

Національна академія наук України

Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Заступник директора  
з наукової роботи

  
“ ” 20 р.  


Робоча програма навчальної дисципліни

Сучасні методи обчислювальної математики

(назва навчальної дисципліни)

спеціальність 113 Прикладна математика

2018 / 2019 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою інституту 18 жовтня 2018 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)  
Стрельнікова Олена Олександрівна, д-р техн. наук, професор

Програму схвалено на засіданні відділу математичного моделювання та оптимального проектування.

Протокол № 2, від 05.09.2018 р.

Завідувач відділу математичного  
моделювання та оптимального  
проектування

  
(підпис)

Ю.Г.Стоян  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-технічною проблемною радою «Математичне моделювання. Механіка де формівного твердого тіла. Динаміка та міцність машин»

Протокол № 5 від 06.09.2018 р.

Голова НТПР

  
(підпис)

Ю.Г. Стоян  
(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “ Сучасні методи обчислювальної математики ” складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика (спеціалізація «Прикладна математика»)

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є оволодіння математичні методи наближених розрахунків, які дають можливість аналізувати і моделювати фізичні процеси і явища, формування практичних умінь і навичок щодо постановки задач моделювання, фізичних процесів, розробки математично-комп'ютерного інструментарію для їх розв'язання та його використання при розв'язанні практичних задач.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є практична реалізація можливостей застосування методів наближеного розрахунку, засвоєння прийомів дослідження і розв'язання прикладних задач фізики та механіки, вміння аналізувати одержані результати для аналізу фізичних процесів в енергетичних системах та інших технічних об'єктах.

Здобувачі вищої освіти ступеня доктора філософії мають досягти таких результатів навчання:

- вміти формулювати задачу, формувати математичну модель фізичних процесів, що розглядаються;
- складати математичні моделі фізичних та механічних процесів та використовувати методи чисельного розв'язання, проаналізувавши задачу, правильно обирати наближений метод її розв'язку
- знати важливі поняття теорії чисельного розв'язання крайових задач математичної фізики;
- вміти будувати алгоритми наближеного розрахунку для розв'язання різних типів задач математичного моделювання;
- застосовувати наближені методи для побудови дискретних математичних моделей фундаментальних та прикладних фізичних задач;
- розуміти властивості та можливості наближених методів і числових алгоритмів;
- вміти проводити наближені розрахунки та аналізувати отримані результати;
- вміти використовувати отримані знання для розв'язання прикладних задач за спеціальністю.

#### 1.3. Кількість кредитів 3

#### 1.4. Загальна кількість годин 90

#### 1.5. Характеристика навчальної дисципліни

Нормативна	
Вид підсумкового контролю: екзамен	
Рік підготовки	1-й
Семестр	2-й
Лекції	60 год.
Практичні, семінарські заняття	- год.
Індивідуальні заняття	- год.
Самостійна робота	30 год.

### 1.6. Заплановані результати навчання

Після вивчення курсу студенти повинні:

*Знати:* базові положення і основні поняття методів наближених розрахунків, можливості їх застосування, основні поняття теорії числового розв'язання крайових задач математичної фізики; основні математичні методи розв'язання прямих і обернених задач, методами регуляризації некоректних задач і пошуку екстремуму функціоналу.

*Вміти:* формувати задачу опису фізичного процесу або явища як крайову задачу математичної фізики, формувати неперервні та дискретні математичні моделі фізичних процесів, що розглядаються, будувати алгоритми розрахунку для розв'язання різних типів задач, проводити розрахунки та аналізувати отримані результати, використовувати отримані знання для розв'язання прикладних задач за спеціальністю.

*Розуміти:* властивості та можливості наближених методів і числових алгоритмів моделювання фізичних процесів.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Числові методи алгебри

#### *Тема 1. Наближений розв'язок алгебраїчних та трансцендентних рівнянь*

Теорія похибок. Абсолютна та відносна похибки величин та функцій. Класифікація похибок. Корені многочленів. Теорема Безу. Схема Горнера. Символьний розв'язок рівнянь та їх систем. Розв'язок алгебраїчних та трансцендентних рівнянь. Відокремлювання коренів рівнянь; уточнення коренів рівнянь: методи половинного ділення, хорд, дотичних; ітерацій. Розв'язок систем лінійних та нелінійних алгебраїчних рівнянь, Програми пакета Mathcad, методи ітерацій, Ньютона. Методи простої ітерації, Зейделя, покоординатного спуску та найшвидшого градієнтного спуску. Прямі методи розв'язання лінійних систем. Ітераційні методи. Погано обумовлені системи. Методи регуляризації. Проблема власних значень. Часткова проблема власних значень. Повна проблема власних значень

