac{Bm}{M^2}$; $\alpha_{Conv} = \alpha_{Conv}(T)$ - коефіцієнт теплопередачі, що залежить від температури, швидкості та густини оточуючого середовища, $\frac{Bm}{M^2 \cdot ^\circ C}$; T_{Env} - температура оточуючого середовища, $^\circ C$; $\varepsilon_{Black} = \varepsilon_{Black}(T)$ - коефіцієнт чорноти; $\delta_{SB} = 5.670367 \cdot 10^{-8}$ - константа Стефана-Больцмана, $\frac{Bm}{M^2 \cdot ^\circ C^4}$.

В початковий момент часу розподіл температурного поля є функцією координат

$$T(x, y, z, 0) = \psi(x, y, z) \text{ } ^\circ\text{C} \quad (2.16)$$

2.3 Метод розв'язання тривимірних задач нестационарної теплопровідності та теорії повзучості

Метод скінченних елементів (МСЕ) – один із найуніверсальніших методів, що традиційно застосовуються для розв'язання задач континуальної механіки, нестационарної теплопровідності та інших типів задач. Основний підхід полягає у дискретизації континуальної області на скінченні елементи, для кожного з яких формулюється варіаційний функціонал згідно зі співвідношеннями, що описують задачу [200-204]. МСЕ з високою точністю дозволяє враховувати нелінійні крайові умови, що мають місце у таких задачах, як теплообмін у безповітряному просторі та між системами тіл при їхньому тепловому контакті, перерозподілі теплової енергії за рахунок конвекції та багато інших [202]. Загальний алгоритм МСЕ дозволяє провести редукцію вихідної задачі будь-якої складності до розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь, для розв'язання якої можна застосувати чисельні та аналітичні алгоритми паралельного обчислення.

2.4 Скінченноелементне формулювання задачі

Для розв'язання задач теплової та радіаційної повзучості застосуємо метод скінченних елементів. Проведемо дискретизацію заданої області Ω , що обмежена замкненою поверхнею S , на скінченні елементи з об'ємом V [200-204]. Для кожного скінченного елемента β запишемо вираз рівності елементарних робіт внутрішніх та зовнішніх сил на віртуальному переміщенні [201]. Елементарна робота внутрішніх сил на елементі складається із роботи повної деформації та внутрішніх об'ємних сил. Елементарна робота повної деформації має вигляд

$$\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}. \quad (2.17)$$

Представимо компоненти матриці пружних констант D та похідних переміщень B у наступному вигляді [201]

$$B^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

З урахуванням (2.18) та (2.19) елементарна робота повної деформації запишеться у такому вигляді

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} &= \sigma_{ij} B_{ij} \delta \varphi_i = \\ &= \left(D_{ijkl} \left(\varepsilon_{kl}^{(\beta)} - e_{kl}^{(\beta)Creep} - e_{kl}^{(\beta)Temp} - e_{kl}^{(\beta)Rad} - e_{kl}^{(\beta)Swell} \right) B_{kl}^{(\beta)} \right) \delta \varphi_i. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Елементарні роботи об'ємних внутрішніх та поверхневих зовнішніх сил на елементі відповідно мають такий вигляд:

$$\left(X_i^{(\beta)} \right) \delta \varphi_i, \left(P_i^{(\beta)S} + P_i^{(\beta)d} \right) \delta \varphi_i. \quad (2.21)$$

У зв'язку з тим, що система сил є врівноваженою, внутрішня та зовнішня елементарні роботи є рівними на будь-якому віртуальному переміщенні:

$$\begin{aligned} \left(D_{ijkl} \left(\varepsilon_{kl}^{(\beta)} - e_{kl}^{(\beta)Creep} - e_{kl}^{(\beta)Temp} - e_{kl}^{(\beta)Rad} - e_{kl}^{(\beta)Swell} \right) B_{kl}^{(\beta)} \right) \delta \varphi_i - \left(X_i^{(\beta)} \right) \delta \varphi_i = \\ = \left(P_i^{(\beta)S} + P_i^{(\beta)d} \right) \delta \varphi_i. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Перші 5-ть доданків лівої частини виразу (2.22) представляють собою сили, що виникають внаслідок дії процесів теплової та радіаційної повзучості, радіаційного розпухання, шостий доданок обумовлений дією об'ємних сил на елементі, права частина обумовлена дією сил, що виникають внаслідок дії поверхневих розподілених механічних навантажень.

Проводячи інтегрування за усім об'ємом скінченного елемента та скорочуючи на величину віртуального переміщення, отримуємо повну роботу

$$\begin{aligned} & \left[\int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} \cdot D_{ijkl} \cdot B_{kl}^{(\beta)} \cdot dV \right] \cdot \varphi^{(\beta)} - \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} \cdot D_{ijkl} \cdot e_{kl}^{(\beta)Creep} \cdot dV - \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} \cdot D_{ijkl} \cdot e_{kl}^{(\beta)Temp} \cdot dV - \\ & - \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} \cdot D_{ijkl} \cdot e_{kl}^{(\beta)Rad} \cdot dV - \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} \cdot D_{ijkl} \cdot e_{kl}^{(\beta)Swell} \cdot dV - \int_{V^{(\beta)}} N_i \cdot X_i^{(\beta)} \cdot dV = (2.23) \\ & = \int_{S^{(\beta)}} N_i \cdot P_i^{(\beta)S} \cdot dS + \sum_{i=1}^k P_i^{(\beta)d} . \end{aligned}$$

Ліва частина представляє собою сили, що виникають внаслідок дії деформацій теплової та радіаційної повзучості, радіаційного розпухання та об'ємних внутрішніх навантажень. Права частина представляє собою розподілені та зосереджені поверхневі сили. Введемо наступні позначення

$$K^{(\beta)}_{ij} = \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} B_{kl}^{(\beta)} \cdot dV - \text{матриця жорсткості на елементі};$$

$$F_i^{Temp(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} \cdot e_{ij}^{Temp(\beta)} \cdot dV - \text{вектор фіктивних об'ємних}$$

температурних сил на елементі;

$$F_i^{Creep(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} \cdot e_{ij}^{Creep(\beta)} \cdot dV - \text{вектор об'ємних фіктивних сил на}$$

елементі, обумовлених деформацією повзучості;

$$F_i^{Rad(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} \cdot e_{ij}^{Rad(\beta)} \cdot dV - \text{вектор об'ємних фіктивних сил на}$$

елементі, обумовлених деформацією радіаційної повзучості;

$$F_i^{Swell(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} \cdot e^{Swell(\beta)}_{ij} \cdot dV \quad - \text{ вектор об'ємних фіктивних сил на}$$

елементі, обумовлених деформацією радіаційного розпухання;

$$F_i^{V(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} N_i X_i^{(\beta)} \cdot dV \quad - \text{ вектор об'ємних сил на елементі, обумовлених дією}$$

механічних навантажень;

$$F_i^{S(\beta)} = \int_{S^{(\beta)}} N_i P_i^{S(\beta)} \cdot dS \quad - \text{ вектор розподілених поверхневих сил на елементі,}$$

обумовлених дією механічних навантажень;

$$F_i^{d(\beta)} = \sum_{i=1}^k P_i^{d(\beta)} \quad - \text{ вектор зосереджених поверхневих сил на елементі,}$$

обумовлених дією механічних навантажень.

З урахуванням введених позначень основне рівняння для скінченного елемента приймає такий вигляд:

$$K_{ij}^{\beta} \cdot \varphi_i^{\beta} = F_i^{Temp(\beta)} + F_i^{Creep(\beta)} + F_i^{Rad(\beta)} + F_i^{Swell(\beta)} + F_i^{V(\beta)} + F_i^{S(\beta)} + F_i^{d(\beta)}. \quad (2.24)$$

Після знаходження локальних компонентів матриці жорсткості та елементів узагальнених векторів об'ємних та поверхневих навантажень застосовується процедура ансамблювання, завдяки чому визначається внесок кожного елемента до глобального розв'язку початкової задачі. Диференціюючи співвідношення (2.24), отримаємо систему відносно швидкостей. Розв'язання системи знаходиться у швидкостях відносно вектору переміщення. З урахуванням процедури ансамблювання отримуємо глобальну систему лінійних диференціальних рівнянь [200]

$$K \cdot \dot{\varphi} = \dot{F}^{Temp} + \dot{F}^{Creep} + \dot{F}^{Rad} + \dot{F}^{Swell} + \dot{F}^V + \dot{F}^S + \dot{F}^d. \quad (2.25)$$

Вираз (2.25) представляє собою систему диференціальних рівнянь першого порядку відносно вектору вузлових переміщень φ . Тут K - матриця жорсткості системи, позначення компонентів глобального вектору правих частин без індексу β відповідають позначенням, введеним для окремого скінченного елемента.

Для знаходження розв'язку вектор швидкості переміщення розкладається за інтерполяційним рядом

$$\dot{\phi} \approx \left(\sum_{i=1}^K \dot{u}_i N_i, \sum_{i=1}^K \dot{v}_i N_i, \sum_{i=1}^K \dot{w}_i N_i \right)^T. \quad (2.26)$$

Для знаходження розв'язку задачі нестационарної теплопровідності аналогічним чином для кожного елемента застосуємо метод зважених відхилів [203]

$$\int_{V^\beta} W_l R_V dV + \int_{S_4} \bar{W}_l R_{S_4} dS + \int_{S_5} \bar{\bar{W}}_l R_{S_5} dS + \int_{S_6} \bar{\bar{\bar{W}}}_l R_{S_6} dS = 0, \quad (2.27)$$

де W_l - вагова функція для зваженого відхилю по області V^β , $\bar{W}_l$ - вагова функція для зваженого відхилю по поверхні S_4 , на якій задано крайові умови Неймана у вигляді теплового потоку, $\bar{\bar{W}}_l$ - вагова функція для зваженого відхилю по поверхні S_5 , на якій задано крайові умови Ньютона-Ріхмана у вигляді конвективного теплообміну, $\bar{\bar{\bar{W}}}_l$ - вагова функція для поверхні S_6 , на якій задано крайові умови Стефана-Больцмана у вигляді променевого теплообміну, R_V - відхил по області, R_{S_4} - відхил для поверхні S_4 , R_{S_5} - відхил для поверхні S_5 , R_{S_6} - відхил для поверхні S_6 .

Представимо шуканий розв'язок у вигляді інтерполяційного ряду [203]

$$T(x, y, z, t) \approx \hat{T}(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^N T_i(t) \cdot N_i(x, y, z), \quad (2.28)$$

де T_i - вузлові значення температури, $N_i(x, y, z)$ - базисні функції.

Побудова варіаційного функціоналу (2.27) здійснюється з таких міркувань, що різниця між істинним розв'язком рівняння (2.14) та інтерполяційним рядом (2.28) є нескінченно малою величиною, а система базисних функцій є повною

$$\sum_{i=1}^n T_i(t) \cdot N_i(x, y, z) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} T(x, y, z, t). \quad (2.29)$$

Отримаємо розгорнуті співвідношення для варіаційного функціоналу (2.27) з урахуванням інтерполяційного ряду (2.28). Послідовно розглянемо доданки, що входять до (2.27). Доданок для області приймає такий вигляд

$$\begin{aligned} \int_{V^\beta} \sum_{i=1}^n \frac{dT_i}{dt} W_l N_i dV &= \int_{V^\beta} \left[\sum_{i=1}^n T_i W_l \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) + \sum_{i=1}^n T_i W_l \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) \right] dV + \\ &+ \int_{V^\beta} \sum_{i=1}^n T_i W_l \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial N_i}{\partial z} \right) dV + \int_{V^\beta} f(x, y, z, t) W_l dV. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Доданок для поверхні, де задано тепловий потік за співвідношеннями Неймана, приймає такий вигляд

$$\int_{S_4} \overline{W}_l \left(q - \sum_{i=1}^n T_i(t) \frac{\partial N_i}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (2.31)$$

Доданок для поверхні, де задано конвективний теплообмін за співвідношеннями Ньютона-Ріхмана, приймає такий вигляд

$$\int_{S_5} \overline{\overline{W}}_l \left(\alpha_{Conv} \cdot (T_{Env} - T) - \sum_{i=1}^n T_i(t) \frac{\partial N_i}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (2.32)$$

Доданок для поверхні, де задано променевий теплообмін за співвідношеннями Стефана-Больцмана, приймає такий вигляд

$$\int_{S_6} \overline{\overline{\overline{W}}}_l \left(\varepsilon_{Black} \cdot \delta_{SB} \cdot (T_{Env}^4 - T^4) - \sum_{i=1}^n T_i(t) \frac{\partial N_i}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (2.33)$$

Застосовуючи формулу Гріна для виразу по області V , отримаємо

$$\left[\int_V N_i N_j dV \frac{dT_i(t)}{dt} \right] = \left[\int_V \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial (k_x N_j)}{\partial x} dV \right] T_i(t) + \left[\int_V \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial (k_y N_j)}{\partial y} dV \right] T_i(t) + \quad (2.34)$$

$$\left[\int_V \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial (k_z N_j)}{\partial z} dV \right] T_i(t) + \int_V f(x, y, z, t) N_j dV, j = 1 \dots n, i = 1 \dots n.$$

Для спрощення вигляду (2.34) введемо позначення складових елементів

$$K_{ij} = \left[\int_V \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial (k_x N_j)}{\partial x} dV \right] + \left[\int_V \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial (k_y N_j)}{\partial y} dV \right] + \left[\int_V \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial (k_z N_j)}{\partial z} dV \right],$$

де K_{ij} - матриця теплопровідності на елементі;

$$P_{ij} = \int_V N_i N_j dV, \text{ де } P_{ij} - \text{матриця теплоємності на елементі};$$

$$Q_j = \int_V f(x, y, z, t) N_j dV, \text{ де } Q_j - \text{узагальнений вектор об'ємних}$$

термодинамічних сил на елементі;

$$S_j = \int_{S_4} q N_j dS - \text{узагальнений вектор теплового потоку на елементі для}$$

закону Неймана;

$$G_j^{Scalar} = \int_{S_5} (\alpha_{Conv} \cdot (T_{Env} - T)) N_j dS, \text{ де } G_j^{Scalar} - \text{скалярна частина узагальненого}$$

вектору конвективної складової;

$$G_j^{Matrix} = T_j \int_{S_5} \left(\frac{\partial N_i}{\partial n} \right) N_j dS, \text{ де } G_j^{Matrix} - \text{матрична складова конвективного}$$

теплообміну для закону Ньютона-Ріхмана;

$$R_j^{Scalar} = \int_{S_6} (\varepsilon_{Black} \cdot \delta_{SB} \cdot (T_{Env}^4 - T^4)) N_j dS, \text{ де } R_j^{Scalar} - \text{скалярна частина}$$

узагальненого вектору для променевого теплообміну за законом Стефана-Больцмана;

$$R_j^{Matrix} = T_j \int_{S_6} \left(\frac{\partial N_i}{\partial n} \right) N_j dS, \text{ де } R_j^{Matrix} - \text{матрична складова променевого}$$

теплообміну для закону Стефана-Больцмана.

З урахуванням введених позначень співвідношення (2.34) приймає наступний вигляд

$$P_{ij} \frac{dT_j(t)}{dt} = (K_{ij} + G^{Matrix}_j + R^{Matrix}_j)T_j(t) + Q_j + S_j + G^{Scalar}_j + R^{Scalar}_j. \quad (2.35)$$

Як і для задач механіки, для формування глобальної системи рівнянь застосовується процедура ансамблювання. Вираз (2.35) також представляє собою систему диференціальних рівнянь першого порядку відносно вектору вузлових температур.

2.5 Опис тривимірного скінченного елемента

У зв'язку з тим, що дискретизація тривимірної області здійснюється із застосуванням квазіпаралелепіпедів з вісьмома вершинами, введемо до розгляду скінченний елемент, що відповідає такій формі розбиття. Опираючись на отримані співвідношення для задач теорії повзучості (2.25) та нестационарної теплопровідності (2.35), сформулюємо вимоги до базисних функцій елемента: по-перше, кожна вершина асоціюється з деякою базисною функцією, по-друге, базисні функції повинні задовольняти класу гладкості C_0 , тобто бути хоча б один раз диференційованими, по-третє, базисна функція N_i приймає значення одиниці в i -му вузлі та нульові значення на всіх останніх. Пов'яжемо з кожною вершиною деяку базисну функцію, що у глобальній системі координат має наступний вигляд [201-203]

$$N_i(x, y, z) = a_1^i x + a_2^i y + a_3^i z + a_4^i x \cdot y + a_5^i x \cdot z + a_6^i y \cdot z + a_7^i x \cdot y \cdot z + a_8^i, \quad (2.36)$$

де i - поточний номер вузла у локальній нумерації елемента, $i=1...8$, a_j - невідомі коефіцієнти базисної функції, що підлягають визначенню.

Для знаходження невідомих коефіцієнтів виразу (2.36) необхідно розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, що має такий вигляд

$$\begin{cases} a_1^i x_i + a_2^i y_i + a_3^i z_i + a_4^i x_i \cdot y_i + a_5^i x_i \cdot z_i + a_6^i y_i \cdot z_i + a_7^i x_i \cdot y_i \cdot z_i + a_8^i = 1 \\ a_1^i x_j + a_2^i y_j + a_3^i z_j + a_4^i x_j \cdot y_j + a_5^i x_j \cdot z_j + a_6^i y_j \cdot z_j + a_7^i x_j \cdot y_j \cdot z_j + a_8^i = 0 \end{cases}, \quad (2.37)$$

де x_i, y_i, z_i координати поточного вузла, у якому будується базисна функція, x_j, y_j, z_j - координати вузлів, в яких не відбувається побудова базисної функції. Система (2.37) має вісім рівнянь та вісім невідомих коефіцієнтів. Перше рівняння відповідає номеру вузла, у якому будується базисна функція, друге рівняння представляє собою згорнуту підсистему семи рівнянь, що відповідають іншим вузлам, у яких не відбувається побудова. Після розв'язання СЛАР знаходяться невідомі коефіцієнти базисної функції. Такий підхід застосовується для кожного вузла кожного елемента скінченноелементної моделі.

2.6 Ізопараметричне перетворення

У зв'язку з тим, що елементи сітки розбиття можуть бути геометрично різними, а інтегрування виразів (2.24) та (2.30) із застосуванням базисних функцій, що визначені у глобальній системі координат, є достатньо складним, доцільно ввести ізопараметричне перетворення, що дозволяє здійснити перехід від області інтегрування на квазіпаралелепіпеді до геометрично правильного куба. На рисунку 2.1 показано послідовний перехід від області інтегрування в декартовій системі координат до області в нормованій системі координат [203].

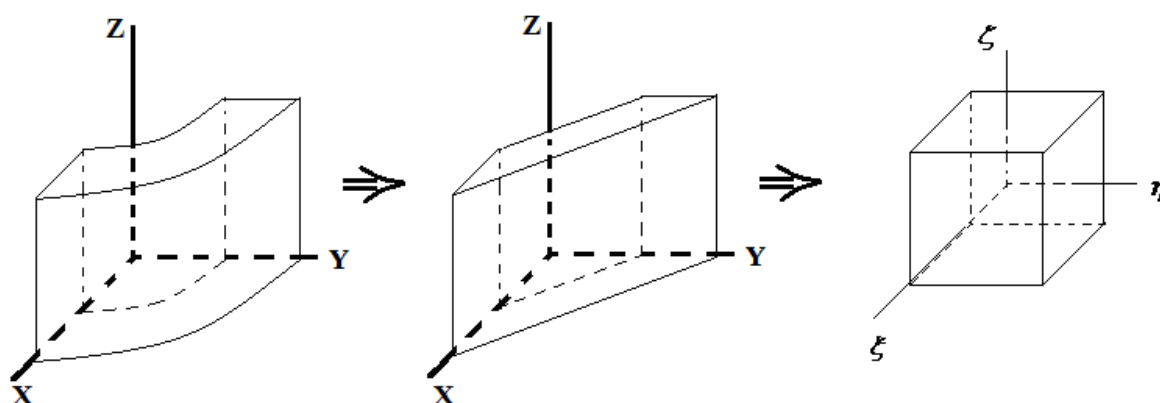


Рис. 2.1. Ізопараметричний перехід

Ізопараметричне перетворення полягає у переході від заданої елементом системи координат до такої, інтегрування на якій було б найпростішим. Для реалізації відображення введено наступні співвідношення [203]:

$$x = \sum_{i=1}^8 x_i N_i(\xi, \eta, \zeta), \quad y = \sum_{i=1}^8 y_i N_i(\xi, \eta, \zeta), \quad z = \sum_{i=1}^8 z_i N_i(\xi, \eta, \zeta), \quad (2.38)$$

де x_i, y_i, z_i – поточні вузлові значення сітки розбиття на конкретному елементі;

$N_i(\xi, \eta, \zeta)$ – базисні функції в нормованій системі координат.

З урахуванням ізопараметричного переходу у нормованій системі координат базисні функції приймають вигляд

$$\begin{aligned} N_1 &= \left(\frac{1-\xi}{2}\right)\left(\frac{1+\eta}{2}\right)\left(\frac{1-\zeta}{2}\right); & N_5 &= \left(\frac{1-\xi}{2}\right)\left(\frac{1-\eta}{2}\right)\left(\frac{1-\zeta}{2}\right); \\ N_2 &= \left(\frac{1+\xi}{2}\right)\left(\frac{1-\eta}{2}\right)\left(\frac{1-\zeta}{2}\right); & N_6 &= \left(\frac{1+\xi}{2}\right)\left(\frac{1+\eta}{2}\right)\left(\frac{1-\zeta}{2}\right); \\ N_3 &= \left(\frac{1-\xi}{2}\right)\left(\frac{1+\eta}{2}\right)\left(\frac{1+\zeta}{2}\right); & N_7 &= \left(\frac{1-\xi}{2}\right)\left(\frac{1-\eta}{2}\right)\left(\frac{1+\zeta}{2}\right); \\ N_4 &= \left(\frac{1+\xi}{2}\right)\left(\frac{1-\eta}{2}\right)\left(\frac{1+\zeta}{2}\right); & N_8 &= \left(\frac{1+\xi}{2}\right)\left(\frac{1+\eta}{2}\right)\left(\frac{1+\zeta}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.39)$$

Особливості базисних функцій у нормованій системі координат полягають у тому, що їх вигляд не залежить від поточних координат вузлів. Такий підхід дозволяє легко організовувати інтегрування на елементі, де інтегральна величина залежить від Якобіана ізопараметричного перетворення. На рисунку 2.2 зображено порівняння моделей скінченного елемента у нормованій та глобальній системах координат.

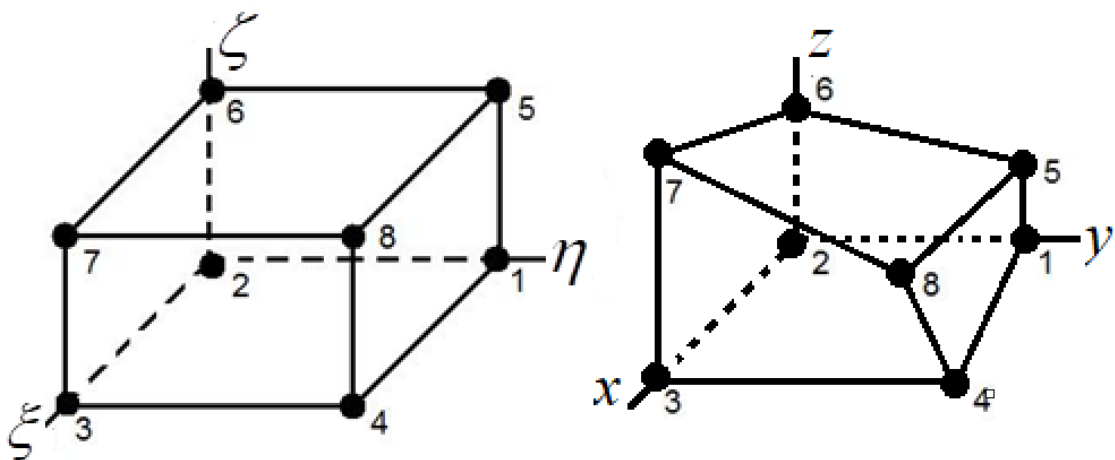


Рис. 2.2. Вигляд скінченного елемента в нормованій та глобальній системі координат

Для знаходження потрібних інтегралів підінтегральну функцію представлено у вигляді многочлена Лежандра

$$\iiint_{V^\beta} f(x, y, z) d\Omega = \iiint_{\Omega} \sum_{i=1}^n \prod_{m=1}^{(n-1)/m=i} \prod_{k=1}^{(n-1)/k=i} \prod_{l=1}^{(n-1)/l=i} \frac{(x-x_m)}{(x_i-x_m)} \frac{(y-y_k)}{(y_i-y_k)} \frac{(z-z_l)}{(z_i-z_l)} f_i(x, y, z) dV, \quad (2.40)$$

де x_m, y_k, z_l - поточні вузлові значення, $m, k, l = 1..n-1$.

В силу ізопараметричного перетворення вираз, наведений вище, перетворимо наступним чином:

$$\iiint_{V^\beta} f(x, y, z) d\Omega = \iiint_{\Omega} \sum_{i=1}^n \prod_{m=1}^{(n-1)/m=i} \frac{(x-x_m)}{(x_i-x_m)} \prod_{k=1}^{(n-1)/k=i} \frac{(y-y_k)}{(y_i-y_k)} \prod_{l=1}^{(n-1)/l=i} \frac{(z-z_l)}{(z_i-z_l)} f_i(x, y, z) dV. \quad (2.41)$$

Перехід від потрібного інтегралу до суми добутків одновимірних значно пришвидшує процес підрахунку. Знаходження одновимірних інтегралів проводиться за схемою Ньютона-Котеса або із застосуванням квадратур Гауса-Лежандра [220-223].

2.7 Матриці жорсткості, теплопровідності, теплоємності, конвекції та променевого теплообміну

Застосування МСЕ дозволяє отримати загальний вигляд для матриці жорсткості, теплопровідності, теплоємності, конвекції та променевого теплообміну. Аналізуючи співвідношення (2.24) та (2.30), слід зазначити, що форма локальної матриці жорсткості та матриці теплопровідності на елементі є подібними. Для тривимірних задач теорії пружності та повзучості внесок кожної базисної функції описується за допомогою блочної матриці розмірності 3×3 . Для обраного типу базисних функцій з вісьмома вершинами загальна розмірність локальної матриці складає 24×24 [200-203]. Для отримання локальної матриці жорсткості на елементі підставимо вирази для тензору похідних вектору переміщення (2.18) та матриці пружних констант (2.19) до першого доданку правої частини співвідношення (2.24). У розгорнутому вигляді компоненти будь-якого блоку матриці жорсткості приймають такий вигляд

$$\begin{aligned}
K_{ij}^{11} &= \int_{V^\beta} \frac{(\nu-1) \cdot E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV, \\
K_{ij}^{22} &= \int_{V^\beta} \frac{(\nu-1) \cdot E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{1}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV, \\
K_{ij}^{33} &= \int_{V^\beta} \frac{(\nu-1) \cdot E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{1}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{1}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV, \\
K_{ij}^{12} &= \int_{V^\beta} \frac{E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{\nu-1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\nu}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) dV, \\
K_{ij}^{21} &= \int_{V^\beta} \frac{E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{\nu-1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\nu}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dV, \\
K_{ij}^{13} &= \int_{V^\beta} \frac{E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{\nu-1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial z} + \frac{\nu}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) dV, \\
K_{ij}^{31} &= \int_{V^\beta} \frac{E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{\nu-1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\nu}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV, \\
K_{ij}^{23} &= \int_{V^\beta} \frac{E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{\nu-1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial z} + \frac{\nu}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dV, \\
K_{ij}^{32} &= \int_{V^\beta} \frac{E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{\nu-1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\nu}{2 \cdot \nu - 1} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV.
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Верхня індексація відповідає локальному номеру блочної матриці у локальній матриці жорсткості, нижня індексація відповідає поточному номеру базисної та вагової функцій. Опираючись на отримані співвідношення, варто зазначити, що для базисних функцій, для яких номер індексацій співпадає, блочна матриця є симетричною, в усіх інших випадках ця умова не виконується. Проте загальна локальна матриця має властивість симетричності.

Для знаходження компонентів матриці жорсткості на елементі достатньо знайти вирази похідних базисних функцій, що входять у групу виразів (2.41). На рисунку 2.3 зображено схему розміщення блочних матриць у локальній матриці

жорсткості та локальну індексацію усередині блока. Індеси i, j відповідають номеру базисної функції у глобальній системі координат.

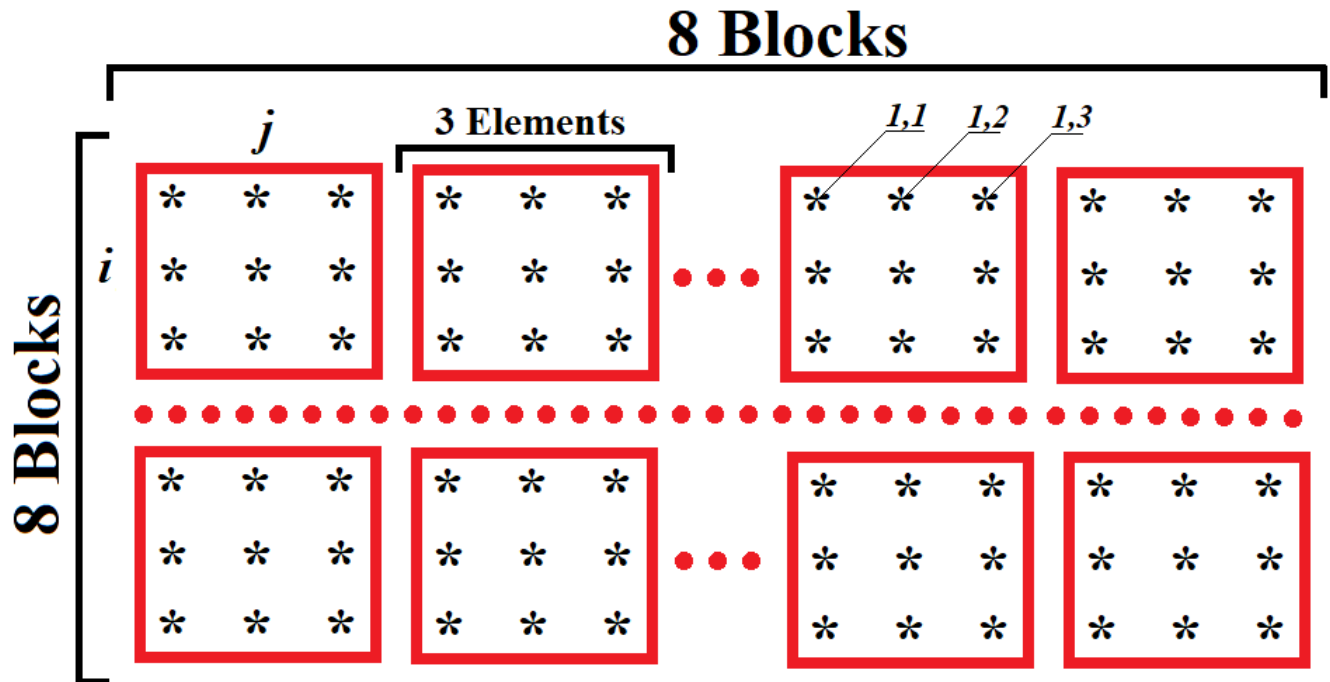


Рисунок 2.3 – Схема розміщення блочних матриць у локальній матриці жорсткості

Знайдемо похідні базисних функцій для отримання локальної матриці жорсткості на елементі з урахуванням їхньої трилінійності

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = a_1^i + a_4^i \cdot y + a_5^i \cdot z + a_7^i \cdot y \cdot z, \quad \frac{\partial N_i}{\partial y} = a_2^i + a_4^i \cdot x + a_6^i \cdot z + a_7^i \cdot x \cdot z,$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial z} = a_3^i + a_5^i \cdot x + a_6^i \cdot y + a_7^i \cdot x \cdot y. \quad (2.42)$$

Підставимо отримані співвідношення (2.42) до блочних виразів матриці (2.41). Як приклад, наведемо отримання діагонального та недіагонального елементів

$$K_{ij}^{11} = \int_{V^B} \frac{(\nu - 1) \cdot E}{\nu + 1} \cdot \frac{1}{2 \cdot \nu - 1} \cdot (a_1^i + a_4^i \cdot y + a_5^i \cdot z + a_7^i \cdot y \cdot z) \cdot$$

$$\cdot (a_1^j + a_4^j \cdot y + a_5^j \cdot z + a_7^j \cdot y \cdot z) dV +$$

$$(2.43)$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{V^\beta} \frac{(\nu-1) \cdot E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot (a_2^i + a_4^i \cdot x + a_6^i \cdot z + a_7^i x \cdot z) \cdot (a_2^j + a_4^j \cdot x + a_6^j \cdot z + a_7^j x \cdot z) \right) dV + \\
& + \int_{V^\beta} \frac{(\nu-1) \cdot E}{\nu+1} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot (a_3^i + a_5^i \cdot x + a_6^i \cdot y + a_7^i x \cdot y) \cdot (a_3^j + a_5^j \cdot x + a_6^j \cdot y + a_7^j x \cdot y) \right) dV, \\
K_{ij}^{12} = & \int_{V^\beta} \frac{E}{\nu+1} \cdot \frac{\nu-1}{2 \cdot \nu - 2} \cdot (a_1^i + a_4^i \cdot y + a_5^i \cdot z + a_7^i \cdot y \cdot z) \cdot (a_2^j + a_4^j \cdot x + a_6^j \cdot z + a_7^j x \cdot z) dV + \\
& + \int_{V^\beta} \frac{E}{\nu+1} \cdot \frac{\nu}{2 \cdot \nu - 1} \cdot (a_2^i + a_4^i \cdot x + a_6^i \cdot z + a_7^i x \cdot z) \cdot (a_1^j + a_4^j \cdot y + a_5^j \cdot z + a_7^j \cdot y \cdot z) dV.
\end{aligned}$$

Процедура отримання останніх компонентів для блочної матриці працює аналогічним чином. Для отримання локальної матриці теплопровідності, теплоємності, конвекції та променевого теплообміну використаємо аналогічну процедуру, застосовуючи відповідні доданки співвідношення (2.35). Для отримання внеску кожної базисної функції локальної матриці, що утворюють співвідношення для задачі нестационарної теплопровідності, блок повинен мати розмірність 1×1 , що представляє собою скалярну величину. Таким чином, загальна розмірність матриць складає 8×8 . Підставимо співвідношення для похідних базисних функцій у перші три доданки правої частини виразу (2.34), вважаючи, що коефіцієнт теплопровідності є постійною величиною на елементі

$$\begin{aligned}
K_{ij} = & k_x \int_V (a_1^i + a_4^i \cdot y + a_5^i \cdot z + a_7^i \cdot y \cdot z) (a_1^j + a_4^j \cdot y + a_5^j \cdot z + a_7^j \cdot y \cdot z) dV + \\
& + k_y \int_V (a_2^i + a_4^i \cdot x + a_6^i \cdot z + a_7^i x \cdot z) (a_2^j + a_4^j \cdot x + a_6^j \cdot z + a_7^j x \cdot z) dV + \quad (2.44) \\
& + k_z \int_V (a_3^i + a_5^i \cdot x + a_6^i \cdot y + a_7^i x \cdot y) (a_3^j + a_5^j \cdot x + a_6^j \cdot y + a_7^j x \cdot y) dV.
\end{aligned}$$

Локальна матриця теплопровідності також є симетричною. Для отримання виразів матриць теплоємності, конвекції та променевого теплообміну застосовується аналогічний підхід, однак замість похідних базисних функцій залучаються вирази самих базисних функцій. Матриці теплоємності, конвекції та променевого теплообміну відповідно мають такий вигляд

$$P_{ij} = \int_V (a_1^i x + a_2^i y + a_3^i z + a_4^i x \cdot y + a_5^i x \cdot z + a_6^i y \cdot z + a_7^i x \cdot y \cdot z + a_8^i) \cdot (2.45)$$

$$\cdot (a_1^j x + a_2^j y + a_3^j z + a_4^j x \cdot y + a_5^j x \cdot z + a_6^j y \cdot z + a_7^j x \cdot y \cdot z + a_8^j) dV,$$

$$\begin{aligned} R_j^{Matrix} &= G_j^{Matrix} = T_j \int_{S_5} \left(\frac{\partial N_i}{\partial n} \right) N_j dS = T_j \int_{S_6} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot n_x + \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot n_y + \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot n_z \right) N_j dS = \\ &= T_j \int_{S_6} \left((a_1^i + a_4^i \cdot y + a_5^i \cdot z + a_7^i \cdot y \cdot z) \cdot n_x + (a_2^i + a_4^i \cdot x + a_6^i \cdot z + a_7^i x \cdot z) \cdot n_y + \right. \\ &\quad \left. + (a_3^i + a_5^i \cdot x + a_6^i \cdot y + a_7^i x \cdot y) \cdot n_z \right) \cdot (a_1^j x + a_2^j y + a_3^j z + a_4^j x \cdot y + \\ &\quad \left. + a_5^j x \cdot z + a_6^j y \cdot z + a_7^j x \cdot y \cdot z + a_8^j \right) dS, \end{aligned} \quad (2.46)$$

де n_x, n_y, n_z - компоненти вектору-нормалі до поверхні, на якій задано конвективний або променевий теплообмін.

Отримані матриці теплоємності, конвекції та променевого теплообміну, як і матриця теплопровідності та жорсткості, також є симетричними.

2.8 Вектори вузлових навантажень

Опираючись на отримані результати підрозділу 2.7, отримаємо співвідношення для узагальнених векторів від механічних навантажень та впливу деформацій, які обумовлені неоднорідною температурою чи дією радіації. Процес їхнього отримання є однаковим в усіх випадках.

Вигляд добутку матриці похідних базисних функцій на матрицю пружних констант має вигляд

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & -\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot A & -\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot A & \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot B & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot B \\ -\frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot A & \frac{\partial N_i}{\partial y} & -\frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot A & \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot B & \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot B & 0 \\ -\frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot A & -\frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot A & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot B & \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot B \end{pmatrix}, \quad (2.47)$$

$$\text{де } A = \frac{\nu}{\nu - 1}, \quad B = \frac{2\nu - 1}{2\nu - 2}.$$

Для отримання розгорнутих співвідношень необхідно до виразу (2.24) підставити значення похідних базисних функцій (2.47). Як приклад, наведемо процес отримання вектору навантажень, викликаних температурною деформацією [96]. Залучаючи співвідношення для вектору температурних деформацій (2.5), одержимо узагальнений вектор температурних навантажень на елементі

$$F_1^{Temp(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} -\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \alpha_{Conv} \cdot \Delta T \cdot \left(\frac{\nu+1}{\nu-1} \right) dV, \quad F_2^{Temp(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} -\frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \alpha_{Conv} \cdot \Delta T \cdot \left(\frac{\nu+1}{\nu-1} \right) dV, \\ F_3^{Temp(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} -\frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \alpha_{Conv} \cdot \Delta T \cdot \left(\frac{\nu+1}{\nu-1} \right) dV. \quad (2.48)$$

Останні компоненти вектору об'ємних температурних сил на елементі дорівнюють нулю: $F_4^{Temp(\beta)} = F_5^{Temp(\beta)} = F_6^{Temp(\beta)} = 0$.

Знаходження вектору навантажень, що утворюються внаслідок дії радіаційної, теплової повзучості та процесів радіаційного розпухання відбувається аналогічним чином, тільки при множенні послідовно використовуються вектори швидкості теплової (2.7) чи радіаційної (2.8) повзучості або деформації радіаційного розпухання (2.6).

Узагальнений вектор механічних навантажень, що утворюється внаслідок дії об'ємних та поверхневих сил, знаходиться шляхом підстановки виразу для підінтегральної функції, що входять у праву частину співвідношення (2.35).

Знаходження узагальнених термодинамічних сил здійснюється аналогічним чином. Узагальнені вектори теплового джерела, теплового потоку за крайовими умовами Неймана, Ньютона-Ріхмана та Стефана-Больцмана з урахуванням типу базисних функцій відповідно мають такий вигляд

$$Q_j = \int_V f(x, y, z, t) (a_1^j x + a_2^j y + a_3^j z + a_4^j x \cdot y + a_5^j x \cdot z + a_6^j y \cdot z + a_7^j x \cdot y \cdot z + a_8^j) dV, \\ G_j^{Scalar} = \int_{S_5} \alpha_{Conv} \cdot (T_{Env} - T) \cdot \quad (2.49)$$

$$\cdot (a_1^j x + a_2^j y + a_3^j z + a_4^j x \cdot y + a_5^j x \cdot z + a_6^j y \cdot z + a_7^j x \cdot y \cdot z + a_8^j) dS,$$

$$R_j^{Scalar} = \int_{S_6} \varepsilon_{Black} \cdot \delta_{SB} \cdot (T_{Env}^4 - T^4) \cdot$$

$$\cdot (a_1^j x + a_2^j y + a_3^j z + a_4^j x \cdot y + a_5^j x \cdot z + a_6^j y \cdot z + a_7^j x \cdot y \cdot z + a_8^j) dS.$$

Поточні значення температури T підставляються згідно з її значеннями на поверхні, що відповідає заданому типу крайових умов, у розрахунковий момент часу.

Застосований алгоритм для отримання локальних матриць використовується на кожному скінченному елементі, після чого проводиться процедура побудови глобальної матриці [205]. Отримані співвідношення (2.26) та (2.35) є універсальними, а їх конкретний вигляд залежить від типу обраних базисних функцій та належності до класу гладкості.

2.9 Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою паралельних обчислень

Отримані співвідношення (2.26) та (2.35) для задач теорії повзучості та нестационарної теплопровідності представляють собою системи лінійних диференціальних рівнянь. Для їхнього розв'язання використовуються чисельні методи, в яких на кожному кроці інтегрування за часом отримується необхідність розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР, [220]). На практиці для опису суттєво нелінійних задач, що характеризуються складною геометрією, доводиться значно збільшувати кількість елементів розбиття, особливо на границі, де задано фізично нелінійні крайові умови. Це призводить до значного зростання розмірності СЛАР. Застосування класичних аналітичних методів для їхнього розв'язання характеризується значною обчислювальною складністю. Наприклад, порядок обчислювальної складності метода Гауса складає, приблизно, n^3 . При збільшенні кількості рівнянь системи в два рази, час розв'язання зростає, приблизно, у вісім разів. Розробка чисельних та чисельно-аналітичних алгоритмів паралельних обчислень для розв'язання СЛАР дозволяє значно скоротити час розрахунку задач.

2.9.1 Метод спряжених градієнтів для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Основний підхід методу спряжених градієнтів полягає у тому, щоб у заданій області пошуку побудувати поверхню рівня та знайти

глобальний мінімум, що є розв'язком початкової задачі. Рух по поверхні рівня та пошук коренів системи здійснюється за допомогою антиградієнту. Розглянемо класичну постановку задачі пошуку розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$A \cdot x = b, \quad (2.50)$$

де A - матриця системи, b - вектор правих частин, x - вектор шуканих невідомих. Матриця системи повинна бути симетричною та додатно визначеною. Опираючись на співвідношення (2.50), побудуємо функціонал у наступному вигляді

$$(A \cdot x, x^T) - (b, x^T) \rightarrow \min. \quad (2.51)$$

Отриманий функціонал представляє собою додатно визначену квадратичну форму, а його мінімум є розв'язком системи (2.50). Пошук мінімуму функціоналу (2.51) проводиться у два етапи [220,221]:

1) Початкова ітерація. На даному етапі здійснюється вибір початкового вектору пошуку x^0 . Визначення вектору поправки та вектору корекції відповідно:

$$r^0 = b - A \cdot x^0, \quad z^0 = r^0. \quad (2.52)$$

2) k -та ітерація. Визначення коефіцієнту поправки, уточнення вектору розв'язку, уточнення вектору поправки, визначення коефіцієнту корекції, уточнення вектору корекції

$$\alpha_k = \frac{(r^k, r^k)}{(Az^{k-1}, z^{k-1})}, \quad x^k = x^{k-1} + \alpha_k z^{k-1}, \quad (2.53)$$

$$r^k = r^{k-1} - \alpha_k Az^{k-1}, \quad \beta_k = \frac{(r^k, r^k)}{(r^{k-1}, r^{k-1})}, \quad z^k = r^k + \beta_k z^{k-1}.$$

Умовою завершення алгоритму є виконання нерівності $\frac{\|r^k\|}{\|b\|} \leq \delta$, де δ - наперед задана похибка.

Наведений алгоритм дозволяє з легкістю реалізувати процес паралельних обчислень. Найбільш трудомістким є добуток матриці системи на вектор-стовпець у виразах (2.52) для початкової ітерації та у виразі для знаходження коефіцієнту корекції (2.53) та вектору поправки. Варто зазначити, що розпаралелювання добутку матриці системи на вектор поправки $A \cdot z^{k-1}$ для k -ї ітерації у виразах (2.53) є однаковими, а скалярний добуток може бути розпаралелений шляхом знаходження попарної суми добутків відповідних координат, що закріплюються за потоками, або із застосуванням алгоритму редукції.

Переваги метода спряжених градієнтів полягають у тому, що він добре підходить для розв'язання стаціонарних та нестаціонарних задач з простими крайовими умовами, до яких відносяться задачі теорії пружності, термопружності та стаціонарної теплопровідності, що й реалізовано в роботі.

Недоліком такого методу є те, що при наближенні до точки оптимуму, швидкість збіжності алгоритму значно падає. При розв'язанні задач теорії повзучості, де необхідна висока точність знаходження тензору переміщень, необхідно обирати δ похибки близько до 10^{-30} , що значним чином збільшує загальний час розрахунку.

2.9.2 Блочний алгоритм Холецького

На відміну від методу спряжених градієнтів, алгоритм Холецького є аналітичним і дозволяє відшукати точний розв'язок системи. Класичний алгоритм Холецького призначений для розв'язання СЛАР з додатно визначеною матрицею та полягає у наступному підході: початкова матриця системи розкладається на дві трикутні [223, 230-232]

$$A = L \cdot L^T, \quad (2.54)$$

де L - трикутна матриця Холецького.

Тоді початкова задача розв'язання СЛАР переформулюється у наступну

$$L \cdot y = b, \quad L^T \cdot x = y. \quad (2.55)$$

Декомпозиція матриці A у матрицю Холецкого здійснюється за наступним алгоритмом

$$L_{ii} = \sqrt{A_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik}^2}, \quad i = j, \quad (2.56)$$

$$L_{ij} = \frac{1}{L_{jj}} \cdot \left(A_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik} \cdot L_{jk} \right), \quad j < i. \quad (2.57)$$

Із аналізу отриманих співвідношень можна зробити висновок, що паралельна реалізація цього алгоритму можлива лише при розпаралелюванні суми добутків підрадикальних виразів, що на практиці не дозволяє значно підвищити швидкість розрахунків.

Блочний алгоритм Холецкого дозволяє розкласти початкову матрицю системи на деякі блоки, що у подальшому, у свою чергу, розкладаються за класичним алгоритмом Холецкого. Представимо початкову матрицю системи у блочному вигляді

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21}^T \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad (2.58)$$

де A_{11} - блок розмірністю $r \times r$, A_{21} - блок розмірністю $n-r \times r$, A_{22} - блок розмірністю $n-r \times n-r$.

Тоді взаємозв'язок блочного представлення початкової матриці із матрицею Холецкого приймає такий вигляд

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{21}^T \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_{11}^T & L_{21}^T \\ 0 & L_{22}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11}L_{11}^T & L_{11}L_{21}^T \\ L_{21}L_{11}^T & L_{21}L_{21}^T + L_{22}L_{22}^T \end{bmatrix}, \quad (2.59)$$

де блоки L_{11} , L_{21} , L_{22} мають таку ж розмірність, як і блоки A_{11} , A_{21} , A_{22} відповідно.

З урахуванням блочної структури взаємозв'язок кожного блоку початкової матриці з блоком матриці Холецкого має такий вигляд

$$A_{11} = L_{11}L_{11}^T, A_{21} = L_{21}L_{11}^T, A_{22} = L_{21}L_{21}^T + L_{22}L_{22}^T. \quad (2.60)$$

Алгоритм декомпозиції початкової матриці має декілька етапів:

1) перша частина формули (2.60) представляє собою класичну декомпозицію вихідної блочної матриці A_{11} , що описана співвідношеннями (2.56) та (2.57). Час декомпозиції матриці A_{11} є незначним, адже розмір блока, як правило, обирають значно меншим, ніж розмірність початкової матриці;

2) друга складова співвідношення (2.60) представляє собою набір СЛАР, де матриця L_{11} знайдена на попередньому кроці та представляє собою трикутну матрицю системи, матриця A_{21} є відомою та виступає в якості векторів правих частин. Розв'язуючи $n-r$ систем рівнянь, отримуємо матрицю L_{21} ;

3) третя складова виразу (2.60) представляє собою редукцію початкової матриці до вигляду $A_{22} + L_{21}L_{21}^T$ та відшукування $L_{22}L_{22}^T = A_{22} - L_{21}L_{21}^T$, що також представляє собою класичний алгоритм Холецкого, розмірність матриці для якого уже складає $n-2 \cdot r \times n-2 \cdot r$. Після чого знову проводиться процедура розкладання, починаючи з першого кроку;

Блочний алгоритм Холецкого має більше можливостей для реалізації паралельних обчислень, ніж класичний. Розпаралелювання проводиться у декілька етапів:

1) відшукування скалярних добутків підрадикальних виразів матриці A_{11} для класичного алгоритму (2.55);

2) відшукування матриці L_{21} шляхом паралельного розв'язання набору СЛАР;

3) знаходження добутку $L_{21}L_{21}^T$;

4) знаходження суми $A_{22} + L_{21}L_{21}^T$.

Запропонована процедура дозволяє звести класичний алгоритм до відшукування набору добутків матриць, їх суми та скалярних добутків, що відноситься, з точки зору паралельного підходу, до гарно редукованих задач. З кожною ітерацією за блоком швидкість розрахунку зростає за рахунок зменшення розмірності СЛАР. Вибір розмірності блоку залежить від конкретного типу задач,

розмірності матриці та комп'ютерного обладнання, на якому здійснюється розрахунок.

На рисунку 2.4 наочно зображено схему роботи блочного алгоритму Холецького для додатновизначеної матриці. Червоним кольором позначено ті блоки, що розраховуються шляхом класичного алгоритму, зеленим кольором - ті блоки, що приймають участь у розв'язанні системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Нулі відображають симетричні компоненти матриці.

Паралельний алгоритм множення матриці на вектор-стовпець здійснюється шляхом розбиття рядків по потокам процесорів. Якщо обчислювальний блок має, наприклад, k потоків, а розмірність матриці складає n , то кількість рядків, що припадає на один потік, складає $\frac{n}{k}$. На рисунку 2.5 зображено схему розбиття матриці на потокові блоки [231,232].

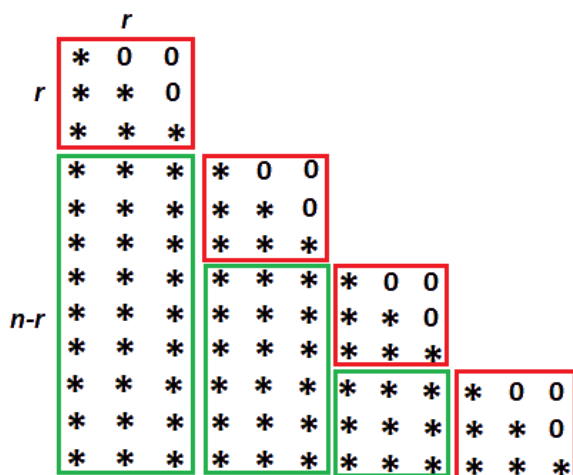


Рис. 2.4. Розбиття початкової матриці на блоки

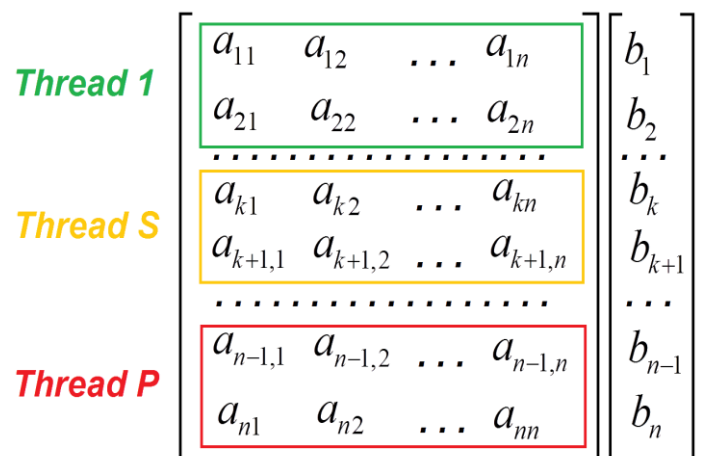


Рис. 2.5. Розбиття матриці на потокові блоки

Переваги блочного алгоритму Холецького у порівнянні з методом спряжених градієнтів полягають у тому, що в процесі роботи алгоритм пришвидшує свою роботу за рахунок зменшення загальної розмірності матриці, блочний алгоритм, як і класичний, дозволяє отримувати аналітичний розв'язок СЛАР, і в то же час розпаралелюється значно краще. Приріст продуктивності – нелінійний. До недоліків відноситься складність реалізації. Блочний алгоритм Холецького в роботі реалізовано для розв'язання задач повзучості.

2.10 Алгоритми розв'язання задач повзучості та пошкоджуваності

Для розв'язання задач нестационарної теплопровідності та теорії повзучості за часом застосуємо чисельні схеми інтегрування: явного методу Ейлера та неявного методу Рунге-Кутта другого порядку [220-222]. Явні методи інтегрування застосовуються для розв'язання диференціальних рівнянь, що не характеризуються особливими точками: підінтегральний вираз на області інтегрування не приймає нескінченні значення. Неявні методи застосовуються для розв'язання погано обумовлених задач, у яких визначник головної матриці системи близький до нуля або спостерігається виникнення невластивого інтегралу другого роду. Застосування явного методу інтегрування для розв'язання погано обумовлених задач не гарантує збіжності.

Розв'язання системи для задачі теорії повзучості (2.26) проводиться у швидкостях, в результаті чого знаходиться повний вектор швидкості переміщень. Продиференціювавши співвідношення (2.2) та (2.3), знаходяться швидкості повної деформації та напружень. При інтегруванні співвідношень швидкостей компонентів напружено-деформованого стану не виникає особливих точок, тобто задача є гарно обумовленою. При цьому доцільно застосувати схему інтегрування Ейлера. Значення компонентів НДС на кожному тактовому кроці дискретизації за часом знаходиться у такому вигляді

$$\varphi(t + \Delta t) = \varphi(t) + \dot{\varphi} \cdot \Delta t, \quad \varepsilon_{ij}(t + \Delta t) = \varepsilon_{ij}(t) + \dot{\varepsilon}_{ij} \cdot \Delta t, \quad \sigma_{ij}(t + \Delta t) = \sigma_{ij}(t) + \dot{\sigma}_{ij} \cdot \Delta t \quad (2.61)$$

При інтегруванні співвідношень, що описують вирази для компонентів тензору швидкості деформації повзучості за гіпотезою плинності (значення константи повзучості $\alpha = 0$), радіаційної повзучості та швидкостей параметрів пошкоджуваності, також застосовано схему Ейлера

$$e_{ij}^{Creep}(t + \Delta t) = e_{ij}^{Creep}(t) + \frac{3}{2} \frac{B \sigma_i^{n-1} S_{ij}}{(1 - \omega^{Creep})^l} \cdot \Delta t, \quad \omega^{Creep}(t + \Delta t) = \omega^{Creep}(t) + \frac{D \cdot (\sigma_i)^r}{(1 - \omega^{Creep})^l} \cdot \Delta t,$$

$$e_{ij}^{Rad}(t + \Delta t) = e_{ij}^{Rad}(t) + \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} S_{ij} \cdot \Delta t, \quad \omega^{Rad}(t + \Delta t) = \omega^{Rad}(t) + \frac{P \cdot (\sigma_i)^p}{(1 - \omega^{Rad})^\mu} \cdot \Delta t, \quad (2.62)$$

$$e_{ij}^{Creep}(t + \Delta t) = e_{ij}^{Creep}(t) + \frac{3}{2} \cdot \frac{g_n(\sigma) \cdot \sigma_i^{n-1}}{(1 - \omega^{Creep})^l} \cdot S_{ij} \cdot \Delta t,$$

$$\omega^{Creep}(t + \Delta t) = \omega^{Creep}(t) + g_r(\sigma) \cdot \frac{(\sigma_i)^r}{(1 - \omega^{Creep})^l} \cdot \Delta t.$$

Варто зазначити, що виникнення особливої точки у підінтегральному виразі для швидкості параметру пошкоджуваності відбувається у тому випадку, коли параметр пошкоджуваності приймає значення одиниці наприкінці розрахунку.

При інтегруванні співвідношень, що описують тензор швидкості деформації повзучості за гіпотезою зміцнення, застосовано неявну схему Рунге-Куты другого порядку зі змінним кроком [200-222]. При розділенні змінних для першої частини виразу (2.7) видно, що компоненти тензору деформації повзучості знаходяться у знаменнику, а їхні значення у початковий момент часу є нульовим

$$\dot{e}_{ij}^{Creep} = \frac{3}{2} \frac{B \sigma_i^{n-1} S_{ij}}{(1 - \omega^{Creep})^l \cdot (e_{ij}^{Creep})^\alpha}, \quad (2.63)$$

тобто, вираз (2.63) представляє собою невизначений інтеграл другого роду. Розглянемо неявну схему у такому вигляді

$$e_{ij}^{Creep}(t + \Delta t) = e_{ij}^{Creep}(t) + \frac{H(t + \Delta t, e_{ij}^{Creep}(t + \Delta t)) + H(t, e_{ij}^{Creep}(t))}{2} \cdot \Delta t, \quad (2.64)$$

$$\text{де } H(t, e_{ij}^{Creep}(t)) = \frac{3 \cdot B \cdot \sigma_i^{n-1} \cdot S_{ij}}{2 \cdot (1 - \omega^{Creep})^l \cdot (e_{ij}^{Creep})^\alpha}.$$

Співвідношення (2.64) представляє собою нелінійне рівняння відносно $e_{ij}^{Creep}(t + \Delta t)$, розв'язання якого здійснюється за допомогою метода Ньютона-Рафсона [220].

Для знаходження початкових умов для задач теплової чи радіаційної повзучості, необхідно розв'язати задачу теорії пружності або термопружності, визначальні співвідношення для яких можна отримати з виразу (2.26)

$$K^{\beta} \cdot \varphi^{\beta} = P^{Temp(\beta)} + P^{Rad(\beta)} + P^{V(\beta)} + P^{S(\beta)} + P^{d(\beta)}. \quad (2.65)$$

Оскільки задачі теорії пружності та термопружності є стаціонарними, компоненти вектору напружено-деформованого стану не залежать від часу. Вважається, що процеси деформування, обумовлені механізмами повзучості, мають місце при $t > 0$, тому у виразі (2.65) компонент, що відповідає за ці процеси, - відсутній.

Для розв'язання задачі нестационарної теплопровідності застосовано явний метод інтегрування Ейлера, адже у виразі (2.35) не виникає особливих точок. Представимо похідну за часом у вигляді відношення скінченних різниць у такому вигляді

$$\frac{dT_i(t)}{dt} \approx \frac{T_i(t + \Delta t) - T_i(t)}{\Delta t}. \quad (2.66)$$

З урахуванням схеми дискретизації за часом (2.66) та зведенням подібних доданків вираз (2.35) приймає такий вигляд [201-203]

$$\left(\frac{P_{ij}}{\Delta t} - (K_{ij} + G^{Matrix}_j + R^{Matrix}_j) \right) T_i(t + \Delta t) = \frac{P_{ij}}{\Delta t} T_j(t) + Q_j + S_j + G^{Scalar}_j + R^{Scalar}_j. \quad (2.67)$$

Вираз (2.67) представляє собою систему лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої на кожному тактовому кроці інтегрування за часом є значення розподілу температурного поля всієї скінченноелементної моделі.

2.11 Опис програмних засобів

Для розв'язання задач нестационарної теплопровідності та теорії повзучості розроблено програмні засоби [224, 21] із застосуванням мови програмування C++, фреймворків CUDA [232], OPENCL та бібліотеки багатопоточності Thread

стандарту C++ 11 [232]. Застосовані технології дозволяють з легкістю розробити паралельну реалізацію блочного методу Холецкого та методу спряжених градієнтів. Програмний засіб, що призначений для розв'язання тривимірних задач нестационарної теплопровідності, має назву «3d FEM Temperature», а для розв'язання задач теорії повзучості та пошкоджуваності – «3d FEM Creep Damage». Обидві програми мають такі спільні методи:

Input geometry data - функція, яка зчитує геометричні параметри (сітку розбиття) у вигляді матриці координат і матриці індексів, що представляє собою нумерацію вузлів.

Gradient solve system – функція, яка за отриманою матрицею системи проводить розв'язання СЛАР. Для задачі нестационарної теплопровідності глобальна система представляє собою лінійну комбінацію матриць теплопровідності, теплоємності, конвекції та променевого теплообміну, а вектор правих частин – узагальнений вектор термодинамічних сил. Для задачі теорії повзучості глобальна система представляє собою матрицю жорсткості, а вектор правих частин – узагальнений вектор механічних навантажень;

Cholesky Decomposition – функція, що здійснює блочну декомпозицію головної матриці системи із застосуванням технології CUDA, OPENCL та бібліотеки Thread. Головні матриці системи мають те ж саме значення, що і для функції Gradient solve system;

Cholesky One – функція, що здійснює розв'язання трикутної системи, яка представлена у вигляді першої складової виразу (2.55) і представляє прямий хід алгоритму;

Cholesky Two – функція, що здійснює розв'язання трикутної системи, яка представлена у вигляді другої складової виразу (2.55) і представляє зворотній хід алгоритму;

Основні методи програми «3d FEM Temperature»:

Input temperature data - функція, яка зчитує фізичні параметри задачі: коефіцієнти теплопровідності, густину матеріалу, коефіцієнт теплоємності,

коефіцієнт конвективного теплообміну та початковий розподіл температури, крок інтегрування і кінцевий час розрахунку;

Temperature matrix - функція, в якій формуються елементи локальних матриць теплопровідності, теплоємності, конвекції та променевого теплообміну на елементі, що представляють собою інтеграли від добутків базисних функцій та їх похідних. Формується узагальнений вектор термодинамічних сил;

Temperature assembly - функція знаходження глобальних матриць теплопровідності, теплоємності, конвекції та променевого теплообміну. На підставі вхідної матриці індексів формується глобальна матриця системи, що представляє собою СЛАР і глобальний вектор узагальнених термодинамічних сил;

Output data – функція, що виводить у файл знайдений розподіл температурного поля для кожного тактового моменту часу;

Основні методи програми «3d FEM Creep Damage»:

Input mechanical data - функція, яка зчитує фізичні параметри задачі: коефіцієнт Пуассона, модуль пружності, коефіцієнт лінійного розширення, константи повзучості, механічні навантаження, крок інтегрування і кінцевий час розрахунку;

Creep matrix - функція, в якій формуються елементи локальних матриць жорсткості на елементі. Формується локальний вектор узагальнених механічних навантажень для прямих частин;

Creep assembly - функція збірки глобальної матриці жорсткості. На підставі отриманих локальних матриць жорсткості і вхідній матриці індексів формується глобальна матриця жорсткості, що представляє собою СЛАР, і глобальний вектор узагальнених механічних навантажень;

Strain - функція, яка за знайденими значеннями переміщень знаходить лінійні і кутові деформації в кожному вузлі, визначаються компоненти тензорів температурної деформації та деформації повзучості – радіаційної та температурно-силової;

Stress - функція, яка за знайденими компонентами тензорів пружної деформації, температурної деформації та деформації повзучості визначає тензор напружень;

Damage – функція, яка за знайденими компонентами тензору напружень знаходить значення параметру пошкоджуваності у кожній точці скінченноелементної моделі;

Output data – функція, що виводить у файл знайдені компоненти НДС для кожного тактового моменту часу.

Послідовність роботи програми «3d FEM Temperature» наступна: викликаються функції «Input geometry data», «Input temperature data», «Temperature matrix», «Temperature assembly». Якщо отримана СЛАР розв’язується за допомогою метода спряжених градієнтів, викликається функція «Gradient solve system», якщо за допомогою блочного алгоритму Холецького – послідовно викликаються функції «Cholesky Decomposition», «Cholesky One», «Cholesky Two». Наприкінці викликається функція виведення результатів у файл – «Output data».

Послідовність роботи програми «3d FEM Creep Damage» наступна: викликаються функції «Input geometry data», «Input mechanical data», «Creep matrix», «Creep assembly», «Cholesky Decomposition», «Cholesky One», «Cholesky Two», «Strain», «Stress», «Damage», «Output data». Розв’язання СЛАР для задачі теорії повзучості та пошкоджуваності здійснюється тільки за допомогою методу Холецького.

2.12 Дослідження з достовірності розрахункового методу

Для перевірки достовірності та коректності роботи програмного засобу розв’язано ряд аналітичних та чисельно-аналітичних задач нестационарної теплопровідності, теорії пружності, термопружності та теорії повзучості. При розв’язанні задач за допомогою програмного засобу одновимірні та двовимірні задачі моделювалися як тривимірні. Наприклад, одновимірний стрижень моделюється як витягнутий паралелепіпед або циліндр, у якого довжина значно

більше у порівнянні з товщиною та висотою (або радіусом у випадку з круглим поперечним перерізом), а двовимірною тонкою пластинкою також моделюється у вигляді паралелепіпеду, довжина та ширина якого значно більше за його товщину.

2.12.1 Початково-крайова задача нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле-Неймана. Розв'яжемо одновимірну крайову задачу нестационарної теплопровідності Дирихле-Неймана для ізотропного та однорідного стрижня, довжина якого складає $l=100$ мм. Для опису процесу теплопередачі у одновимірному випадку застосовано рівняння у наступному вигляді [179, 187]

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k_x \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + f(x, t). \quad (2.68)$$

Вважається, що значення узагальнених об'ємних термодинамічних сил є нульовим, а значення коефіцієнтів теплоємності, теплопровідності та щільності дорівнюють одиницям відповідно

$$f(x, t) = 0, \quad \rho = 1, \quad c = 1, \quad k_x = 1.$$

На лівому кінці стрижня задано крайові умови Дирихле у вигляді температурного режиму, на правому кінці – крайові умови Неймана у вигляді інтенсивності теплового потоку

$$T(0, t) = 100 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \frac{\partial T(l, t)}{\partial x} = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{мм}^2}.$$

У початковий момент часу розподіл температурного поля задано у вигляді параболічної функції за довжиною стрижня

$$T(x, 0) = \frac{-x(x-l)}{10} + 100 + \frac{x}{l}(50 - 100).$$

За допомогою методу розподілу змінних Фур'є отримано аналітичний розв'язок [187], що представляє собою лінійну комбінацію розв'язків однорідної задачі та неоднорідної з урахуванням теплового джерела та теплових потоків

$$T(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{l} \left(\int_0^l \varphi(\xi) \sin\left(\frac{\pi \xi}{l}\right) d\xi \right) e^{-a^2 \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 t} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \int_0^l \int_0^t G(x, \xi, t - \tau) f(\xi, \tau) d\xi d\tau + \frac{A}{a\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4a^2(t-\tau)}}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau, \quad (2.69)$$

де a - коефіцієнт температуропровідності, що дорівнює відношенню коефіцієнта теплопровідності до добутку коефіцієнта теплоємності та густини матеріалу.

Третій доданок в формулі (2.69) представляє собою еволюцію теплового потоку за довжиною стрижня l , другий доданок – функцію впливу миттєвого теплового імпульсу, дія якого зосереджена у кожній точці, перший доданок – розв'язок однорідної задачі нестационарної теплопровідності.

Для розв'язання задачі за допомогою МСЕ стрижень представлено у вигляді витягнутого паралелепіпеда, довжина якого $l=100$ мм., ширина – $a=2$ мм., висота – $b=2$ мм. Побудуємо скінченноеlementну модель стрижня із наступними характеристиками: кількість елементів складає 200, кожен елемент представляє собою елементарний правильний куб зі стороною 1 мм. Крок інтегрування за часом складає одну секунду. У таблиці 2.1 наведено часткове порівняння знайдених розв'язків в момент часу $t=100$ с. за довжиною стрижня.

Таблиця 2.1

Порівняння аналітичного та чисельного розв'язків

Крок за довжиною, мм	МСЕ, T , °C	Метод Фур'є, T , °C	Крок за довжиною, мм	МСЕ, T , °C	Метод Фур'є, T , °C
0	100	100	90	155.42	154.942
2	122.696	122.945	92	143.581	141.977
3	133.063	133.213	93	140.302	137.573
4	142.813	142.85	94	140.031	135.504

продовження таблиці 2.1

5	152.052	152.066	95	143.981	136.676
6	160.867	160.881	96	153.529	142.225
7	169.327	169.297	97	170.112	153.329
8	177.484	177.412	98	195.086	170.908
9	185.376	185.308	99	229.574	195.668
10	193.026	192.971	100	274.317	228.414
...	...	...			

На рис. 2.6 зображено розподіл температури в момент часу $t = 100$ с.: крива 1 - розв'язок, отриманий за допомогою метода Фур'є, крива 2 – за допомогою МСЕ.

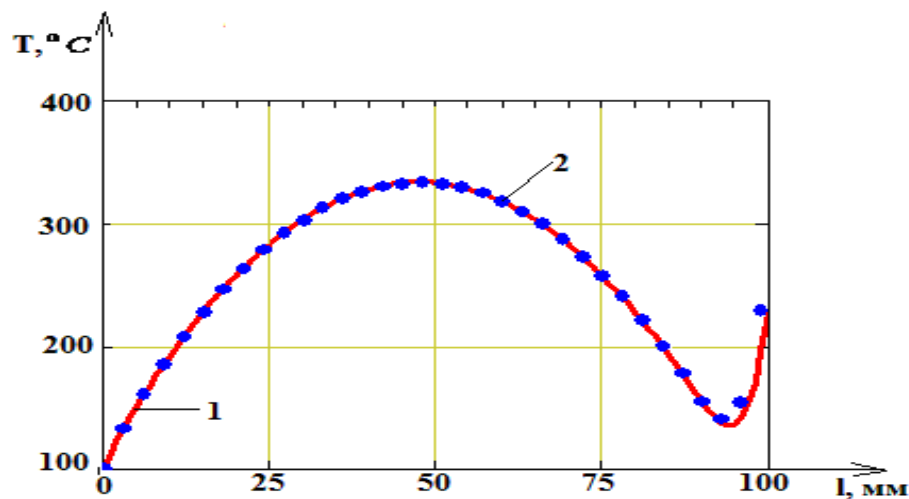


Рис. 2.6. Розподіл температури за довжиною стрижня в момент часу $t = 100$ с., тактовий крок за часом - $\tau = 1$ с.

Із аналізу отриманих результатів, наведених у таблиці 2.1, випливає, що, починаючи зі значення координати $l = 90$ мм., похибка між чисельним та аналітичним розв'язками зростає. Причиною такої поведінки є те, що метод Ейлера гірше працює для суттєво динамічних змін крайових умов. Крок по сітці також впливає на точність розв'язку. Для того, щоб отримати кращі результати, крок за часом потрібно зменшити, а сітку розбиття необхідно згустити.

2.12.2 Неоднорідна початково-крайова задача нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле. Розглянемо неоднорідну

одновимірну задачу нестационарної теплопровідності для стрижня з крайовими умовами Дирихле, що мають місце на правому та лівому кінцях відповідно

$$T(0,t) = 100\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad T(l,t) = 50\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

У початковий момент часу розподіл температурного поля задано у вигляді параболічної функції за довжиною стрижня

$$T(x,0) = \frac{-x(x-l)}{10} + 100 + \frac{x}{l}(50 - 100).$$

Потужність теплових джерел складає $f(x,t) = 50\text{ Вт/мм}$. Для розв'язання задачі за допомогою МСЕ використано скінченноелементну модель стрижня із попереднього розрахунку. Крок інтегрування за часом складає 10 с. Час завершення розрахунку – 100 с. Аналітичний розв'язок задачі описується за допомогою співвідношення (2.69), однак доданок, що відповідає за тепловий потік за законом Неймана, є відсутнім. У таблиці 2.2 наведено часткове порівняння розподілу температури за довжиною стрижня, отриманої за допомогою методу Фур'є та МСЕ.

Порівняння аналітичного та чисельного розв'язків Таблиця 2.2

Крок за довжиною, мм	МСЕ, $T, ^{\circ}\text{C}$	Метод Фур'є, $T, ^{\circ}\text{C}$	Крок за довжиною, мм	МСЕ, $T, ^{\circ}\text{C}$	Метод Фур'є, $T, ^{\circ}\text{C}$
0	100	100	90	3956.52	3732
1	667.781	643.637	91	3720.33	3511
2	1188.33	1149	92	3457.66	3265
3	1664.4	1603	93	3166.24	2991
4	2098.73	2014	94	2843.68	2686
5	2493.99	2390	95	2487.5	2345
6	2852.81	2730	96	2095.2	1968
7	3177.75	3034	97	1663.84	1556
8	3471.3	3307	98	1191.97	1101
9	3735.86	3552	99	676.657	594
10	3973.7	3772	100	50	50

На рисунку 2.7 зображено розподіл температурного поля вздовж стрижня в момент часу 100 с.: крива 1 – розв’язок, отриманий за допомогою метода Фур’є, крива 2 – розв’язок, отриманий за допомогою МСЕ.

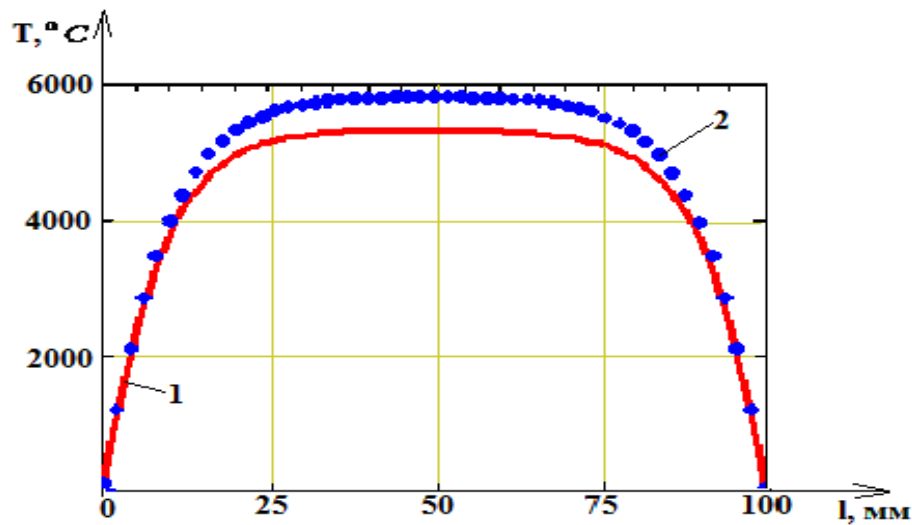


Рис. 2.7. Розподіл температури за довжиною стрижня в момент часу $t = 100$ с., тактовий крок інтегрування за часом $\tau = 10$ с.

Із порівняння результатів, наведених в таблиці 2.2, видно, що абсолютна похибка не перевищує 15%. Для покращення результату, зменшимо тактовий крок інтегрування за часом до 1 секунди. У таблиці 2.3 наведено розподіл температури для моменту часу 100 с. і тактового кроку інтегрування – 1 с.

Порівняння аналітичного та чисельного розв’язків Таблиця 2.3

Крок за довжиною, мм	МСЕ, $T, ^\circ\text{C}$	Метод Фур’є, $T, ^\circ\text{C}$	Крок за довжиною, мм	МСЕ, $T, ^\circ\text{C}$	Метод Фур’є, $T, ^\circ\text{C}$
0	100	100	90	3768.49	3732
1	649.121	643.637	91	3548.73	3511
2	1151.04	1149	92	3302.77	3265
3	1608.55	1603	93	3028.28	2991
4	2024.41	2014	94	2722.83	2686
5	2401.33	2390	95	2383.9	2345
6	2741.98	2730	96	2008.96	1968
7	3048.96	3034	97	1595.05	1556
8	3324.79	3307	98	1140.44	1101
9	3571.9	3552	99	643.609	594
10	3792.63	3772	100	50	50

На рисунку 2.8 зображено розподіл температури вздовж стрижня в кінцевий момент часу 100 с. із тактовим кроком інтегрування за часом $\tau = 1$ с. Крива 1 – аналітичний розв’язок, отриманий за допомогою метода Фур’є, крива 2 – розв’язок, отриманий за допомогою МСЕ.

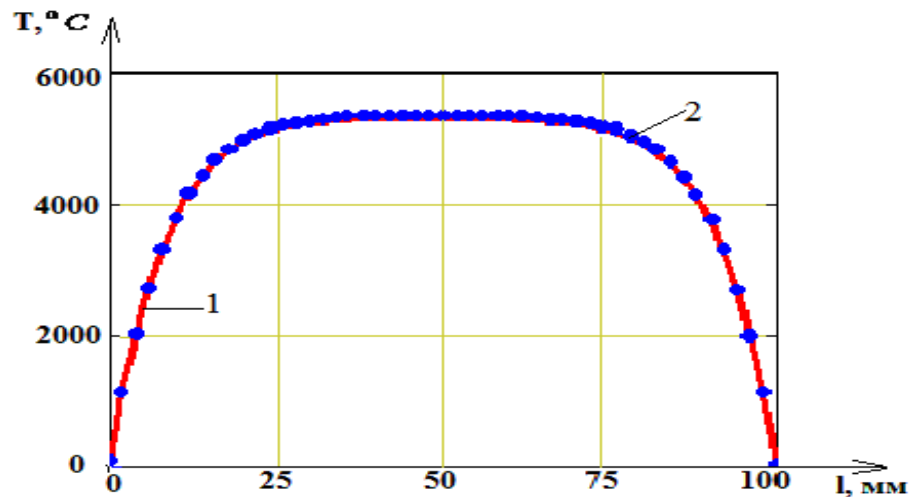


Рис. 2.8. Розподіл температури за довжиною стрижня в момент часу $t = 100$ с. із тактовим кроком інтегрування $\tau = 1$ с.

Розв’язання вищерозглянутої задачі ілюструє приклад роботи правила Рунге: при збільшенні точок інтегрування за часом зростає точність отриманих розв’язків. Зменшуючи крок інтегрування, завжди можна досягти бажаних результатів із заданою наперед похибкою.

2.12.3 Однорідна задача нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле та Стефана-Больцмана. Розв’яжемо задачу нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле та Стефана-Больцмана для одновимірного стрижня, геометричні та фізичні параметри якого розглядалися у попередніх пунктах. Для опису процесу теплопередачі у матеріалі застосовано аналогічну модель, що задається у вигляді співвідношень (2.68). Вважається, що на лівому кінці стрижня має місце постійна температура, на правому має місце тепловий потік за рахунок променевого теплообміну[179]

$$T(0, t) = 400 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \bar{q} = \frac{\partial u(l, t)}{\partial x} = A \cdot e_{\text{Black}} \cdot \delta_{\text{SB}} \cdot T^4 \frac{Bm}{\text{мм}^2}. \quad (2.70)$$

Модель крайових умов (2.70) припускає, що теплообмін здійснюється з оточуючим середовищем, температура якого є абсолютним нулем [82, 97]. Вважається, що тіло є абсолютно «чорним», тобто коефіцієнт чорноти $e_{Black} = 1$. Термодинамічні сили вважатимемо відсутніми, тобто $f(x, t) = 0$.

Для розв'язання даної задачі побудовано скінченноелементну модель, кількість елементів якої складає 400. Тактовий крок інтегрування за часом для методу Ейлера складає 1 с. Розв'язання задачі здійснювалося із застосуванням розробленого програмного засобу та скінченноелементним пакетом ANSYS. У таблиці 2.4 та на рисунку 2.9 зображено порівняння розподілів температурного поля в поздовжньому перетині стрижня у момент часу 100 с., що отримані за допомогою розробленого програмного засобу та пакетом ANSYS. У таблиці наведено часткове порівняння отриманих розв'язків, яке свідчить про задовільну збіжність.

Порівняння чисельних та аналітичних розв'язків Таблиця 2.4

Крок за довжиною, мм	MCE, T, °C	ANSYS, T, °C	Крок за довжиною, мм	MCE, T, °C	ANSYS, T, °C
0	400	400	90	399.983	399.983
1	400	400	91	399.961	399.961
2	400	400	92	399.912	399.912
3	400	400	93	399.797	399.798
4	400	400	94	399.536	399.537
5	400	400	95	398.936	398.936
6	400	400	96	397.559	399.559
7	400	400	97	394.419	392.419
8	400	400	98	386.911	385.911
9	400	400	99	371.517	369.517
10	400	400	100	343.955	341.955
...	...	...	...	...	...

На рисунку 2.9 зображено розподіл температури за довжиною стрижня в момент часу 100 с.: крива 1 – розв'язок, отриманий за допомогою пакета ANSYS, крива 2 – розв'язок, отриманий за допомогою розробленого ПЗ.

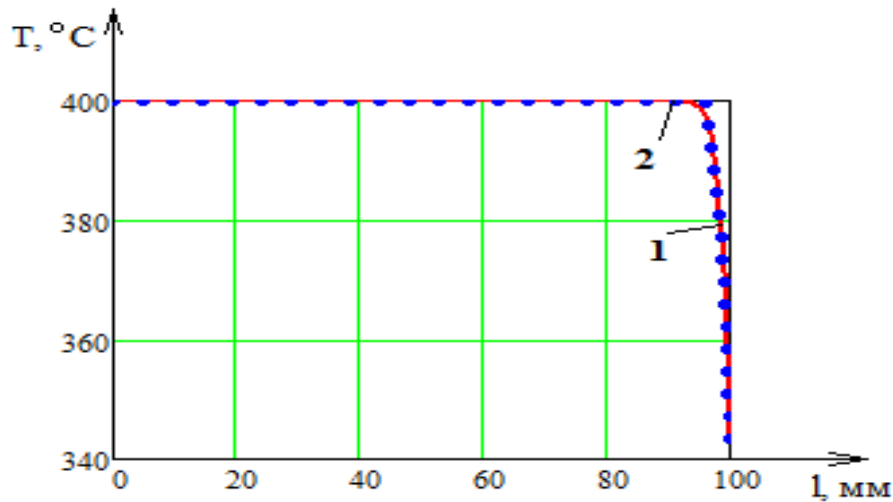


Рис. 2.9. Розподіл температури в момент часу $t = 100$ с., тактовий крок $\tau = 1$ с.

2.12.4 Задача нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле. Розглянемо двовимірну однорідну задачу нестационарної теплопровідності з крайовими умовами Дирихле для квадратної пластини. Довжина та ширина пластини складає 50 мм. Для двовимірної задачі рівняння нестационарної теплопровідності приймає такий вигляд [179, 187]

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k_x \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + f(x, y, t), \quad (2.71)$$

де коефіцієнти теплопровідності в силу ізотропії є однаковими $k_x = k_y = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{мм} \cdot ^\circ \text{C}}$.

Вважається, що функція теплового джерела є нульовою, тобто має місце задача остигання

$$f(x, y, t) = 0.$$

На всіх краях пластини мають місце крайові умови Дирихле у вигляді заданої постійної температури

$$T(0, y, t) = 10^\circ \text{C}, \quad T(50, y, t) = 10^\circ \text{C},$$

$$T(x, 0, t) = 10^\circ \text{C}, \quad T(x, 50, t) = 10^\circ \text{C}.$$

Початковий розподіл температури представляє собою параболічну функцію із максимальним значенням у центрі пластини

$$T(x, y, t) = \frac{xy(x-50)(y-50)}{1000} + 10.$$

На рисунку 2.10 та 2.11 зображено скінченноелементну модель пластини та початковий розподіл температурного поля.

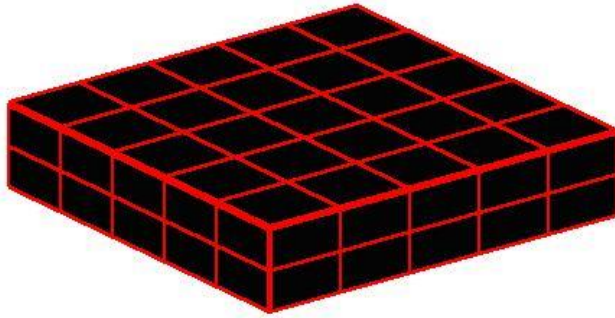


Рис. 2.10. Скінченноелементна модель пластини

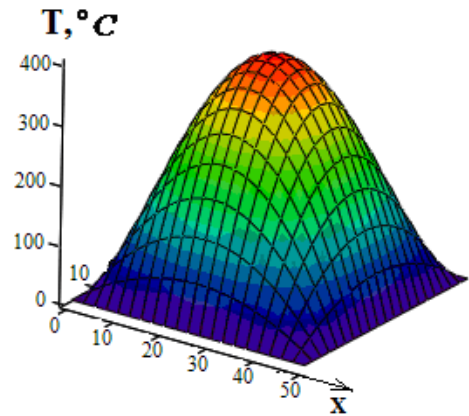


Рис. 2.11. Початковий розподіл температурного поля

Як і у одновимірному випадку, розв'язок даної задачі знаходиться методом розподілу змінних Фур'є. Відмінність полягає у тому, що загальний розв'язок однорідної задачі доповнюється ще одним інтерполяційним рядом, що виражає динаміку зміни температурного поля за другою координатою

$$T(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{l^2} \left(\int_0^l \int_0^l \varphi(\xi, \eta) \sin\left(\frac{\pi m \xi}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n \eta}{l}\right) d\xi d\eta \right) e^{-a^2 \left[\left(\frac{\pi m}{l}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 \right] t} \cdot \sin\left(\frac{\pi m x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{l}\right). \quad (2.72)$$

Для розв'язання задачі за допомогою МСЕ побудовано скінченноелементну модель. Довжина та ширина співпадають з геометричними параметрами задачі, а обрана товщина складає 2 мм. Кількість елементів моделі складає 1250. Тактовий крок інтегрування складає 1 с., а загальний час розрахунку – 100 с.

В таблиці 2.5 наведено результати порівняння температури між розв'язком, отриманим за допомогою методу Фур'є, та розв'язком, отриманим за допомогою МСЕ, вздовж осі OX в перетині з площиною $y = 26$ мм.

Порівняння аналітичного та чисельного розв'язків Таблиця 2.5

Крок за довжиною, мм	Метод Фур'є, $T, ^\circ\text{C}$	МСЕ, $T, ^\circ\text{C}$	Крок за довжиною, мм	Метод Фур'є, $T, ^\circ\text{C}$	МСЕ, $T, ^\circ\text{C}$
0	10	10.001	26	196.496	197.584
2	33.5654	33.703	28	193.591	194.661
4	56.7456	57.018	30	187.822	188.858
6	79.1634	79.567	32	179.27	180.256
8	100.457	100.984	34	168.057	168.978
10	120.287	120.93	36	154.347	155.189
12	138.344	139.092	38	138.344	139.091
14	154.347	155.189	40	120.288	120.93
16	168.057	168.978	42	100.457	100.984
18	179.27	180.256	44	79.1634	79.566
20	187.822	188.858	46	56.7456	57.018
22	193.591	194.662	48	33.5654	33.703
24	196.496	197.584	50	10	10

На рисунку 2.12 сірою поверхнею зображено початковий розподіл температурного поля, а кольоровою – значення температурного поля в момент часу 100с. На рисунку 2.13 показано розподіл температури за віссю OX в перетині площиною $y = 26$ мм. в момент часу 100 с.: крива 1 - розв'язок, отриманий за допомогою методом Фур'є, крива 2 – розв'язок, отриманий за допомогою МСЕ. Відносна похибка отриманого розв'язку не перевищує 0.005%.

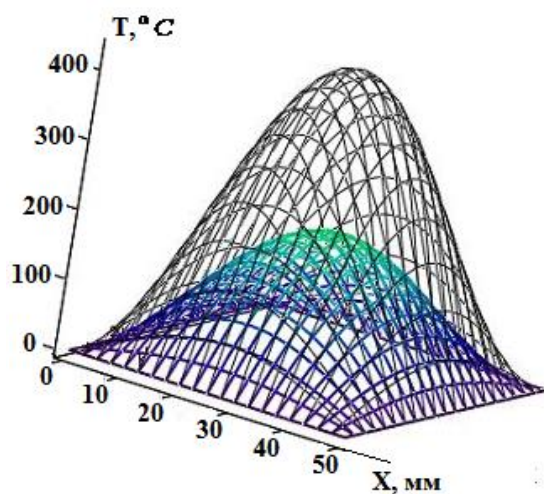


Рис. 2.12 Еволюція температурного поля за часом

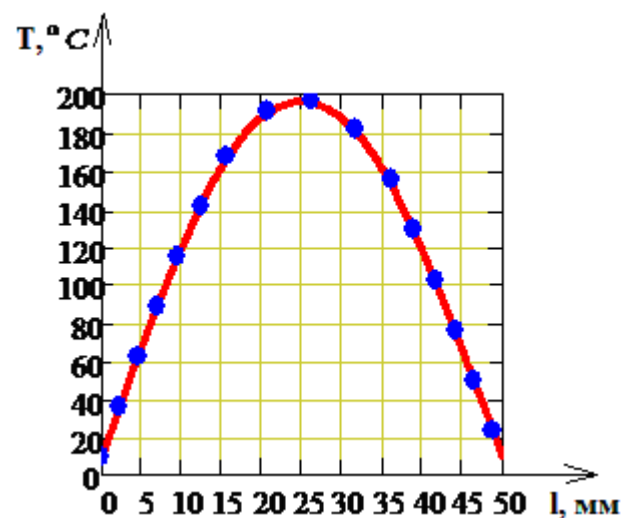


Рис. 2.13. Зміна температури за позовжнім перетином пластини

Розглянемо цю ж саму задачу остигання нерівномірно нагрітої пластини. При цьому крайові умови приймають такий вигляд

$$T(x,0,t)=10^{\circ}\text{C}, \quad T(x,50,t)=100^{\circ}\text{C}.$$

Початкові умови представляють собою функцію параболічного розподілу температури в за напрямком осі OY

$$T(x,y,0)=-y(y-50)+10+\frac{y}{50}(90).$$

На рисунку 2.14 зображено початковий розподіл температурного поля в пластині, що задається вищенаведеними співвідношенням.

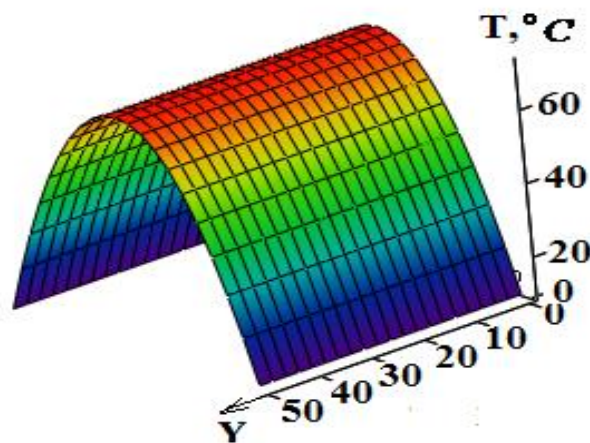


Рис. 2.14. Початковий розподіл температурного поля у пластині

Знайдемо еволюцію температури вузла, що знаходиться на перетині площин $x = 26$ мм., $y = 26$ мм. у моменту часу $t = 1000$ с. Порівняємо результати, отримані за допомогою МСЕ з аналітичним розв'язком, отриманим за допомогою методу Фур'є, та розв'язком програмного комплексу ANSYS.

В таблиці 2.6 наведено частину від усього температурного розподілу для перших та останніх кроків за часом, знайденого за допомогою МСЕ, програмним комплексом ANSYS та методом Фур'є.

Таблиця 2.6

**Порівняння аналітичного та чисельних розв'язків, отриманих за допомогою
ПЗ та ANSYS**

$t, c.$	Розв'язок ANSYS, $T, ^\circ C$	ПЗ, $T, ^\circ C$	Метод Фур'є, $T, ^\circ C$
10	660.82	660.814	660.801
20	640.90	640.883	640.801
30	621.12	621.079	620.823
40	601.57	601.491	600.949
50	582.33	582.208	581.305
60	563.48	563.309	562.015
70	545.08	544.858	543.176
80	527.18	526.904	524.853
90	509.79	509.476	507.09
100	492.95	492.596	489.909
110	476.66	476.271	473.319
...	...	...	...
900	76.628	76.4626	75.235
910	75.876	75.7148	74.522
920	75.152	74.9955	73.836
930	74.456	74.3036	73.176
940	73.787	73.6379	72.542
950	73.142	72.9976	71.933
960	72.522	72.3816	71.347
970	71.926	71.789	70.784
980	71.352	71.219	70.243
990	70.800	70.6706	69.722

На рисунку 2.15 зображено абсолютну похибку між розв'язком методом Фур'є та розв'язками, отриманих за допомогою розробленого ПЗ та програмним комплексом ANSYS: крива 1 - різниця між розв'язками, що отримані методом Фур'є та розробленим ПЗ, крива 2 - різниця між розв'язками, що отримані методом Фур'є та програмним комплексом ANSYS .

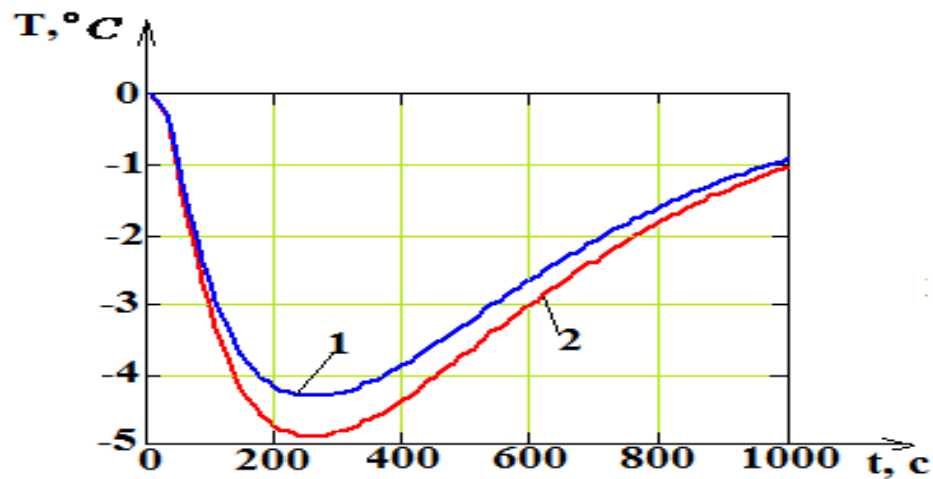


Рис. 2.15. Порівняння результатів розрахунку за допомогою розробленого ПЗ та програмного комплексу ANSYS

Із порівняння результатів, наведених у таблиці 2.6 та рисунку 2.15, випливає, що розроблений програмний засіб у даному прикладі показав дещо кращі результати, ніж програмний комплекс ANSYS. На кінець розрахунку відносна похибка між аналітичним розв'язком та розв'язком, отриманим за допомогою ПЗ, не перевищує 0.013%.