#### *Тема 2. Наближення функцій*

Інтерполяція. Інтерполяційні поліноми Лагранжа та Ньютона. Метод найменших квадратів. Метод найменших квадратів. Апроксимація сплайнами. Варіаційні та проєкційні методи апроксимації. Апроксимація та збіжність. Тригонометричні многочлени. Наближення функцій рядами Фур'є. Реалізація задач на ПЕОМ

### Розділ 2. Числові методи математичного аналізу

#### *Тема 3. Числове диференціювання функції однієї та багатьох змінних*

Похідні функції, що задана таблицею. Методи обчислення частинних похідних. Структура формул числового диференціювання. Похибка апроксимації похідних.

#### *Тема 4. Числове інтегрування функції однієї та багатьох змінних*

Наближене обчислення визначеного інтеграла. Методи прямокутників, трапецій та парабол (метод Сімсона). Подвійні інтеграли. Наближене обчислення подвійних інтегралів. Метод Гауса. Структура квадратурних формул. Похибки апроксимації інтегралів. Поняття про методи чисельного інтегрування невластних та кратних інтегралів

#### *Тема 5. Числовий розв'язок задачі Коші для звичайного диференціального рівняння*

Апроксимація диференціального виразу, крайових умов та області. Методи Тейлора, Адамса, Ейлера, Рунге-Кутта. Поняття про стійкість різницевої схем. Явні та неявні різницеві схеми. Коректність різницевої схем. Приклади побудови різницевої схем. Числовий розв'язок рівнянь, які мають частинні похідні.

### Розділ 3. Методи скінченних та граничних елементів

#### Тема 6. Формулювання початково-крайових та крайових задач

Постановка початково-крайових та крайових задач в диференціальному та варіаційному формулюванні та зведення крайових задач до вигляду, прийнятному для чисельної реалізації на ЕОМ. Еквівалентність варіаційного формулювання задачі в полу слабкому формулюванні задачі мінімізації квадратичного функціоналу. Одновимірні задачі. Скінчені різниці у одновимірному випадку. Двовимірні задачі. Розв'язок задач для областей складної форми. Оцінки точності апроксимації похідних.

#### Тема 7. Методи зважених нев'язок

Апроксимація базисними функціями. Приклади: інтерполяція, синус-ряди Фур'є.. Апроксимація за допомогою зважених нев'язок. Поточкова колокація. Метод Гальоркіна Метод колокацій з підобластями. Шматково визначені базисні функції та метод скінчених елементів. Приклад: апроксимація похідної функції  $\varphi(x)$  на відрізку  $[0,L]$ . Шматково-постійні та лінійно-постійні апроксимації. Застосування методів моментів та Бубнова-Галеркіна. Одночасна апроксимація розв'язків диференціальних рівнянь та крайових умов

#### Тема 8. Основні поняття методів скінчених та граничних елементів

Слабке формулювання та метод Гальоркіна. Основи методу скінчених елементів. Приклад: застосування шматково-визначених базисних функцій для розв'язку диференціального рівняння другого порядку. Базис Лагранжа. Скінчено елементні алгоритми у багатовимірних задачах. Лінійний трикутник. Трьохвимірний елемент лінійного типу – тетраедр. Наближений розв'язок інтегральних рівнянь. Заміна інтегрального рівняння скінченою системою лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод послідовних наближень. Типи граничних елементів. Алгоритми методу граничних елементів. Пряме та непряме формулювання.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин					
	усього	у тому числі				
		лекції	практ.	лаб.	сем.	інд.
<b>Розділ 1. Числові методи алгебри</b>						
Тема 1. <i>Наближений розв'язок алгебраїчних та трансцендентних рівнянь</i>	12	8				4
Тема 2. <i>Наближення функцій</i>	12	8				4
Разом за розділом 1	24	16				8
<b>Розділ 2. Числові методи математичного аналізу</b>						
Тема 3. <i>Числове диференціювання функції однієї та багатьох змінних</i>	12	8				4
Тема 4. <i>Числове інтегрування функцій однієї та багатьох змінних</i>	12	8				4
Тема 5. <i>Числовий розв'язок задачі Коші для звичайного диференціального рівняння</i>	12	8				4
Разом за розділом 2	36	24				12