2.12.5 Неоднорідна задача нестационарної теплопровідності Дирихле-Неймана. Розглянемо задачу розподілу тепла у тонкостінній пластині, що наведена у попередньому прикладі, із припущенням, що за усією її поверхнею діють теплові джерела з інтенсивністю $f(x, y, t) = 10 \text{ Вт/мм}^2$. Вважається, що на правому краю пластини діє тепловий потік із заданою інтенсивністю, а на лівому краю мають місце крайові умови Дирихле у вигляді заданого температурного режиму

$$\frac{\partial T(50, y, t)}{\partial x} = 100 \frac{\text{Вт}}{\text{мм}^2}, \quad T(0, y, t) = 10^\circ \text{C}.$$

Початковий розподіл температури представляє собою функцію параболічного розподілу за напрямком осі Ox

$$T(x, y, 0) = -\frac{x(x-50)}{10} + 10.$$

На рисунку 2.16 зображено початковий розподіл температурного поля, що описується за допомогою вищенаведеного співвідношення.

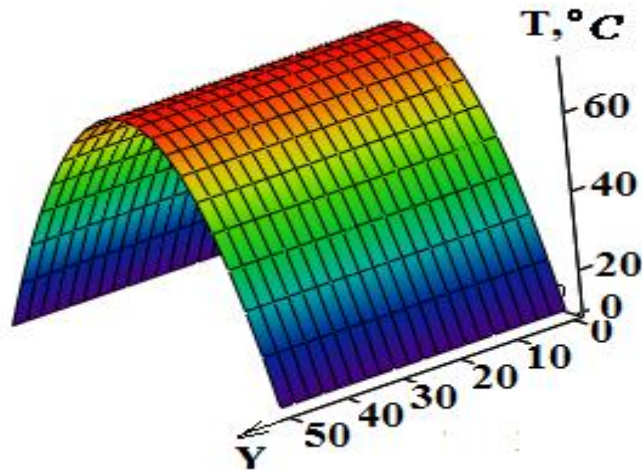


Рис. 2.16. Початковий розподіл температури

Для розв'язання задачі за допомогою МСЕ застосовано скінченноелементну модель із попереднього прикладу. Знайдемо розподіл температурного поля у момент часу 100 с. Тактовий крок інтегрування за часом складає $\tau = 0.1$ с. У таблиці 2.7 наведено порівняння часткового розподілу температури за перетином площини $y = 26$ мм.

Порівняння аналітичного та чисельного розв'язків Таблиця 2.7

Крок за довжиною, мм	МСЕ, $T, ^\circ\text{C}$	Метод Фур'є, $T, ^\circ\text{C}$	Крок за довжиною, мм	МСЕ, $T, ^\circ\text{C}$	Метод Фур'є, $T, ^\circ\text{C}$
0	10	10	26	1071.45	1071
2	223.139	223.139	28	1086.65	1086
4	400.388	400.688	30	1101.19	1101
6	546.569	546.969	32	1115.437	1115
8	666.346	666.16	34	1130.333	1130
10	762.2452	762.212	36	1146.87	1146
12	838.76	838.799	38	1163.23	1163
14	899.254	899.288	40	1179.54	1179

продовження таблиці 2.7

16	946.72	946.713	42	1193.73	1193
18	983.73	983.773	44	1203.157	1203
20	1013.212	1013	46	1207.453	1207
22	1036.2	1036	48	1203.746	1203
24	1055.123	1055	50	1185.6	1185

На рисунку 2.17 зображено розподіл температури вздовж перетину площини $y = 26$ мм в момент часу 100 с., де крива 2 - розв'язок, отриманий за допомогою метода Фур'є, крива 1 - розв'язок, отриманий за допомогою МСЕ. Як видно з таблиці та графіку, розбіжність й у цій задачі не перевищує десятих процента.

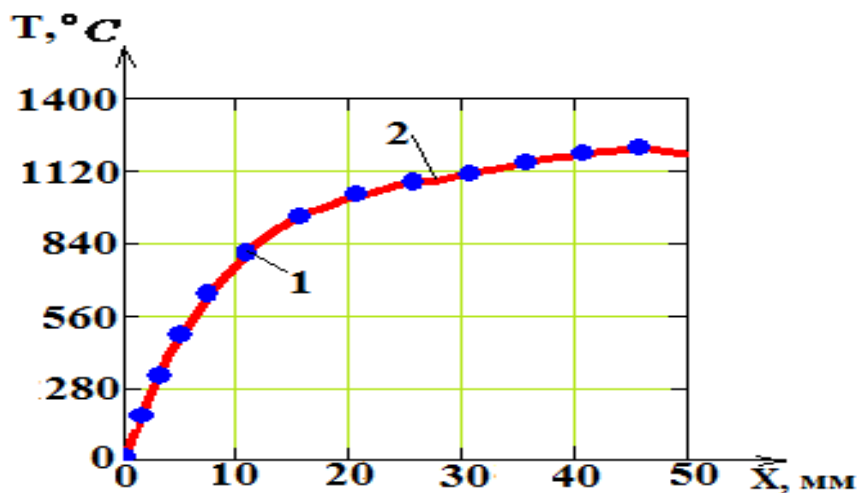


Рис. 2.17. Зміна температури у пластині в перетині площиною $y = 26$ мм.

2.12.6 Задача нестационарної теплопровідності для фрагмента труби з крайовими умовами Дирихле. Розв'яжемо тривимірну задачу стаціонарної теплопровідності на елементі труби з внутрішнім радіусом $r_1 = 10$ мм. та зовнішнім - $r_2 = 20$ мм. В аналітичному плані задача розв'язується як стаціонарна, а в чисельному – як нестационарна, час завершення розрахунку якої визначається шляхом порівняння розподілів температурного поля в тактові моменти часу t та $t + \Delta t$ шляхом абсолютної похибки

$$|T(t + \Delta t) - T(t)| \leq \epsilon r,$$

де $T(t)$ - значення розподілу температурного поля температури в момент часу t ;
 ϵr - нескінченно мала похибка.

Якщо виконується нерівність для кожного вузла скінченноелементної моделі, то розрахунок вважаємо закінченим. Вважається, що на внутрішньому та зовнішньому радіусах мають місце крайові умови Дирихле

$$T(r_1, t) = 10^\circ\text{C}, \quad T(r_2, t) = 50^\circ\text{C}.$$

Початковий розподіл температурного поля за радіальним напрямком фрагменту труби має параболічний характер

$$T(r, 0) = 10(r - 10)r + 10 + \frac{r}{10}(50 - 10). \quad (2.73)$$

Аналітичний розв'язок задачі стаціонарної теплопровідності у циліндричній системі координат має вигляд [179]

$$T(r, t) = \left(1 + \frac{\ln(\frac{r}{r_1})}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}\right)(10 - 50) + 50. \quad (2.74)$$

Для розв'язання задачі нестационарної теплопровідності за допомогою МСЕ застосовано скінченноелементну модель, що наведено на рисунку . У таблиці 2.8 наведено порівняння температури за радіальним напрямком, що отримана за допомогою розробленого ПЗ та методом Фур'є.

Порівняння аналітичного та чисельного розв'язків Таблиця 2.8

Крок за довжиною, мм	МСЕ, $T, ^\circ\text{C}$	Метод Фур'є, $T, ^\circ\text{C}$	Крок за довжиною, мм	МСЕ, $T, ^\circ\text{C}$	Метод Фур'є, $T, ^\circ\text{C}$
10	10	10	16	37.1217	37.123
11	15.499	15.5	17	40.6205	40.621
12	20.5196	20.521	18	43.9192	43.92
13	25.1105	25.14	19	47.0396	47.04

продовження таблиці 2.8

14	29.4151	29.417	20	50	50
15	33.3971	33.399			

На рисунку 2.18 показано зміну температури за радіальним напрямком, де крива 1 - розв'язок, отриманий методом Фур'є, крива 2- розв'язок, отриманий за допомогою МСЕ.

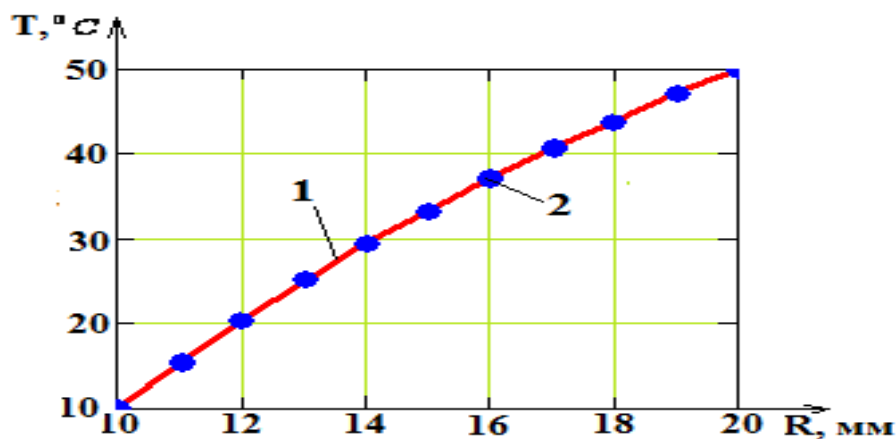


Рис. 2.18. Стаціонарний розподіл температури

Похибка отриманих результатів між аналітичним розв'язком та розв'язком, отриманим за допомогою ПЗ, не перевищує 1 %.

2.12.7 Задача термопружності для фрагменту труби з крайовими умовами у вигляді заданого переміщення

Знайдемо компоненти напружено-деформованого стану для двовимірної задачі термопружності, що має місце при стаціонарному розподілі температурного поля за радіальним напрямком товстостінної труби, геометричні параметри якої мають такі характеристики: внутрішній радіус $R_1 = 5 \text{ см}$, зовнішній радіус - $R_2 = 20 \text{ см}$. Модуль пружності $E = 70000 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона - $\nu = 0.3$, коефіцієнт температурного розширення - $\alpha_{\text{Екран}} = 22.8 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. На внутрішньому та зовнішньому радіусах мають місце крайові умови Дирихле у вигляді заданої температури: $T(R_1) = 250 \text{ } ^\circ\text{C}$, $T(R_2) = 200 \text{ } ^\circ\text{C}$. Розподіл

температурного поля відповідає розв'язанню стаціонарної задачі теплопровідності і має логарифмічний характер [179]

$$T(r) = \frac{250 \cdot \ln\left(\frac{r}{R_2}\right) - 200 \cdot \ln\left(\frac{r}{R_1}\right)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}. \quad (2.75)$$

Для отримання аналітичного розв'язку задачі необхідно розв'язати систему рівнянь рівноваги (2.1) із залученням геометричних (2.2) та фізичних (2.3) рівнянь та з урахуванням співвідношення для тензору температурної деформації. У роботах А.Д.Коваленко [96] наведено розв'язання ряду задач термопружності для плоских дисків, товстостінних та тонкостінних труб з різними температурними розподілами. Аналітичний розв'язок задачі має такий вигляд [96]

$$\begin{aligned} u(r) &= \frac{\alpha_{\text{Expan}}}{r} \cdot \left((1+\nu) \cdot \int_{R_1}^{R_2} T(r) \cdot r \cdot dr + \frac{(1-\nu) \cdot r^2 + (1+\nu) \cdot R_1^2}{(R_2^2 - R_1^2)} \cdot \int_{R_1}^{R_2} T(r) \cdot r \cdot dr \right), \\ \sigma_r(r) &= \frac{\alpha_{\text{Expan}} \cdot E}{r^2} \cdot \left(\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \int_{R_1}^{R_2} T(r) \cdot r \cdot dr - \int_{R_1}^r T(r) \cdot r \cdot dr \right), \\ \sigma_\theta(r) &= \frac{\alpha_{\text{Expan}} \cdot E}{r^2} \cdot \left(\frac{r^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \int_{R_1}^{R_2} T(r) \cdot r \cdot dr + \int_{R_1}^r T(r) \cdot r \cdot dr - T(r) \cdot r^2 \right), \end{aligned} \quad (2.74)$$

де $u(r)$ - радіальна компонента тензору переміщення, $\sigma_r(r)$ - радіальна компонента тензору напруження, $\sigma_\theta(r)$ - окружна компонента тензору напруження.

Розв'язок (2.74) був отриманий у припущенні, що осьова компонента вектору переміщення є вільною.

Для розв'язання задачі за допомогою МСЕ побудуємо скінченноелементну модель фрагмента труби. У зв'язку з тим, що задача є симетричною відносно радіусу, розглянемо чверть фрагменту. Кількість елементів моделі складає 1500. Торці труби є частково закріпленими: дозволені переміщення за радіальним та

осьовими напрямками. На рисунку 2.19 зображено скінченноелементну модель фрагмента труби із розподілом температурного поля, що відповідає розв'язку стаціонарної задачі теплопровідності. Для розв'язання СЛАР застосовано метод спряжених градієнтів, що описано у пункті 2.9.1, із заданою наперед похибкою, що складає 10^{-8} , а в якості початкового розв'язку задано вектор із нульовими компонентами.

На рисунку 2.20 зображено порівняння розподілів радіальної компоненти вектору переміщень, що отримані за допомогою аналітичного та чисельного розв'язків, де крива 1 – розв'язок, отриманий аналітичним шляхом, крива 2 – розв'язок, отриманий за допомогою МСЕ.

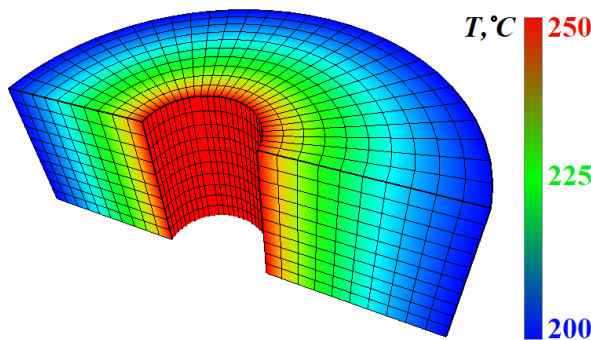


Рис. 2.19. Скінченноелементна модель фрагменту труби

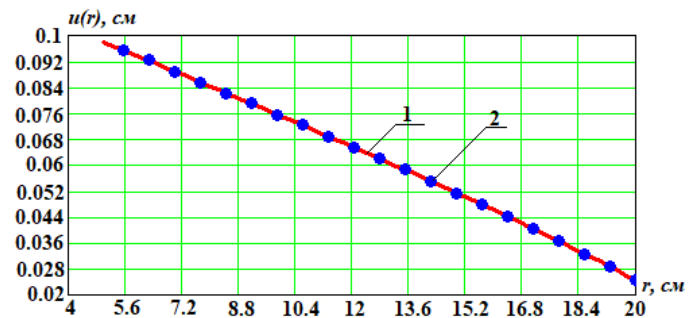


Рис. 2.20. Порівняння розподілу радіальної компоненти вектору переміщень

На рисунках 2.21 та 2.22 зображено порівняння радіальних та окружних компонентів тензору напруження, що тримані за допомогою аналітичного та чисельного розв'язків, де криві 1 – розв'язки, що отримано за допомогою аналітичного підходу, крива 2 – за допомогою підходу МСЕ.

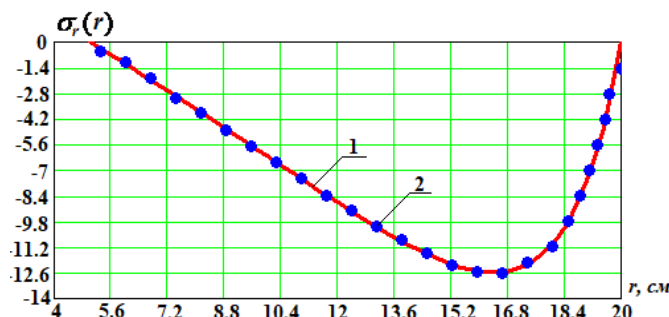


Рис. 2.21. Порівняння розподілу радіальної компоненти тензору напруження

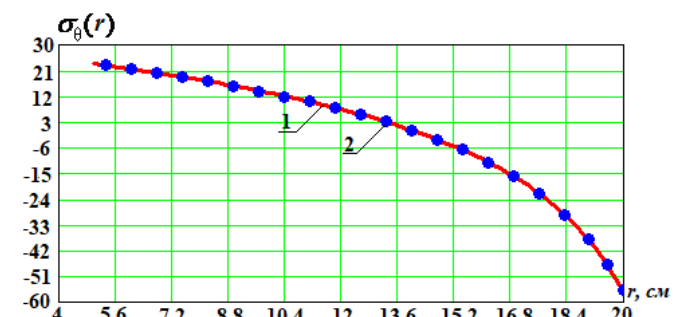


Рис. 2.22. Порівняння розподілу окружної компоненти тензору напруження

Похибка отриманих результатів для кожного із порівнянь не перевищує одного відсотка.

2.12.8 Задача теорії повзучості для фрагмента труби з крайовими умовами у вигляді заданого переміщення та навантаження. Розв'яжемо двовимірну задачу теорії повзучості на фрагменті труби, що має такі геометричні та фізико-механічні властивості: внутрішній радіус - $R_1 = 10 \text{ мм}$, зовнішній радіус - $R_2 = 20 \text{ мм}$, модуль пружності - $E = 1.55 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона - 0.3. Вважається, що поверхня за внутрішнім радіусом рівномірно навантажена внутрішнім тиском $p(R_1) = -1 \text{ МПа}$, а зовнішня поверхня є вільною $p(R_2) = 0 \text{ МПа}$. Як і у попередньому випадку, задача є симетричною, тому доцільно розглянути лише половину сектора труби. Для задачі повзучості розглянемо залежність тензору швидкості деформації повзучості від інтенсивності напруження у вигляді гіпотези плинності без урахування рівняння для кінетичного параметру пошкоджуваності. Для отримання аналітичного розв'язку задачі теорії пружності необхідно розв'язати систему рівноваги (2.1) із залученням фізичних та геометричних рівнянь (2.2) та (2.3) відповідно. Детальний процес отримання аналітичного розв'язку задачі теорії пружності та повзучості наведено у роботах М.М.Малініна та Л.М.Качанова[30,35,36]. Аналітичний розв'язок задачі теорії пружності, яка реалізується при $t=0$, отримано у напруженнях

$$\sigma_r(r) = \frac{p(R_1) \cdot R_1^2 - p(R_2) \cdot R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2)} - \frac{(p(R_1) - p(R_2)) \cdot R_1^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2) r^2}, \quad (2.76)$$

$$\sigma_\theta(r) = \frac{p(R_1) \cdot R_1^2 - p(R_2) \cdot R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2)} + \frac{(p(R_1) - p(R_2)) \cdot R_1^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2) r^2}.$$

Аналітичний розв'язок задачі теорії повзучості аналогічним чином отримано у напруженнях [30]

$$\sigma_r^{Creep}(r) = \frac{p(R_1)R_1^{\frac{2}{n}}}{R_2^{\frac{2}{n}} - R_1^{\frac{2}{n}}} \left(1 - \frac{R_2^{\frac{2}{n}}}{r^{\frac{2}{n}}}\right), \quad \sigma_\theta^{Creep}(r) = \frac{p(R_1)R_1^{\frac{2}{n}}}{R_2^{\frac{2}{n}} - R_1^{\frac{2}{n}}} \left(1 + \frac{2-n}{n} \frac{R_2^{\frac{2}{n}}}{r^{\frac{2}{n}}}\right), \quad (2.77)$$

де n - константа повзучості, що визначена для рівняння тензору швидкості деформації повзучості за гіпотезою плинності.

У таблиці 2.9 наведено порівняння розподілу радіальної та окружної компоненти тензору напруження для задачі теорії пружності (задачі Ляме).

Порівняння аналітичного та чисельного розв'язків

Таблиця 2.9

$r, \text{мм}$	Аналітичний $\sigma_r \text{ МПа}$	МСЕ $\sigma_r \text{ МПа}$	Аналітичний $\sigma_\theta \text{ МПа}$	МСЕ $\sigma_\theta \text{ МПа}$
10	1	0.950	-1.667	-1.691
11	0.769	0.788	-1.435	-1.475
12	0.593	0.644	-1.259	-1.267
13	0.456	0.515	-1.122	-1.193
14	0.347	0.403	-1.014	-1.112
15	0.259	0.305	-0.926	-0.984
16	0.188	0.221	-0.854	-0.859
17	0.128	0.148	-0.795	-0.8
18	0.078	0.085	-0.745	-0.767
19	0.036	0.038	-0.703	-0.716
20	0	0.017	-0.667	-0.679

На рисунках 2.23 та 2.25 зображено скінченноелементну модель з розподілом радіального та окружного напруження відповідно.

На рисунках 2.24 та 2.26 зображено порівняння розподілу радіального та окружного напружень для задач теорії пружності та теорії повзучості, що тримані за допомогою аналітичного та чисельного підходу, де криві 1 та 3 – аналітичні розв'язки для задач теорії пружності та повзучості відповідно, криві 2 та 4 – чисельні розв'язки для задачі теорії пружності та повзучості відповідно.

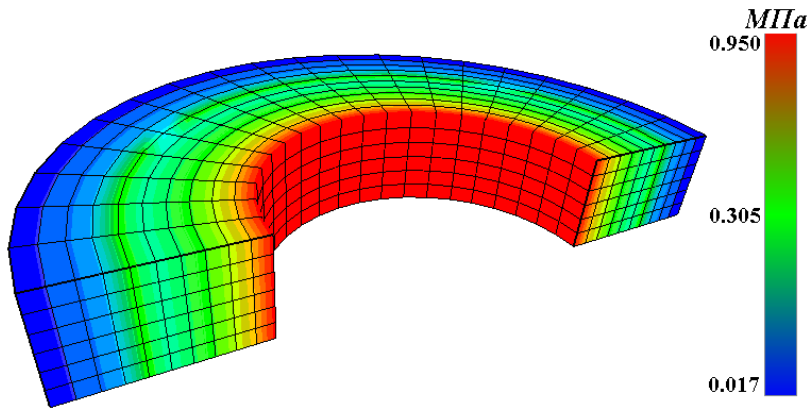


Рис. 2.23. Розподіл радіального напруження за скінченноелементною моделлю

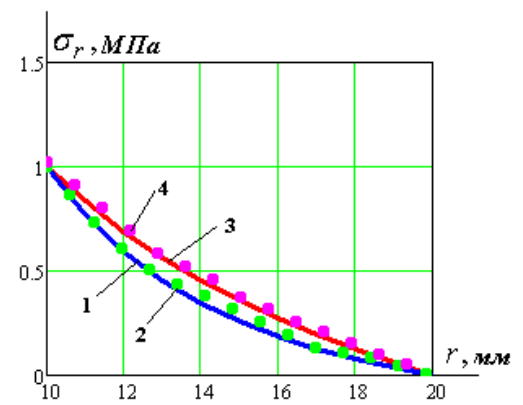


Рис. 2.24. Розподіл радіального напруження за радіусом

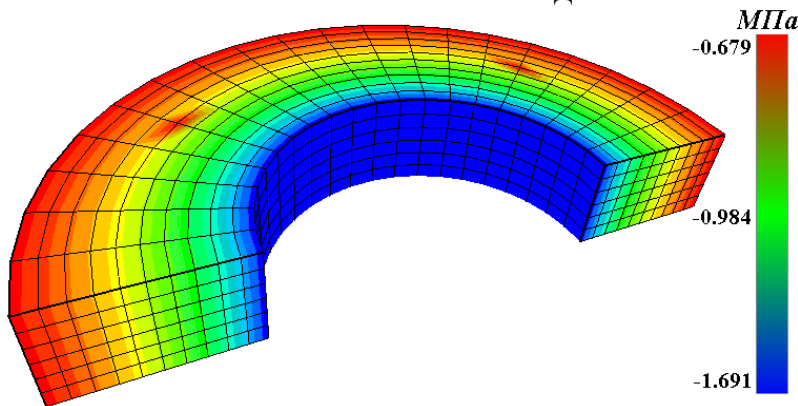


Рис. 2.25. Розподіл окружного напруження за скінченноелементною моделлю

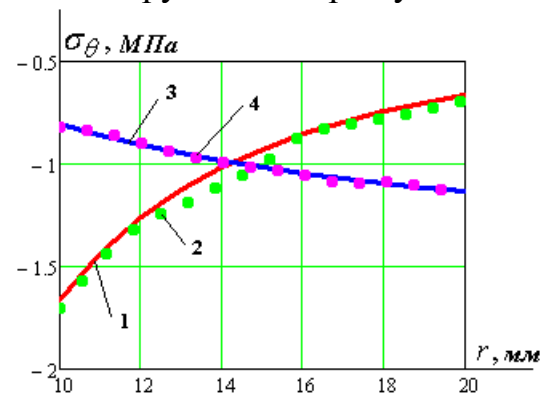


Рис. 2.26. Розподіл окружного напруження за радіусом

Похибка між аналітичним та чисельними розв'язками для радіальної компоненти тензору напруження для задачі теорії пружності не перевищує 2.6 %, а для окружної компоненти - не перевищує 4.4 %. Для задачі теорії повзучості похибки між аналітичним та чисельними розв'язками для радіальної та окружної компонентів тензору напруження не перевищують 1.7 % та 1.5 % відповідно.

2.12.9 Задача радіаційної повзучості та пошкоджуваності з крайовими умовами у вигляді заданого переміщення та навантаження. Розв'яжемо одновимірну задачу радіаційної повзучості для ізотропного, однорідного стрижня, довжина якого складає 100 мм. Вважається, що на лівому торці мають місце крайові умови у вигляді жорсткого закріплення: $\varphi|_{x=0} = 0$, а на правому – крайові умови вигляді статичного навантаження: $\sigma_{ij} \cdot n_j = 10 \text{ МПа}$. В якості визначних рівнянь стану залучено гіпотезу плинності, що описує процеси повзучості

внаслідок дії механічного навантаження, а для опису процесів повзучості, що мають місце при дії радіаційного опромінювання, залучено співвідношення (2.8). Константи прийнято за даними роботи [85]

$$l = 2.58, n = 8.8, r = 16.8, p = 1, \mu = 0, P = 1.23 \cdot 10^{-6} \text{ МПа}^{-p} \cdot \text{с}^{-1}$$

$$B = 4.33 \cdot 10^{-13} \text{ МПа}^{-n} \cdot \text{с}^{-1}, D = 3.46 \cdot 10^{-13} \text{ МПа}^{-r} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Вважається, що повне значення параметру пошкоджуваності є адитивною величиною силової та радіаційної пошкоджуваності (2.11). У зв'язку з тим, що в аналітичному плані задача є одновимірною, інтегрування співвідношень (2.7) та (2.8) дозволяє знайти чисельний розв'язок задачі неявним методом Рунге-Кутта. Значення швидкості параметру радіаційної пошкоджуваності не залежить від безпосередньої пошкоджуваності і у аналітичній формі приймає такий вигляд

$$\omega^{\text{Rad}}(t) = P \cdot (\sigma_i)^p \cdot t.$$

Сумісне чисельне інтегрування співвідношень (2.7) та (2.8) дозволяє знайти залежність зміни деформації радіаційної повзучості, деформації повзучості та параметру пошкоджуваності, що виникає внаслідок дії механічних навантажень.

Для розв'язання задачі за допомогою МСЕ побудовано скінченноелементну модель стрижня із квадратним поперечним перерізом, довжина сторони якого складає 10 мм. Кількість елементів моделі складає 9430. На рисунку 2.27 зображено скінченноелементну модель стрижня.

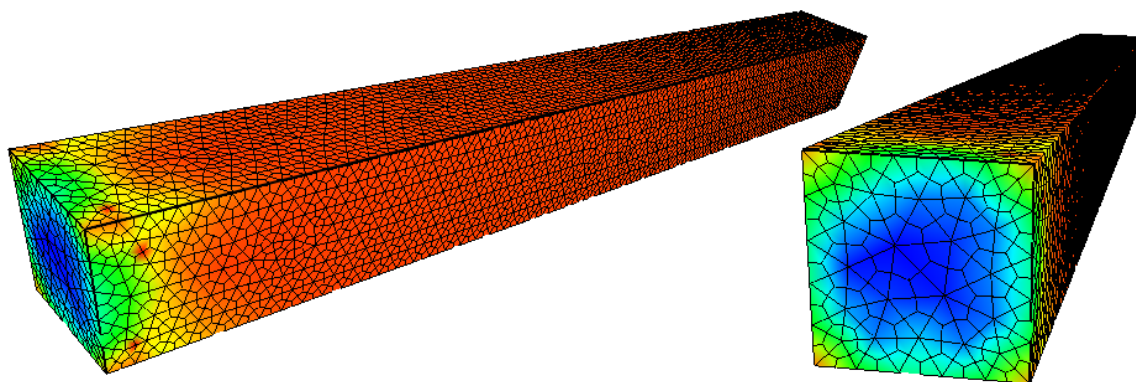


Рис. 2.27. Скінченноелементна модель стрижня

На рисунках 2.28 та 2.29 зображено залежності сумарної деформації повзучості та параметру пошкоджуваності від часу відповідно. Враховано дію двох механізмів деформування – радіаційного та силового. Тут криві 1 – розв’язки, що отримані шляхом чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь Бейлі-Норта та Работнова-Качанова для одновимірного випадку, криві 2 – розв’язки, що отримані за допомогою МСЕ.

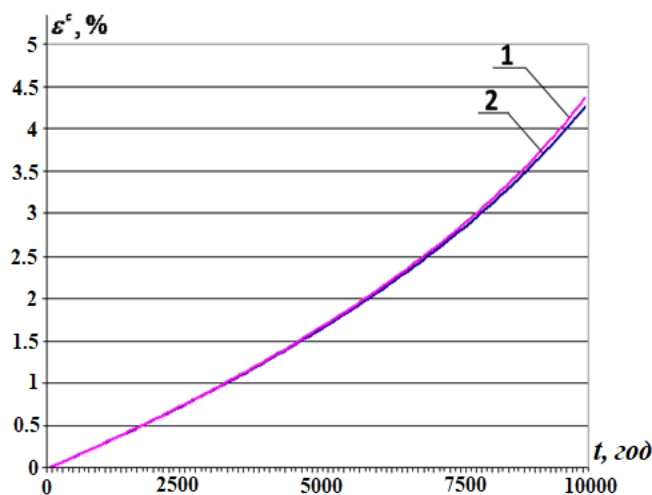


Рис. 2.28. Сумарне значення деформації повзучості

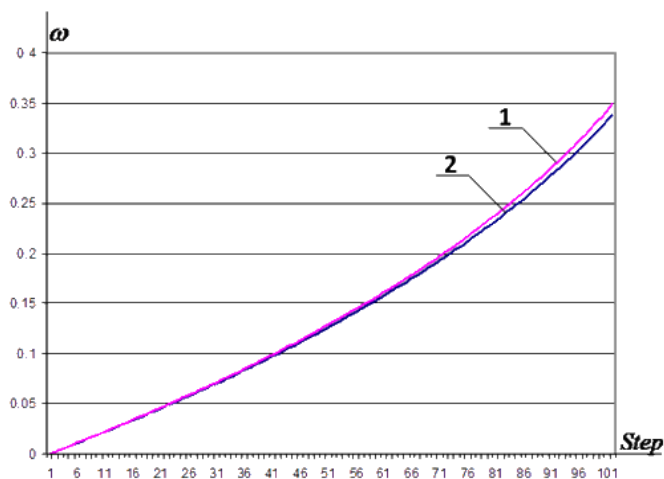


Рис. 2.29. Залежність зміни параметру пошкоджуваності

Похибка отриманих результатів для деформації повзучості та параметру пошкоджуваності не перевищує 2 % та 2.7 % відповідно.

2.13 Висновки за розділом

У розділі надано математичну постановку задачі теорії повзучості та нестационарної теплопровідності, які укупі дозволяють проводити моделювання процесів температурно-силового деформування з урахуванням радіаційного опромінювання. Для опису процесу повзучості залучено класичні рівняння стану інкрементального типу з моделлю пошкоджуваності Работнова-Качанова. Описано метод розв’язання, побудований на спільному застосуванні методу скінченних елементів у тривимірній постановці з різницевими методами інтегрування за часом. Обговорено особливості розроблених алгоритмів та програмних комплексів. Наведено результати розв’язання тестових завдань, які продемонстрували задовільний ступінь достовірності при порівнянні з

аналітичними розв'язками та скінченноелементними за допомогою програмного комплексу ANSYS, що дозволяє застосовувати розроблені програмні засоби для розв'язання тривимірних задач механіки деформівного твердого тіла, які виникають при аналізі впливів силових, теплових та радіаційних полів. Основні результати, одержані у розділі, опубліковано у роботах [5, 7, 14-16, 20].

РОЗДІЛ 3.

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ЕЛЕМЕНТІВ НАВІГАЦІЙНИХ ПРИЛАДІВ, РОЗТАШОВАНИХ НА ШТУЧНИХ СУПУТНИКАХ ЗЕМЛІ

Розділ містить опис результатів чисельних розрахунків температурних полів, напружено-деформованого стану та часу до руйнування конструктивних елементів навігаційних приладів, які розміщуються на космічних апаратах, зокрема ШСЗ. Розглянуто складові частини волоконно-оптичних гіроскопів та платформу, на якій вони розташовуються.

3.1 Температурне поле на борту штучного супутника Землі типу «Січ-2»

Розглянемо рух штучного супутника Землі типу «Січ-2», орбіта якого є круговою, а висота складає 700 км. Період обертання складає 100 хв. У момент відділення від ракети-носія супутник спрямований скануючим пристроєм на Землю, а спеціальним астродатчиком - на Сонце. Корпус супутника є порожнистим паралелепіпедом, товщина стінки якого складає $\delta = 20$ мм. Довжина зовнішньої грані - 740 мм., внутрішньої - 700 мм. На рисунку 3.1 зображено схему розміщення навігаційного пристрою у корпусі ШСЗ.

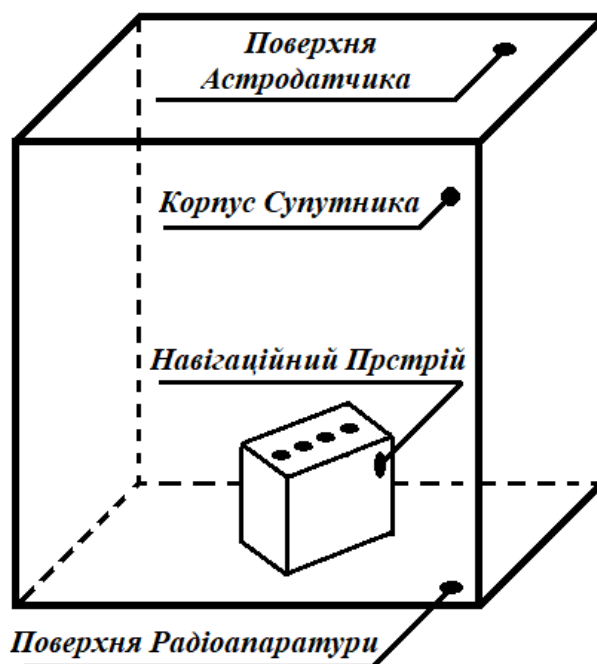


Рис. 3.1. Схема штучного супутника Землі «Січ-2»

Увесь корпус супутника виготовлений зі сплаву дюралюмінію, теплофізичні властивості якого є наступними: коефіцієнт теплопровідності - $k_x = k_y = k_z = 160 \text{ Вт / м} \cdot ^\circ \text{С}$, густина матеріалу - $\rho = 2500 \text{ кг / м}^3$, коефіцієнт теплоємності - $c = 483.6 \text{ Дж / кг} \cdot ^\circ \text{С}$. Протягом усього періоду обертання сканер не змінює свого положення, тобто завжди спрямований на Землю. Корпус супутника здійснює скануючі коливання земної поверхні в діапазоні кута $\alpha_{\text{Orbital}} = 30^\circ$ з періодом 10 хв. Супутник періодично входить в зону тіні Землі, кут якої складає $\gamma = 100^\circ$. Схема руху представлена на рисунку 3.2.

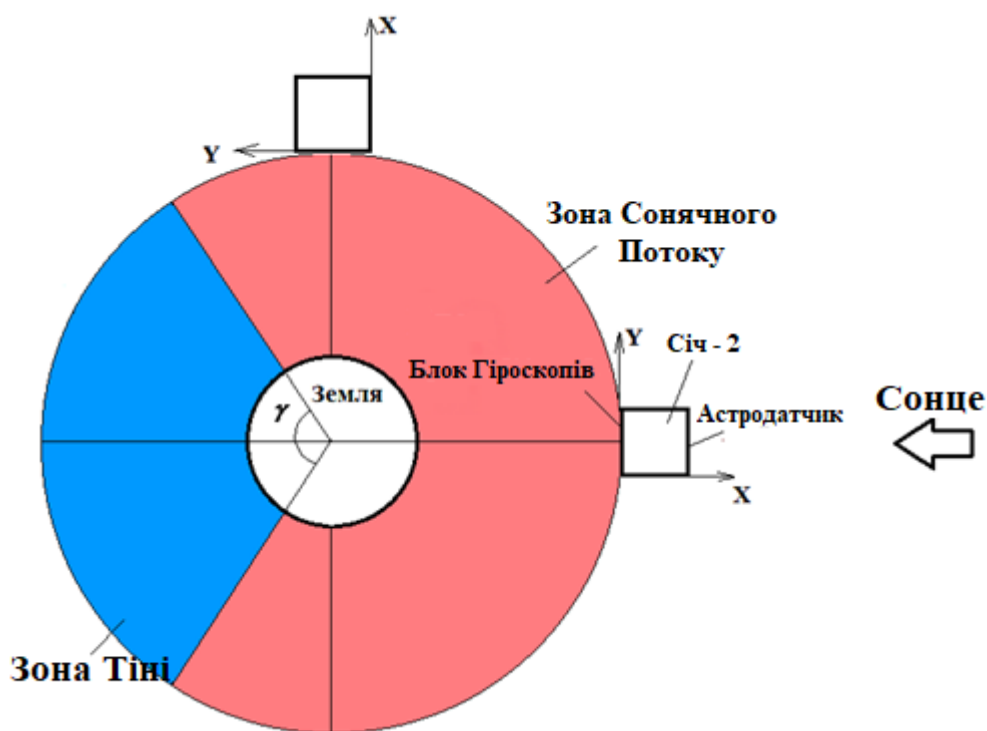


Рис. 3.2. Схема обертання штучного супутника Землі «Січ-2»

Будемо вважати, що після відділення корпусу супутника від ракети-носія його початкова температура складає 320°К . Для розв'язання задачі нестационарної теплопровідності побудуємо скінченноелементну модель з 64000 елементів корпусу супутника - порожнистого паралелепіпеду. Тактовий момент часу для інтегрування системи за часом після чисельних експериментів обрано $\tau = 50 \text{ с}$. З метою зменшення теплової енергії, що надходить від сонячного потоку, матеріал покриття обрано з коефіцієнтом чорноти для сплаву

дюралюмінію $e = 0.04$ [82]. Замінімо модель супутника, що рухається, еквівалентною моделлю нерухомого, в якій зміну інтенсивності теплових потоків і радіаційного теплового випромінювання задано як функції від часу (з урахуванням періодів обертання і сканування). Введемо до розгляду грані, на яких відбувається теплообмін.

На рисунку 3.3 зображено грані теплових потоків, що контактують із космічним вакуумом та сонячним тепловим потоком.

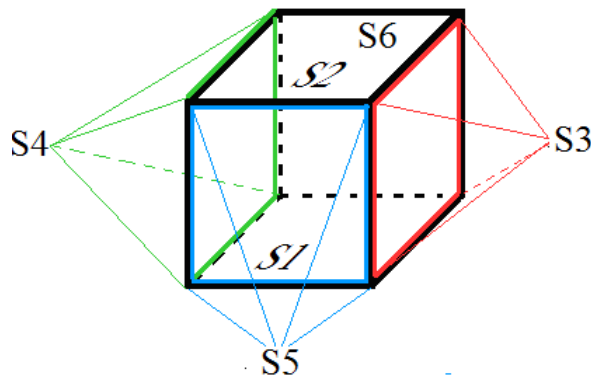


Рис. 3.3. Грані теплових потоків

Задамо вирази теплових потоків для поверхонь $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ де S_3 – поверхня супутника, на якій розміщено астродатчики (орієнтований до Сонця в момент часу $t = 0$), S_4 - поверхня корпусу супутника, на якій розміщено блок гіроскопів. Для поверхні S_3 закон зміни кількості теплової енергії при обертанні супутника по орбіті від нуля до 90° має вигляд

$$Q = \bar{q} \cos(2t\pi / T_{Rot}) \cos(\varphi), \quad \varphi = (\pi / 6) \sin(2t\pi / T_{Os}), \quad (3.1)$$

де Q - кількість теплоти, що приймає поверхня від Сонця, t - поточний момент часу; T_{Rot} - період обертання супутника навколо Землі, $T_{Rot} = 6000$ с.; $\bar{q}$ - інтенсивність теплового потоку, φ - кут, що характеризує коливання в процесі сканування, T_{Os} - період коливань при скануванні, $T_{Os} = 600$ с.

При цьому ж діапазоні орбітальних кутів на поверхнях S_4 і S_6 - відбувається променевий теплообмін у зв'язку з тим, що вони знаходяться у зоні тіні. Поверхні S_1 і S_2 по черзі входять і виходять у власну тінь супутника: коли

одна з граней спрямована на Сонце, закон зміни кількості теплової енергії має вигляд

$$Q = \bar{q} \cos(2t\pi/T_{Rot}) \sin(\varphi), \quad (3.2)$$

а інша охолоджується радіаційним випромінюванням, для поверхні S_5 закон зміни теплової енергії має вигляд

$$Q = \bar{q} \sin(2t\pi/T_{Rot}). \quad (3.3)$$

Для діапазону орбітального кута (90, 130) закон зміни кількості теплової енергії для поверхонь S_4 і S_5 має такий вигляд відповідно

$$Q = \bar{q} \cos(2t\pi/T_{Rot}) \cos(\varphi), \quad Q = \bar{q} \sin(2t\pi/T_{Rot}). \quad (3.4)$$

S_3 і S_6 - знаходяться у зоні тіні і остигають аналогічно попереднім граням. Закон зміни кількості теплоти для поверхонь S_1 та S_2 має такий вигляд

$$Q = \bar{q} \cos(2t\pi/T_{Rot}) \sin(\varphi). \quad (3.5)$$

При вході космічного апарату в зону тіні для діапазону орбітального кута від 130 до 230 на всіх гранях відбувається охолодження за законом Стефана-Больцмана [193]. Після виходу апарату з зони тіні закони теплообміну на поверхнях задаються аналогічним чином.

Для діапазону орбітального кута від 230 до 270 на грані S_4 - $Q = \bar{q} \cos(2t\pi/T_{Rot}) \cos(\varphi)$, S_6 - $Q = \bar{q} \sin(2t\pi/T_{Rot})$, S_1 та S_2 - $Q = \bar{q} \cos(2t\pi/T_{Rot}) \sin(\varphi)$, S_3 та S_5 знаходяться у тіні та охолоджуються. Для діапазону орбітального кута (270, 360) грань S_4 знаходиться в тіні, кількість теплової енергії на S_6 - $Q = \bar{q} \sin(2t\pi/T_{Rot})$, S_1 і S_2 - аналогічно попередньому, S_5 - грань остигає в тіні, S_3 - $Q = \bar{q} \cos(2t\pi/T_{Rot}) \sin(\varphi)$.

З урахуванням розглянутих законів теплообміну і руху системи розв'яжемо задачу із застосуванням розробленого програмного засобу. На внутрішніх стінках

корпусу супутника розміщено теплоізолюючі матеріали з коефіцієнтами теплоізоляції $\lambda = 1$, $\lambda = 0.5$, $\lambda = 0.2$. Теплоізоляція зменшує проникнення і виділення теплової енергії, що не дає космічному апарату значно перегріватися або охолоджуватися. Кількість отриманого тепла з урахуванням теплоізоляції виражається у вигляді наступного закону

$$Q = \lambda \cdot \bar{q}. \quad (3.6)$$

Чим більше λ , тим менше теплоізоляційний ефект. На рисунку 3.4 зображено еволюцію температурного поля поблизу блоку гіроскопів протягом одного періоду обертання з різними коефіцієнтами теплоізоляції. Крива 1 описує еволюцію температури на корпусі блоку гіроскопів з коефіцієнтом теплоізоляції $\lambda = 1$; крива 2 - $\lambda = 0.5$; крива 3 - $\lambda = 0.2$. I та III на осі абсцис зображено зони, коли супутник знаходиться на сонячній стороні, II - в тіні Землі.

В ході дослідження змінювання температурного поля виявлено інерційні часові зони охолодження і нагрівання апарату: зона А відповідає інерційному охолодженню області гіроскопів після відділення супутника від ракети-носія (у зв'язку з тим, що вона знаходиться у власній тіні супутника), хоча вся конструкція в цілому знаходиться на сонячній стороні. Зона В - це зона інерційного нагріву: хоча увесь апарат вже знаходиться в тіні Землі, нагрів ділянки області гіроскопів продовжує мати місце за рахунок ефекту теплопровідності. Зона С - аналогічна зоні А, тільки супутник вже виходить із зони тіні Землі.

Для забезпечення коректного функціонування блоку гіроскопів необхідно підтримувати допустимий температурний діапазон. В іншому випадку значно зростає ймовірність виникнення температурного градієнту, що може призвести до руйнування волоконно-оптичного провідника та інших складових ВОГ та інерційного вимірювального блоку.

Допустимий робочий діапазон температури гіроскопа становить від 253 до 353 °K. Аналізуючи отримані дані, зображені на рисунку 3.4, в кінцевий момент часу температурна крива 1 виходить за межі робочого діапазону. Хоча

температурні криві 2 і 3 знаходяться в допустимих межах, але через кілька періодів обертання супутника вони її перевищать, що призведе до перегрівання. З метою мінімізації підведення теплової енергії, що надходить від Сонця, на грань, де розміщуються блок гіроскопів (грань 7, що зображена на рисунку 3.3), встановлено радіаторні пластини [188], площа яких розраховується таким чином, щоб на кінець обертання супутника температура на ділянці гіроскопів була такою ж, як і в початковий момент часу.

У зв'язку з тим, що нижня температурна межа становить $290\text{ }^{\circ}\text{K}$, що на $37\text{ }^{\circ}\text{K}$ є більшою, ніж мінімальна робоча, то її можна знизити, тим самим знизивши температуру на кінець періоду обертання. Інтеграція радіаторних пластин на грань є раціональним підходом у зв'язку з тим, що ця грань максимально довго перебуває в тіні: при діапазоні орбітального кута $(0, 90)$ і $(270, 360)$ - у власній тіні супутника, при діапазоні орбітального кута $(130, 230)$ - в тіні Землі, а весь інший час - на сонячній стороні, тобто час перебування в зоні тіні становить, приблизно, в 3.5 рази більше, ніж на Сонці.

Встановивши радіаторні панелі на грані, де розміщується блок гіроскопів, отримаємо ряд переваг: по-перше, загальна площа цієї грані буде збільшена, що призведе до збільшення інтенсивності радіаційного випромінювання, тобто величина $\partial T / \partial n = A e_{\text{Black}} \delta_{\text{SB}} T^4$ стане більше, а процес охолодження швидше. Вважатимемо, що температура вакууму є рівною абсолютному нулю. По-друге, охолодження області гіроскопів відбувається швидше, у зв'язку з чим перехідний процес, пов'язаний з ефектом теплопровідності, буде мінімальний.

Для розв'язання задачі з відведенням теплової енергії застосуємо вищерозглянуту скінченноелементну модель супутника з тим же самим тактовим кроком інтегрування за часом.

На рисунку 3.5 показано еволюцію температурного поля поблизу блоку гіроскопів за один період обертання супутника. Крива 1 описує еволюцію температури на блоці гіроскопів з коефіцієнтом теплоізоляції $\lambda = 1$; крива 2 - $\lambda = 0.5$; крива 3 - $\lambda = 0.2$.

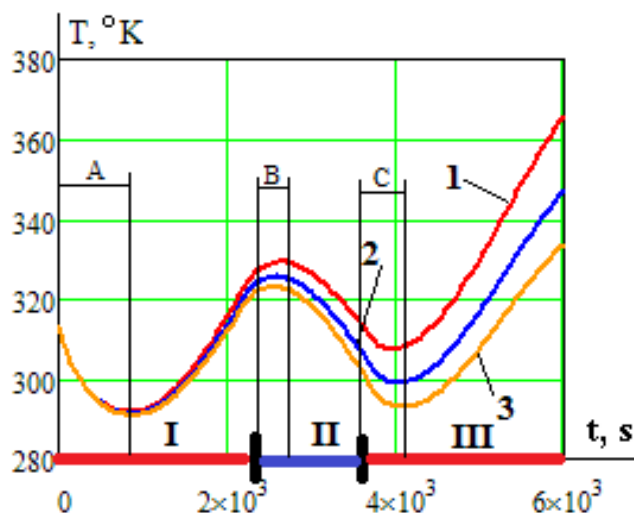


Рис. 3.4. Зміна температури без радіаторних пластин

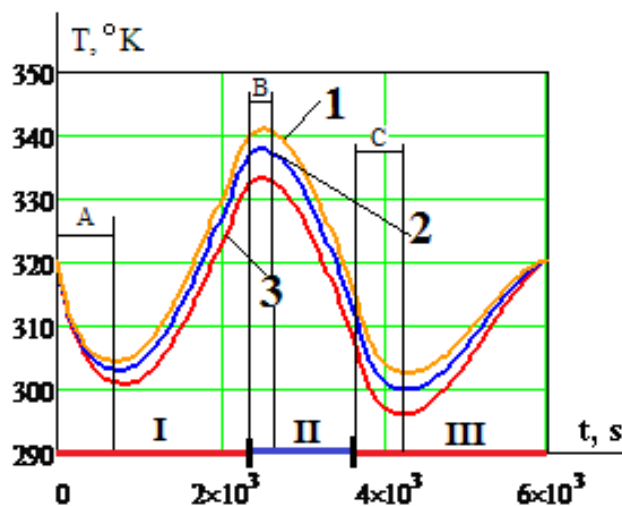


Рис. 3.5. Зміна температури з радіаторними пластинами

I, III і II - це зони сонячної та тіньової сторін відповідно. Зони А, В, С мають таке ж значення, що і в попередньому прикладі. Тангенси кутів нахилу температурних кривих 1, 2, 3 інерційних зон нагріву і охолодження істотно зросли (рис. 3.5) в порівнянні з температурними кривими для корпусу супутника без радіаторних пластин (рис. 3.4).

Відмінність одержаних результатів в цьому випадку полягає в наступному: в зоні А температура стрімко падає за рахунок збільшення загальної площі грані з радіаторними пластинами, однак, коли супутник переходить межу орбітального кута в 90° , він стає повернутим до сонячної сторони гранню, де розміщені пластини, що призводить до стрімкого нагрівання (величина теплового потоку $\partial T / \partial n = q(t)$ значно зростає), який триває до входу в зону тіні Землі.

Після чого спостерігається перехідний температурний процес у вигляді інерційного нагрівання, за який відповідає зона В. Зона С - це також зона інерційного охолодження, аналогічна попередній, для випадку руху супутника без радіаторних пластин (рис. 3.4).

За рахунок того, що в тіні супутник охолоджується максимально швидко, а після зони тіні пластини знову повернені до сонячної сторони, ці два фактори дають менш стрімку температурну характеристику в порівнянні з зонами А, В, С і їх проміжками за рахунок компенсації один одного, тобто стрімкий нагрів

зменшує швидкість стрімкого охолодження, що дає менший тангенс кута нахилу температурних кривих. На рисунку 3.5 цей ефект підтверджується після зони С: температурні криві з меншим кутом нахилу наближаються до кінцевої температури.

В ході дослідження для різних коефіцієнтів теплоізоляції були отримані наступні площі радіаторних пластин, які виводять температурні криві на початковий температурний режим. Для коефіцієнта теплоізоляції $\lambda = 1$ площа становить $S = 2700 \text{ см}^2$, для $\lambda = 0.5$ площа $S = 2300 \text{ см}^2$, для $\lambda = 0.2$ площа $S = 2100 \text{ см}^2$. У свою чергу, максимальні і мінімальні значення температури в процесі обертання супутника навколо Землі лежать в допустимому температурному діапазоні роботи гіроскопів. На першому періоді обертання кінцева температура буде братися в якості початкової для другого періоду.

Отже, для моделі корпусу штучного супутника Землі типу «Січ-2» знайдено температурні поля для різних коефіцієнтів теплоізоляції внутрішніх стінок з урахуванням всіх особливостей: руху супутника орбітою Землі, конструктивних параметрів, теплових процесів, що протікають у космосі.

В ході дослідження виявлено інерційні зони охолодження і нагрівання апарату, отримані наступні результати: для заданого режиму руху на заданій висоті орбіти спостерігаються значні перегріви області блоку гіроскопів, що може привести до пошкодження волоконно-оптичного провідника гіроскопа, в зв'язку з чим для кожного випадку теплоізоляції знайдено площі радіаторних пластин, що дозволяють утримувати температурний діапазон в межах роботи гіроскопів і звести температуру в кінці періоду обертання до початкової, тим самим виключаючи можливість перегрівання.

Запропонований підхід дозволить підтримувати потрібний температурний режим протягом необхідного часу без застосування будь-якої додаткової енергії, що є економічно вигідним і зручним для малих супутників, які повинні бути мінімальними за масовими характеристиками. Отримані дані можна використовувати для знаходження теплових деформацій, що виникають при

нагріванні лазерних або оптоволоконних гіроскопів, тим самим покращуючи управління об'єктом або конструювати нові типи управління.

3.2 Вплив періодичної зміни температури та радіаційного опромінювання на повзучість полімерної частини волоконно-оптичного гіроскопу

Застосування навігаційних пристроїв (НП), побудованих на базі волоконно-оптичних гіроскопів (ВОГ), що використовуються в якості основних датчиків визначення кутової швидкості літальних апаратів, набуває все більшого поширення у авіаційній та ракетно-космічній техніці. Літаки, ракети та супутники цивільного й військового призначення застосовують НП та ВОГи різних класів точності для формування інерційних навігаційних параметрів, завдяки чому стає можливим визначення орієнтації та місцезнаходження літального апарату без застосування супутникової системи навігації.

Посадкова платформа – один із елементів НП, який використовується в якості системи кріплення ВОГів та акселерометрів, а, безпосередньо, ВОГ з його компонентами, одним із яких є волоконно-оптичний провідник, виготовлений із поліпропіленових матеріалів, що легко піддаються руйнуванню внаслідок дії широкого спектру факторів космічного простору - стрімкого перепаду температур, опромінювання високоенергетичними іонізуючими та радіаційними полями - в комплексі з механічними навантаженнями може призводити до виникнення складного напружено-деформованого стану (НДС) елементів конструкцій. Нехтування факторами впливу космічного простору може відобразитися на показниках неспіввісності та якості управління літальним апаратом або його повною втратою.

3.2.1 Умови функціонування навігаційного пристрою та волоконно-оптичних гіроскопів у космічному просторі

Елементи конструкцій космічних апаратів (КА) після виведення на навколоземну орбіту піддаються впливу жорстких факторів космічного простору:

відсутність атмосфери призводить до виникнення складних процесів теплообміну, що часто супроводжуються значними перегрівами та остиганнями «сонячних» та тіньових зон відповідно, як було показано у підрозділі 2.1. Забезпечення рівномірності теплового балансу переважно пов'язано з передачею теплової енергії шляхами внутрішньої теплопровідності та променевого теплообміну з поверхонь космічного апарату. При наявності герметичної ємності з газоносієм у корпусі літального апарату процеси передачі теплової енергії відбуваються за рахунок конвективного теплообміну [190-193].

Надійність та довговічність функціонування елементів конструкцій значним чином пов'язана з місцем розташування КА по відношенню до природних радіаційних поясів Землі [82,189,190]: в залежності від висоти орбіти інтенсивність та спектральна густина іонізуючого випромінювання мають принципово відмінні якісні та кількісні показники.

На низьких орбітах (від 600 до 10000 км) за рахунок дії високої інтенсивності магнітного поля Землі тип іонізуючого випромінювання, переважно, має протонний характер з високими енергіями порядку десятків мегаелектрон-вольт. На високих орбітах (від 10000 до 27000 км), де дія магнітного поля Землі значно нижче, тип іонізуючого випромінювання має електронно-іонний характер з низькими енергіями порядку десятків кіло електрон-вольт. Таким чином, радіаційний пояс Землі умовно розділяється на дві зони – зовнішню та внутрішню. Ширина та розподіл полів за зонами є умовним та залежить від широти, довготи земної системи координат та інтенсивності Сонячної активності [22,193,194].

Для утримання температурного поля у заданому діапазоні під контрольною платою, фотодіодами та фазовими модуляторами розміщується елемент Пельтьє [234].

Особливості функціонування елементу ґрунтуються на напівпровідникових ефектах, завдяки яким при проходженні електричного струму через контур напівпровідників виникає спрямований рух температурного поля через поверхні пристрою: з однієї сторони утворюються стоки теплової енергії, а з іншої –

джерела, через що одна з поверхонь є «холодною», а інша – «жаркою». При зміні полярності електричного струму «холодна» поверхня стає «жаркою» та навпаки.

Комплексний вплив температурно-силових та радіаційних факторів призводить до виникнення складного напружено-деформованого стану складових НП та, зокрема, ВОГ (рисунок 3.6): котушки, волоконного кабелю, фотоприймачів, систем кріплення (рисунок 3.7) тощо.



Рис. 3.6. Волоконно-оптичний гіроскоп

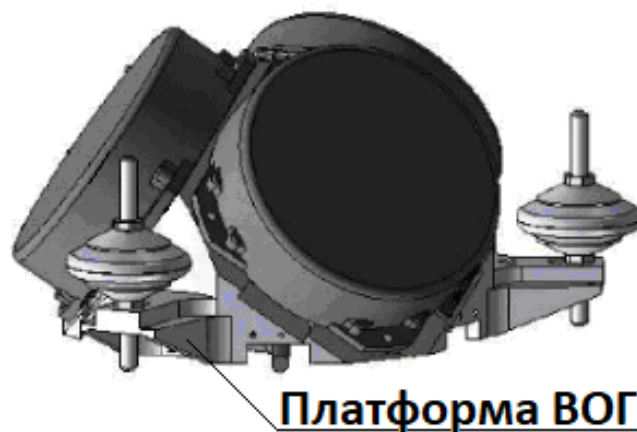


Рис. 3.7. Платформа волоконно-оптичного гіроскопа

3.2.2 Експериментальне моделювання розподілу температурного поля волоконно-оптичного гіроскопу. В рамках спільних робіт з НВП «ХАРТРОН АРКОС ЛТД» було проведено цикл експериментів, присвячений дослідженню та аналізу впливу температурного поля на складові частини навігаційного пристрою, розроблено програму випробувань, згідно з якою волоконно-оптичний гіроскоп, розміщений у термокамері, було піддано впливу нерівномірного температурного поля за заданим законом.

Перед початком дослідження тепло-фізичних властивостей волоконно-оптичного гіроскопу проведено ряд експериментальних випробувань для 40 інтегральних температурних датчиків (рисунок 3.10), завдяки яким визначено п'ятнадцять найкращих з точки зору інструментальної похибки. У подальшому саме група цих 15-ти датчиків використовувалась для фіксації температури на поверхнях ВОГ та складових НП.



Рисунок 3.10 – Текстолітова пластина з датчиками в термокамері

При проведенні експериментальних досліджень для відбраковування термодатчиків досліджено режим роботи термокамери Acutronic (рисунок 3.11), в якому управління температурою здійснюється за допомогою заданих програмних режимів. В процесі роботи спостерігається деяка затримка між командами оператора та встановленням температури в камері, у зв'язку з чим має місце незначна інерційність, яка залежить від різниці температурних потенціалів. На рисунку 3.12 кривою 1 зображено програмну зміну температури в камері, кривою 2 позначено реальну зміну температури, заміряну за допомогою внутрішнього датчика. У подальшому для отримання більш коректних результатів розрахунків в якості еталонного розподілу температури буде застосовано програму, що позначено кривою 2.



Рис 3.11. Термокамера Acutronic

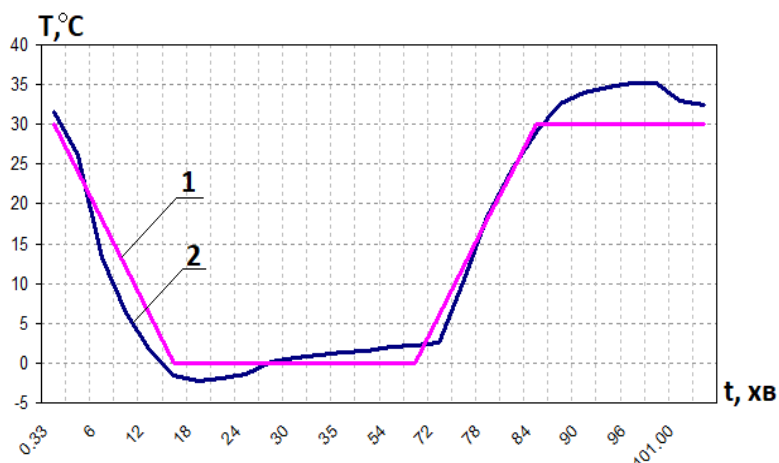


Рис. 3.12. Режим роботи термокамери

Для проведення експериментів використано лабораторну матеріально-технічну базу НВП «ХАРТРОН-АРКОС ЛТД»:

- 1) термокамера Acutronic;
- 2) датчики температури;
- 3) комплекс реєстрації температур;
- 4) система кабелів;
- 5) апаратура вхідного контролю (АВК) ВОГ;
- 6) технологічне посадкове місце;
- 7) блок живлення ВОГ;
- 8) комплекс реєстрації вихідної електричної потужності;
- 9) мультиметр;
- 10) теплопровідна мастика.

На рисунках 3.13 та 3.14 зображено схему функціонування елемента Пельтьє та його основні конструктивні особливості.



Рис. 3.13. Елемент Пельтьє

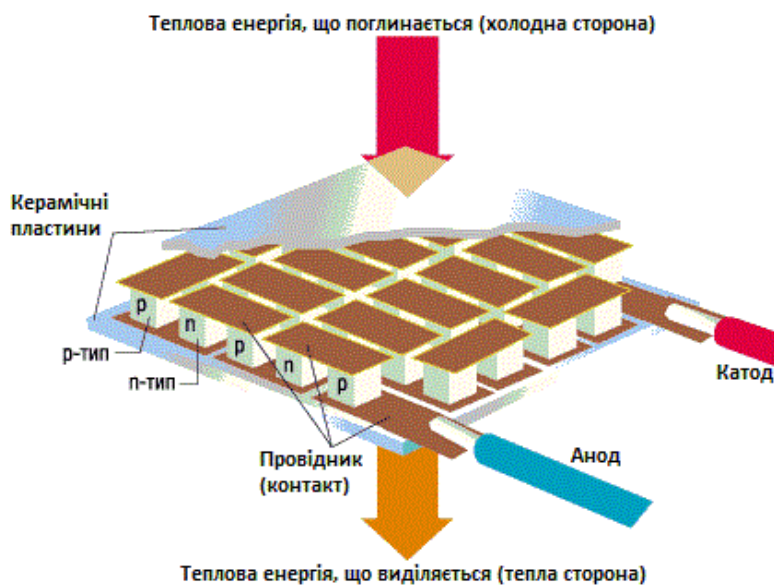


Рис. 3.14. Конструктивна схема

Перед безпосереднім дослідженням температурного поля ВОГ проаналізовано характер функціонування елемента Пельтьє: за допомогою мультиметра досліджено зміну споживаної сили струму в залежності від зміни температури в термокамері. На рисунку 3.15 зображено залежність зміни сили струму від часу згідно з програмою випробувань, наведеною на рисунку 3.12.

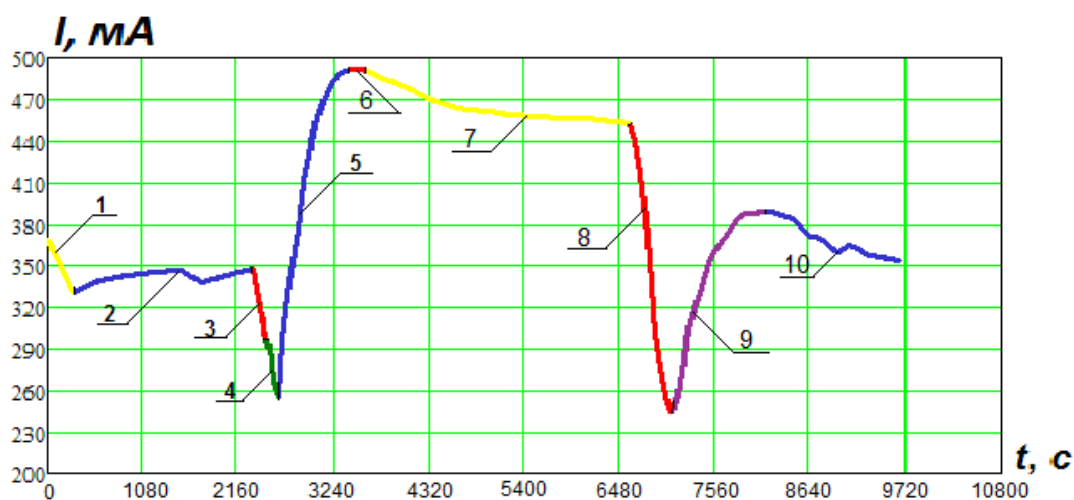


Рис. 3.15. Залежність споживаної сили струму елемента Пельтьє від часу

На рисунку 3.16 надано встановлену залежність зміни температури ВОГ від часу згідно з програмою випробувань.

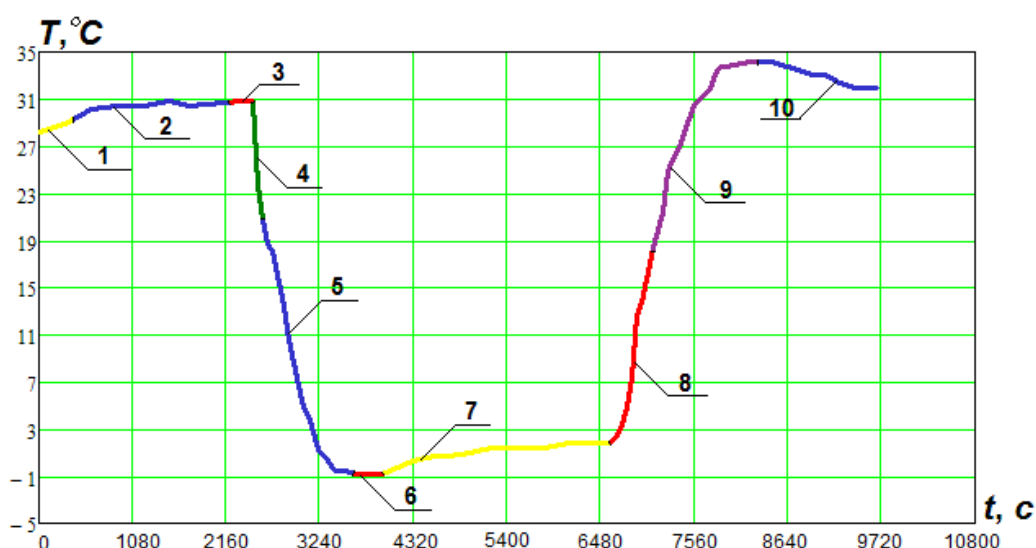


Рис. 3.16. Залежність зміни внутрішньої температури ВОГа від часу

Проведено дослідження функціонування елемента Пельтьє. Стрибкоподібна поведінка кривої на рисунку 3.15 пояснюється зміною полярності елемента Пельтьє в момент переходу із стаціонарного режиму до охолодження і нагрівання відповідно: відбувається релейне перемикання між режимами нагрівання і охолодження, внаслідок чого спостерігається просадка споживаної сили струму.

На рисунках 3.15 та 3.16 введено такі позначення:

1) ділянка 1 характеризує падіння сили струму і невелике зростання температури в стаціонарному режимі;

2) ділянка 2 характеризує зростання споживаного струму при все такому ж незначному зростанні температури в стаціонарному режимі;

3) ділянка 3 характеризує початок перемикавання елемента Пельтьє і зміну полярності при переході зі стаціонарного режиму в режим охолодження;

4) ділянка 4 характеризує зменшення температури і споживаної сили струму ВОГ в режимі охолодження;

5) ділянка 5 характеризується падінням температури і зростанням споживаної сили струму. Перехідна точка між ділянками 4 і 5 характеризує перемикавання елемента і зміну полярності елемента Пельтьє;

6) ділянка 6 характеризує початок виходу в стаціонарний режим при температурі в нуль градусів. Ця ділянка також характеризує початок перерегулювання температурного поля;

7) ділянка 7 характеризує перехід в стаціонарний режим при температурі нуль градусів;

8) ділянка 8 характеризує вихід зі стаціонарного режиму з подальшим переходом до ділянки нагрівання. За рахунок нагрівання спостерігається перехід на ділянку перемикавання полярності елемента;

9) ділянка 9 характеризується подальшим нагріванням зі зростанням споживаної потужності. Перехід з ділянки 8 на ділянку 9 характеризується перемиканням елемента Пельтьє та зміною полярності;

10) ділянка 10 характеризується зниженням температури і споживаної сили струму.

Падіння споживаної потужності елементу Пельтьє при переході зі стаціонарних ділянок на ділянки охолодження і нагріву обумовлюється релейною структурою його управління.

Відомо, що при проходженні струму через провідник виділяється кількість теплової енергії, що прямо пропорційна споживаній електричній потужності [235]

$$Q = k_{el} \cdot W, \quad (3.7)$$

де Q - кількість теплової енергії, що виділилась внаслідок проходження через

провідник, W - кількість споживаної електричної потужності, k_{EI} - коефіцієнт трансформації, що визначається для кожного матеріалу та в цілому залежить від температури.

Використовуючи графік залежності 3.16 споживаної сили струму від режиму роботи термокамери та значення температури елемента Пельтьє, визначаємо, що значення коефіцієнта трансформації для керамічного напівпровідника складає $k = 1.5 \cdot 10^6$ за умови, що значення споживаної напруги - 5 V . Вираз 3.7 описує внутрішню зміну теплового поля елемента Пельтьє, яке може бути використане в якості додаткових теплових джерел при комплексному моделюванні еволюції температурного поля ВОГа.

3.2.3 Чисельне моделювання розподілу температурного поля волоконно-оптичного гіроскопа. У зв'язку з тим, що задача є фізично нелінійною та характеризується складною геометричною формою об'єкту, було досліджено внутрішню збіжність отриманих результатів. Використано три скінченноелементні моделі – з кількістю вузлів 184644, 72357 та 36886. Максимальна похибка розподілу температури між розрахунками на першій та другій моделях складає 4.42 %, а на другій та третій моделях - 23.18 %. Прийнято, що похибка між розрахунками на першій та другій моделі є допустимою, та в розрахунках застосовано другу модель.

Урахування поверхневого теплообміну ВОГ з термокамерою відбувається завдяки застосуванню моделі передачі теплової енергії шляхом конвекції (2.15) [179], а зміна внутрішнього джерела тепла елемента Пельтьє описується за допомогою співвідношень Джоуля-Ленца (3.7). Корпус та внутрішні кріплення ВОГ виготовлено зі сплаву дюралюмінія з такими теплофізичними властивостями [236]

$$\text{густина} - \rho = 2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$\text{питома теплоємність} - c = 930 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}},$$

$$\text{коефіцієнт теплопровідності} - k = 147 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ \text{C}},$$

$$\text{коефіцієнт теплопередачі} - \alpha = 60 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ \text{C}}.$$

Волоконно-оптичний провідник, який знаходиться на котушці, має такі теплофізичні властивості

$$\text{густина} - \rho = 2200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$\text{питома теплоємність} - c = 920 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}},$$

$$\text{коефіцієнт теплопровідності} - k = 1.4 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ \text{C}},$$

$$\text{коефіцієнт теплопередачі} - \alpha = 44 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ \text{C}}.$$

Загальний час розрахунку складає 10800 секунд, обране значення кроку інтегрування за часом – 5 секунд. На рисунках 3.17 -3.19 зображено залежність зміни температури від часу на нижній поверхні ВОГ (рис. 3.17), на боковій (рис. 3.18) та верхній (рис. 3.19). Тут позначено крива 1 – зміна температури, отримана експериментальним шляхом, крива 2 – зміна температури, отримана чисельним розрахунком у розробленому ПЗ, крива 3 – зміна температури, отримана пакетом ANSYS.

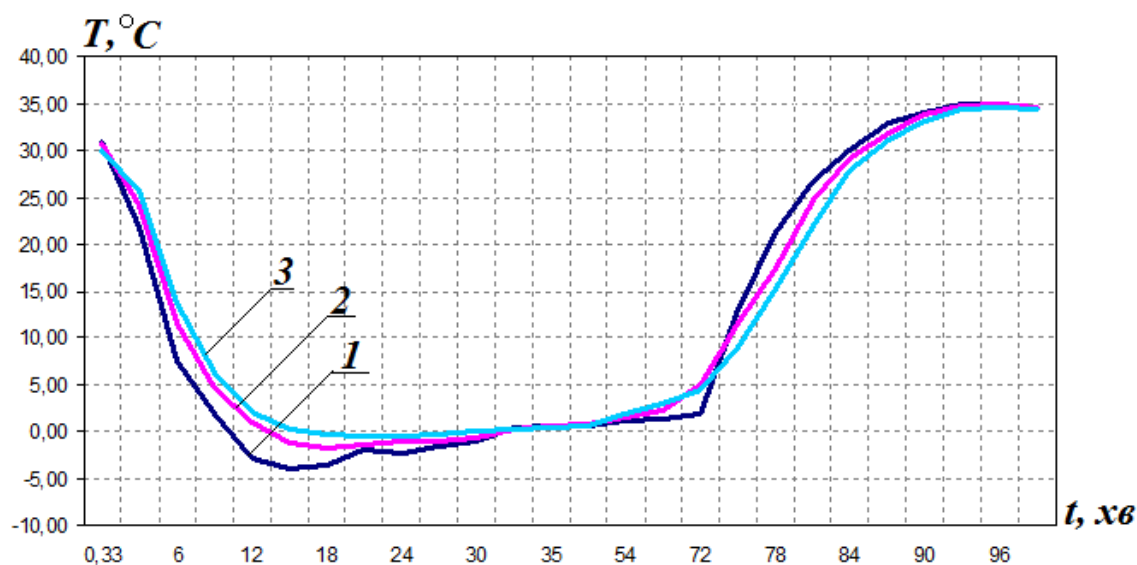


Рис. 3.17. Залежність зміни температури від часу на нижній поверхні ВОГ

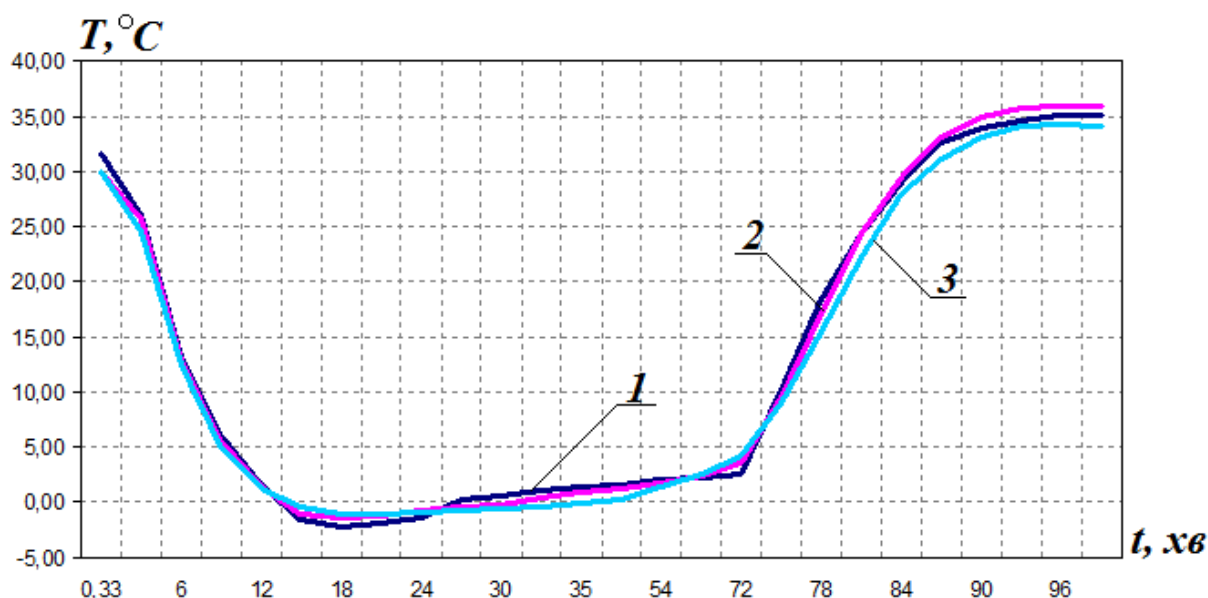


Рис. 3.18. Залежність зміни температури від часу на боковій поверхні ВОГ

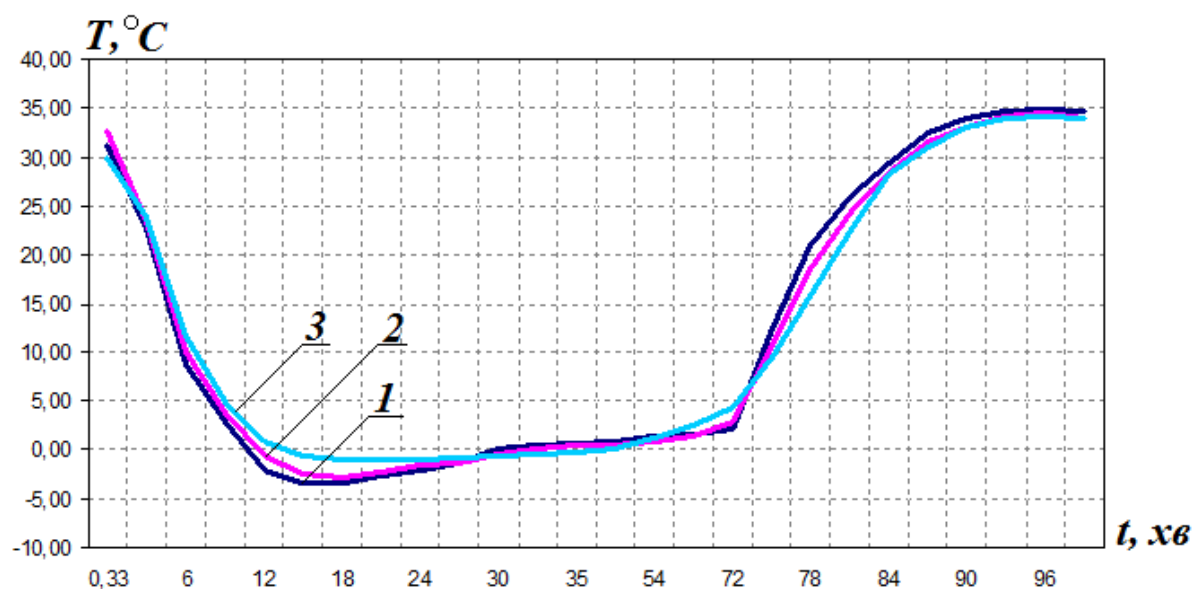


Рис. 3.19. Залежність зміни температури від часу на верхній поверхні ВОГ

Отже, результати чисельного моделювання показують достатній ступінь його адекватності з експериментальним даним та даним іншого скінченноелементного програмного засобу. Максимальні відмінності в областях перерегулювання не перевищують 4-х $^{\circ}\text{C}$, а в інших - 1.7 $^{\circ}\text{C}$.

3.2.4 Розробка методу та алгоритму оцінювання залишкового ресурсу працездатності волоконно-оптичного гіроскопу, що знаходиться у складі навігаційного пристрою штучного супутника Землі. Штучний супутник Землі знаходиться на екваторіальній еліптичній орбіті з висотою 700 км та періодом

обертання – 90 хв. Із результатів досліджень [22, 82] відомо, що інтенсивність сонячного теплового потоку для таких параметрів орбіти складає 13.3 КВт.

Для оцінки впливу температурних факторів на пошкоджуваність волоконно-оптичного провідника необхідно знайти залежність зміни температурного поля корпусу супутника та його бортових складових від періоду обертання. Вважається, що космічний апарат знаходиться в усталеному, періодично змінюваному температурному полі, що має місце після завершення фази перехідного процесу: характер температур є періодичним, а потужність внутрішніх та зовнішніх термодинамічних сил є постійною величиною.

На рисунку 3.20 зображено залежність зміни температури зовнішньої поверхні захисного комплексу (корпус супутника та теплоізоляційні матеріали)

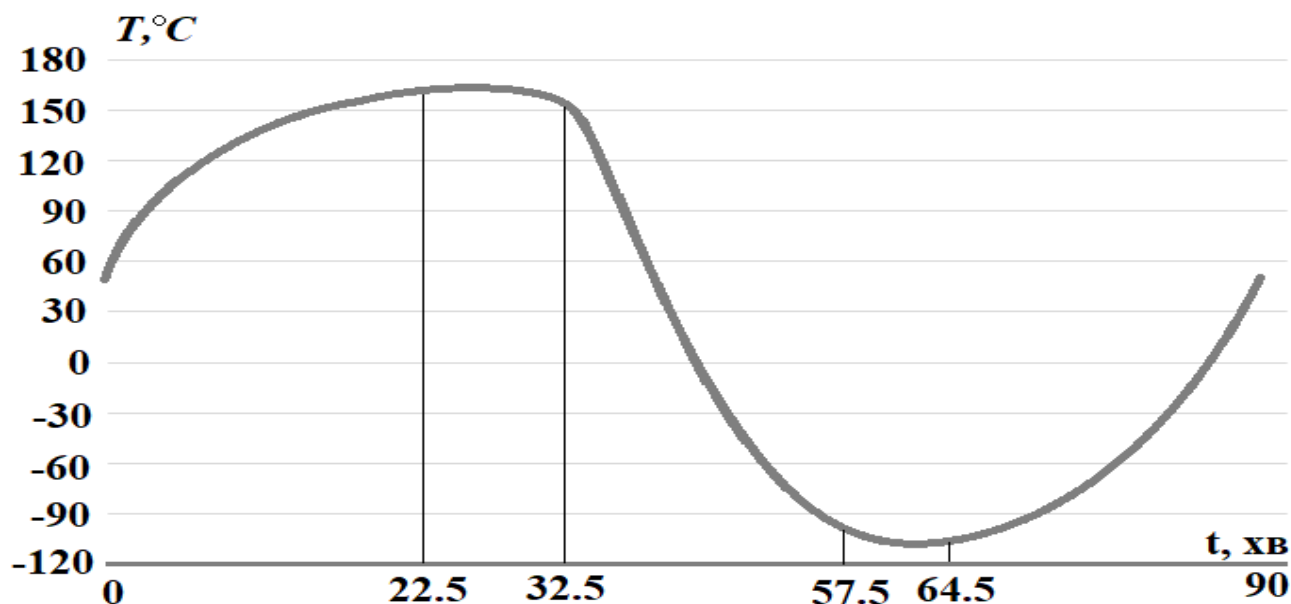


Рис. 3.20. Залежність зміни температури зовнішньої поверхні захисного комплексу

Періодичність зміни температурного поля супутника обумовлюється почерговим входом-виходом із сонячної сторони в тінь Землі та навпаки. Також можливі ситуації, коли частина корпусу супутника знаходиться у власній тіні, завдяки чому спостерігається нерівномірність перерозподілу теплової енергії.

На рисунку 3.21 зображено схему руху супутника по орбіті навколо Землі, де червоний колір відображає частину траєкторії, яка характеризується впливом сонячного потоку, синій колір відображає частину траєкторії, яка характеризується променевим теплообміном.

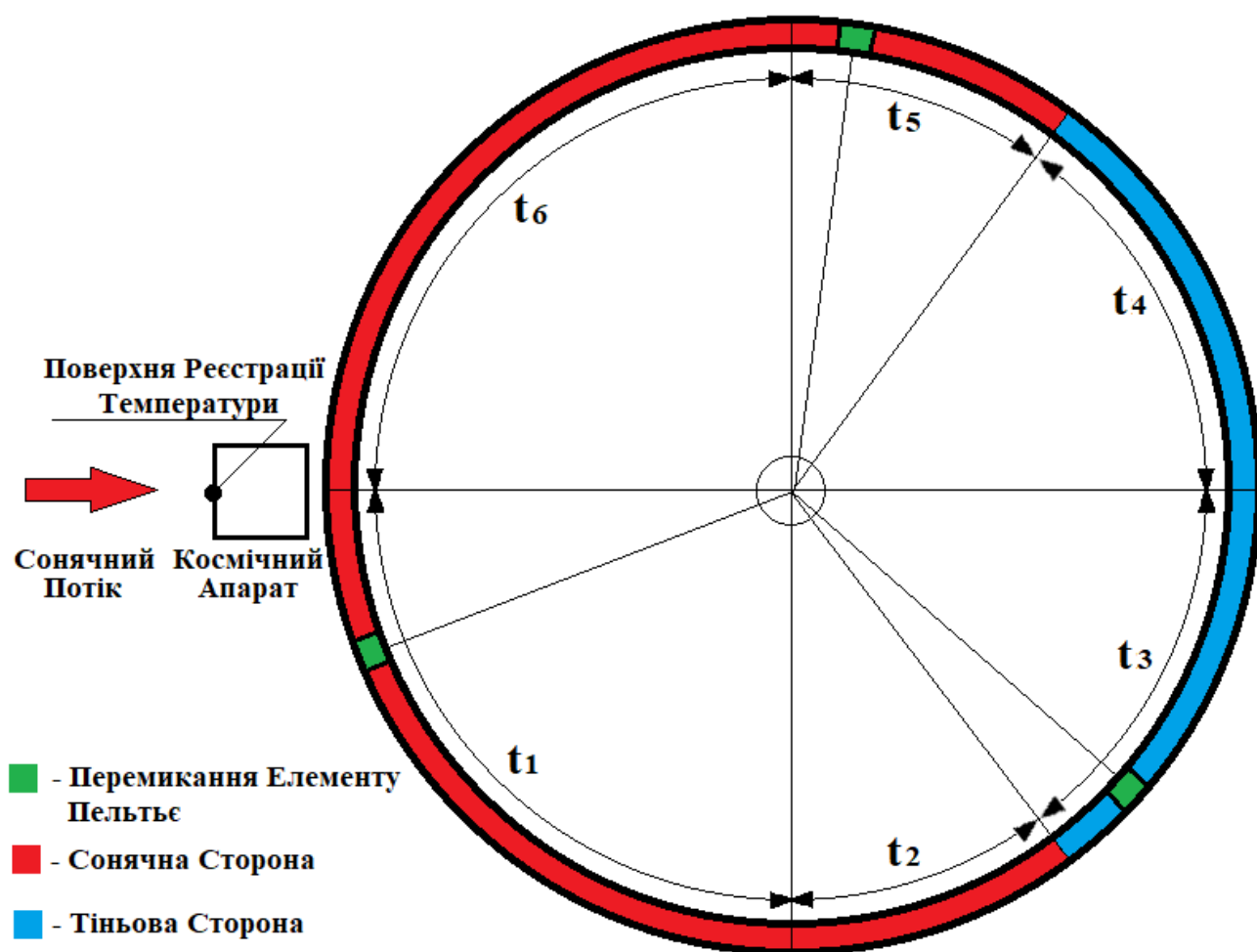


Рис. 3.21. Залежність зміни температури зовнішньої поверхні захисного комплексу

В початковий момент часу поверхня реєстрації температур обернена до сонячної сторони під кутом 90° , таким чином тангенс кута нахилу є максимальним, а зростання температури – найбільш інтенсивним. У зв'язку з тим, що однією зі складових комплексу зовнішнього захисту є теплоізоляційні матеріали, поведінка температурного поля на зовнішній поверхні супутника характеризується стрімкими перепадами між сонячною та тіньовими сторонами (рисунок 3.20). Ділянку польотної траєкторії умовно розбито на часові інтервали, кожен з яких характеризується унікальними умовами теплообміну:

1) на часовому інтервалі $t \in [0, 22.5]$ хвилин поверхня зовнішнього захисного комплексу напряму контактує з сонячним тепловим потоком, у зв'язку з чим швидкість зростання температури є максимальною та змінюється за законом косинуса орієнтації орбітального кута між вектором теплового потоку;

2) на часовому інтервалі $t \in [22.5, 32.5]$ хвилин поверхня зовнішнього захисного комплексу потрапляє у власну тінь космічного апарата, на цьому етапі спостерігається інерційний нагрів та початок переходу до фази остигання;

3) на часовому інтервалі $t \in [32.5, 57.5]$ хвилин космічний апарат повністю переходить в зону тіні Землі. Для цієї фази спостерігається інтенсивне остигання всієї поверхні супутника та зростання за модулем тангенсу кута нахилу температурної кривої. Значне зростання інтенсивності остигання третьої фази у порівнянні з першою фазою нагрівання пояснюється нелінійним тепловим потоком, що пропорційний різниці четвертій степені температури тіла (яка, до речі, є значно вищою у порівнянні з початком періоду) та температури навколишнього середовища;

4) на часовому інтервалі $t \in [57.5, 64.5]$ хвилин космічний апарат переходить до фази нагрівання, але поверхня комплексу зовнішнього захисту все ще знаходиться у власній тіні супутника. На цьому часовому інтервалі спостерігається інерційне охолодження та зменшення швидкості остигання;

5) на часовому інтервалі $t \in [57.5, 64.5]$ поверхня комплексу зовнішнього захисту знову напряду контактує з сонячним тепловим потоком, у зв'язку з чим спостерігається зростання інтенсивності теплового потоку за законом косинуса та збільшення швидкості нагрівання.

Вважається, що увесь внутрішній простір між відділеннями приладів космічного апарату є безповітряним – передача теплової енергії між поверхнями відбувається за рахунок променевого теплообміну, який описується за допомогою крайових умов Стефана-Больцмана [181,182]. На рисунку 3.22 зображено схему взаємодії сонячних та променевих теплових потоків.

Вважається, що тепловий потік від Сонця є постійною величиною та описується за допомогою закону Неймана, а теплові потоки, що мають місце на ділянці траєкторії, яка потрапляє в зону тіні Землі та власну тінь супутника, описуються променевим теплообміном.

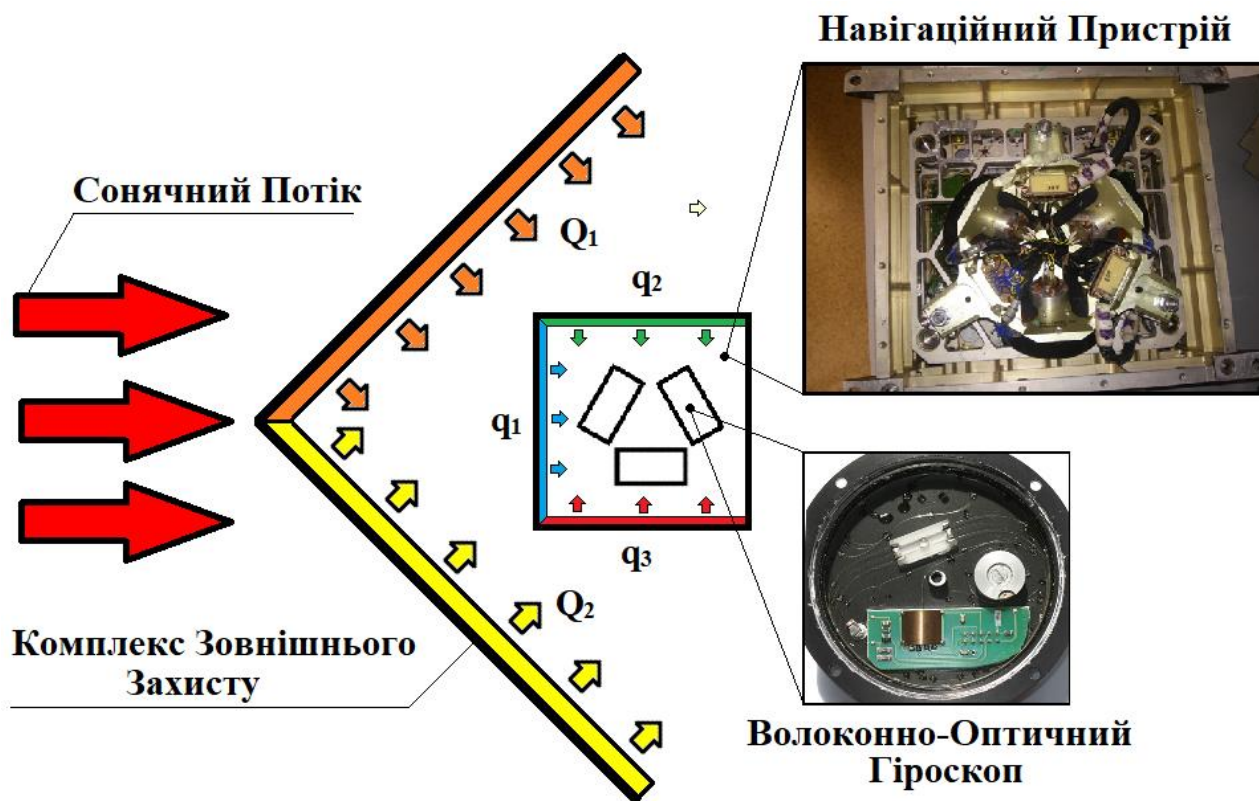


Рис. 3.22. Схема взаємодії сонячних та променевих теплових потоків

У загальному випадку величини Q_1 , Q_2 , q_1 , q_2 , q_3 є різними за значенням та, по-перше, залежать від інтенсивності сонячної активності, по-друге, від положення орбітального кута. Враховуючи температурний розподіл супутника та перерозподіл енергії шляхом випромінювання із внутрішніх стінок корпусу на корпус волоконно-оптичного гіроскопу, знайдено залежність зміни потужності теплового потоку від часу (рисунок 3.23).