Розділ 3. Методи скінченних та граничних елементів							
Тема 6. Формулювання початково-крайових та крайових задач		10	7				3
Тема 7. Методи зважених нев'язок		10	7				3
Тема 8. Основні поняття методів скінчених та граничних елементів		10	6				4
Разом за розділом 2		30	20				10
Усього годин		90	60				30

#### 4. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розв'язок алгебраїчних та трансцендентних рівнянь: відокремлювання коренів рівнянь; уточнення коренів рівнянь.	2
2	Методи покоординатного спуску та найшвидшого градієнтного спуску	4
3	Погано обумовлені системи. Методи регуляризації	4
4	Інтерполяційний поліном Ньютона з нерівномірно розподіленими вузловими точками.	2
5	Тригонометричні многочлени як базисні функції	4
6	Структура формул чисельного диференціювання. Похибка апроксимації частинних похідних	2
7	Методи прямокутників, трапецій та парабол для двовимірних інтегралів	2
8	Метод найменших квадратів як різновид методів зважених нев'язок	4
9	Наближене обчислення кратних інтегралів.	4
10	Методи чисельного інтегрування невластних сингулярних та гіперсингулярних інтегралів	2
	Разом	30

#### 5. Методи контролю

Поточний контроль теоретичних знань, що отримані здобувачем вищої освіти ступеня доктора філософії здійснюється методом усного опитування. Підсумковий контроль проводиться у вигляді екзамену.

#### 6. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота								Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1		Розділ 2			Розділ 3			65	35	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8			
5	10	10	10	5	10	10	5			

T1, T2 ... – теми розділів.

### 7. Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70–89	добре
50–69	задовільно
1–49	незадовільно

### 8. Рекомендована література

1. Демидович Б.П., Марон Н.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. – М.: Наука, 1967.
2. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика. – К.:Вища школа, 1986.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.– М.: ФМ, 1963.
4. Е.А. Волков. Численные методы: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, 1987.- 248с.
5. Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Кобельков Г.М. Численные методы: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1987 – 600с.
6. Н.Н. Калиткин Численные методы. М.: Наука, 1978
7. И.А. Гулин, А.А. Самарский. Численные методы. М.: Наука, 1989.
8. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. В 2-х т. М., 1959, т.1.– 464 с. т.2 – 602 с.
9. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа. –М: Наука, 1978.–352
10. Самарский А.А. Теория разностных схем. М. Наука,1989, 616 с.
11. Зенкевич О., Морген К. Конечные элементы и аппроксимация. М. Мир, 1986, 318с.
12. Хемминг Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров. М. Наука, 1968, 400 с.
13. Уилкинсон, Райнш. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. М. Машиностроение, 1976, 390 с.
14. Бенерджи П., Батерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках. – М.: Мир,1984. –494 с.
15. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. –М.: Мир, 1987. – 524 с

### Допоміжна література

1. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. – М.: Наука, 1985. – 254 с.
2. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. –Киев: Наук. думка, 1986.–287 с.
3. Гандель Ю.В. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов. – Харьков: Изд. Харьк. национального ун-та им. В.Н.Каразина , 2000. –92 с.
4. Гюнтер Н.М. Теория потенциала и ее применение к основным задачам математической физики. –М.: Гостехтеориздат, 1953. – 416 с
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике.–М.: Мир, 1975.–480 с.
6. Кит Г.С., Хай М.В. Метод потенциалов в трехмерных задачах термоупругости для тел с трещинами.–Киев: Наук. думка, 1989.–288 с

7. Кантор Б.Я., Стрельникова Е.А. Гиперсингулярные уравнения в механике сплошной среды, Харьков, Новое слово, 2005, 252с.
8. Д. Каханер, К. Моулер, С.Неш. Численные методы и программное обеспечение. -- М.:Мир, 2001. – 575с.

#### **9. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. Мережа Internet.
2. Бібліотека ІПМаш НАН України.
3. ХДНБ ім. В.Г. Короленка (Харків, пров. Короленка 18