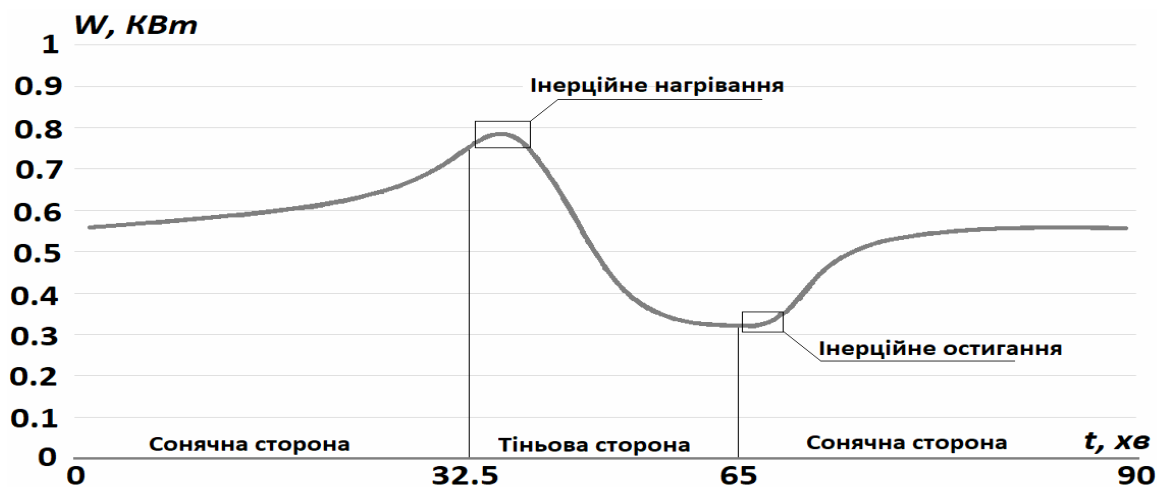


Рис. 3.23. Розподіл теплової потужності поверхні волоконно-оптичного гіроскопу на періоді обертання

Логічним є той факт, що значення потужності на початку періоду з заданою похибкою співпадає зі значенням потужності на кінці періоду. Така поведінка й пояснюється усталеною, періодичною зміною температурного поля. Інтенсивність перевипромінювання теплової енергії зі стінок космічного апарату, з одного боку, залежить від поточного значення температури на поверхні космічного апарату, а з іншого, - від косинусу орбітального кута з урахуванням орієнтації по відношенню до сонячного потоку.

Отриманий розподіл теплової потужності, наведений на рисунку 3.23, застосовано для знаходження температурного поля ВОГ. В ході проведення експериментальних досліджень температурної чутливості ВОГ, було встановлено вплив градієнту температур на режими функціонування елемента Пельтьє, який виступає додатковим джерелом генерації теплової енергії (п.3.2.2). На рисунку 3.24 зображено залежність фази перемикавання елемента при досягненні критичного значення температури ВОГ від часу орбітального польоту.

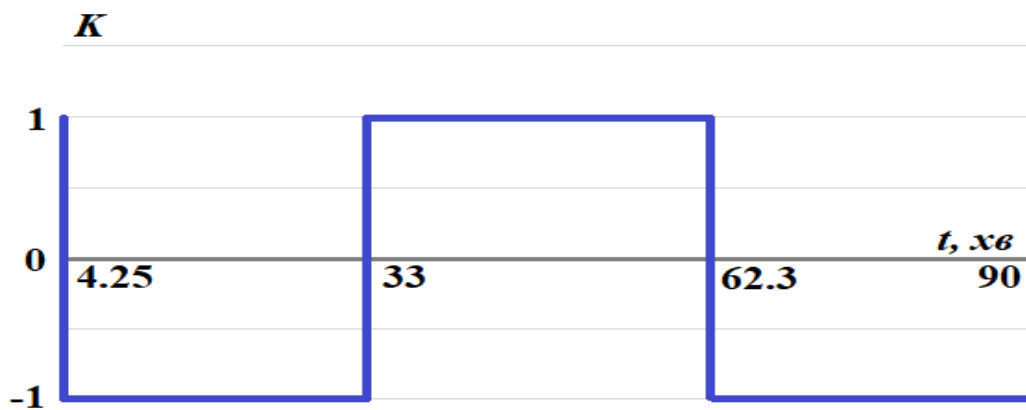


Рис. 3.24. Залежність фази перемикавання елемента Пельтьє від часу орбітального польоту

Зазначимо, що значення електричної потужності знайдено експериментальним шляхом вимірювання сили струму та напруги. Застосовуючи закон зміни потужності теплового потоку, який прикладено до поверхні ВОГ, та співвідношення Джоуля-Ленца (3.7), знайдено еволюцію температурного поля ВОГ на періоді обертання ШСЗ. Як приклад, на рисунку 3.25 зображено розподіл

температурного поля ВОГ в момент часу 4.25 хв, що відповідає першому увімкненню елемента Пельтьє на польотній траєкторії. Внаслідок симетрії розглянуто половину моделі.

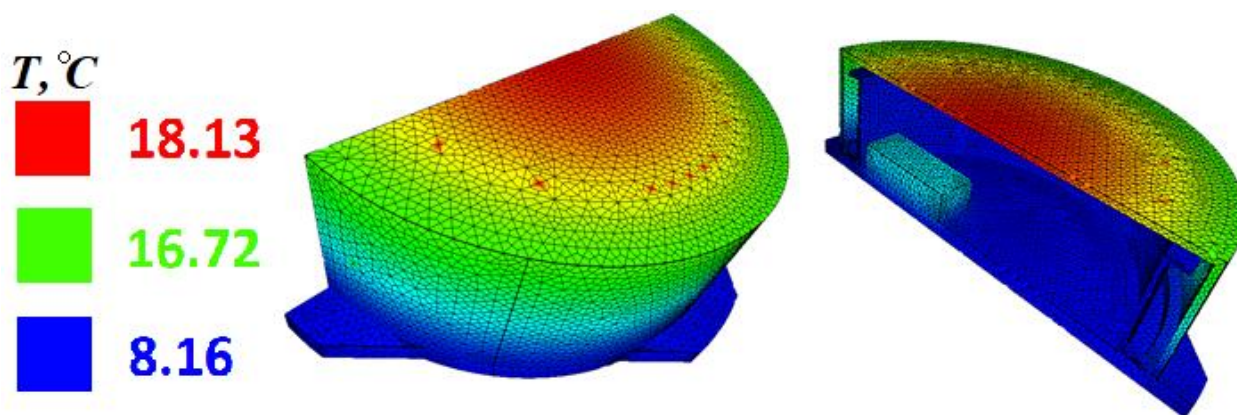


Рис. 3.25. Розподіл температурного поля ВОГа в момент часу 4.25 хв.

3.2.5 Дослідження напружено-деформованого стану та пошкоджуваності котушки волоконно-оптичного гіроскопу, що знаходиться у складі інерційного вимірювального пристрою. По знайденим температурним полям необхідно провести оцінку напружено-деформованого стану котушки ВОГ та поліпропіленового оптичного провідника. За результатами моделювання зміни температурного поля в залежності від кута польотної траєкторії космічного апарата, що зображено на рисунку 3.23, найбільш інтенсивний перепад температур характеризується ділянкою від 32.5 до 57.5 хв орбітального польоту. Тангенси кута нахилу в ці проміжки часу є найбільшими за модулем, у зв'язку з чим ймовірність виникнення максимальних температурних деформацій зростає. Варто звернути увагу на те, що час перемикання елемента Пельтьє співпадає з часом максимального перепаду температур, у зв'язку з чим увесь періодичний процес перемикання зміщено на деяку фазу ψ , яка є різною для різних орбітальних кутів. У подальшому будемо досліджувати саме ці ділянки на предмет виникнення температурних деформацій та напружень, пов'язаних з ними.

На рисунках 3.26 та 3.27 зображено залежність зміни температури котушки волоконно-оптичного гіроскопа та волоконно-оптичного провідника від радіального кута для моменту часу 64.17 та 39.48 хв відповідно: крива 1 – зміна

температури за радіальним напрямком для волоконно-оптичного провідника, крива 2 – зміна температури за радіальним напрямком для корпусу котушки.

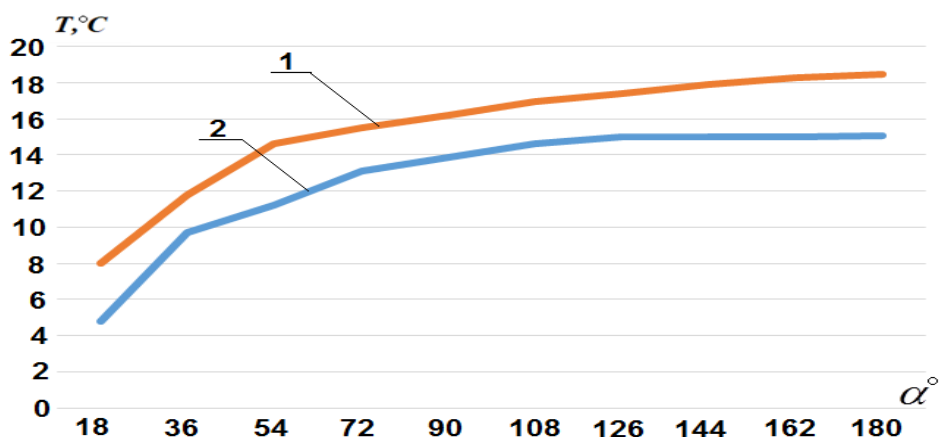


Рис. 3.26. Залежність зміни температури від радіального кута в момент часу 64.17 хв.

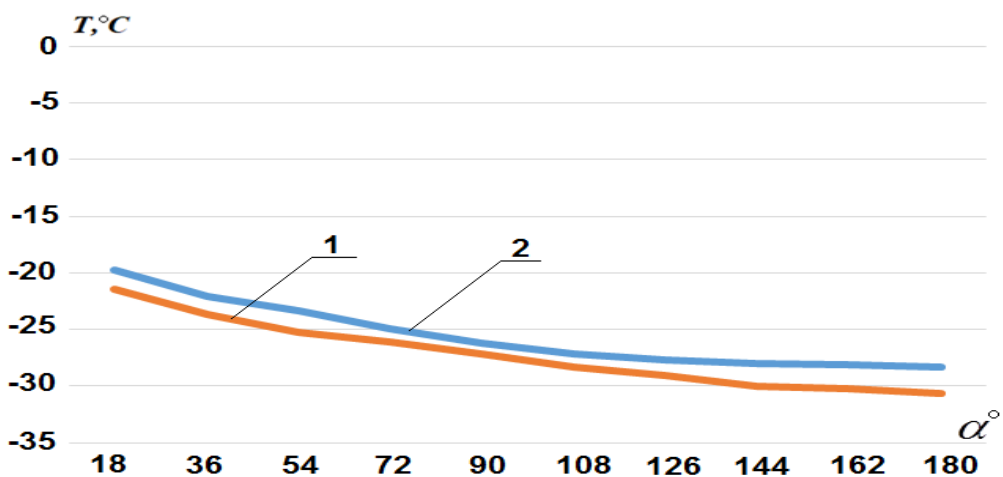


Рис. 3.27. Залежність зміни температури від радіального кута в момент часу 39.48 хв.

Ділянка радіального кута від 0 до 54 градусів характеризується інтенсивним впливом елемента Пельтьє на зміну температурного поля всього ВОГ. Для отриманої залежності зміни температурного поля ВОГ від орбітального кута знайдемо розподіл компонентів напружено-деформованого стану. Розв'яжемо набір задач температурної пружності для кожного моменту часу, що відповідає конкретному розподілу температурного поля. На рисунку 3.28 кривою 1 зображено розподіл температури котушки ВОГ, а кривою 2 - розподіл температури волоконно-оптичного провідника від періоду обертання космічного

апарату.

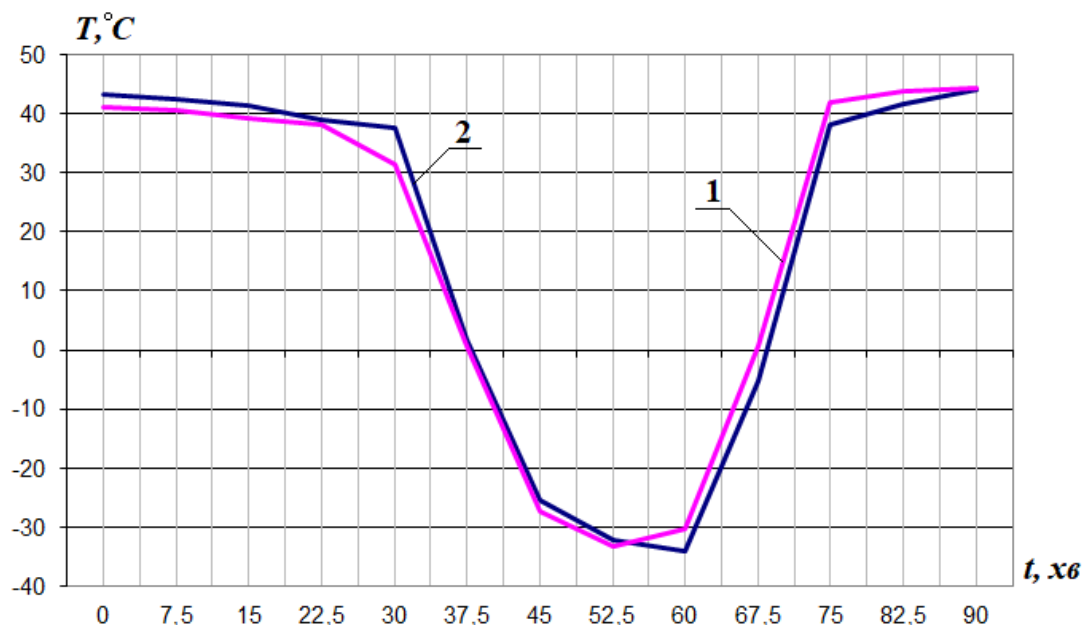


Рис. 3.28. Залежність температури точок котушки та волоконно-оптичного провідника від часу у періоді обертання

На рисунку 3.29 зображено модель ВОГ з намотаним волоконно-оптичним провідником. Товщина намотки складає 10.25 мм.

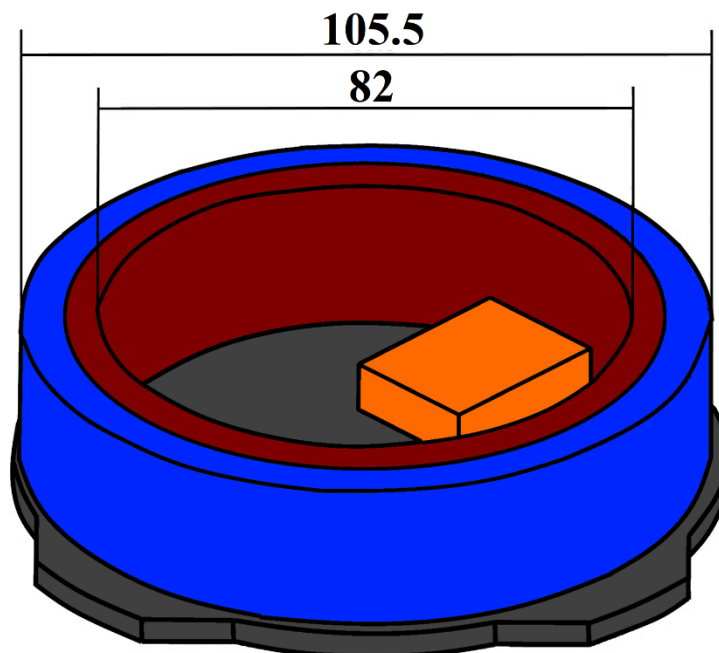


Рис. 3.29. Модель внутрішньої частини ВОГ. Котушка з намотаним волоконно-оптичним провідником

Для розв'язання задачі термопружності обрано 13-ть розподілів температурного поля, що відповідають рівновіддаленим точкам орбітальної траєкторії. Саме по цим точкам побудовано графік залежності зміни температури

від періоду обертання, який зображено на рисунку 3.28. В задачі термопружності задано такі фізико-механічні властивості дюралюмінію: модуль пружності $E = 1700 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуасона $\nu = 0.3$, коефіцієнт температурного розширення $\lambda = 1.8 \cdot 10^{-5}$.

Фізико-механічні характеристики поліпропілену: модуль пружності $E = 21 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуасона $\nu = 0.3$, коефіцієнт температурного розширення $\lambda = 7.16 \cdot 10^{-4}$ [236]. Вважається, що волоконно-оптичний провідник намотаний щільно та представляє однорідний матеріал, його контакт з катушкою ВОГ є ідеальним, тобто точки переміщення провідника та катушки є однаковими при деформуванні.

На рисунку 3.30 зображено залежність інтенсивності напружень від радіусу волоконно-оптичного провідника, температури та часу у періоді обертання.

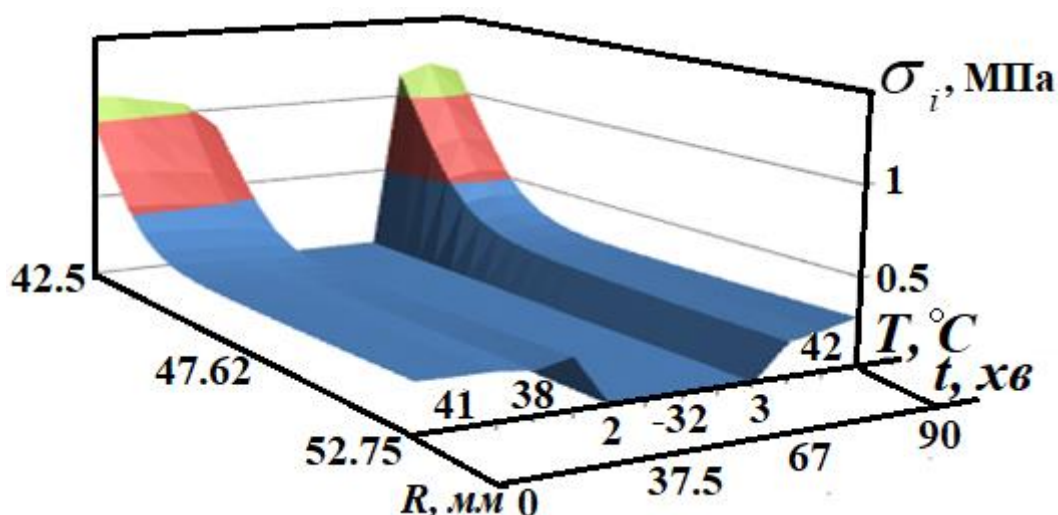


Рис. 3.30. Залежність інтенсивності напружень від радіусу волоконно-оптичного провідника, температури та часу у періоді обертання

Із аналізу результатів, наведених на рисунку 3.30, випливає, що найбільше значення інтенсивності напруження спостерігається у зоні контакту волоконно-оптичного провідника та катушки ВОГ. Для дослідження деградації матеріалу та аналізу накопичування дефектів розв'язано задачу теорії повзучості та пошкоджуваності.

Вважається, що процес повзучості має місце при додатних значеннях температурного поля, у зв'язку з чим отримані значення інтенсивності напружень,

що відповідають від'ємному температурному діапазону, на рисунку 3.30 показано нульовими. Розглянемо довготривале періодичне змінювання напружень за графіком рис.3.30 при обертанні супутника.

В розрахунках застосовано осереднені на періоді рівняння повзучості з моделлю пошкоджуваності Работнова-Качанова (2.9), для яких тензор швидкості деформації повзучості та швидкість параметру пошкоджуваності розкладено за малим параметром.

Матеріал поліпропіленового провідника - Morlen HP400R, для якого за результатами обробки експериментальних даних при температурі 20°C , одержаних авторами робіт [237, 238], отримано наступні константи для рівнянь стану: $B = 5.692 \cdot 10^{-18} \text{ МПа}^{-n} \cdot \text{год}^{-1}$, $D = 3.06 \cdot 10^{-21} \text{ МПа}^{-r} \cdot \text{год}^{-1}$, $n = 9.538$, $r = 14.583$, $l = 17.139$, $\alpha = 2.483$. На рисунках 3.31 та 3.32 зображено криві повзучості при статичному (рис. 3.31) та періодичному деформуванні (рис. 3.32). Суцільними кривими позначено розрахункові дані, а точками експериментальні, отримані у роботах [237, 238].

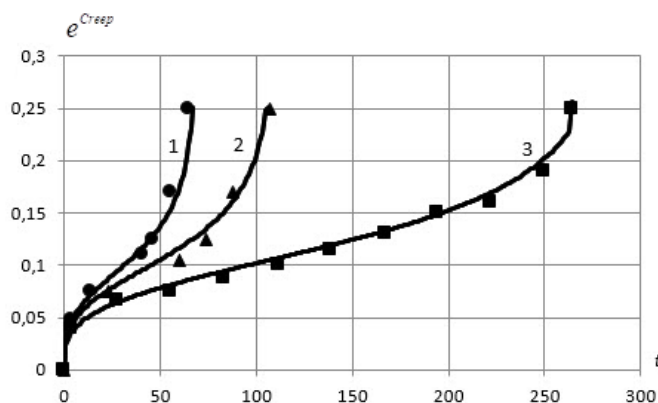


Рис. 3.31. Криві повзучості при статичному навантаженні

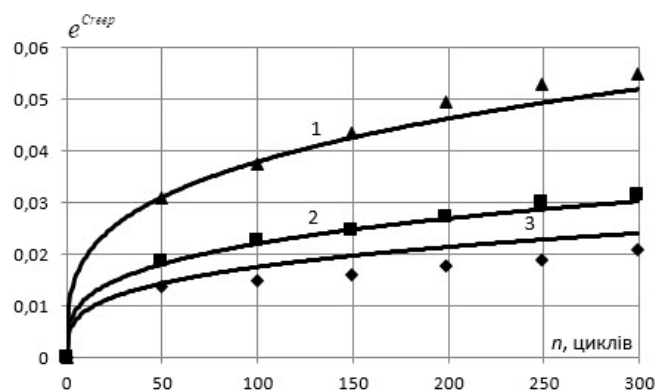


Рис. 3.32. Криві повзучості при періодичному навантаженні

На рис. 3.31 криву 1 побудовано для напруження розтягу 16 МПа, криву 2 – 15.5 МПа, криву 14.5 МПа. Як видно, за допомогою використання закону зміцнення та кінетичного рівняння для скалярного параметру пошкоджуваності, досягнуто цілком задовільний ступінь відповідності чисельних та експериментальних даних: максимальні розбіжності не перевершують 10 %.

Для отримання кривих деформування при періодичному навантаженні залучено експерименти із амплітудними значеннями напружень 22, 24 та 26 МПа відповідно. На рисунку 3.32 крива 1 відповідає циклу з амплітудним навантаженням 26 МПа, крива 2 – 24 МПа, крива 3 – 22 МПа, мінімальне значення напруження 1 МПа. Розбіжність отриманих результатів не перевищує 20%, що дозволяє зробити висновок про можливість застосування рівнянь стану (2.10).

Чисельне моделювання проведено для випадків чисто статичного навантаження при температурі 293 та 313 К (вважалось, що розподіл напружень з максимальними значеннями є присутнім увесь час функціонування приладу); при врахуванні періодичного характеру температури та обумовлених нею напружень, коли повзучість при від'ємних температурах за Цельсієм не відбувається, та для випадку спільної дії пошкоджуваності внаслідок періодичного впливу повзучості та опромінювання внаслідок дії космічної радіації. Для останнього розглянуто два варіанти захисту від радіації, що послаблюють її дію у 1000 (варіант 1) та 2000 разів (варіант 2). За даними роботи [85] значення константи прийнято у вигляді $P=1,23 \times 10^{-6} \text{ МПа}^{-1}/\text{год}$, що відповідає закінченню прихованого руйнування при напруженні 9,28 МПа за 10 років.

Розрахунками встановлено, що при чисельному моделюванні випадків постійної дії напружень, викликаних термопружним деформуванням поліпропіленового шару, за період 10^5 г, що відповідає 11,4 року, не відбувається завершення прихованого руйнування. Дослідження трьох інших режимів, які враховують прискорення внаслідок періодичної дії напружень та радіації, свідчать про припинення процесу зростання прихованої пошкоджуваності ($\omega \neq \omega_*$), тобто про руйнування матеріалу поліпропіленового волокна. В усіх випадках воно має місце у точках, що знаходяться на стику між волокном та катушкою, та у яких має місце максимальний рівень напружень.

Деякі результати проілюстровано рисунком 3.33, де наведені криві релаксації максимального значення інтенсивності напружень та зростання максимальної радіальної деформації повзучості для точки, в якій відбувається завершення

прихованого руйнування. На рисунку позначено: крива 1 – релаксація інтенсивності напружень, крива 2 – зростання радіальної компоненти деформації повзучості тільки при періодичній дії температурних напружень; крива 3 (додані трикутники) - зростання радіальної компоненти деформації повзучості при спільній дії періодичного впливу температурних напружень та космічної радіації. Вплив радіаційної пошкоджуваності практично не прискорює повзучість: так, наприклад з її врахуванням при $t=1000$ год максимальна радіальна компонента дорівнює 0,213%, а без урахування – 0,207%. Окружна деформація є на порядок меншою.

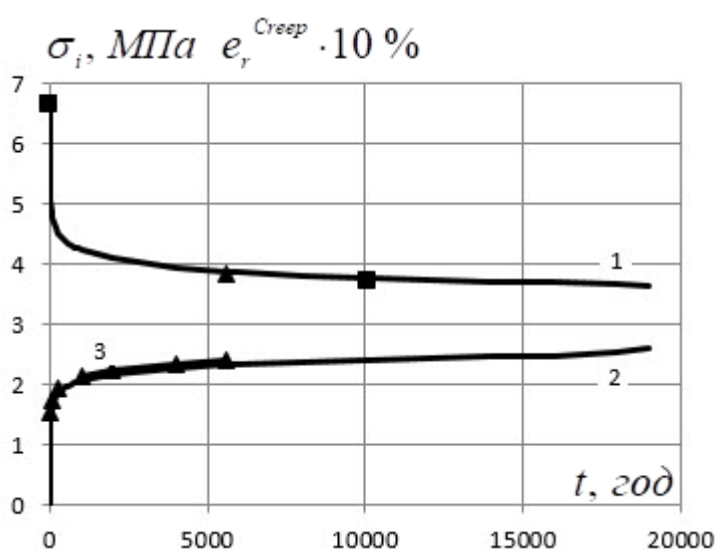


Рис. 3.33. Змінювання за часом радіальної деформації та інтенсивності напружень у волокні поліпропілену, в якому відбувається руйнування

Криві релаксації для варіантів дії радіаційного опромінювання є відмінними від кривої 1 долями відсотку й вони завдяки їхній практичній тотожності не приведені на рисунку. Як видно, має місце релаксація інтенсивності напружень від 6,64 МПа до 3,65 МПа, тобто майже вдвічі. Час руйнування позначено: для захисту, що послаблює дію радіації у 1000 разів – трикутником (5600 год), у 2000 разів – квадратом (10132 год). При відсутності врахування радіаційного впливу, полімерне волокно руйнується за 19891 год. Відмітимо, що завдяки істотній нелінійності кінетичного рівняння має місце практична відсутність третьої, прискореної, ділянки на кривій повзучості, а руйнування відбувається при малих рівнях набутої деформації.

Отже, додавання до кінетичного рівняння доданку, що враховує радіаційне пошкодження, призводить до суттєвого зменшення часу до завершення прихованого руйнування – приблизно в 2-3 рази в залежності від реалізованого захисту. Розрахунки для випадку відсутності захисту, тобто умовного випадку розташування волокна з катушкою у космосі, надали значення часу до руйнування у 320 год.

Отримані дані чисельного моделювання пошкоджуваності поліпропіленового волокна свідчать про обмежений термін довготривалої міцності: при повному радіаційному захисті він складе приблизно 2,2 роки, а при послабленні радіації корпусними та захисними елементами – від 7 до 14 місяців.

Крім обговореної можливості встановлення терміну безпосереднього руйнування оптичного волокна, результати розрахунків дозволяють виконувати оцінювання змін у функціонуванні приладів, пов'язаних з його деформуванням. Як приклад, розглянемо отримані для варіанту 1 спільної дії пошкоджуваності внаслідок повзучості з періодичної зміною напружень від космічної радіації.

При $t=5000$ год радіальна компонента деформації повзучості на внутрішньому радіусі, яка є максимальною, дорівнює 0,18%, та зі зростанням радіусу значення таких компонент зменшуються нелінійно. При проектуванні умов роботи приладів необхідно приймати до уваги пов'язану з подібним деформуванням можливість погіршення їхньої працездатності.

Проведені розрахунки свідчать, що навіть малі значення термічних напружень можуть суттєво обмежувати працездатність приладів, які містять полімерні компоненти. За браком експериментальних даних розрахунки виконано без урахування впливу розпухання та радіаційної складової деформації повзучості.

Заздалегідь зробити висновок щодо однозначно негативного впливу цих процесів на обмеження терміну працездатності внаслідок руйнування волокна не представляється можливим завдяки можливості більш швидкого перерозподілу напружень, що призведе до зменшення їхніх максимальних значень та уповільнення швидкості зростання параметру пошкоджуваності.

За результатами проведених досліджень можливо надати рекомендацію щодо необхідності забезпечення більш сталого температурного режиму на борту штучного супутника Землі, наприклад за допомогою системи радіаторів, та забезпечити належний захист від космічної радіації.

3.3 Теплові деформації посадкової платформи навігаційного приладу та їхній вплив на зміни осі чутливості волоконно-оптичного гіроскопу

Кожен ВОГ має свої технічні та технологічні особливості, що в тій чи іншій мірі впливають на точність вимірювання кутової швидкості літального апарату [234]. В залежності від точності ВОГ діапазон похибки може варіюватися від декількох кутових секунд до декількох кутових хвилин на годину. На достатньо далеких польотних дистанціях та високих швидкостях похибка за лінійними параметрами відстані може досягати десятків кілометрів, що є не припустимим з точки зору інерційної навігації [234]. І, якщо, на додаток, до похибки роботи гіроскопа додати похибку від температурних деформацій платформи, значення сумарної кутової похибки може значно зрости, що погіршить якість функціонування навігаційної системи.

Посадкова платформа ВОГ в залежності від дії теплових потоків може піддаватись значному деформуванню [82, 97], що може призвести до зміни її лінійних та кутових розмірів та внести додаткову похибку у визначення кутів неспіввісності. Для визначення лінійних та кутових деформацій посадкової платформи необхідно розв'язати наступні задачі: 1) дослідити зміну температурного поля посадкової платформи за умови дії теплових потоків, що мають місце в усталеному режимі; 2) дослідити розподіл компонентів НДС для визначеного моменту часу, який відповідає конкретному розподілу температурного поля; 3) по знайдених компонентах вектору переміщень визначити відхилення між нормальними поверхнями недеформованої посадкової платформи та деформованої; 4) знайти кути неспіввісності.

3.3.1 Дослідження зміни температурного поля посадкової платформи волоконно-оптичних гіроскопів. Для розв'язання сформульованих задач розглянуто скінченноелементну модель посадкової платформи ВОГ (рисунок 3.34).

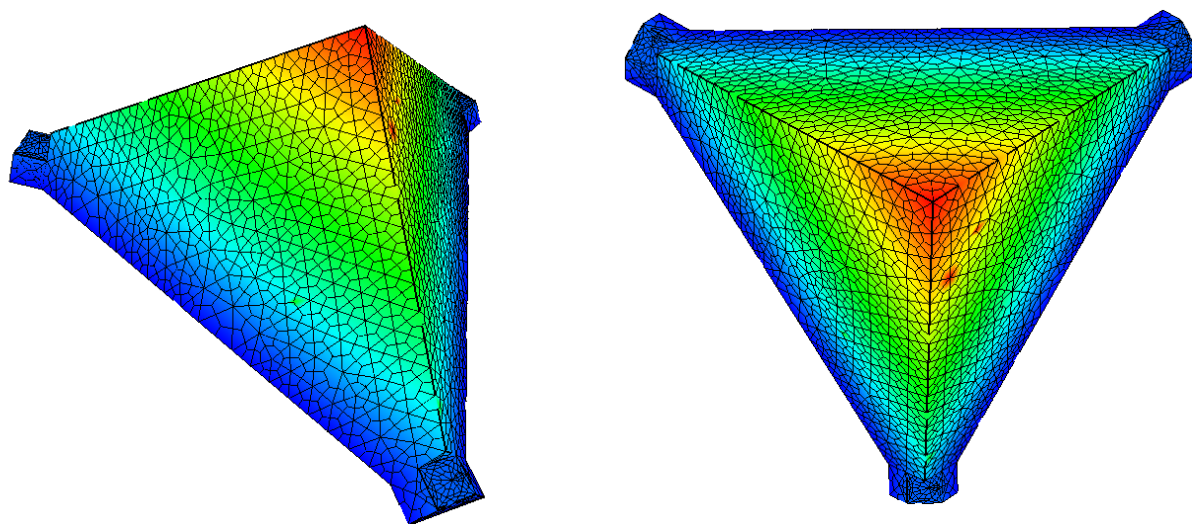


Рис. 3.34. Скінченноелементна модель посадкової платформи ВОГ

Більша частина теплового потоку, що діє на посадкову платформу зі сторони ВОГ, поглинається та перерозподіляється матеріалом гіроскопа, та впливає, безпосередньо, на його тепловий баланс. Вважаємо, що площа, зайнята кожним ВОГ на посадковій платформі, є теплоізовльованою. На рисунку 3.35 зображено схему розміщення трьох ВОГ навігаційного приладу на посадковій платформі: точками 1 – 12 позначено систему кріплення ВОГ до посадкової платформи, точками А, В, С – систему кріплення посадкової платформи до контрольної рами навігаційного пристрою.

Блакитними зонами зображено проєкції волоконно-оптичних гіроскопів на посадкову платформу. Для дослідження температурного поля платформи застосовано скінченноелементну модель, зображену на рисунку 3.34, а всі поверхні елементів, що потрапили до блакитної зони, розглядаються як теплоізовльовані.

Всі інші зовнішні поверхні піддаються впливу теплового потоку, величину якого було визначено шляхом розв'язання задачі нестационарної теплопровідності для ВОГ.

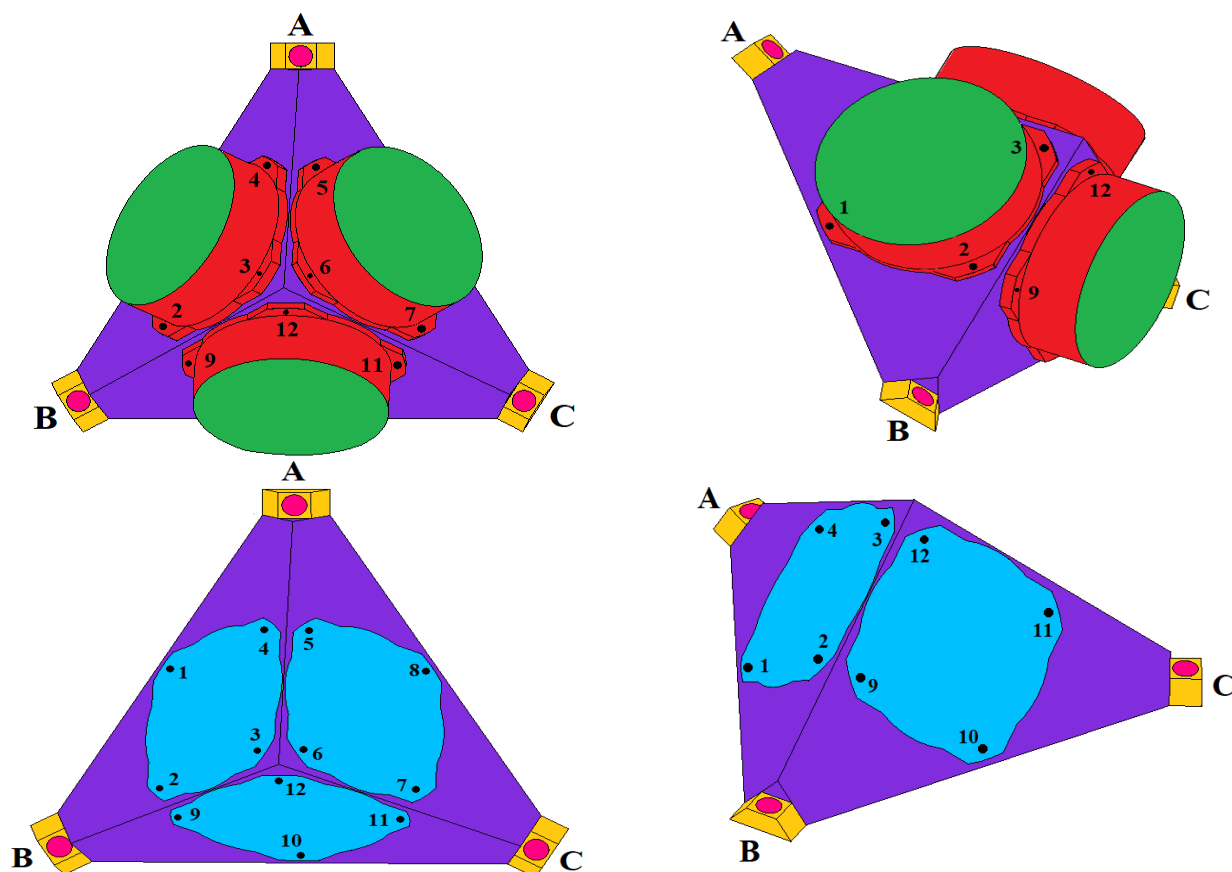


Рис. 3.35. Схема розміщення волоконно-оптичних гіроскопів на посадковій платформі

За рахунок ефекту постійного перевипромінювання теплової енергії зі стінки на стінку КА тепловий потік, що поглинається одиницею площі поверхні за одиницю часу, моделюється за допомогою крайових умов Неймана (процес нагрівання) [187], а той, що генерується, – за допомогою крайових умов Стефана-Больцмана (процес остигання) [181]. Закон зміни інтенсивності теплового потоку, приблизно має такий же характер, як і для теплової задачі з ВОГ. Максимальна різниця між розподілом теплової потужності, що має місце на поверхнях посадкової платформи, за всім періодом обертання супутника, не перевищує 6 % . Отже, в якості закону зміни теплового потоку застосовано той, що зображено на рисунку 3.23. Вибір такого підходу пов'язаний з тим, що значення теплового потоку для поверхонь посадкової платформи мало чим відрізняється одне від одного. Із характеру розподілу видно, що найбільший перепад інтенсивності теплового потоку спостерігається приблизно на 32-й та 50-й хвилинах. Ці часові зони можуть бути потенційно небезпечними з точки зору високого температурного градієнту: найбільше значення теплового потоку призводить до

стрімкого зростання температури на поверхні в той час, коли теплоізована сторона зберігає більш-менш рівномірний характер розподілу. Для розв'язання задачі застосовано набір скінченноелементних сіток з різною густиною: 8700, 5640 та 1200 елементів. Максимальна похибка між отриманими результатами для першої та другої скінченноелементної сітки не перевищує 8.4%, для другої та третьої - 22.7%.

Прийнято, що застосування другого набору сітки є доцільним з точки зору швидкодії розрахунку та допустимості похибки. На рисунку 3.36 зображено розподіл температурного поля посадкової платформи ВОГ в момент часу 32 хвилини, що відповідає найбільш стрімкій фазі нагрівання.

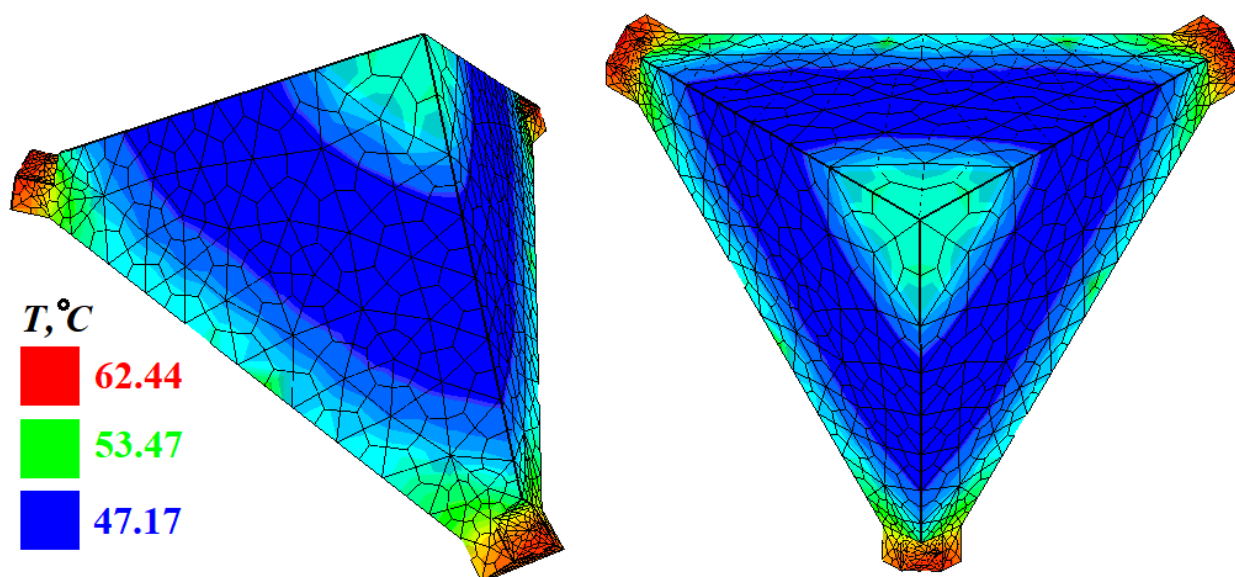


Рис. 3.36. Розподіл температурного поля посадкової платформи ВОГ в момент часу 32 хв.

Видно, що перепад температурного поля є суттєвим від основи та вершини посадкової платформи до її середини, що виступає місцем монтажу волоконно-оптичних гіроскопів. Видно, що найбільше значення температури спостерігається у точках кріплення посадкової платформи до навігаційного пристрою.

На рисунку 3.37 зображено розподіл температурного поля ВОГ в момент часу 50 хвилин, що відповідає найбільш стрімкій фазі остигання.

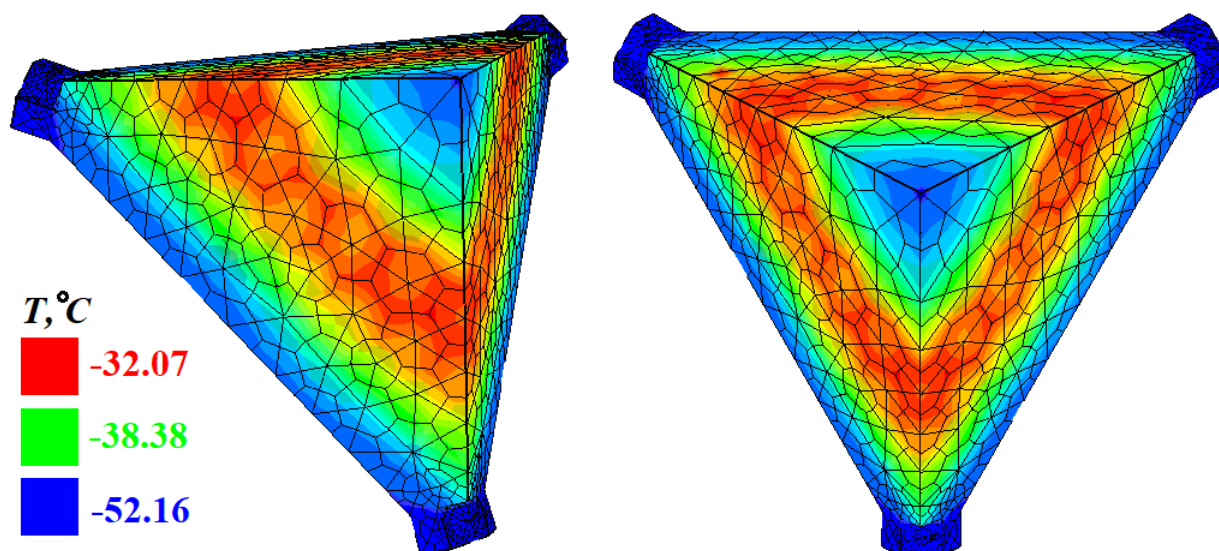


Рис. 3.37. Розподіл температурного поля посадкової платформи ВОГ в момент часу 50 хв.

Розподіл температурного поля на рисунку 3.37 за своїм характером є близьким до розподілу, що зображений на рисунку 3.36, а найменше значення температури також спостерігається у точках кріплення платформи до навігаційного пристрою.

Із результатів отриманого розподілу температурного поля випливає, що теплоізоляція, що реалізується за допомогою трьох ВОГ, розташованих на платформі, значним чином впливає на розподіл його температурного поля.

3.3.2 Дослідження компонентів напружено-деформованого стану для задачі термопружності посадкової платформи. Для оцінки компонентів вектору переміщень, що мають місце за рахунок нерівномірності температурного поля посадкової платформи ВОГ, необхідно розв'язати задачу термопружності. Для знаходження температурних деформацій використаємо ті температурні поля, що відповідають моментам часу 32 та 50 хвилин відповідно. Посадкова платформа жорстко кріпиться до контрольної рами у точках А, В, С. Для опису такого закріплення застосовано крайові умови Дирихле. На рисунках 3.38 та 3.39 надано отриманий розрахунком розподіл інтенсивності напруження в момент часу 32 та 50 хвилин відповідно, що відповідає ділянкам найбільш інтенсивного нагрівання та остигання.

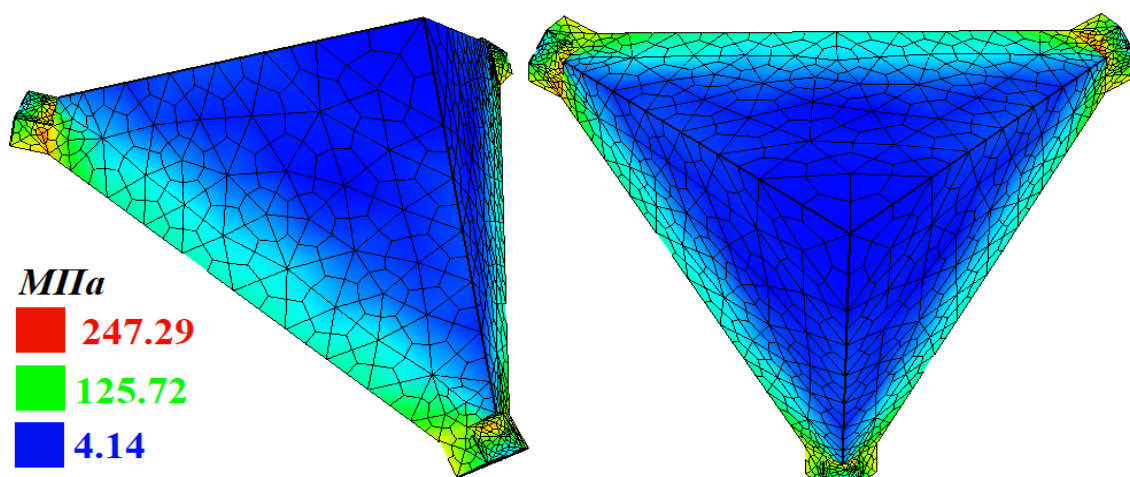


Рис. 3.38. Розподіл інтенсивності напружень в момент часу 32 хв.

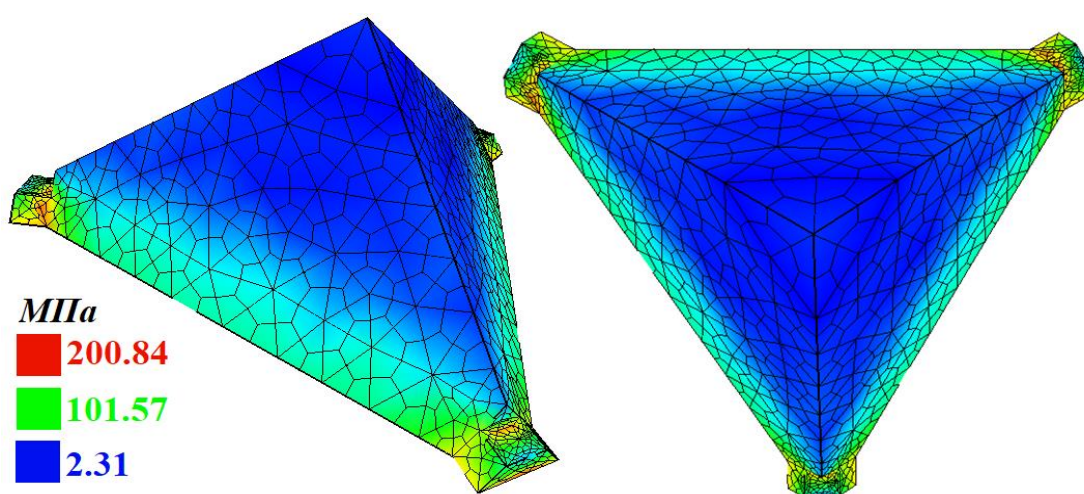


Рис. 3.39. Розподіл інтенсивності напружень в момент часу 50 хв.

Аналіз результатів свідчить, що якісна картина розподілу інтенсивності напружень для двох моментів часу є дуже схожою, однак кількісна суттєво відрізняється. Незважаючи на те, що перепад температурного поля по висоті платформи є нерівномірним, розподіл поля інтенсивності напружень має суттєво рівномірний характер. Така поведінка пояснюється крайовими ефектами, що виникають у зоні кріплень платформи, тобто перепад температури не викликає такого рівня напружень у порівнянні з тими, що виникають у точках закріплення. Із порівняння рисунків 3.38 та 3.39 видно, що перехід від зони високих до зони низьких напружень для моменту часу 50 хв. є більш гладким, ніж для моменту часу 32 хв. Такий ефект пояснюється менш стрімким перепадом між теплоізовованою та неізовованою зонами. З рисунків видно, що інтенсивність

напружень у групі точок 2, 4, 5, 7, 9, 11, групи 1, 8, 10 та групи 3, 6, 12 є однаковою (рисунок 3.35), отже, для визначення кутів неспіввісності достатньо дослідити компоненти тензору переміщень однієї із сторін посадкової платформи.

3.3.3 Визначення кутів неспіввісності посадкової платформи волоконно-оптичних гіроскопів. Строга взаємна ортогоналізація гіроскопів є важливим завданням при розробці та побудові навігаційних систем [234]. Кут, що утворюється шляхом відхилення осей чутливості від ортогональної системи, називається кутом неспіввісності. Знаходження кутів неспіввісності здійснюється в роботі шляхом побудови рівнянь площини недеформованої скінченноелементної моделі та деформованої, знаходження векторів-нормалей цих площин та знаходження кутів відхилення. Опираючись на результати підрозділу 3.3.2, оберемо, наприклад, точки 1, 2, 3 (рисунок 3.35), що відповідають нижній, бічній та верхній частині посадкової платформи. Точка 4 не враховується, бо її компоненти НДС є схожими на точку 2. Схему знаходження кутів неспіввісності зображено на рисунку 3.40, де блакитним кольором зображено недеформовану модель, а червоним – деформовану, кут ψ - кут неспіввісності.

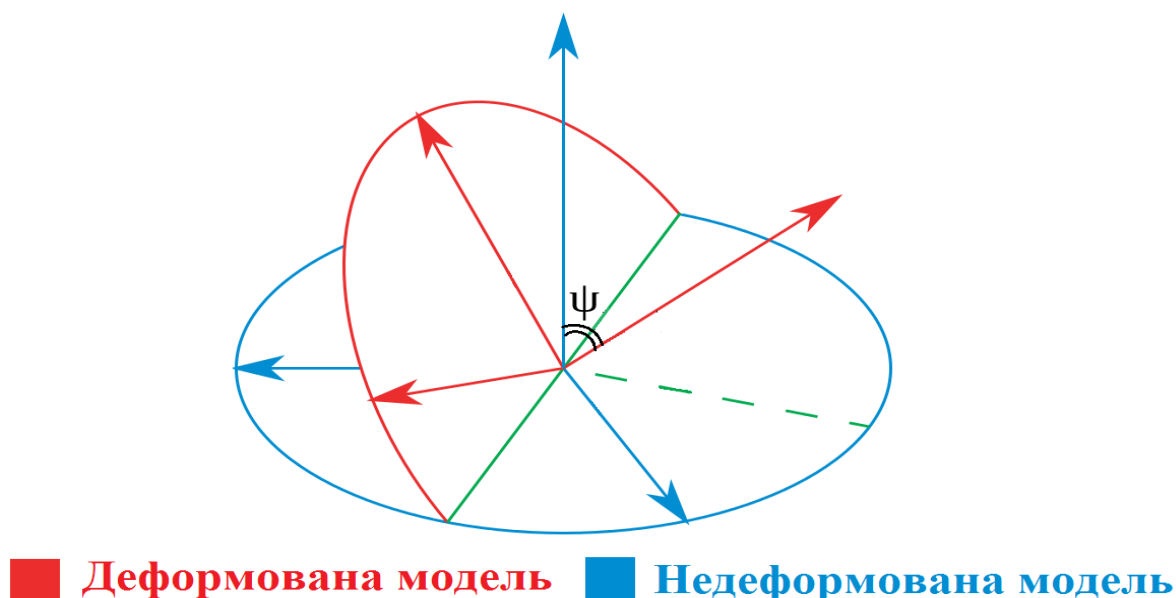


Рис. 3.40. До методики визначення куту неспіввісності

Розглянемо першу, другу та третю точки недеформованої моделі, що відповідають місцю кріплення гіроскопа до посадкової платформи, модель якої зображено на рисунку 3.35. Для пояснення розглянемо деформовану модель у момент часу 50 хв. Координати точки 1: $x=0.06576$, $y=0.005$, $z=-0.02297$, координати точки 2: $x=0.0559$, $y=0.066751$, $z=0.047273$, координати точки 3: $x=0.014439$, $y=0.088131$, $z=0.005691$. Розглянемо ці ж точки деформованої моделі, які було знайдено після розв'язання задачі термопружності. Координати точки 1: $x=0.0657087$, $y=0.00488$, $z=-0.0229415$, координати точки 2: $x=0.0558499$, $y=0.066571$, $z=0.0472433$, координати точки 3: $x=0.014423$, $y=0.087911$, $z=0.0057016$.

Для побудови площини недеформованої моделі знайдено компланарні вектори $\vec{a}$ та $\vec{b}$. На базі точок 1 та 2 побудовано вектор $\vec{a}=(-9.86 \cdot 10^{-3}, 0.062, 0.07)$, на базі точок 1 та 3 побудовано вектор $\vec{b}=(-0.051, 0.083, 0.029)$. Знайдемо вектор-нормаль недеформованої моделі шляхом векторного добутку: $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$, де $\vec{c}=(-4.07 \cdot 10^{-3}, -3.322 \cdot 10^{-3}, 2.349 \cdot 10^{-3})$.

Для знаходження вектору-нормалі площини деформованої моделі необхідно здійснити вищеописану процедуру, враховуючи, що точки 1, 2 та 3 змінили своє положення. Вектор $\vec{a}$ приймає такі значення $\vec{a}=(-0.0098588, 0.061691, 0.0701849)$, вектор $\vec{b}$ приймає такі значення: $\vec{b}=(-0.0512857, 0.083031, 0.0286431)$. На базі векторів $\vec{a}$ та $\vec{b}$ знайдемо вектор-нормаль площини: $\vec{c}=(-0.00406049, -0.00331709, 0.00234529)$.

По знайденим векторам-нормалям деформованої та недеформованої моделі знайдемо кут неспіввісності зі скалярного добутку векторів. З одного боку скалярний добуток розраховується, як сума добутку відповідних координат:

$(\vec{a}, \vec{b}) = \sum_{i=1}^3 a_i \cdot b_i$, з іншого боку, як добуток модулів відповідних векторів на косинус

кута між ними: $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\psi)$. Найдемо косинус кута неспіввісності:

$$\cos(\psi) = \frac{\sum_{i=1}^3 a_i \cdot b_i}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}. \text{ Кут } \psi = \arccos \left(\frac{\sum_{i=1}^3 a_i \cdot b_i}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \right) = 0.0002945857455082.. \text{ Кут } \psi \text{ визначається у}$$

радіанах. Переведемо його у градуси: $\psi^{\text{deg}} = \frac{\psi^{\text{rad}} \cdot 180}{\pi} = 0.0168785199..$ Відхил у кутових секундах складає $\psi'' = 60.763$ кутових секунди.

Аналогічно, за результатами проведення циклу розрахунків задач термопружності отримано значення кутів неспіввісності для низки інтервалів часу на періоді обертання. За інтерполяцією даних отримано графік розподілу кутів співвісності для ВОГ при русі супутника навколоземною орбітою (рис. 3.41). Ці значення застосовуються при компенсації похибок ВОГ, що входять до складу навігаційного приладу, який розробляється НВП «ХАРТРОН АРКОС ЛТД» (м.Харків).

Зазначимо, що при розрахунках конструктивних елементів конкретного навігаційного приладу було встановлено, що напруження, що виникають, не перевершують межі плину, тобто деформування є термопружним. При інших, небезпечних температурних режимах та, можливо, значеннях потоків космічних заряджених часток, є ймовірним виникнення непружних деформацій, розвиток процесів повзучості з пошкоджуваністю. Такі ситуації теж можливо оцінювати за допомогою удосконалених в роботі методів та створених програм.

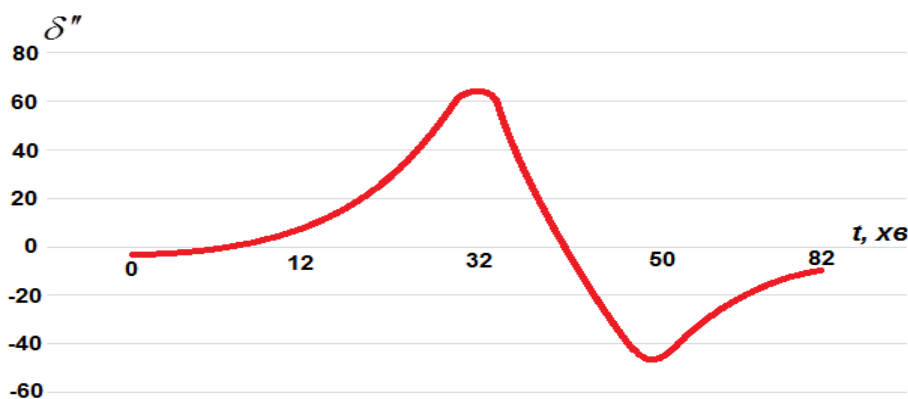


Рис. 3.41. Змінювання кута неспіввісності на періоді руху супутника навколоземною орбітою

3.4 Висновки за розділом

Розроблені методи та алгоритми дозволяють проводити моделювання та дослідження розподілу температурних полів, компонентів НДС та полів пошкоджуваності при дії комплексних факторів космічного простору, що

характеризуються нелінійними процесами. Опираючись на результати дослідження, що наведено у розділі, зроблено висновок, що лише комплексне врахування температурно-силових та радіаційних полів дозволяє отримати результати задовільної точності. Нехтування одним з вказаних факторів призводить до суттєвої різниці у прогнозі часу експлуатації приладу. Розв'язання задач нестационарної теплопровідності, теорії повзучості та довготривалої міцності можуть бути по-новому застосовані у ряді прикладних задач космонавтики та теорії управління. Так, наприклад, розв'язання задачі для посадкової платформи дозволяє розробити програмну компенсаційну модель корекції кута неспіввісності, що базується на використанні інформації про НДС посадкової платформи у кожен тактовий момент часу польотної траєкторії, а розв'язання задачі теорії повзучості та довготривалої міцності для поліпропіленових провідників дозволяє провести оцінку деградації матеріалу та розробити, як і у попередньому випадку, подібні програмні компенсаційні моделі на базі отриманих компонентів НДС провідника та котушки ВОГ, що поліпшить якість управління КА. Основні результати, одержані у розділі, опубліковано у роботах [2-7, 9-11, 13-20].

РОЗДІЛ 4.

ДЕФОРМУВАННЯ ТА ПОШКОДЖУВАНІСТЬ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Розділ присвячено викладенню результатів розрахункового аналізу суттєво тривимірних конструктивних елементів, що є складовими конструкцій, працюючих в умовах комплексного впливу силових, теплових та радіаційних полів. Розглянуто амортизатори, елементи системи кріплення та трійникове з'єднання трубопроводу.

4.1 Повзучість та приховане руйнування поліпропіленового амортизатору

Навігаційний пристрій та його складові у вигляді волоконно-оптичних гіроскопів, акселерометрів, накопичувачів інформації та центральних процесорів виступають у ролі основної обчислювальної техніки космічного апарату, завдяки якій здійснюється синтез управління та обробка даних. Кожен із вищенаведених датчиків інформації та електронні системи є надто чутливим до різких змін оточуючого середовища: температурних перепадів, вібрацій та імпульсів радіаційного випромінювання. Для підвищення надійності функціонування та мінімізації похибки, що виникає внаслідок вібрацій та зміни кутів неспіввісності, на навігаційний пристрій встановлюється амортизатори. Проте з часом комплексний вплив факторів космічного простору [82,84] призводить до деградації матеріалу та накопичування мікро- та макродефектів за рахунок процесів повзучості та пошкоджуваності, що значно зменшує строк служби амортизатору. Таким чином, аналіз довготривалої міцності та повзучості дозволяє визначити час до виникнення у ньому макродефекту та припинення роботи за проектними показниками.

Розглянемо амортизатор циліндричної форми, що знаходиться під дією поверхневого механічного навантаження. Його розміри: радіус - $R = 0.03 \text{ м}$, висота - $H = 0.015 \text{ м}$. Фізико-механічні властивості поліпропілену, з якого

виготовлено амортизатор, мають такі значення: модуль пружності - $E = 34 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона - $\nu = 0.3$. Для опису процесу повзучості застосовано рівняння повзучості за гіпотезою зміцнення та кінетичним рівнянням для параметру пошкоджуваності (2.7). Константи повзучості, визначені за експериментальними дослідженнями для матеріалу Morlen, наведено у п. 3.2.5. та мають місце для температурного діапазону $T \in (0, 20) ^\circ\text{C}$.

Розглянемо випадки рівномірного поверхневого навантаження інтенсивністю 5 МПа та нерівномірного за лінійним законом зміни (інтенсивність навантаження змінюється від 6-ти до 4-х МПа за діаметром). Вважається, що основа амортизатору жорстко закріплена. На рисунку 4.1 представлено схему навантаження поліпропіленового амортизатору.

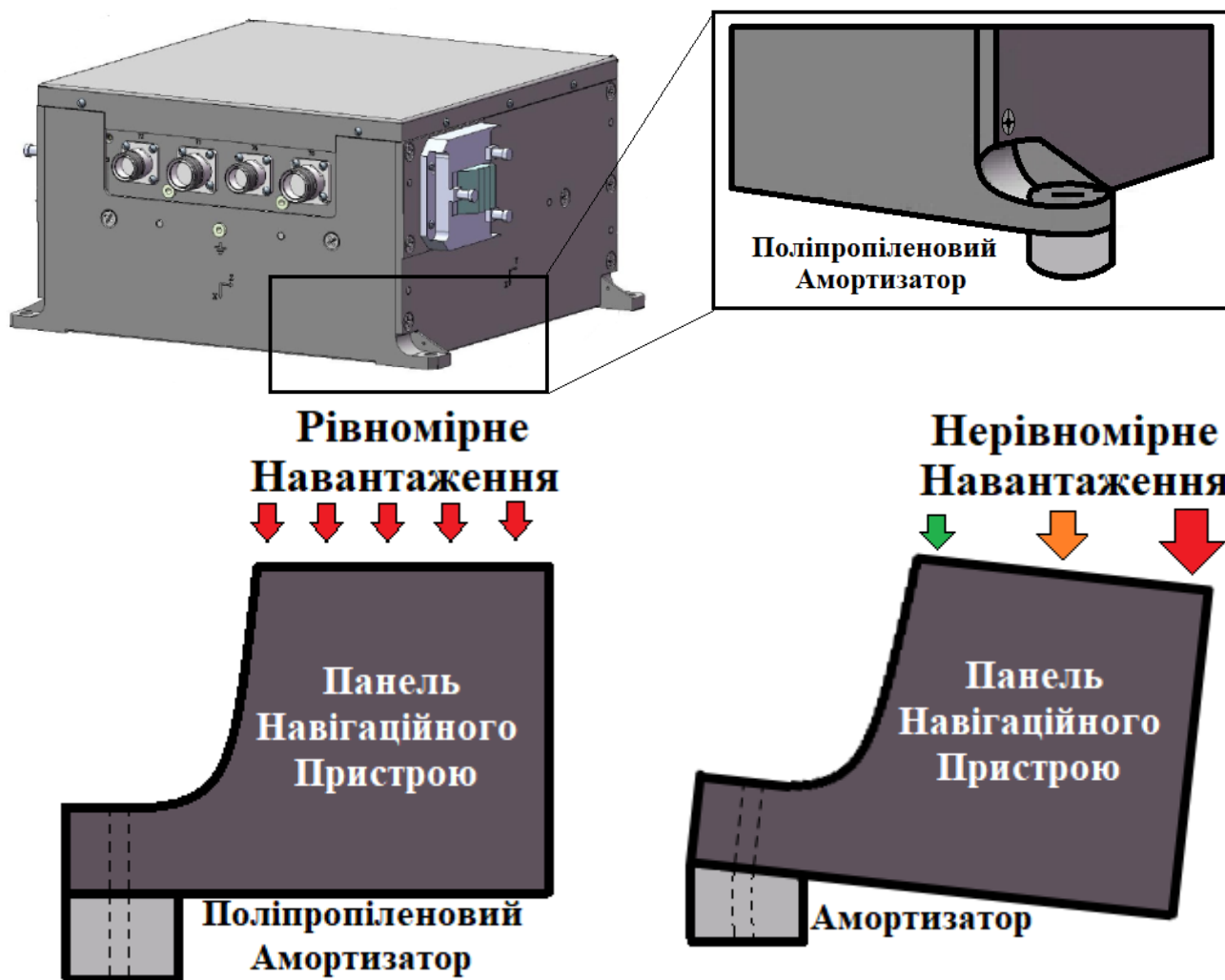


Рис. 4.1. Схема навантаження поліпропіленового амортизатору

Система рівнянь стану (2.7) є жорсткою та погано обумовленою, оскільки інтенсивність деформації повзучості знаходиться у знаменнику та має нульове значення у початковий момент часу. Для коректного розв'язання системи диференціальних рівнянь (2.26) застосовано неявну схему інтегрування Рунге-Кутта другого порядку зі змінним кроком, що детально описано співвідношеннями (2.62).

Для того, щоб система рівнянь мала розв'язок, значення компонентів тензору деформації повзучості у початковий момент часу задаємо малим числом $e^{Creep}(0)=10^{-9}$. Такий підхід є необхідним для того, щоб «розігнати» метод та забезпечити наявність розв'язку на початкових тактах за часом для першої ділянки процесу повзучості. В початковий момент часу крок інтегрування за часом було обрано $\Delta t = 10^{-22}$ год, надалі застосовується автокорекція кроку інтегрування.

Результати розрахунку – розподіл інтенсивності напружень представлено на рисунку 4.2. Амортизатор на рисунку повернуто на 180 градусів: верхню частину зображено у нижній частині, та навпаки. Видно, що максимальна інтенсивність напружень в обох випадках спостерігається у зоні жорсткого закріплення. Проте для випадку нерівномірного навантаження перерозподіл інтенсивності напружень є нерівномірним.

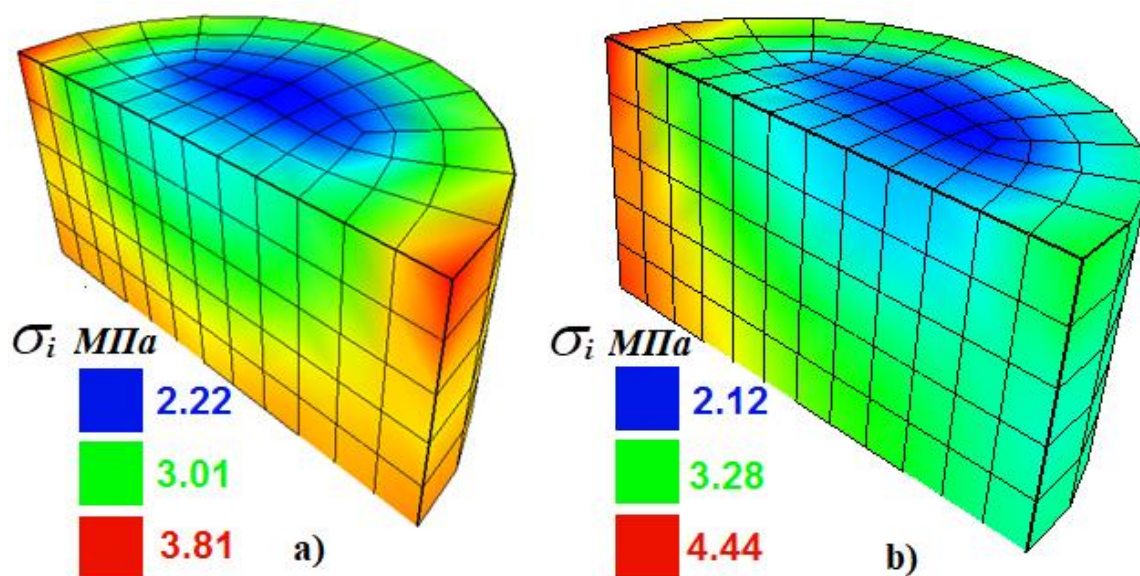


Рис. 4.2. Розподіл інтенсивності напружень: а) – рівномірне навантаження, б) – лінійне навантаження

На рисунку 4.3 надано криву довготривалої міцності (крива 1), побудовану за даними інтегрування рівняння для параметру пошкоджуваності з визначеними константами у одновимірному випадку. До графіку додано моменти часу закінчення прихованого руйнування, визначені за розв'язанням повної початково-крайової задачі для амортизатора. Точка 1 відповідає часу руйнування поліпропіленового амортизатора при дії нерівномірного навантаження, а точка 2 – при рівномірному навантаженні. Видно, що загальний час до руйнування при нерівномірному навантаженні скорочується, приблизно, в два рази і складає 2671 год. При цьому для рівномірно навантаженого амортизатора час до руйнування складає 4897 год.

Зазначимо, що відмінності у прогнозуванні часу до руйнування при повному розрахунку та при використанні спрощеного підходу з використанням кривої довготривалої міцності дають відмінності у приблизно 20%, що має враховуватись при проектуванні.

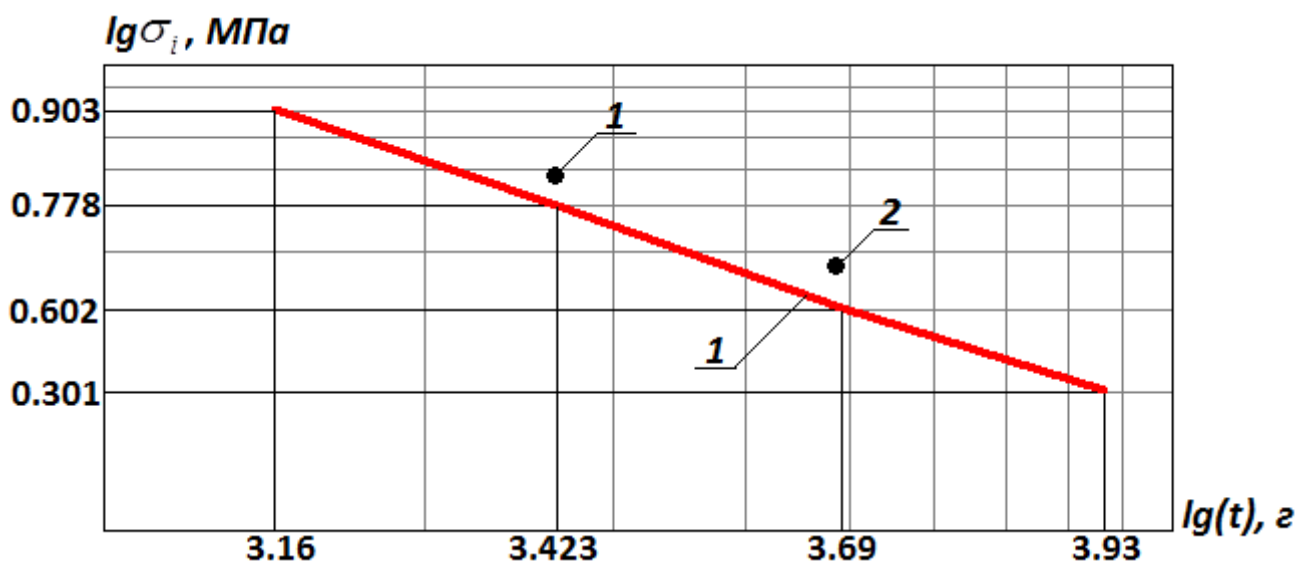


Рисунок 4.3 – Крива довготривалої міцності поліпропілену

За результатами розрахунків встановлено, що нерівномірний розподіл поверхневого навантаження призводить до значних зсувних деформацій, які вносять найбільший внесок в інтенсивність напружень саме в зоні жорсткого

закріплення. Час до руйнування у випадку рівномірного та нерівномірного навантажень відрізняється практично вдвічі.

4.2 Повзучість системи кріплення сонячної панелі

Системи кріплення сонячних панелей, які класично застосовуються для їх монтажу у відкритому космічному просторі, піддаються жорсткому впливу сонячного та галактичного іонізуючого опромінювання різного спектру. У зв'язку з цим деградація матеріалу має більш інтенсивний характер, що призводить до зростання його пошкоджуваності із часом, яка супроводжується процесами радіаційної повзучості та розпухання [22, 87, 157, 159, 163, 173, 177]. Для оцінки деформованого стану та ресурсу системи кріплення, надання рекомендацій щодо експлуатації в умовах дії температурно-силових та радіаційних факторів, необхідно розв'язати задачу теорії повзучості. Системи кріплення сонячних панелей мають достатньо різноманітну форму, фізико-механічні та тепло-фізичні властивості, методи їх монтажу до несучої конструкції. Особливо поширеним типом системи кріплення є фермові каркаси (рисунк 4.4), що кріпляться до основної маси КА за допомогою кронштейнів прямокутної або дугової форми. Дугова система кріплення сонячної панелі, що зображена на рисунку 4.5, у порівнянні зі строго ортогональними або фермовими типами монтажу має ряд переваг у вигляді оптимальних співвідношень маси та жорсткості, що забезпечує, з одного боку, економію при виведенні корисного вантажу на орбіту, а з іншого, - точне позиціонування сонячної панелі при орбітальних маневрах, температурних перепадах та коливаннях складових КА.

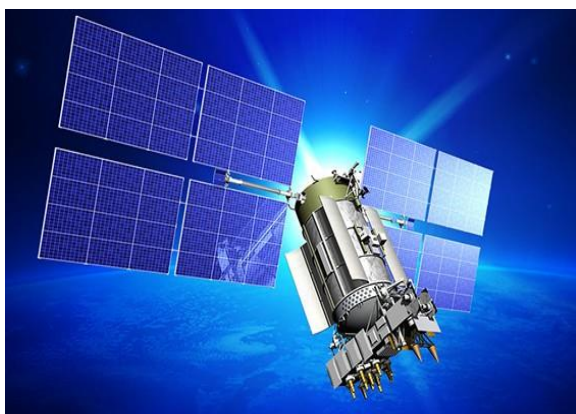


Рис.4.4. Сонячні панелі космічного апарату

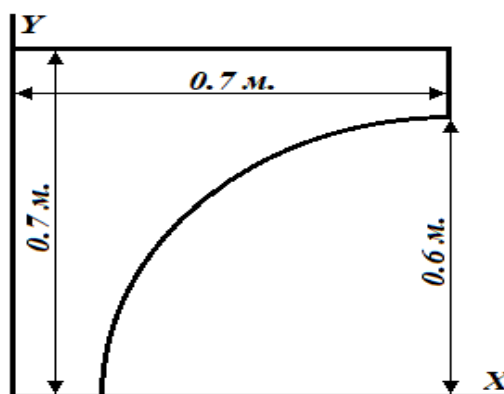


Рис. 4.5. Елемент системи кріплення сонячної панелі

Розглянемо елемент подібної системи кріплення сонячних панелей космічних апаратів - дуговий кронштейн із наступними геометричними параметрами: довжина $a = 0.7 \text{ м}$, ширина - $b = 0.2 \text{ м}$, висота - $h = 0.7 \text{ м}$ (рис. 4.5). Фізико-механічні характеристики алюмінієвого сплаву АМГ6 для температурного діапазону $T \in (400, 430)^\circ\text{K}$: модуль пружності - $E = 32361 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона - $\nu = 0.3$, коефіцієнт температурного розширення для заданого діапазону температур складає $\alpha_{\text{Ехрп}} = 1.57 \cdot 10^{-5} \text{ 1/град}$.

Проаналізуємо зміну компонентів НДС у кронштейні, в якому має місце неоднорідний розподіл температурного поля. Задано логарифмічний розподіл: на лівому торці підтримується постійна температура 411°K , на правому - 400°K . Лівий торець є жорстко закріпленим.

Для аналізу змінювання за часом компонентів НДС розглянемо задачу повзучості. Застосуємо криві повзучості, отримані авторами [239] для умов космічного простору та наземних. Авторами експериментально виявлено, що криві повзучості характеризуються виглядом, що відповідає закону зміцнення (2.7).

Обробкою експериментальних даних визначено значення констант для рівняння стану. Їхні значення для наземних умов:

$$B = 9.16 \cdot 10^{-9} \text{ МПа}^{-n} / \text{год}, \alpha = 0.763, n = 2.78. \quad (4.1)$$

Значення константи для рівняння стану, що відповідають деформуванню у вакуумі:

$$B = 4.85 \cdot 10^{-17} \text{ МПа}^{-n} / \text{год}, \alpha = 2.51, n = 2.37. \quad (4.2)$$

Для розв'язання задачі побудовано скінченноелементну модель, кількість елементів якої складає 83112. Розрахунками з різними СЕ сітками встановлено, що дана кількість елементів є придатною з точки зору збіжності розв'язку. Кінцевий час розрахунку складає 10000 год. В якості методу інтегрування за

часом застосовано неявний метод Рунге-Кутта другого порядку зі змінним кроком (2.64).

На рисунку 4.6 а зображено скінченноелементну модель системи кріплення та розподіл температурного поля, що має місце протягом всього часу розв'язання задачі, на рисунку 4.6 б зображено закон розподілу температури за позовжнім напрямком, на рисунку 4.6 с, d надано розподіли інтенсивності напружень для задач термопружності та повзучості (константи для наземних умов) у момент 10000 годин відповідно. Додатково на рисунку 4.6 а відрізком АВ зображено середню лінію ($y=0$ см, $z=0.33$ см), за якою виведено криві розподілу та релаксації компонентів напружень.

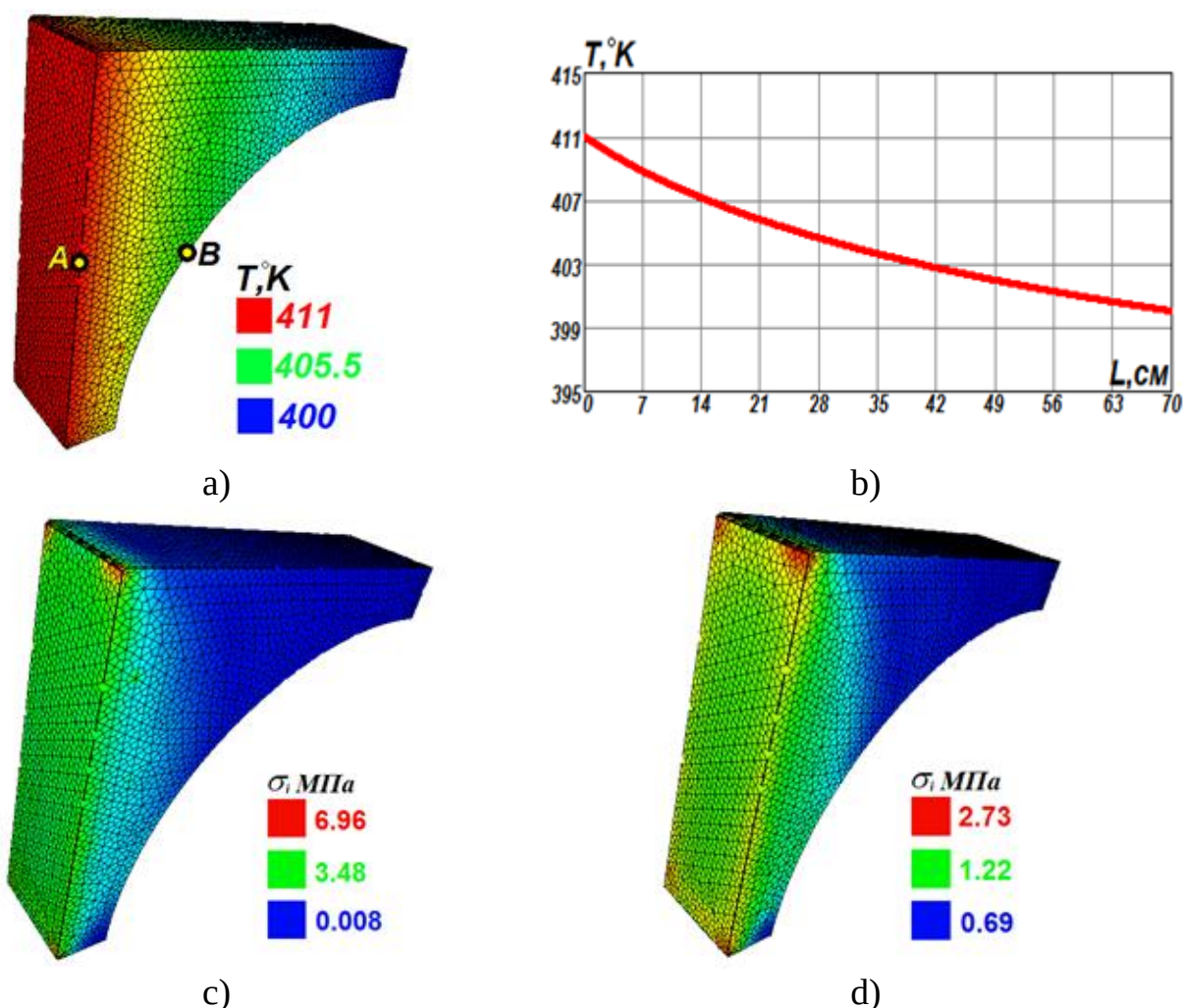


Рис. 4.6. Розподіл температурного поля (а) та його закон зміни (б), інтенсивність напружень (с, d) за скінченноелементною моделлю

На рисунку 4.7а надано графік змінювання нормальних компонентів тензору напружень у точці А протягом 10000 годин. Тут крива 1 відповідає

графіку релаксації інтенсивності напружень σ_i . Зміна значень напружень у часі: крива 2 - σ_x , крива 3 - σ_y , крива 4 - σ_z . На рисунку 4.7b показано розподіл інтенсивності напружень за напрямком середньої лінії кронштейну АВ: крива 1 – відповідає початковому моменту деформування ($t=0$), криву 2 побудовано для моменту $t=10000$ год.

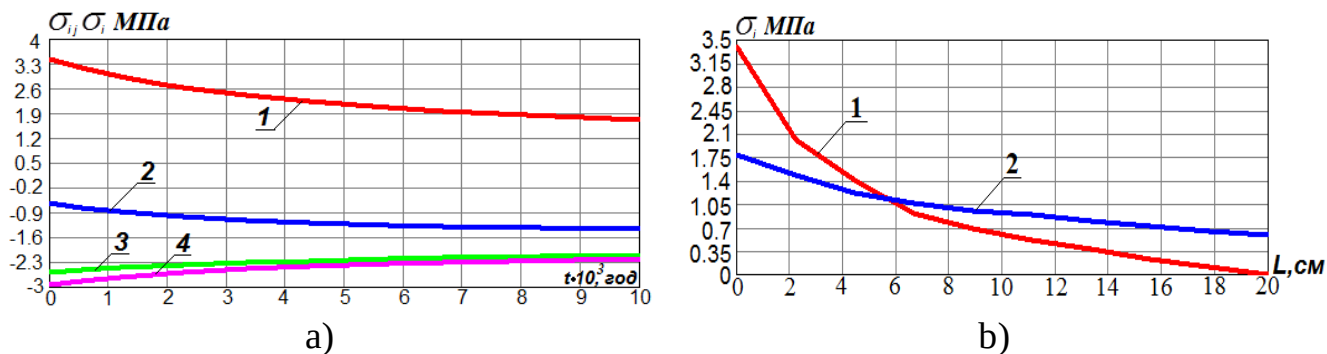


Рис. 4.7. Релаксація та розподіл компонентів тензору напруження

Перерозподіл напружень найбільш інтенсивно спостерігається в перші 4500 годин (рисунк 4.7 а). Рівень інтенсивності напружень за 10000 годин у точці А зменшується практично в два рази (рисунк 4.7 б). Надалі релаксація переходить у квазіусталену фазу, а значення компонентів тензору напружень змінюються з малою швидкістю та практично лінійно. У точці В значення інтенсивності напружень збільшилося від 0.0085 МПа до майже 0.7 МПа (рисунк 4.7 б). Значення інтенсивності напружень у точці В протягом 10000 годин суттєво зросло.

Для аналізу впливу космічного простору на змінювання напружень за часом розв'яжемо задачу теорії повзучості із використанням констант повзучості типу (4.2). Скінченноелементна модель та процедура розв'язання співпадають з використаним у задачі, розв'язаної для наземних умов .

На рисунку 4.8 кривою 1 надано графік релаксації інтенсивності напружень у точці А протягом 10000 годин.

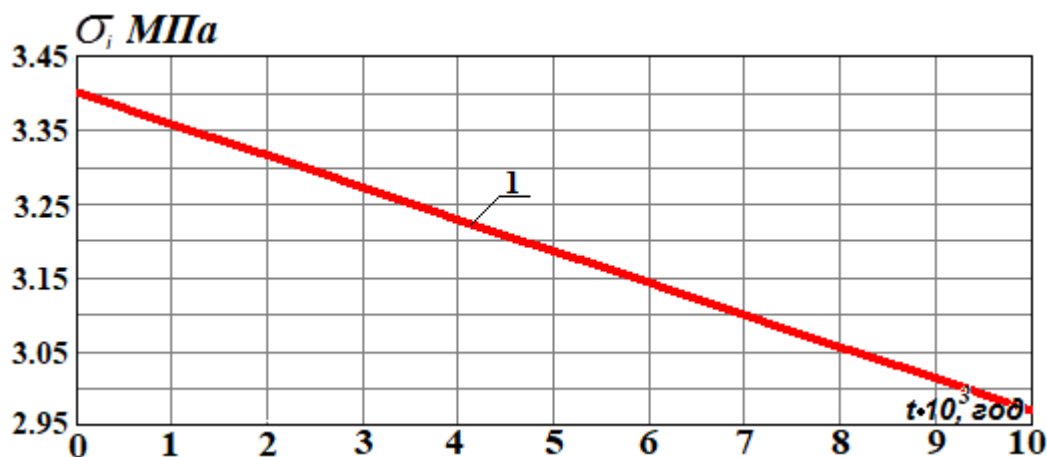


Рис. 4.8. Релаксація напружень у точці А протягом 10000 годин

За аналізом графіку, наведеного на рисунку 4.8, видно, що швидкість зміни інтенсивності напружень є значно меншою у порівнянні з випадком повзучості кронштейну у наземних умовах: її значення на кінець розрахунку у порівнянні з початковим моментом часу змінилися приблизно на 0.53 МПа. Такий ефект пояснюється тим, що значення константи повзучості B (4.2) для рівнянь стану, що описують залежність зміни швидкості тензору деформації повзучості для космічних умов, є значно меншим, ніж для аналогічної константи для наземних (4.1).

Рівень інтенсивності напружень (рисунок 4.8), що має місце при космічних умовах, утримується практично протягом усього часу. Це відрізняється від зміни напружень у наземних умовах. Швидкість зміни інтенсивності напружень у першому випадку є значно більшою у порівнянні з другим. Відомо, що швидкість зміни інтенсивності напружень прямо пропорційна швидкості зміни параметру пошкоджуваності.

Це дозволяє припустити, що у космічних умовах пошкоджуваність може зростати швидше, ніж у наземних. Результати розрахунків також надають можливість припустити, що у космічних умовах спостерігається ефект зміцнення матеріалу.

4.3 Повзучість трійникового з'єднання трубопроводу при спільній дії температурно-силових та радіаційних полів

Застосування ядерних реакторів (ЯР) для отримання електричної енергії на борту космічного апарату у порівнянні з класичним підходами, що базуються на використанні сонячних панелей, має ряд переваг. По-перше, використання такого типу енергії надає можливість забезпечити автономність космічного апарату, що дозволяє йому ефективно функціонувати на віддалених орбітах, де інтенсивність сонячного потоку є незначною. По-друге, запасу ядерного палива вистачає на десятки років, а отже, стає можливим здійснення місій до віддаленого космосу [22,82]. Найбільший недолік застосування ЯР у космічному просторі полягає у складності відведення теплової енергії, що утворилася внаслідок розпаду ядерного палива, та складності експлуатації установок такого типу. У зв'язку з тим, що теплообмін у космічному вакуумі відбувається переважно за рахунок променевого випромінювання [189, 190, 193, 194], який є набагато менш ефективним у порівнянні з конвективним на один ватт за одиницю часу, виникає гостра проблема розробки ефективної системи охолодження. На додаток, деградація матеріалу, що супроводжується опромінюванням за рахунок ядерного розпаду палива та дією сонячних та галактичних променів, характеризується процесами розпухання, що призводять до зміни розмірів виготовлених з них конструктивних елементів [87, 161]. Комплексна дія температурно-силових та радіаційних полів призводить до виникнення процесів повзучості та розпухання, що значним чином впливають на строк експлуатації [87, 95]. Дослідження та аналіз деформацій внаслідок повзучості та радіаційного розпухання разом з перерозподілом напружень дозволяє провести оцінку режимів роботи ЯР та розробити рекомендації щодо покращення умов експлуатації та збільшення терміну довговічності.

Розглянемо елемент системи охолодження активної зони реактору, що представляє собою ортогонально з'єднаний патрубок і має такі геометричні параметри: внутрішній радіус - $R_1 = 50 \text{ мм}$, зовнішній радіус - $R_2 = 100 \text{ мм}$, довжина опорної труби - $L = 350 \text{ мм}$, висота втулки - $H = 250 \text{ мм}$. Залучені до

розрахунків фізико-механічні властивості сплаву прийнято за даними, отриманими в ННЦ «ХФТІ» НАН України [87]. Для робочого діапазону температур 700-800 °K: модуль пружності - $E = 1.55 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона - $\nu = 0.3$, $\alpha = 14.7 \cdot 10^{-6} \frac{Bm}{m^2 \cdot ^\circ C}$, $\sigma_T = 650$ МПа, $\sigma_B = 980$ МПа. Константи повзучості для рівняння стану мають такі значення: $B = 3.6 \cdot 10^{-19.9} \text{ МПа}^{-n} \cdot \text{год}^{-1}$, $n = 4.9$.

Розглядається задача із двома значеннями навантаження 70 МПа та 120 МПа у вигляді рівномірно розподіленого тиску за внутрішніми радіусами опорної труби та втулки, а температурне поле має усталений характер та характеризується логарифмічним розподілом температур за радіальним напрямком опорної труби та втулки, де на зовнішньому та внутрішньому радіусах мають місце крайові умови Дирихле у вигляді заданої температури: $T(R_2) = 740$ °K та $T(R_1) = 752$ °K відповідно. Закон зміни температурного поля має такий вигляд:

$$T(R) = \frac{752 \cdot \ln(R/R_1) - 740 \cdot \ln(R/R_2)}{\ln(R_1/R_2)}. \quad (4.3)$$

Швидкість функції інтегрального потоку представляється у вигляді експериментально отриманої залежності [87]

$$\dot{S}(t) = A_s \cdot \beta_s \cdot \left(\alpha_s \cdot \frac{d\Phi_s}{dt} \right)^{\beta_s} \cdot t^{(\beta_s-1)} \cdot e^{\left(0.0235T - \frac{8.35}{(T-630)} - \frac{1782}{(980-T)} \right)}, \quad (4.4)$$

де A_s, β_s, α_s - константи, що визначені для даного матеріалу для заданого діапазону температур; $A_s = 5.33 \cdot 10^{-9}$, $\beta_s = 0.19 + 1.63 \cdot 10^{-3} \cdot T$, $\alpha_s = 2.247 \cdot 10^{-22}$,

$\frac{d\Phi_s}{dt}$ - швидкість нейтронного потоку, що визначає інтенсивність впливу радіаційного опромінювання, де $\frac{d\Phi_s}{dt} = 15.012 \cdot 10^{22} \frac{\text{нейтрон}}{m^2 \cdot \text{год}}$.

До розрахунків залучено програмний комплекс, опис якого надано у розділі 2. Скінченноелементну модель системи охолодження зображено на рисунку 4.9b, кількість елементів якої після дослідження на збіжність прийнято рівною 44218.

Для розв'язання СЛАР у задачах повзучості та радіаційного розпухання залучено блочний алгоритм Холецького. У зв'язку з тим, що внутрішній тиск є рівномірно розподіленим за внутрішньою поверхнею, доцільно розглянути чверть моделі та застосувати умови симетрії. Вважається, що на осьових торцях мають місце крайові умови у вигляді часткового закріплення. На рисунку 4.9b зображено скінченноелементну модель фрагменту системи охолодження, на рисунку 4.9a - поверхні крайових умов у переміщеннях, де для вузлів, що потрапляють до жовтої зони (поверхня S_1), дозволені переміщення вздовж напрямку X та Y : $w_{|z=0} = 0$, (останній відповідає радіальному переміщенню втулки); для вузлів, що потрапляють до зеленої зони (поверхня S_2), дозволено переміщення вздовж напрямку Z та X : $v_{|y=0} = 0$, (останній відповідає радіальному переміщенню опорної труби). Для вузлів, що потрапляють до червоної зони (поверхня S_3), дозволено переміщення вздовж напрямків X та Z : $v_{|y=0} = 0$ (останній відповідає за радіальне переміщення втулки). Вузли, що потрапляють до коричневої зони (поверхня S_4), знаходяться на з'єднанні двох труб, тому переміщення дозволено за всіма напрямками, окрім Y : $v_{|y=0} = 0$. Для фіолетової зони (поверхня S_5) дозволено переміщення за напрямками X та Y : $w_{|z=0} = 0$.

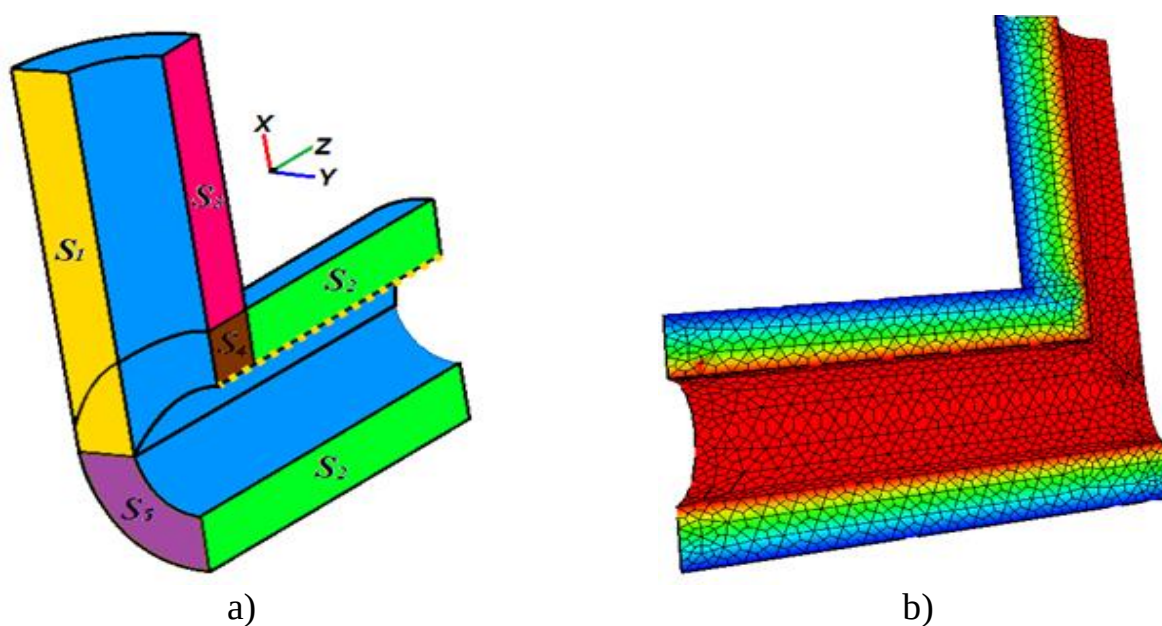


Рис. 4.9. Поверхні крайових умов у переміщеннях (a), скінченноелементна модель з початковим температурним розподілом (b)

Для дослідження й аналізу відокремленого та сумісного впливу факторів повзучості та радіаційного розпухання на розподіл компонентів НДС розв'язано ряд задач:

1) задача повзучості при навантаженні за внутрішнім радіусом рівномірним тиском 70 та 120 МПа;

2) задача повзучості для логарифмічного розподілу температурного поля (надано на рисунку 4.9b), що відповідає розв'язку задачі стаціонарної теплопровідності. Перепад температури за радіальним напрямком становить 12 градусів;

3) задача радіаційного розпухання. Закон для швидкості інтегрального потоку має вигляд (4.4) з радіальним розподілом температури, заданим в другій задачі;

4) задача повзучості при дії внутрішнього тиску, неоднорідного розподілу температурного поля та радіаційного розпухання для двох типів механічного навантаження – 70 та 120 МПа відповідно.

Усі розрахунки проведено для моменту часу 10000 годин., результати наведено на рисунках 4.10-4.19.

На рисунку 4.10 надано розподіл інтенсивності напружень вздовж внутрішньої частини опорної труби при $t=10000$ год: крива 1 відповідає розв'язку пружної задачі при дії внутрішнього тиску 70 МПа; крива 2 – розв'язку задачі повзучості при внутрішньому навантаженні 70 МПа; крива 3 – розв'язку задачі радіаційного розпухання; крива 4 – сумісному розв'язку задач радіаційного розпухання та повзучості. Криві інтенсивності напружень побудовано вздовж напрямку пунктирної лінії рисунку 4.9а.

На рисунку 4.11 надано залежність максимального значення інтенсивності напружень від часу, де крива 1 – розв'язок задачі повзучості, крива 2 – задачі радіаційного розпухання, крива 3 – комплексний розв'язок задачі повзучості та радіаційного розпухання.

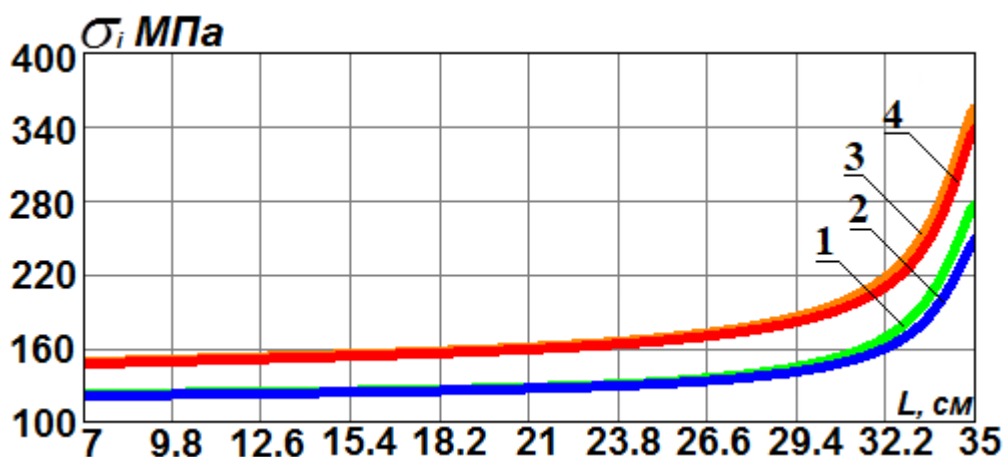


Рис. 4.10. Розподіл інтенсивності напружень за поздовжнім напрямком опорної труби, $p = 70$ МПа

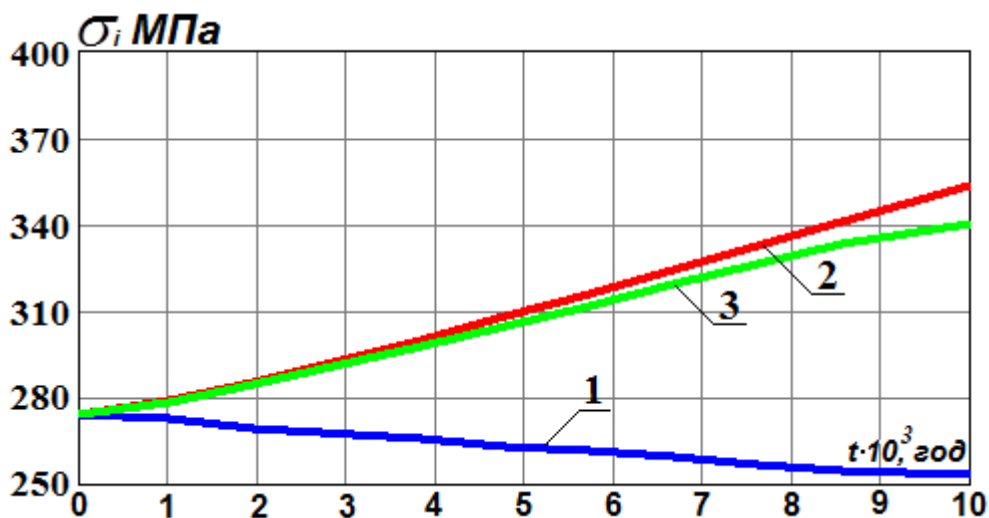


Рис. 4.11. Еволюція інтенсивності напружень у зоні концентратора, $p=70$ МПа

Рівень напружень, отриманий шляхом розв'язання задачі 2 (повзучості при наявності тільки неоднорідного температурного розподілу), є несуттєвим у порівнянні з рівнями, що мають місце при протіканні процесів радіаційного розпухання та повзучості при механічному навантаженні. Варто зазначити, що відмінність розв'язків задач повзучості при дії тільки температурних деформацій від задачі термопружності у концентраторі напружень не перевищує 0.7 %, а вдалині від концентратора – 0.048 %, а рівень напружень є несуттєвим і складає, приблизно, 30 МПа для задач термопружності та повзучості при дії температурних деформацій. У зв'язку з чим на рисунках 4.10 та 4.11 надано тільки розв'язки для задач повзучості при механічному навантаженні та задачі

радіаційного розпухання. Зазначимо, що внесок температурних напружень для даного температурного розподілу у загальну повзучість з'єднання є незначним.

Мала відмінність результатів пояснюється незначним перепадом температури за радіальним напрямком опорної труби та втулки. На рисунках 4.12a та 4.12b зображено розподіл радіальної та окружної компоненти тензору напружень задачі термопружності вдалині від концентратора, де крива 1 відповідає аналітичному розв'язку, крива 2 – розв'язку МСЕ.

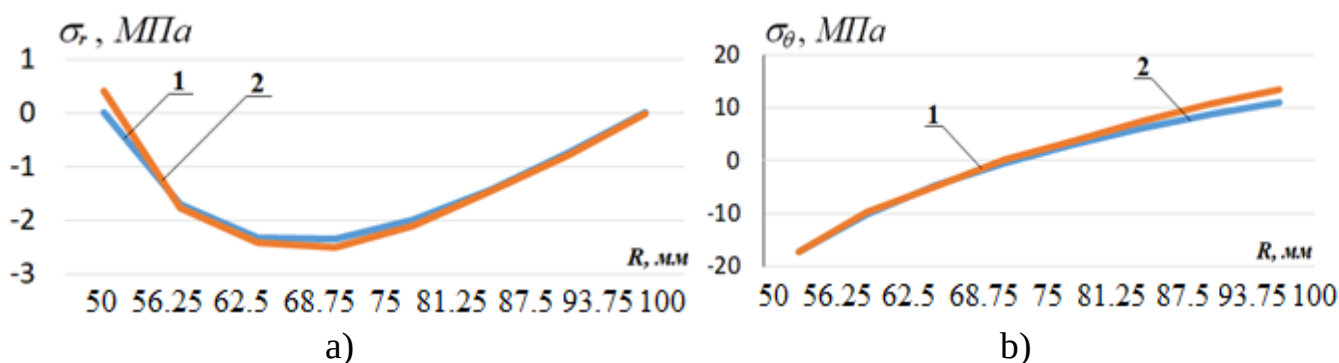
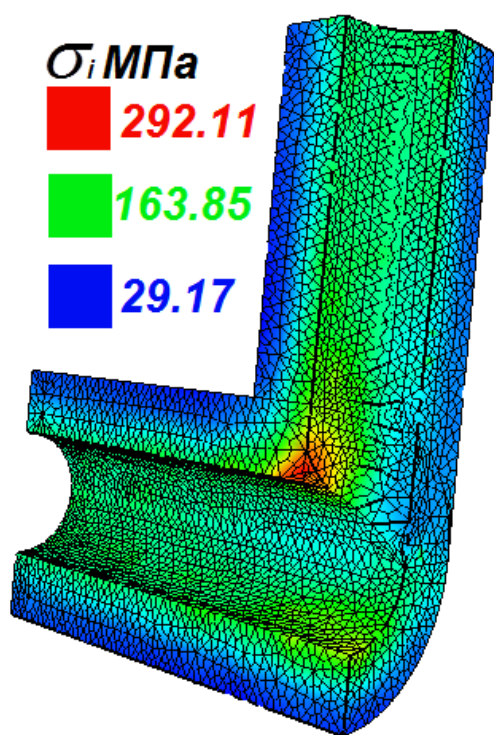


Рис. 4.12. Розподіл радіальної та окружної компоненти тензору напруження для задачі повзучості при неоднорідному температурному полі

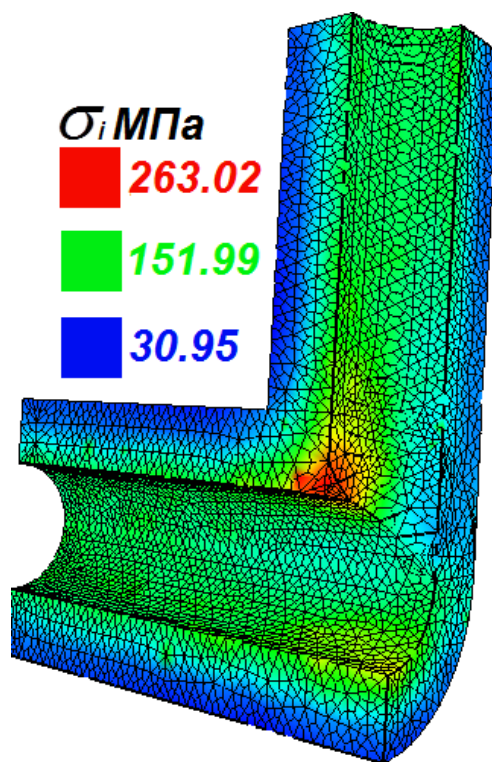
Із порівняння отриманих результатів для задачі термопружності можна зробити висновок, що вдалі від концентратора напружень реалізується напружено-деформований стан, що є близьким до такого, що має місце у нескінченно довгих трубах [96]. Рівень інтенсивності напружень для задачі термопружності та обумовленої нею повзучості у порівнянні з рівнем для задач повзучості та радіаційного розпухання є незначним та у відсотковому відношенні майже не робить внеску у процеси перерозподілу напружень.

В околі стику труб спостерігається суттєво вищий рівень напружень, що говорить про наявність концентратора у заданій області.

На рисунках 4.13 та 4.14 представлено карту інтенсивності напружень для розглянутих задач 1 - 4 при рівномірному тиску 70 МПа за внутрішньою поверхнею.

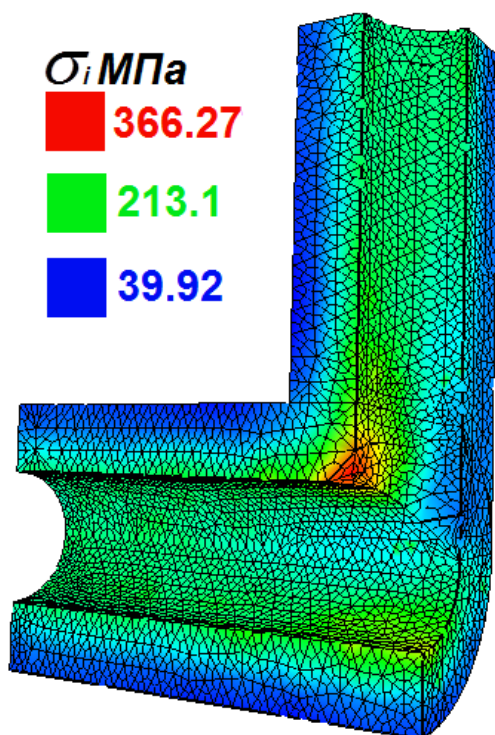


a)

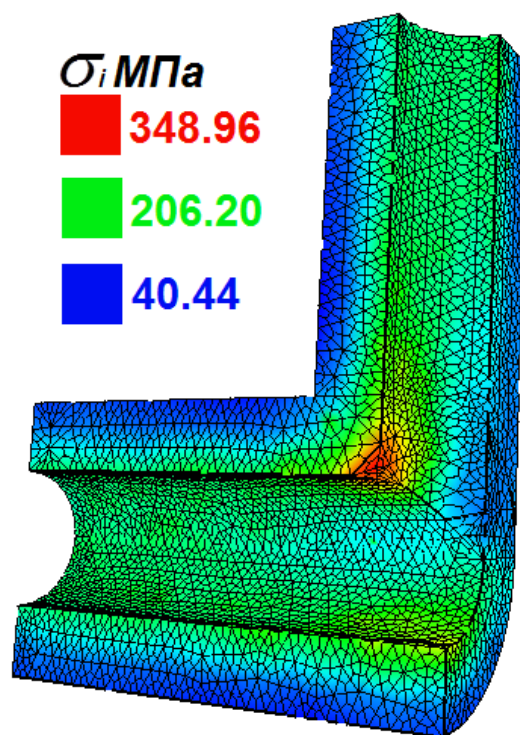


b)

Рис.4.13. Розподіл інтенсивності напружень: а) - пружне деформування б) – повзучість



a)



b)

Рис. 4.14. Розподіл інтенсивності напружень: а) – радіаційне розпухання, б) - сумісна дія повзучості та радіаційного розпухання

Аналіз результатів, наведених на рис. 4.10 – 4.14 показує, що має місце неоднорідний розподіл напружень за поздовжнім напрямком опорної труби для всіх типів навантажень. Найбільш інтенсивно неоднорідність проявляється для 2-ї задачі повзучості (рис. 4.13b), 3-ї задачі радіаційного розпухання (рис. 4.14a) та 4-ї сумісної задачі (рис. 4.14b) - повзучості та радіаційного розпухання. Порівнюючи результати на рисунках 4.13b, 4.14a та 4.14b з пружним розв'язком (рис. 4.13a), можна зробити висновок, що перерозподіл компонентів НДС за 10000 год. є значним.

Для задачі повзучості з'єднання, навантаженого тільки внутрішнім тиском (рис. 4.11, крива 2), релаксація напружень в зоні концентратора є значно більшою у порівнянні з релаксацією цих же компонентів вдалині від нього. На рисунку 4.11 видно, що протягом 10000 годин значення інтенсивності напружень в зоні концентратора зменшилося, приблизно, на 30 МПа у порівнянні з пружним розв'язком, в той час, коли для довжини від 7 см до 29.4 см відмінності практично не спостерігається. Цей же результат спостерігається й на рисунку 4.10 (крива 1). Видно, що швидкість релаксації на кінцевий момент розрахунку є дещо меншою у порівнянні з початковим етапом. Незначний перерозподіл напружень вдалині від концентратора пояснюється суттєво нижчим рівнем інтенсивності напружень.

Варто зазначити, що розподіл компонентів НДС, отриманий шляхом розв'язання задачі за допомогою МСЕ, є близьким до аналітичного розв'язку [30,36]. Відмінність пружного розв'язку від розв'язку задачі повзучості є незначною саме вдалині від концентратора на момент часу 10000 годин.

У порівнянні з результатами розв'язання задачі повзучості, результати, отримані при врахуванні радіаційного розпухання, свідчать, що воно вносить набагато більший внесок у процеси перерозподілу напружень, що призводить до збільшення загального рівня деформацій.

На момент часу закінчення розрахунку значення інтенсивності напружень в зоні концентратора зросло, приблизно, на 70 МПа, а вдалині від нього - на 30 МПа, що зображено порівнянням кривих 1 та 3 на рисунку 4.11. Характер перерозподілу тісно пов'язаний зі значенням температури та її градієнтом: для

більш стрімких перепадів та високих значень температури інтенсивність радіаційного розпухання може значно зростати.

Аналізуючи розподіл інтенсивності напружень при радіаційному розпуханні (рисунк 4.12, крива 2) варто відмітити, що її швидкість дещо зростає з часом, у зв'язку з чим процес характеризується деяким прискоренням.

Проведемо дослідження перерозподілу компонентів НДС для задач повзучості та радіаційного розпухання при дії рівномірно розподіленого тиску 120 МПа та неоднорідного температурного поля, закон якого задано у вигляді співвідношення (4.3). Кінцевий час розрахунку – 10000 год. Вважається, що процеси радіаційного розпухання мають такий же характер, як і у попередньому випадку. Проведемо порівняльний аналіз з вищезгаданими результатами.

На рисунку 4.15 зображено розподіл інтенсивності напружень за поздовжнім напрямком опорної труби (рис. 4.9а): крива 1 – розв'язок задачі повзучості, крива 2 – розв'язок пружної задачі, крива 3 – сумісний розв'язок задачі теорії повзучості та радіаційного розпухання.

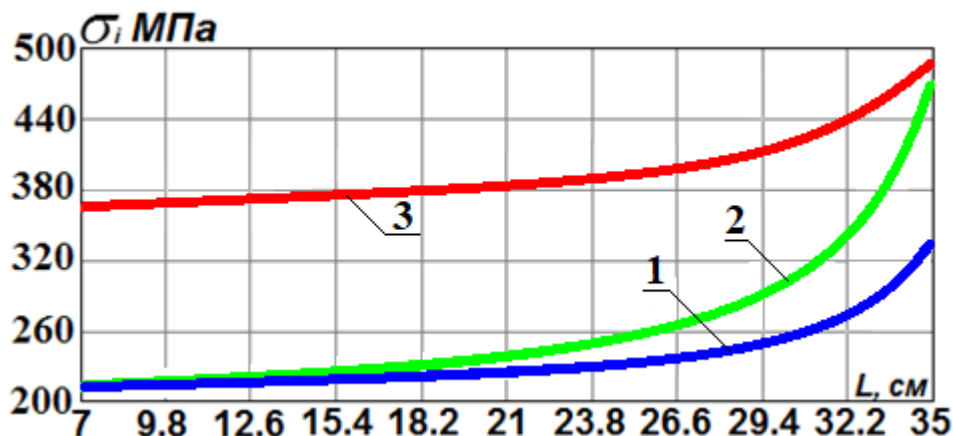


Рис. 4.15. Розподіл інтенсивності напруження за поздовжнім напрямком опорної труби, $p=120$ МПа

На рисунку 4.16 надано графік зміни інтенсивності напружень протягом 10000 год в околі концентратора напружень для задачі повзучості та сумісної задачі повзучості та радіаційного розпухання. Крива 1 – розв'язок задачі теорії повзучості, крива 2 – сумісний розв'язок задачі повзучості та радіаційного розпухання.

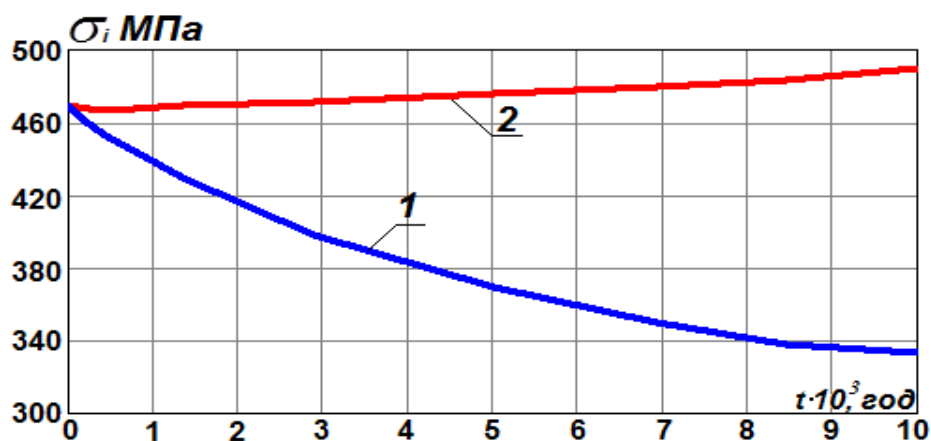


Рис. 4.16. Еволюція інтенсивності напруження у зоні концентратора, $p=120$ МПа

На рисунку 4.17а, 4.17б та 4.17с зображено розподіл інтенсивності напружень за скінченноелементною моделлю при дії внутрішнього тиску 120 МПа для задачі пружного деформування, повзучості в момент часу 10000 год та сумісного розподілу для задачі повзучості та радіаційного розпухання в момент часу 10000 год відповідно.

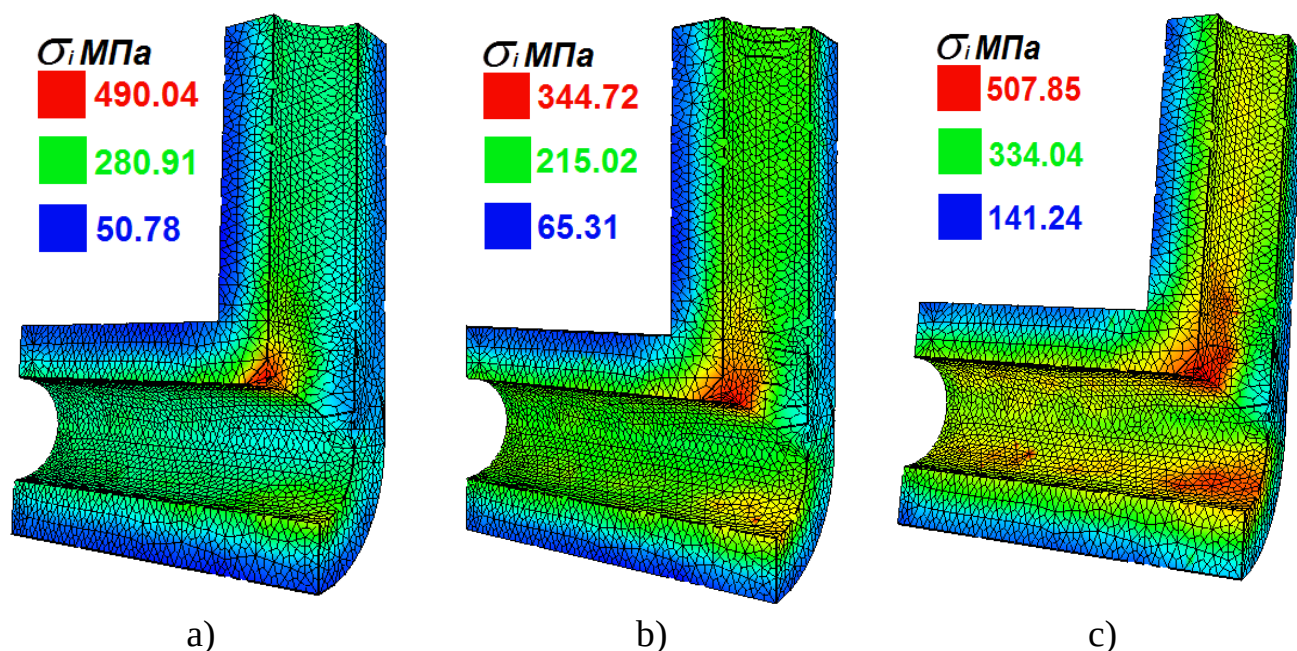


Рис. 4.17. Розподіл інтенсивності напружень: а) пружне деформування, б) – повзучість при дії внутрішнього тиску с) повзучість при дії внутрішнього тиску та радіаційного розпухання

Аналізуючи результати, що зображено на рисунках 4.15 та 4.16, можна зробити наступний висновок: за рахунок суттєво більшого рівня напружень за всією скінченноелементною моделлю у порівнянні з попередніми розрахунками

спостерігається значна релаксація їх рівня у концентраторі внаслідок процесів повзучості. Протягом 10000 годин рівень інтенсивності напружень в околиці концентратору знизився практично на 160 МПа у порівнянні з пружним розв'язком, а на зовнішньому радіусі зріс майже на 15 МПа.

На рисунку 4.18 зображено графік перерозподілу інтенсивності напружень протягом 10000 год за радіальним напрямком опорної труби при рівномірно розподіленому тиску 120 МПа: крива 1 – розв'язок для задачі пружного деформування, крива 2 – повзучості.

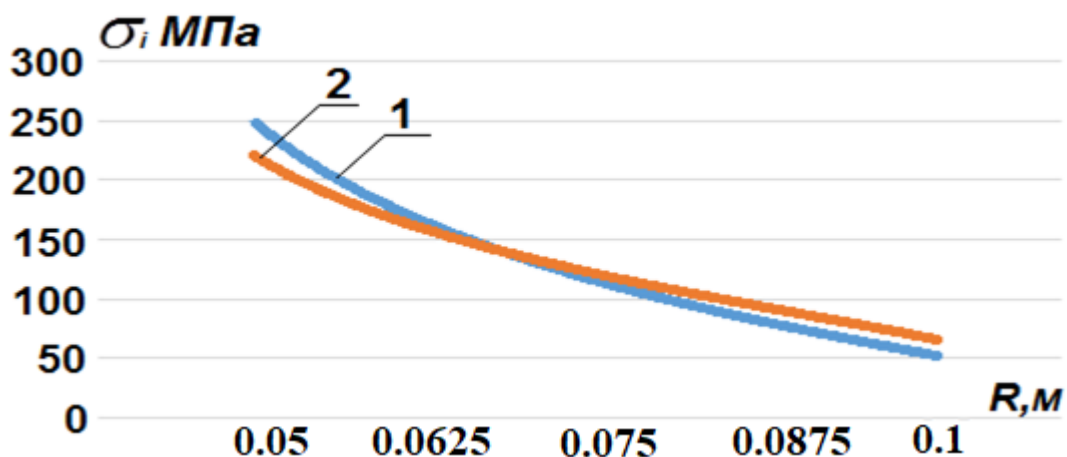


Рис. 4.18. Розподіл інтенсивності напружень за радіальним напрямком

За порівнянням результатів розрахунків при дії різних значень внутрішнього тиску можливо зробити висновок, що при суттєво більших рівнях напружень процеси повзучості проявляються більш інтенсивно. В околиці концентратору протягом приблизно 900 годин спостерігається зменшення їх рівня, після чого має місце поступове зростання та прискорення за рахунок радіаційного розпухання (рис. 4.16). Варто зазначити, що за рахунок сумісної дії процесів повзучості та радіаційного розпухання спостерігається стабілізація градієнту напружень за всією скінченноелементною моделлю у порівнянні з пружним розв'язком (рис. 4.15 - 4.17).

Співвідношення (4.4) характеризують найбільш інтенсивну зміну швидкості інтегрального потоку у перші години процесу. Надалі процес переходить до квазіусталеної фази та має практично постійну швидкість. На рисунку 4.19 надано залежність зміни швидкості інтегрального потоку від часу для різних значень

температури, що задавались з експлуатаційного інтервалу значень. З рисунку 4.19 видно, що криві практично співпадають. Це говорить про майже ідентичний характер розпухання за всією моделлю. Починаючи з моменту часу приблизно 3000 годин, швидкість інтегрального потоку приймає квазіпостійний характер та мало змінюється за часом. Близькість кривих означає, що характер радіаційного розпухання за всією моделлю є майже ідентичним.

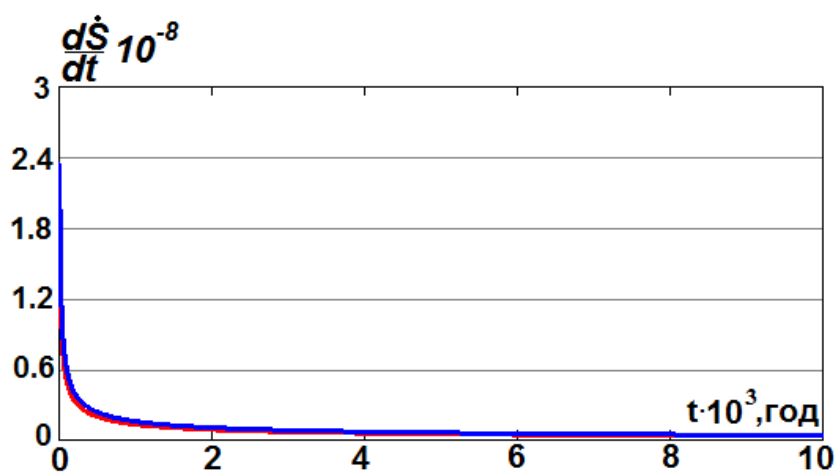


Рис. 4.19. Прискорення інтегрального потоку

Розподіл інтенсивності напружень, що відповідає комплексному розв'язку задачі повзучості та радіаційного розпухання (крива 3 на рисунку 4.15 та крива 4 на рисунку 4.11), характеризується, з одного боку, значною релаксацією у зоні концентратора напружень за рахунок процесів повзучості, а з іншого – значним підвищенням рівня інтенсивності напружень вдалині від концентратора за рахунок процесу радіаційного розпухання. Із порівняння кривих 2 та 3 на рисунку 4.15 видно, що процес повзучості стримує стрімке зростання інтенсивності напружень у зоні концентратора та загалом зменшує її рівень у порівнянні з розв'язками пружної задачі та задачі радіаційного розпухання. Із аналізу кривої 2 на рисунку 4.16 можна зробити висновок, що протягом приблизно 1000 годин, переважно має місце релаксація напружень за рахунок процесу повзучості, після 1000 годин спостерігається поступова компенсація та подальше зростання величини напружень за рахунок радіаційного розпухання.

Шляхом аналізу задач з урахуванням тільки одного виду деформування показано їхню роль у загальному процесі. Отримано результати розв'язання

задачі з урахуванням всіх факторів, за яким можливо зробити висновок щодо існування тісного взаємного впливу процесів повзучості та радіаційного розпухання. Зазначимо, що у розглянутому випадку завдяки різноспрямованим впливам цих факторів спостерігається не таке значне змінювання напружень, ніж при дії кожного фактору окремо. Відомо, що при релаксації напружень у зонах їхньої концентрації з часом відбувається зростання пошкоджуваності. Часто такі процеси є взаємопов'язаними за їхньою швидкістю. Отже, задачі, що розглядаються, у подальшому мають бути доповненими, за умов наявності відповідних експериментальних даних, кінетичними рівняннями для параметру пошкоджуваності. Це дозволить проектувати найбільш безпечні режими роботи трубопроводів ЯР.

Також важливим для практичного використання може бути висновок щодо впливу неоднорідного температурного поля у подібних задачах, в яких враховано вплив різних факторів. Спроектовані температурні перепади по стінці труби, як й у даному випадку, мають бути незначними. У випадку, що розглядається, значення перепаду дорівнює 12°C , тому температурні деформації та напруження не вносять великого внеску до загального напружено-деформованого стану при повзучості. Але перепад температур обумовлює істотне зростання деформацій радіаційного розпухання, яке й може лімітувати термін роботи трубопроводів.

4.4. Висновки за розділом

Для різних типів конструктивних елементів космічних літальних апаратів та ядерного реактору продемонстровано можливості розв'язання за допомогою розроблених програм суттєво тривимірних задач повзучості з урахуванням різних ефектів – неоднорідного температурного поля та радіації. Показано відмінності перебігу процесу повзучості при складному напруженому стані у наземних умовах та у космічному просторі, які для одного матеріалу при тієї ж температурі характеризуються різними швидкостями зростання деформацій та релаксації напружень. Наголошено на визначному впливі радіаційного опромінювання на довготривале деформування складних трубчастих систем, в яких при штатних

значеннях внутрішнього тиску та температурних перепадів у відсутності радіації повзучість йде з малими швидкостями у всіх зонах, окрім концентратору напружень у місті стику труб. Показано, що неврахування одного з ефектів – розпухання чи повзучості при аналізі напруженого стану у стику труб трійникового з'єднання на тривалій базі часу може призвести до завищених чи занижених оцінок. Основні результати, одержані у розділі, опубліковано у роботах [1, 8, 10, 11].

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розроблено програмно-математичне та алгоритмічне забезпечення, що дозволяє проводити розрахунки та аналіз полів напружено-деформованого стану елементів конструкцій та приладів ракетно-космічної техніки й енергетичних машин при дії температурних і радіаційних полів. Моделювання процесів повзучості та радіаційного розпухання здійснюється за допомогою розв'язання відповідних початково-крайових задач, та, за необхідності, задач нестационарної теплопровідності. Розроблені у роботі програмні засоби дозволяють проводити моделювання розподілу компонентів НДС та температурних полів з урахуванням дії складних, неоднорідних механічних навантажень, враховувати особливості конвективного та радіаційного теплообміну, залучати моделі радіаційного розпухання та знаходити поля пошкоджуваності при комплексній дії вищеописаних факторів. Найбільш значущі наукові та практичні результати роботи полягають у наступному:

1. Вдосконалено метод розрахунку повзучості та пошкоджуваності в тривимірних елементах конструкцій, які знаходяться у термосилових та радіаційних полях, що мають постійно й періодично діючі складові.

2. Розроблено нові підходи до розв'язання тривимірних задач теорії повзучості, в тому числі за допомогою розподілених обчислень за технологіями багатопоточності CUDA, OPENCL та бібліотеки THREAD; до розв'язання задач радіаційного теплообміну з перевипромінюванням теплової енергії для проекційних контактних поверхонь; до розв'язання задач для статичного та періодичного навантаження на базі застосування комплексних рівнянь стану; для відображень скінченних елементів на регулярну область.

3. Розроблено нові підходи, які реалізовані у розробленому програмному забезпеченні для тривимірного скінченноелементного моделювання із застосуванням розподілених обчислень задач повзучості та нестационарної теплопровідності;

4. За допомогою експериментального та чисельного моделювання визначено нові закономірності роботи волоконно-оптичних гіроскопів,

досліджено процес деформування волоконно-оптичного провідника з урахуванням процесів повзучості та пошкоджуваності, що мають місце при дії температурно-силових та радіаційних полів. Визначено час до руйнування волоконно-оптичного провідника при різних типах протирадіаційного захисту.

5. Розроблено методику оцінювання кутів неспіввісності для юстирування волоконно-оптичних гіроскопів у складі навігаційних приладів шляхом послідовного розв'язання задач визначення напружено-деформованого стану посадкової платформи.

6. Отримано нові закономірності змінювання напружено-деформованого стану та пошкоджуваності тривимірних елементів конструкцій.

Показано, що для моделей амортизаторів, які піддано нерівномірному стисканню в умовах повзучості, строк служби скорочується практично в два рази у порівнянні з випадком їхнього рівномірного навантаження.

Для елемента системи кріплення сонячної панелі встановлено, що протягом всього часу експлуатації релаксація компонентів тензору напружень в наземних умовах є суттєво більшою, ніж у космічних. Отримано малу швидкість релаксації напружень у космосі, що може розцінюватись як чинник зменшення довготривалої міцності конструктивного елемента при відсутності кількісних даних щодо констант у кінетичному рівнянні для параметру пошкоджуваності.

Для трійникового з'єднання системи охолодження ядерного реактору, що знаходиться в умовах спільної дії внутрішнього тиску, теплового та радіаційного полів, встановлено, що повзучість, яка виникає внаслідок нерівномірного розподілу температурного поля за радіальним напрямком, практично не робить внеску до релаксації напружень, а повзучість, що має місце при дії внутрішнього тиску, суттєво зменшує рівень інтенсивності напружень у концентраторі. Знайдено, що радіаційне розпухання робить найбільший внесок у розподіл компонентів НДС. Визначено, що комплексна дія радіаційного розпухання та теплової повзучості компенсують одна іншу, що призводить до зменшення градієнту поля інтенсивності напружень за всією скінченноелементною моделлю.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Повзучість трійникового з'єднання трубопроводу при спільній дії температурно-силових та радіаційних полів. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ»*. Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. Харків, 2018. № 33 (1309). С. 8-13.
2. D. Breslavsky, V. Uspensky, A. Kozlyuk, S. Pashchenko, O. Tatarinova, Yu. Kuznyetsov. Estimation of heat field and temperature models of errors in fiber-optic gyroscopes used in aerospace systems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017., vol 1, № 9 (85). P. 44-53
3. Бреславський Д.В., Пащенко С.О., Татарінова О.А. Розрахунки повзучості при неперервному зростанні температури. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ»*. Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. Харків, 2015. № 57 (1166). С. 20-24.
4. Бреславський Д.В., Пащенко С.О., Гудзенко О.В. Розв'язання тривимірної задачі нестационарної теплопровідності для корпусу супутника типу «СПЧ-2». *Вісник Національного технічного університету «ХПИ»*. Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. Харків, 2013. № 58 (1031). С. 32-41.
5. Бреславський, Д.В., Пащенко С.О. Розробка алгоритмічного та програмного забезпечення для розв'язку трьохвимірних нестационарних задач теплопровідності методом скінченних елементів. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ»*. Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. Харків, 2012. № 67 (973). С. 26-31.
6. Бреславский Д.В., Пащенко С.А. Решение нестационарных задач теплопроводности для корпусов спутников при их движении по околоземной орбите. Динамика полета и управление: 50 лет в ХПИ: раздел монографии / Д.В. Бреславский, В.Б. Успенский, А.А. Ларин и др. Под общей ред. Д.В. Бреславского – Х.: НТУ «ХПИ», 2014. С. 434-450.

7. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір, № 66556. Україна. Комп'ютерна програма "Finite Element Method Temperature" ("FEM Temperature") / Д.В. Бреславський, С.О.Пащенко. № 67169; заявл. 13.05.16; опубл. 12.07.16.
8. Бреславський Д.В., Татарінова О.А., Пащенко С.О., Метельов В.О., Сенько А.В., Коритко Ю.М. Методи й програмні засоби для розрахунку повзучості та руйнування конструктивних елементів машин. Матеріали V міжнародної науково-технічної конференції «Актуальні проблеми інженерної механіки та технології машинобудування», Миколаїв, 17-19 жовтня 2018 р. Нац. ун-т кораблебудування ім. адмірала Макарова. Миколаїв, 2018. С. 7-8.
9. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Моделювання напружено-деформованого стану поліпропіленових елементів інерційного вимірювального блоку. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXVI міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 16-18 травня 2018 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2018. Ч. 1. С. 46.
10. Бреславський Д. В., Пащенко С. О. Дослідження впливу температурних та радіаційних факторів космічного простору на деградацію матеріалів компонентів інерційного вимірювального блоку. «Аерокосмічні технології в Україні: проблеми та перспективи». *Конференція, присвячена 60-й річниці запуску першого штучного супутника Землі*. К.:НЦУВКЗ, 2017. С. 36-37
11. Бреславський Д. В., Пащенко С. О. Оцінювання теплових полів та їхнього впливу на працездатність елементів приладів, встановлених на штучних супутниках Землі. *XIX міжнародна науково-практична конференція «Людина і космос»*. Дніпро, НЦАОМ А. М. Макарова, 2017. С. 58
12. Бреславський Д.В., Козлюк А.В., Морачковський О.К., Пащенко С.О., Татарінова О.А. Аналіз впливу термосилових та радіаційних полів на деформування приладів космічної техніки. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXV міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 17-19 травня 2017 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2017. Ч. 1. С. 50.
13. Бреславський Д.В., Козлюк А.В., Пащенко С.О. Розрахунки температурних режимів та міцності елементів конструкцій нагрівальних печей. *Інформаційні*

технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXIV міжнар. наук.-практ. конф., Харків, 19-20 травня 2016 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХПІ», 2016. Ч. 1. С. 49.

14. Пащенко С.О., Скоробагатих А.В., Бреславський Д.В. Дослідження температурного поля блоку гіроскопів штучного супутника Землі. *Україна і світ: гуманітарно-технічна еліта та соціальний прогрес. До 55 річниці першого польоту людини у космос: тези доп. Міжнар. наук.-теор. конф. студ. і аспір.* м. Харків. 19-20 квітня 2016 р., м. Харків: у 3 ч. Ч. 3 / редкол. Є. І. Сокол та ін. Харків. НТУ "ХПІ". 2016. С. 174-176

15. Breslavsky D., Mietielov V., Morachkovsky O., Tatarinova O., Pashchenko S. Asymptotic solution of anisotropic cyclic creep problem. *Nonlinear dynamics - 2016: Proceedings of 5th International Conference Kharkov*. 27-30 September 2016. Kharkov, 2016. P. 276.

16. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Програмний засіб для розв'язання трьохвимірних задач теорії повзучості методом скінченних елементів. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXIII міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 20-22 травня 2015 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХПІ», 2015. Ч. 1. С. 40.

17. Пащенко С.О., Бреславський Д.В. Розв'язання трьохвимірних задач теорії повзучості методом скінченних елементів. *Студентські конференції: Математичне моделювання в механіці та системах управління: тези доповідей IX міжнародної науково-практичної студентської конференції магістрів*. Харків. НТУ "ХПІ". 2015. С. 106-107.

18. Breslavsky D.V., Mietielov V.O., Morachkovsky O.K., Pashchenko S.O., Tatarinova O.A. Asymptotic methods and finite element method in cyclic creep-damage problems. *Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики*. Зб. наук. Праць. Львів. 24-25 вересня 2015 р. Львів: Львівський національний університет ім. Івана Франка, 2015. С. 19-20.

19. Пащенко С.О., Бреславський Д.В. Дослідження температурного поля в околі блоку гіроскопів штучного супутника землі "Січ-2". *Студентські конференції:*

математичне моделювання в механіці та системах управління. Харків. НТУ "ХПИ", 2014. С. 91-92.

20. Пащенко С.А. Исследование температурного поля для искусственного спутника земли "Сич-2" для различных эфемерид. *До 100-річчя з дня народження академіка В. Г. Сергєєва та 50-річчя створення в ХПІ спеціальності «Динаміка польоту та управління»*. Харків. НТУ «ХПІ». 2014. С. 54-55.

21. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Розробка програмного засобу для розв'язання трьохвимірних задач нестационарної теплопровідності та термопружності методом скінченних елементів. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXI міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 29-31 травня 2013 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХПІ», 2013. Ч. 1. С. 33.

22. Панасюк М.И., Новиков Л.С. Модель космоса: в 2-х т. Т.2: Воздействие космической среды на материалы и оборудование космических аппаратов: Москва: КДУ, 2007. 1144 с.

23. Hyde T., Sun W., Hyde C. Applied Creep Mechanics. McGraw-Hill Education, 2013. 384 p.

24. Penny R.K., Marriott D.L. Design for creep. London: Chapman and Hall, 1995. 430 p.

25. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. Москва: Наука, 1966. 752 с.

26. Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести. *Изв. АН СССР ОТИ №8*. 1958. С. 26 - 31.

27. Kachanov, L. Introduction to Continuum Damage Mechanics. Mechanics of Elastic Stability. Springer Netherlands. 1986. 128 p.

28. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. Москва: Наука, 1974. 311 с.

29. Работнов Ю.Н. Расчет деталей машин на ползучесть, *Изв. АН СССР, ОТИ №6*, 1948. С. 789 - 800.

30. Качанов Л.М. Теория ползучести. Москва: Физматгиз, 1960. 456 с.

- 31 Подгорный А.Н., Бортовой В.В., Гонтаровский П.П., Коломак В.Д., Львов Г.И., Матюхин Ю.И., Морачковский О.К. Ползучесть элементов машиностроительных конструкций. Киев: *Наук. думка*, 1984. 262 с.
- 32 Малинин Н.Н. Расчет на ползучесть вращающихся неравномерно нагретых дисков переменной толщины. Вопросы прочности материалов и конструкций. Москва: *АН СССР*, 1950. С. 268 - 286.
- 33 Малинин Н.Н. Основы расчета на ползучесть. Москва: Машгиз, 1948. 120 с.
- 34 Малинин Н.Н. Прочность турбомашин. Москва: *Машгиз*, 1962. 291 с.
- 35 Малинин Н.Н. Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций. Москва: *Машиностроение*, 1981. 221 с.
- 36 Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. Москва: *Машиностроение*, 1975. 399 с.
- 37 Lemaitre J. Mechanics of solid materials. Cambridge: *University press*, 1994. 556 p.
- 38 Chaboche J.L. Thermodynamics of Local State: Overall Aspects and Micromechanics Based Constitutive. *Technische mechanik*. V. 23, №2-4. 2003. P. 113-129
- 39 Lemaitre J. A course on damage mechanics. Netherlands: *Springer*; 1996. 221 p.
- 40 Стрижало В.А. Циклическая прочность и ползучесть металлов при малоцикловом нагружении в условиях низких и высоких температур. Киев: *Наукова думка*, 1988. 230 с.
- 41 Adamchuk M., Borodii M., Selin O., Stryzhalo V. Development of the Model for Cyclic Plasticity to Describe the Ratcheting Effect Under Non-Proportional Asymmetric Loading. *Strength of Materials*, Vol. 48, №2. 2016. P. 251-258
- 42 Шевченко Ю.Н. Термопластичность при переменных нагружениях. Киев: *Наукова думка*, 1970. 287 с.
- 43 Breslavsky D.V., Morachkovsky O., Tatarinova O. Creep and damage in shells of revolution under cyclic loading and heating. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, № 66, 2014. P.87-95.

44. Бреславский Д.В., Морачковский О.К., Татарина О.А..
Высокотемпературная ползучесть и длительная прочность элементов конструкций при циклическом нагружении. *Проблемы прочности*, № 5. Київ, 2008. С.45-53.
- 45 Писаренко Г.С., Антипов Е.А., Можаровский Н.С. Деформирование и разрушение материалов при переменных температурах и напряжениях. *Проблемы прочности*. 1971. №1. С. 3 - 12.
- 46 Кучер М. К., Приходько Р. П. Метод екстраполяції діаграм тривалої міцності жароміцних матеріалів. *Вісник ТНТУ*. 2013. № 2. С. 84 – 93.
- 47 Bobyr M., Khalimon O., Koval V. Damage and rupture of structural materials under complex low cycle loading. *Proc. of First Int. Conf. on Damage Mechanics ICDM1*, Belgrade, 25-27 June 2012. Belgrade: Serbian Chamber of Engineers: Faculty of Civil Engineering, 2012. P. 65-68.
- 48 Taira S. Lifetime of Structures Subjected to Varying Load and Temperature. Creep in Structures. *Academic Press*. New York, 1962. P. 96-124.
- 49 Бобырь Н.И., Яхно Б.О., Грабовский А.П. Поврежденность конструкционных материалов при сложном малоцикловом нагружении. *Проблемы прочности*. 2007. № 6. С. 25 34.
- 50 Тайра С., Отани Р. Теория высокотемпературной прочности материалов. Москва: *Металлургия*, 1986. 280 с.
- 51 Можаровский Н.С., Антипов Е.А., Бобырь Н.И. Ползучесть и долговечность материалов при программном нагружении. Киев: *Вища школа*, 1982. 130 с.
- 52 Стрижало В.А. Циклическая прочность и ползучесть металлов при малоцикловом нагружении в условиях низких и высоких. Київ: *Наукова думка*, 1988. 230 с.
- 53 Лихачев В.А., Малыгин Г.А. Исследование ползучести при переменных температурах. *Заводская лаборатория*. 1966. Т.32, №1. С. 70 - 85.
- 54 Киселевский В.Н., Чуприна А.Ф. Исследование влияния циклического воздействия температур на ползучесть и длительную прочность стали ЭИ847. *Термопрочность материалов и конструктивных элементов*. 1969. №5. С. 51 - 55.

- 55 Киселевский В.Н., Чуприна А.Ф. Особенности деформирования жаропрочных сталей в условиях неизотермической ползучести. *Проблемы прочности*. 1971. №2. С. 91 - 95.
- 56 Антипов Е.А. Влияние формы температурного цикла, граничных условий, и механического напряжения на долговечность материала в условиях термоусталости и ползучести. *Вестник Киевского политехнического института, Машиностроение*. 1975. №12. С. 38 - 42.
- 57 Fournier B., Sauzay M., Caës C., Noblecourt M., Mottot M., Allais L., Tournie I., Pineau A. Creep-Fatigue Interactions in a 9 Pct Cr-1 Pct Mo Martensitic Steel: Part I. Mechanical Test Results Metallurgical and Materials Transactions A. 2009. V. 40. P 321–329.
- 58 Osswald G. A., Ghina K. N., Ghia U. Unsteady Navier-Stokes Simulation of Internal Separated Flows over Plane and Axisymmetric Sudden Expansion, *AIAA, Snowmass, Colorado*. P. 84 – 1584.
- 59 Zhuang F.-K., Zhou G.-Y., Tu S.-T. Numerical investigation of frictional effect on measuring accuracy of different small specimen creep tests. *International journal of pressure vessel and Piping*. 2013. P. 42-49.
- 60 Zhou Z., Zheng Y., Ling X., Hu R., Zhou J. A study on influence factors of small punch creep test by experimental investigation and finite element analysis. *Materials Science and Engineering*. № 527, 2010. P. 2784-2789.
- 61 Meng Q.H., Wang Z.Q. Asymptotic solutions of mode I steady growth crack in materials under creep conditions. *Acta Mech Solida Sin*, 2015. P. 91
- 62 Murakami S. Continuum damage mechanics. Netherlands. *Springer*, 2012. 380p.
- 63 Hayhurst D.R., Dimmer P.R., Chernuka M.W. Estimates of the creep rupture lifetime of structures using the finite element method. *J Mech Phys Solids*, 1975. 335p.
- 64 Gonçalves F. OJA. Benchmark for finite element analysis of stress redistribution induced by creep damage. *Comput Mater Sci*, 2005. 419p.
- 65 Hall F.R., Hayhurst D.R. Continuum damage mechanics modelling of high temperature deformation and failure in a pipe weldment. *Proc R Soc Lond A*, 1991. 433p.

- 66 Murakami S, Liu Y, Mizuno M. Computational methods for creep fracture analysis by damage mechanics. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2000. 183p.
- 67 Nadai A. On the creep of solids at elevated temperatures. *Journal of Applied Physics*. V.8, №6., 1937. P. 418 - 432.
- 68 Odqvist F.K.G. Theory of creep under the action of combined stresses with applications to high temperature machinery. *The Royal Swedish Institute for Engineering Research. Proceedings*. Stockholm, 1936. V.141. P. 24.
- 69 Hayhurst D.R., Goodall I.W., Hayhurst R.J., Dean D.W. Lifetime predictions for high-temperature low-alloy ferritic steel weldments. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. V.40, №7., 2005. P. 675 - 702.
- 70 Xu X., The Influence of Thermal Cycles on the Microstructure of Grade 92 Steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 2017. P. 5396-5414.
- 71 Larson F.R., Miller J. A time-dependent relation for rupture and creep stress. *Transactions of the ASME*. V.74, №5., 1952. P. 765 - 775.
- 72 Kwofie S., Chandler H.D. Fatigue life prediction under conditions where cyclic creep–fatigue interaction occurs. *International Journal of Fatigue*. Volume 29., 2007. P. 2117-2124
- 73 Kwofie S. Cyclic creep of copper due to axial cyclic and tensile mean stresses. *Materials Science and Engineering*, V. 427., 15 July 2006, P. 263-267
- 74 Chandler H.D., Kwofie S. A description of cyclic creep under conditions of axial cyclic and mean stresses. *International Journal of Fatigue*. V. 27. Issue 5. May 2005. P. 541-545
- 75 Gupta C., Chakravartty J.K., Reddy G.R., Banerjee S. Uniaxial cyclic deformation behaviour of SA 333 Gr 6 piping steel at room temperature. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. V. 82. Issue 6. June 2005. P. 459-469.
- 76 Mayama T., Sasaki K. Investigation of subsequent viscoplastic deformation of austenitic stainless steel subjected to cyclic preloading. *International Journal of Plasticity*. V. 22. Issue 2. February 2006. P. 374-390.

- 77 Hyde C.J., Sun W., Leen S.B. Cyclic thermo-mechanical material modelling and testing of 316 stainless steel. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. V. 87. Issue 6. June 2010. P. 365-372.
- 78 Oruganti R., Karadge M., Swaminathan S. A Comprehensive Creep Model for Advanced 9-10% Cr Ferritic Steels. *GE India Technology Center*. Bangalore. V. 55. 2013. P. 727-734.
- 79 Pritchard P. G., Perrin I. J., Parker J. D., Siefert J. A. Application of a physically-based creep continuum damage mechanics constitutive model to the serviceability assessment of a large bore branch connection. *ASME 2018 Symposium on Elevated Temperature Application of Materials for Fossil, Nuclear, and Petrochemical Industries.*, Washington, USA, April 3–5, 2018. P. 1 – 10.
- 80 Pritchard. P. G., Perrin I. J., Parker J. D., Siefert J. A . Application of a physically-based creep continuum damage mechanics constitutive model to the serviceability assessment of a large bore branch connection. Proceedings of the ASME 2018 Symposium on Elevated Temperature Application of Materials for Fossil, Nuclear, and Petrochemical Industries ETAM2018. Seattle, WA, USA. April 3-5, 2018. P. 1-10.
- 81 Siefert, J.A., J.D. Parker, and R.C. Thomson, Linking Performance of Parent Grade 91 Steel to the Crossweld Creep Performance Using Feature Type Tests. *Advances in Materials Technology for Fossil Power Plants Proceedings from the Eighth International Conference. Albufeira, Portugal*. 11-14 October 2016. P. 530-543.
- 82 Санин Ф.П. Космос и технологии. Москва: *Наука*, 2003. 637 с.
- 83 Санін Ф., Джур Є., Кучма Л. Герметичність у ракетно-космічній техніці. *Дніпропетровський держ. ун-т.*, 1995. 168 с.
- 84 Matthews J.R., Finnis M.W. Irradiation creep models - an overview. Physics Division, Uteri Labomtory, Didcot, Oxon OXI I ORA. *United Kingdom Journal of Nuclear Materials*, Amsterdam. 159 (1988). P. 257-285.
- 85 Бреславський Д. В., Бреславська О. О., Татарінова О. А. Вплив космічної радіації та циклічності навантаження на пошкоджуваність стрижневих елементів.

Вісник Нац. техн. ун-ту «ХПІ»: Динаміка і міцність машин. Харків: НТУ «ХПІ». 2012. № 67 (973). С. 26-31.

86 Писаренко Г. С., Киселевский В. Н. Прочность и пластичность материалов в радиационных потоках. Киев: *Наук. думка*, 1979. 284 с.

87. Бирюков О.В., Золочевский А.А., Лаврук А.Г., Морачковский О.К., Школьный С.М. Длительная прочность элементов кассеты насыпного типа для быстрого газоохлаждаемого реактора: *Препринт ХФТИ 85-37*. Москва: ЦНИИАтоминформ, 1985. 39с.

88. Scholz R., Matera R. Proton irradiation creep of Inconel 718 at 300 °C . *J. Nucl. Mater.* V. 283-287, 2000. P. 414 – 417.

89. Foster J.P., Bunde K., Porter D.L. Irradiation creep of annealed 304L stainless steel at low dose levels. *J. Nucl. Mater.* V. 317, Is. 2., 2003. P. 167 - 174.

90. Воеводин В.Н., Неклюдов И.М. Эволюция структурно-фазового состояния и радиационная стойкость конструкционных материалов. Київ: *Наукова Думка*, 2006. 376 с.

91. Шевченко Ю.Н. Упругопластическое состояние тел вращения конечных размеров с учетом деформаций ползучести при неравномерном нагреве и радиационном облучении. *Тепловые напряжения в элементах конструкций. Вып.13.*, 1973. С. 17 - 23.

92. Mirzov I., Makhnenko O. Relaxation of the residual welding stresses in the core baffle of nuclear reactor WWER-1000. Opatija, Croatia, 2016. P. 93-100.

93. Foster J.P., Bunde K., Grossbeck M.L., Gilbert E.R. Temperature dependence of the 20% cold worked 316 stainless steel steady state irradiation creep. *J. Nucl. Mater.*, V. 270, Is. 3., 1999. P. 357 - 367.

94. Scholz R., Matera R. Irradiation creep induced stress relaxation of Inconel. *Fusion Engineering and Design*, V. 51-52., 2000. P. 165 - 170.

95. Тутнов А.А. Методы расчета работоспособности элементов конструкций ядерных реакторов. Москва: *Энергоатомиздат*, 1987. 180 с.

96 Коваленко А. Д. Термоупругость. Киев: *Вища школа*, 1975. 215 с.

- 97 Anderson D. Tannehill J., Pletcher R., Boca R. Computational fluid mechanics and heat transfer. *CRC Press*, 2016. 774c.
- 98 Polcik P., Straub S., Henes D., Blum W. In Microstructural Stability of Creep Resistant Alloys For High Temperature Plant Applications. *IOM Communications*, 1998, 476 p.
- 99 Vogler S., Blum W. In Creep and Fracture of Engineering Materials and Structures. *The Institute of Metals*, 1990, 812 p.
- 100 Morris, J. W., Goldstein, F. J. L., Mei, Z. Microstructural Influences on Mechanical Properties of Solder. Chapter 2 in The Mechanics of Solder Alloy Interconnects. *International Thomson Publishing*. Florence, 1994. 399 p.
- 101 Basaran, C., Tang, H. Implementation of a Thermodynamic Framework for Damage Mechanics of Solder Interconnects in Microelectronic Packaging. *Int. J. Damage Mech.*, V. 11(1), 2002. P. 87–108.
- 102 Basaran C., Zhao Y., Tang H., Gomez J. A Damage-Mechanics-Based Constitutive Model for Solder Joints. *J. electron packag*, 127(3), 2004. P. 208-214.
- 103 Mannan S. L., Sivaprasad P. V. In Encyclopedia of Materials Science and Engineering. New York, 2001. P. 2857.
- 104 Klueh R. L., Harries D. R. High Chromium Ferritic and Martensitic Steels for Nuclear Applications. *American Society for Testing and Materials*, 2001. P. 90.
- 105 Ukai S., Mizuta S., Fujiwara M., Okuda T., Kobayashi T. Effects of Radiation on Materials. *J. Nucl. Sci. Technol.*, № 39, 2002, P. 778.
- 106 Luca P., Emilio B., Anil M. A strain gradient variational approach to damage: a comparison with damage gradient models and numerical results. *Mathematics and Mechanics of Complex Systems*, 6(2). May 2018, Kansas. P. 77-100.
- 107 Pourmodheji R., Mashayekhi M. Improvement of the extended finite element method for ductile crack growth. *Mater Sci Eng*. 2012. P. 71 - 255.
- 108 Yang J., Hsiao J.S., Fong M., Gibbons T.B. The application of physically based CDM modeling in prediction of materials properties and component lifetime. *J Pressure Vessel Technol ASME*. 2004. P. 75 - 369.

- 109 Stewart C.M., Gordon A.P., Ma Y.W., Neu R.W. An anisotropic tertiary creep damage constitutive model for anisotropic materials. *Int. J. Pressure Vessels Pip*, 2011. P. 64 - 356.
- 110 Wen J.F., Tu S.T., Gao X.L., Reddy J.N. New model for creep damage analysis and its application to creep crack growth simulations. *Mater. Sci. Technol.*, 2014. P. 7-32.
- 111 Wen J.F., Tu S.T., Gao X.L., Reddy J.N. Simulations of creep crack growth in 316 stainless steel using a novel creep-damage model. *Eng. Fract. Mech.*, 2013. P. 84 - 169.
- 112 Shingledecker J.P., Pharr G.M. Testing and analysis of full-scale creep-rupture experiments on Inconel alloy 740 cold-formed tubing. *J. Mater. Eng. Perform.*, 2013. P. 62-454.
- 113 Hossain S., Truman C.E., Smith D.J., Peng R.L., Stuhr U. A study of the generation and creep relaxation of triaxial residual stresses in stainless steel. *Int. J. Solids Struct*, 2007. P. 20-44.
- 114 Auzoux Q., Allais L., Caës C., Girard B., Tournié I., Gourgues A.F. Intergranular damage in AISI 316L(N) austenitic stainless steel at 600 C: Pre-strain and multiaxial effects. *Nucl. Eng. Des.*, 2005. P. 235.
- 115 Spindler M.W. The multiaxial creep ductility of austenitic stainless steels. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 2004. P. 27.
- 116 Kwon O., Thomas C.W., Knowles D. Multiaxial stress rupture behaviour and stress-state sensitivity of creep damage distribution in Durehete 1055 and 2.25Cr1Mo steel. *Int. J. Pressure Vessels Pip*. 2004. P. 81.
- 117 Hales R. A method of creep damage summation based on accumulated strain for the assessment of creep-fatigue endurance. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, V. 6, 1983. P. 121–135.
- 118 Coakley J., Dye D., Basoalto H. Creep and creep modelling of a multimodal nickel-base superalloy. *Acta. Mater.*, 2011. P. 854–863.
- 119 Hore S., Ghosh R.N. Computer simulation of the high temperature creep behaviour of Cr-Mo steels. *Mater. Sci. Eng., № 528*, 2011, P. 6095–6102.

- 120 Basirat M., Shrestha T., Potirniche G.P., Charit I., Rink K. A study of the creep behavior of modified 9Cr-1Mo steel using continuum-damage modeling. *Int. J. Plast.*, 2012. P. 95–107.
- 121 McLean M., Dyson B.F.. Modeling the effects of damage and microstructural evolution on the creep behavior of engineering alloys. *J. Eng. Mater. Technol. ASME*, 2000. P. 273–278.
- 122 Francis J. A., Mazur W., and Bhadeshia H. K. D. H., Type IV cracking in ferritic power plant steels. *Materials Science and Technology*, 2006, V. 22, № 12. P. 1387.
- 123 ASTM E1457-07, Standard Test Method for Measurement of Creep Crack Growth Times in Metals. ASTM International, 100 Barr Harbor Dr., P.O. box C700 West Conshohocken, Pennsylvania 19428-2959, United States, 2007.
- 124 Peter M., Stefan M., Horst C., Samuel M. The Impact of Weld Metal Creep Strength on the Overall Creep Strength of 9% Cr Steel Weldments. *Trans ASME Journal of Engineering Materials and Technology*. V. 133, 2011., P. 1 – 7
- 125 Venugopal S., Sasikala G., Yatindra K. Creep Crack Growth Behavior of a P91 Steel Weld. *1st International Conference on Structural Integrity. ICONS-2014, Procedia Engineering*, 2014. P. 662 – 668
- 126 William N. F, James S. L., Kasif O. Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials: with an introduction to linear viscoelasticity. *Dover publications*. New York, 1989. 370 p.
- 127 Holdsworth S.R. Creep-fatigue in steam turbine materials. *In Proceedings of the 6th International Conference on Advances in Materials Technology for Fossil Power Plant. EPRI, Santa Fe, NM, USA, 31 August–3 September 2010*. P. 487–503
- 128 Holdsworth, S.R. Creep-fatigue crack growth from a stress concentration. *Mater. High Temp*, V. 15, 1998. P. 111–116.
- 129 Ueno F., Aoto K., Wada Y. Study on metallographic damage parameter in creep-damage-dominant condition under creep-fatigue loading. *Nuclear Eng. Des*, 1996. P. 85–89.
- 130 Fujio A., Torsten-Ulf K., Viswanathan R. Creep-resistant steels. *DC woodhead publishing limited*, New York, 2008. 700 p.

- 131 Hyde T. H., Sun W., Multi-step load impression creep tests for a 1/2CrMoV steel at 565 Celcium Strain. V. 37, 2001. P. 99-103.
- 132 Hyde T. H., Sun W. Determining high temperature properties of weld materials. *Int. J. of Solid Mechanics and Material Engineering, Series A*, Vol. 43. 2000. P. 408-414.
- 133 Hayhurst D. R. Creep rupture under multi-axial states of stress. *J. Mech. Phys. Solids*, V. 20, 1972. P. 381-390.
- 134 Jean L., Rodrigue D. Engineering Damage Mechanics. Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures. *Springer Berlin, Heidelberg New York*, 2005. 396 p.
- 135 Eggeler, G., Ramteke, A., Coleman, M., Chew, B., Peter, G., Burblies, A., Hald, J., Jefferey, C., Rantala, J., deWitte, M., Mohrmann, R. Analysis of Creep in a Welded P91 Pressure Vessel. *Int. J. Pressure Vessels Piping*, V. 60(3), 1994. P. 237–257.
- 136 Hyde T. H., Sun W., Becker A. A. Creep Crack Growth in Welds: A Damage Mechanics Approach to Predicting Initiation and Growth of Circumferential Cracks. *Int. J. Pressure Vessels Piping*, 2001. P. 765–771
- 137 Dietmar G., Thomas S. Fracture Mechanics. *Springer. Heidelberg, Dordrecht, London, New York*, 2011. 347 p.
- 138 Altenbach H., Altenbach J., Zolochovsky A. Erweiterte Deformationsmodelle und Versagenskriterien der Werkstoffmechanik. *Deutscher Verlag fur Grundstoffindustrie. Stuttgart*, 1995. P. 71-98.
- 139 El-Shennawy M., Morita Y., Kouso M. Analytical and experimental investigation for tensile and compressive creep of the A3003P aluminium alloy used for plate-fin heat exchanger. *JSME International Journal A*, 1999. P. 403–413
- 140 Gorev B.V., Rubanov V.V., Sosnin O.V. Construction of the creep equations for materials with different extension and compression properties. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1979. P. 487–492.
- 141 Tilly G.P., Harrison G.F. A comparison between the tensile and compressive creep behaviour of an 11 per cent chromium steel. *Journal of Strain Analysis*, 1972. P.163–169

- 142 Altenbach H., Zolochovsky A. Creep of thin shells by consideration of the anisotropic materials and the different behavior in tension and compression. *Forschung im Ingenieurwesen*, 1991, P. 172–179
- 143 Betten J., Sklepus S., Zolochovsky A. A creep damage model for initially isotropic materials with different properties in tension and compression. *Engineering Fracture Mechanics*, 1998. P. 623–641.
- 144 Qi W., Brocks W., Bertram A. An FE-analysis of anisotropic creep damage and deformation in the single crystal SRR99 under multiaxial loads. *Computational Materials Science*, 2000. P. 292–297.
- 145 Breslavsky D.V., Morachkovsky O.K., Zolochovsky A.A. Dynamic creep behaviour of structures. *In Structural Dynamic*. Rotterdam, 1993. P. 795–801
- 146 Hayhurst D.R., Dimmer P.R., Morrison G.J. Development of continuum damage in the creep rupture of notched bars. *Proceedings of the Royal Society of London*. London, 1984. P. 103–129.
- 147 Breslavsky D., Korytko Yu., Morachkovsky O. High temperature creep and damage accumulation in cyclically loaded axisymmetrical bodies of revolution. *Nonlinear dynamics - 2010: proceedings of the Third International Conference, September 21-24, 2010*. Kharkov: NTU "KhPI". 2010. P. 467-472.
- 148 Бреславский Д.В., Коротко Ю.Н., Морачковский О.К., Татаринова О.А.. Ползучесть и повреждаемость при циклическом изменении температур и напряжений. Прочность материалов и элементов конструкций: *Труды Международной научно-технической конференции «Прочность материалов и элементов конструкций»*. Киев, 28-30 сентября 2010г. Киев, Ин-т проблем прочности им. Г.С.Писаренко НАН Украины, 2011. С. 185-192.
- 149 Naumenko K., Kostenko Y. Structural analysis of a power plant component using a stress-range-dependent creep-damage constitutive model. *Mater. Sci. Eng.*, 2009. P. 169–174.
- 150 Naumenko K., Altenbach H., Kutschke A. A combined model for hardening, softening, and damage processes in advanced heat resistant steels at elevated temperature. *Int. J. Damage Mech.*, 2011. P. 578–597.

- 151 Naumenko K., Kutschke A., Kostenko Y., Rudolf T. Multi-axial thermo-mechanical analysis of power plant components from 9–12% Cr steels at high temperature. *Eng. Fract. Mech.*, 2011. P. 1657–1668.
152. Пошивалов В.П. Длительная прочность и долговечность элементов конструкций. Киев: *Наукова думка*, 1992. 120 с.
153. Doyar I., Poshyvalov V. Development of a stochastic model of failure of structural materials in creep at hardening stage. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. Vol. 3, no. 5 (81). P. 25–31.
154. Пошивалов В. П., Дояр И. А. Оценка времени до разрушения конструкционных материалов при ползучести. *Вісник Дніпропетровського університету*. Сер. механіка. 2014. Вип. 18, т. 2. С. 172 – 181.
- 155 Garner F. A. Radiation damage in austenitic steels. *Radiation Effects Consulting*. Richland. 105 p.
- 156 Garner F. A. Irradiation Performance of Cladding and Structural Steels in Liquid Metal Reactors, V. 10. *Materials Science and Technology: A Comprehensive Treatment*. VCH Publishers, 1994. P. 419-543.
- 157 Katoh Y., Kishimoto H., Kohyama A. Low temperature swelling in Beta-SiC associated with point defect accumulation. *Mater. Trans*, 2002. P. 612-616.
- 158 Dubinko V. I., Vainshtein D. I., Hartog D. H. W., Mechanism of void growth in irradiated NaCl based on exciton-induced formation of divacancies at dislocations, *Nuclear Inst. and Methods in Physics Research*, 2005. P. 304.
- 159 Russell F.M., Eilbeck J.C. Evidence for moving breathers in a layered crystal insulator at 300 K. *Europhys. Lett*, № 78, 2007. P. 104
- 160 Dubinko V.I. New mechanism of irradiation creep based on the radiation-induced vacancy emission from dislocations. *Radiat. Eff. Def. Solids*, 2005. P. 85
- 161 Dubinko V.I., Guglya A.G., Melnichenko E., Vasilenko R. Radiation-induced reduction in the void swelling. *J. Nuclear Materials*, № 385, 2009. P. 228.
- 162 Dubinko V.I. Breather mechanism of the void ordering in crystals under irradiation. *Nucl. Instrum. Meth*, № 267, 2009. P. 2976.

- 163 Sorokin A., Margolin B., Kursevich I. The influence of irradiation on the mechanical properties of materials of WWER-type internals. *Voprosy Materialovedenia (Problems of Material Science)*, №2 (66), 2011. P. 131–151
- 164 Makhnenko O., Mirzov I., Porohonko V. Analysis of the effect of residual welding stresses on swelling and stress state of the WWER1000 core baffle during operation. *Izvesiya TulGU. Technical science*, Is. 6. V. 2, 2015. P. 187–200
- 165 Seran, J.-L., Touron, H., Maillard, A., Dubuisson, P., Hugot, J.P., Le Boulbin, E. Blanchard, P., and Pelletier, M. The Swelling Behavior of Titanium-Stabilized Austenitic Steels Used as Structural Materials of Fissile Subassemblies in Phrnix. Effects of Radiation on Materials. *Fourteenth International Symposium, ASTM STP046*. Vol. 2, 1990. P. 739-752.
- 166 Contrafatto L., Cuomo M. A new thermodynamically consistent continuum model for hardening plasticity coupled with damage. *Int. J. Solids Struct*, № 39, 2002. P. 6241–6271.
167. Ukai S., Mizuta S., Kaito T., Okada H. In-reactor creep rupture properties of 20% modified 316 stainless steel. *J. Nucl. Mater.*, 2000. P. 320-327.
168. Riedel H. Fracture at High Temperatures. Effect of test temperature on fracture toughness of modified 9Cr–1Mo steel. *Materials Science and Technology*, 2011, P. 1527-1533.
- 169 James L.A., Carlson K.W. The fatigue-crack growth and ductile fracture toughness behavior of ASTM A387 Grade 91 steel. *Journal of Pressure Vessel Technology*, № 107(8), 1985. P. 271-278.
- 170 James L.A., Carlson K.W. Residual-Life Assessment, Nondestructive Examination and Nuclear Heat Exchanger Materials. *American Society of Mechanical Engineers*, New York, 1985. P. 97-107
- 171 Shashank D. B. Effect of test temperature on fracture toughness of modified 9Cr–1Mo steel. *Materials Science and Technology*, № 27(10), 2011. P. 1527-1533.
- 172 Garner F. A. In Proceedings of NATO Advanced Research Workshop on «Safety Related Issues of Spent Nuclear Fuel Storage». *Springer Press*, 2007. P. 307-327

- 173 Garner F. A. Void Swelling and Irradiation Creep in Light Water Reactor Environments. Chapter 10 in Understanding and Mitigating Ageing in Nuclear Power Plants. *Materials and Operational Aspects of Plant Life Management (PLiM). Woodhead Publishing Series in Energy, № 4*. 2010. P. 308 - 356.
- 174 Garner F. A., Greenwood L.R. Water Reactors. *11th International Conference on Environmental Degradation of Materials in Nuclear Power Systems*, 2003. P. 887-909.
- 175 Garner F. A., Greenwood L. R. Radiation Effects and Defects in Solids. 1998, P. 251-283.
- 176 Garner F. A., Greenwood L. R., Oliver B. M. Effects of Radiation on Materials. *18th International Symposium, ASTM STP 1325*, 1999. P. 794-807.
- 177 Porter D.L., Hudman G.D., Garner F.A. Irradiation Creep and Swelling of Annealed Type 304L Stainless Steel at 390 and High Neutron Fluence. *Journal of Nuclear Materials*, V. 179-181, 1991. P. 581.
178. Руководитель Великодний В.И., выполнил Горбенко В.Н. Оценка стойкости элементов, применяемых в приборе АУРК, к защелкиваниям, инициированным ионами солнечных космических лучей. *Отчет про НИР / НПП ХАРТРОН-СИГМА*. Харьков, 2004, 95 с. №35000-034Р-2004
- 179 Беляев М.М., Рядно О. А. Математичні методи теплопровідності. Київ: Вища шк., 1992. 415с.
- 180 Constanda C., Kirsh A. Integral methods in science and engineering. *Birkhäuser Basel*. Tusla, 2015. P. 427.
- 181 Amosov A. Solvability of stationary problem of radiative–conductive heat transfer in a system of grey bodies. *Journal of Mathematical Sciences*. Moscow, 2017. P. 618-646.
- 182 Tien C. L. Thermal Radiation Properties of Gases. *Jr. Advances in Heat Transfer*, v. 5. *Academic Press*. New York, 1968. P. 253–324.
- 183 Baillis D., Sacadura J.F. Thermal Radiation Properties of Dispersed Media. Theoretical Prediction and Experimental Characterization. *JQSRT*, v. 67, 2000. P. 327-363.

- 184 Dombrovsky L. A., Baillis D. Thermal Radiation in Disperse Systems. *An Engineering Approach. Begell House. Redding*, 2010. 341 p.
- 185 Henyey L. G., Greenstein J. L. Diffuse Radiation in the Galaxy. *J. Astrophys. vol. 88*, 1940. P 70–83.
- 186 Mishchenko M. I., Travis L. D., Lacis A. A. Multiple Scattering of Light by Particles: Radiative Transfer and Coherent Back Scattering. *Cambridge Press. New York*, 2006, P. 28 - 71.
- 187 Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Москва: *Наука*, 1977. 728 с.
- 188 Lage J.L., Bejan A. The resonance of natural convection in an enclosure heated periodically from the side. *International Journal of Heat and Mass Transfer. Pergamon, vol. 36, № 8*, 1993. P. 2027-2038.
- 189 Minkowycz W.J., Sparrow E. M., Schneider G.E., Pletcher R.H. Handbook of numerical heat transfer. *Wiley-Interscience. New York*, 1988. P. 1035.
- 190 Sparrow E.M., Niethammer J.E., Chaboki A. Heat transfer and pressure drop characteristics of arrays of rectangular modules encountered in electronic equipment. *International Journal of Heat and Mass Transfer. Pergamon Press, v. 25, № 7*, 1982. P. 961-973.
- 191 Tzou D.Y. Macro-to microscale heat transfer: the lagging behavior. *John Wiley & Sons Press*, 2014. 118 p.
- 192 Tzou D.Y. Thermal instability of nanofluids in natural convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer. Publisher Pergamon, V. 51, Is. 11-12*, 2008. P. 2967-2979.
- 193 Bejan A., Tsatsaronis G., Moran M. Thermal design and optimization. *John Wiley & Sons*. 1996. 776 p.
- 194 Modest M. F. Radiative heat transfer. *Publisher Academic press*, 2013. 413 p.
- 195 Frank A. G., Mychailo T. Stress and Temperature Dependence of Irradiation Creep of Selected FCC and BCC Steels at Low Swelling. *Journal of ASTM International*, 2004. P. 1372.

196. Minakuchi S., Sanada T., Takeda N., Mitani S., Mizutani T., Sasaki Y, Shinozaki K. Thermal Strain in Lightweight Composite Fiber-Optic Gyroscope for Space Application. *Journal of lightwave technology*, vol. 33, № 12, june 15, 2015. P. 2658-2662.
197. Шерпе Э. MSC software solutions. *MSC corporate brochure*. 2016. P. 28.
198. Басов К.А. ANSYS в примерах и задачах. Москва: *Компьютер Пресс*, 2002. 224 с.
199. for Abaqus System Requirements 6.12 Products [Электронный ресурс]. – 2017. – Режим доступа до ресурсу: for Abaqus System Requirements 6.12 Products: <https://www.3ds.com/support/certified-hardware/simulia-system-information/abaqus-612/system-requirements-for-abaqus-612-products>
- 200 Bathe K.J. Finite-Elemente Methoden. Berlin, Heidelberg: *Springer-Verlag*, 1990. 820 p.
- 201 Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. Москва: *Мир*, 1975. 539 с.
- 202 Zienkiewicz O., Taylor R., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Butterworth-Heinemann, 2013. P. 756
- 203 Морган К., Зенкевич О. Метод конечных элементов в строительной механике. Москва. *Мир*, 1976. 538 с.
- 204 Морган К., Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимации. Москва: *Мир*, 1986. 309 с.
205. Постнов В.А., Хархурим И.Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. Ленинград: *Судостроение*, 1974. 344 с.
206. Сахаров А.С. Метод конечных элементов в механике твердых тел. Киев: Вища школа, Лейпциг: *ФЕБ Фахбухферлаг*, 1982. 480 с.
207. Оден Дж. Т. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. Москва: *Мир*, 1976. 560 с.
208. Bonet J., Wood R.D. Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis. Cambridge: *Cambridge University Press*, 1997. 283 p.
209. Фадеев А. Б. Метод конечних элементов в геомеханике. Москва: *Недра*, 1987. 221 с.

210. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. Москва: *Мир*, 1979. 389 с.
211. Галлагер Р. Методы конечных элементов. Москва: *Мир*, 1984. 428 с.
212. Деклу Ж. Методы конечных элементов. Москва: *Мир*, 1976. 93 с.
213. Hyde T.H., Yaghi A., Becker A.A., Earl P.G. Finite Element Creep Continuum Damage Mechanics Analysis of Pressurised Pipe Bends with Ovality. *ASME International Journal*, V.45, №1, 2002. P. 84 – 89.
- 214 Naumenko K., Altenbach H. Modelling of Creep for Structural Analysis. Berlin: *Springer*, 2007. 221p.
- 215 Гудрамович В. С. Теория ползучести и ее приложения к расчету элементов тонкостенных конструкций. Киев : *Наукова думка*, 2005. 221 с.
- 216 Баженов В.А., Гуляр О.С, Пискунов С.О., Сахаров О.С. Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування просторових тіл. Київ: *КНУБА*, 2005. 298 с.
- 217 Рудаков К.М., Сидоренко І.Л. Алгоритми розв'язання крайових задач методом скінчених елементів при великих пружно-пластичних деформаціях та з урахуванням пошкодженості структури матеріалу. Повідомлення 1. Логарифмічні деформації. *Вісник НТУУ «КПІ». Машинобудування*. 2012. Вип.66. С.138–144.
- 218 Золочевский А.А., Склепус А.Н., Склепус С.Н. Нелинейная механика деформируемого твердого тела: монография. Харьков: *Бизнес Инвестор Групп*, 2011. 720 с.
- 219 Склепус С.М. Варіаційні принципи теорії повзучості при скінчених деформаціях. *Машинознавство*. 2004. №6. С. 22-26.
- 220 Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Москва: *Бином*, 2015. 636 с.
- 221 Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. Москва: *Наука*, 1989. 432 с.
- 222 Самарский А.А. Введение в численные методы. Санкт-Петербург: *Лань*, 2005. 269 с.

- 223 Вержбицкий В. М. Основы численных методов. Москва: *Высшая школа*, 2009. 840 с.
- 224 Бреславський Д.В., Коритко Ю.М., Татарінова О.А. Проектування та розробка скінченноелементного програмного забезпечення. Харьков: *«Підручник НТУ «ХПИ»*, 2017. 218 с.
225. Breslavsky D., Morachkovsky O. Dynamic creep continuum damage mechanics: FEM-based design analysis. *Computational Plasticity: Fundamentals and Applications. Proc. of the Fifth International Conference on Computational Plasticity held in Barselona, Spain, 17-20 March 1997. Barselona :IMNE.* 1997. Part 1. P.1071-1076.
- 226 Уильямс Э. Параллельное программирование на C++ в действии. Практика разработки многопоточных программ. Москва: *ДМК Пресс*, 2014. 672 с.
- 227 Сандерс Д., Эдвард К. Технология CUDA в примерах: введение в программирование графических процессоров. Москва: *ДМК Пресс*, 2013. 234 с.
- 228 Сахаров А.С. Метод конечных элементов в механике твердых тел. Киев: Вища школа; Лейпциг: *ФЕБ Фахбухферлаг*, 1982. 480 с.
- 229 Уэйт Р., Митчелл Э. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. Москва: *Мир*, 1981. 212с.
- 230 Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: *Наука*, 1984.
- 231 Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. СПб.: *БХВ Петербург*, 2002. 608 с.
- 232 Гергель В.П., Стронгин Р.Г. Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных систем. *Изд-во ННГУ.* Н.Новгород, 2003. 128 с.
233. Екобори Т. Научные основы прочности и разрушения материалов. Киев: *Наук. Думка*, 1978. 352 с.
234. Lefèvre H. C. The fiber-optic gyroscope. Boston: *Artech House*. 2014. 387 p.
235. Бойко В.С., Бойко В.В., Видолоб Ю.Ф. Теоретичні основи електротехніки: Підручник: У 3т. Київ: ІВЦ. *Видавництво «Політехніка»*, 2004. Т. 1. 272 с.
236. Конструкционные материалы. Справочник./П. ред. Б.Н.Арзамасова. Москва: *Машиностроение*, 1990. 688 с.

237. Drozdov A.D., Christiansen J. de C. Creep failure of polypropylene: experiments and constitutive modeling. *Int. J. Frac.*, 2009. P. 63- 79
238. Drozdov A.D. Mechanical response of polypropylene under multiple-step loading. *Int. J. of Solids and Structures*, v. 50. 2013. P. 815–823
239. Федоренко А. И. Разработка методов и средств прогнозирования поведения конструкционных материалов в условиях эксплуатации в течение 15-20 лет. *Отчет о НИР. Харьков, ХПИ, 1988. 256с.*

ДОДАТОК А
СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Повзучість трійникового з'єднання трубопроводу при спільній дії температурно-силових та радіаційних полів. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин.* Харків, 2018. № 33 (1309). С. 8-13.
2. D. Breslavsky, V. Uspensky, A. Kozlyuk, S. Pashchenko, O. Tatarinova, Yu. Kuznyetsov. Estimation of heat field and temperature models of errors in fiber-optic gyroscopes used in aerospace systems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* 2017., vol 1, № 9 (85). P. 44-53
3. Бреславський Д.В., Пащенко С.О., Татарінова О.А. Розрахунки повзучості при неперервному зростанні температури. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин.* Харків, 2015. № 57 (1166). С. 20-24.
4. Бреславський Д.В., Пащенко С.О., Гудзенко О.В. Розв'язання тривимірної задачі нестационарної теплопровідності для корпусу супутника типу «СПЧ-2». *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин.* Харків, 2013. № 58 (1031). С. 32-41.
5. Бреславський, Д.В., Пащенко С.О. Розробка алгоритмічного та програмного забезпечення для розв'язку трьохвимірних нестационарних задач теплопровідності методом скінченних елементів. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин.* Харків, 2012. № 67 (973). С. 26-31.
6. Бреславский Д.В., Пащенко С.А. Решение нестационарных задач теплопроводности для корпусов спутников при их движении по околоземной орбите. *Динамика полета и управление: 50 лет в ХПИ: раздел монографии / Д.В. Бреславский, В.Б. Успенский, А.А. Ларин и др. Под общей ред. Д.В. Бреславского – Х.: НТУ «ХПИ», 2014. С. 434-450.*

7. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір, № 66556. Україна. Комп'ютерна програма "Finite Element Method Temperature" ("FEM Temperature") / Д.В. Бреславський, С.О.Пащенко. № 67169; заявл. 13.05.16; опубл. 12.07.16.
8. Бреславський Д.В., Татарінова О.А., Пащенко С.О., Метельов В.О., Сенько А.В., Коритко Ю.М. Методи й програмні засоби для розрахунку повзучості та руйнування конструктивних елементів машин. Матеріали V міжнародної науково-технічної конференції «Актуальні проблеми інженерної механіки та технології машинобудування», Миколаїв, 17-19 жовтня 2018 р. Нац. ун-т кораблебудування ім. адмірала Макарова. Миколаїв, 2018. С. 7-8.
9. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Моделювання напружено-деформованого стану поліпропіленових елементів інерційного вимірювального блоку. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXVI міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 16-18 травня 2018 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2018. Ч. 1. С. 46.
10. Бреславський Д. В., Пащенко С. О. Дослідження впливу температурних та радіаційних факторів космічного простору на деградацію матеріалів компонентів інерційного вимірювального блоку. «Аерокосмічні технології в Україні: проблеми та перспективи». *Конференція, присвячена 60-й річниці запуску першого штучного супутника Землі*. К.:НЦУВКЗ, 2017. С. 36-37
11. Бреславський Д. В., Пащенко С. О. Оцінювання теплових полів та їхнього впливу на працездатність елементів приладів, встановлених на штучних супутниках Землі. *XIX міжнародна науково-практична конференція «Людина і космос»*. Дніпро, НЦАОМ А. М. Макарова, 2017. С. 58
12. Бреславський Д.В., Козлюк А.В., Морачковський О.К., Пащенко С.О., Татарінова О.А. Аналіз впливу термосилових та радіаційних полів на деформування приладів космічної техніки. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXV міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 17-19 травня 2017 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХП», 2017. Ч. 1. С. 50.
13. Бреславський Д.В., Козлюк А.В., Пащенко С.О. Розрахунки температурних режимів та міцності елементів конструкцій нагрівальних печей. *Інформаційні*

технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXIV міжнар. наук.-практ. конф., Харків, 19-20 травня 2016 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХПІ», 2016. Ч. 1. С. 49.

14. Пащенко С.О., Скоробагатих А.В., Бреславський Д.В. Дослідження температурного поля блоку гіроскопів штучного супутника Землі. *Україна і світ: гуманітарно-технічна еліта та соціальний прогрес. До 55 річниці першого польоту людини у космос: тези доп. Міжнар. наук.-теор. конф. студ. і аспір.* м. Харків. 19-20 квітня 2016 р., м. Харків: у 3 ч. Ч. 3 / редкол. Є. І. Сокол та ін. Харків. НТУ "ХПІ". 2016. С. 174-176

15. Breslavsky D., Mietielov V., Morachkovsky O., Tatarinova O., Pashchenko S. Asymptotic solution of anisotropic cyclic creep problem. *Nonlinear dynamics - 2016: Proceedings of 5th International Conference Kharkov*. 27-30 September 2016. Kharkov, 2016. P. 276.

16. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Програмний засіб для розв'язання трьохвимірних задач теорії повзучості методом скінченних елементів. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXIII міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 20-22 травня 2015 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХПІ», 2015. Ч. 1. С. 40.

17. Пащенко С.О., Бреславський Д.В. Розв'язання трьохвимірних задач теорії повзучості методом скінченних елементів. *Студентські конференції: Математичне моделювання в механіці та системах управління: тези доповідей IX міжнародної науково-практичної студентської конференції магістрів*. Харків. НТУ "ХПІ". 2015. С. 106-107.

18. Breslavsky D.V., Mietielov V.O., Morachkovsky O.K., Pashchenko S.O., Tatarinova O.A. Asymptotic methods and finite element method in cyclic creep-damage problems. *Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики*. Зб. наук. Праць. Львів. 24-25 вересня 2015 р. Львів: Львівський національний університет ім. Івана Франка, 2015. С. 19-20.

19. Пащенко С.О., Бреславський Д.В. Дослідження температурного поля в околі блоку гіроскопів штучного супутника землі "Січ-2". *Студентські конференції:*

математичне моделювання в механіці та системах управління. Харків. НТУ "ХПИ", 2014. С. 91-92.

20. Пащенко С.А. Исследование температурного поля для искусственного спутника земли "Сич-2" для различных эфемерид. *До 100-річчя з дня народження академіка В. Г. Сергєєва та 50-річчя створення в ХПІ спеціальності «Динаміка польоту та управління»*. Харків. НТУ «ХПІ». 2014. С. 54-55.

21. Бреславський Д.В., Пащенко С.О. Розробка програмного засобу для розв'язання трьохвимірних задач нестационарної теплопровідності та термопружності методом скінченних елементів. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXI міжнар. наук.-практ. конф.*, Харків, 29-31 травня 2013 р.: у 4 ч. Харків: НТУ «ХПІ», 2013. Ч. 1. С. 33.

ДОДАТОК Б

АКТ ПРО ЗАСТОСУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ НА НВП «ХАРТРОН АРКОС ЛТД»

„ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з наукової роботи
Національного технічного університету
«Харківський політехнічний інститут»

проф. Марченко А.П.

„17” 07 2018 р.



„ЗАТВЕРДЖУЮ”

Головний конструктор
НВП ХАРТРОН-АРКОС ЛТД

А.М.Калногуз

„16” 07 2018 р.



АКТ

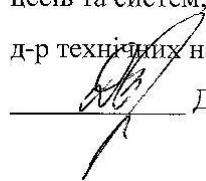
про застосування на НВП ХАРТРОН-АРКОС ЛТД
результатів дисертаційної роботи
Пащенко Сергія Олександровича

Результати чисельного моделювання теплових полів, напружено-деформованого стану та ресурсу елементів приладів космічних літальних апаратів, отримані за допомогою створеного аспірантом кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем Національного технічного університету «ХПІ» С.О.Пащенкою методу розрахунку, використовуються при оцінюванні проектних параметрів продукції підприємства.

Висновки та рекомендації, надані С.О.Пащенкою, дозволяють виконати порівняльний уточнений аналіз різних варіантів умов функціонування та розміщення приладів на борту літальних апаратів.

Від Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», зав. кафедрою комп'ютерного моделювання процесів та систем,

д-р технічних наук, професор
Д.В.Бреславський



Від НВП ХАРТРОН-АРКОС ЛТД
керівник теоретичної лабораторії,
канд. техн. наук, доцент

Ю.О. Кузнецов



ДОДАТОК В
АКТ ПРО ЗАСТОСУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ
ПРИ ВИКОНАННІ ДЕРЖБЮДЖЕТНОЇ НАУКОВО-ДОСЛІДНОЇ ТЕМИ В
НТУ «ХП»

„ЗАТВЕРДЖУЮ”



Проректор з наукової роботи
 Національного технічного університету
 „Харківський політехнічний інститут”
 _____ проф. Марченко А.П.
 08 2018 р.

АКТ

про застосування результатів дисертаційної роботи

Пашенка Сергія Олександровича

при виконанні держбюджетної науково-дослідної теми в Національному технічному університеті „Харківський політехнічний інститут”

Результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри комп’ютерного моделювання процесів та систем Пашенка С.О. у вигляді створених ним методу, алгоритмів, програмних засобів та отриманих за їхньою допомогою результатів розрахунків деформування при повзучості та довготривалої міцності конструктивних елементів літальних апаратів, які знаходяться під впливом температурно-силових та радіаційних полів, були використані в Національному технічному університеті „Харківський політехнічний інститут” при виконанні держбюджетної науково-дослідної роботи М5815 «Розробка методів та алгоритмів розрахунку впливу теплових полів на працездатність приладів та елементів ракетно-космічної техніки» (№ ДР 0117U0004891, 2017-2018 р.р.).

Науковий керівник теми М5815,
 завідувач кафедри комп’ютерного
 моделювання процесів та систем
 д-р техн. наук, проф. •

Д.В.Бреславський

ДОДАТОК Д
**РЕЄСТРАЦІЯ АВТОРСЬКОГО ПРАВА НА ПРОГРАМНИЙ ЗАСІБ «FINITE
ELEMENT METHOD TEMPERATURE» («FEM TEMPERATURE»)**

