Національна академія наук України Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного Національна академія наук України Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного

Кваліфікаційна наукова

праця на правах рукопису

Андрєєва Оксана Леонідівна

УДК 536.25

### **ДИСЕРТАЦІЯ**

ВИКОРИСТАННЯ КОНВЕКТИВНИХ СТРУКТУР В ШАРАХ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ З ТВЕРДИМИ ГРАНИЦЯМИ ДЛЯ ГОМОГЕНІЗАЦІЇ ЛЕГУЮЧОЇ ДОМІШКИ В РОЗПЛАВІ СТАЛІ

05.14.06 – Технічна теплофізика та промислова теплоенергетика Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Ашир. О. Л. Андресва

Науковий керівник Костіков Андрій Олегович, доктор технічних наук, член-кор. НАН України

### АНОТАЦІЯ

Андрєєва О. Л. Використання конвективних структур в шарах в'язкої рідини з твердими границями для гомогенізації легуючої домішки в розплаві сталі. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 05.14.06 – «Технічна теплофізика та промислова теплоенергетика» (144 – Теплоенергетика) – Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, Харків, 2019.

З розвитком атомної енергетики постає питання підвищення коефіцієнта корисної дії атомних енергоустановок. Одним із шляхів такого підвищення є перехід до реакторів IV покоління, де планується використовувати підвищені температури (до 900 °C) і великі потоки нейтронів. Тому останнім часом достатньо активно проводяться наукові дослідження, присвячені створенню нових конструкційних матеріалів для таких атомних енергетичних установок. Крім високих температур і потоків нейтронів конструкційні матеріали, що мають працювати в активних зонах атомних реакторів нового покоління, повинні мати високу жароміцність та низьку активацію при експлуатації. Як показує практика, до таких стійких конструкційних матеріалів можна віднести дисперсно-зміцнені оксидами сталі.

Дисперсно-зміцнені оксидами сталі містять досить невеликі концентрації частинок оксиду нанометрового розміру, до яких можуть входити ітрій, марганець, хром або кремній. Як показують дослідження, додані частинки поліпшують радіаційну стійкість та збільшують міцність сталі, що обумовлено закріпленням на них дислокацій.

До теперішнього часу дисперсно-зміцнені оксидами сталі виготовлялися методами порошкової металургії, але найбільш перспективним є альтернативний метод отримання дисперсно-зміцнених оксидами сталей – метод вакуумно-дугового переплаву сталі.

Експериментально встановлено, що при вакуумно-дуговому переплаві сталі у розплаві металу виникає утворення, яке можна розглядати як циліндричну конвективну структуру (ЦКС). ЦКС займає весь об'єм розплаву, має висхідну течію у центрі і спадну - поблизу стінки камери, яку зазвичай називають кристалізатор.

Коли в шарі в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу, багато ЦКС, то вони утворюють періодичні конвективні структури. Такі структури виникають в різних технологічних процесах, а також спостерігаються у природі. Якщо велика кількість ЦКС заповнює весь об'єм шару в'язкої, нестисливої рідини, то це призводить до щільного їх упакування та формування шестигранних або багатокутних комірок, які прийнято називати комірками Бенара.

Дослідження комірок Бенара проводяться, починаючі з 1900 року. Їм присвячені роботи лорда Релея, С. Чандрасекара, Дж. Пірсона, Д. Нілда, К. Марангоні, Е. Кошмідера та інших авторів.

Однак, у роботах попередників, вся увага приділена дослідженню стану розвиненої конвекції, в той час, як не розглянуто перехідні процеси між станами механічної рівноваги і повністю розвиненої конвекції.

Тому дослідження зародження і розвитку конвективної течії в горизонтальних шарах в'язких, нестисливих рідин з твердими і змішаними границями, та застосування отриманих теоретичних знань для вдосконалення процесів виготовлення дисперсно-зміцненої оксидами сталей, є актуальними питаннями даної роботи. Також актуальним питанням роботи є її спрямованість на вдосконалення процесу вакуумно-дугового переплаву сталі з метою рівномірного розподілу мікро- і наночастинок легуючої добавки в об'ємі розплавленого металу.

Метою роботи розробка науково-технічних основ використання стійких конвективних структур з твердими границями в процесі вакуумно-дугового переплаву сталі при малому відсотковому вмісті легуючої домішки для підвищення її гомогенізації.

Об'єктом дослідження є конвективні процеси у шарах в'язких нестисливих рідин з твердими границями та змішаними граничними умовами, що підігріваються знизу.

Предметом дослідження є математичні і фізичні моделі опису конвективних процесів у шарі в'язкої нестисливої рідини з твердими границями та змішаними граничними умовами, що підігрівається знизу.

У роботі перераховано основні способи виробництва конструкційних сталей. Описано основні етапи вакуумно-дугової плавки спеціальних сталей за допомогою електродугової печі. Визначено основні етапи виготовлення диспеснозміцнених оксидами сталей як методами порошкової металургії, так і методом вакуумно-дугового переплаву.

Експериментально встановлено, що в процесі вакуумно-дугового переплаву сталі в мідному кристалізаторі формується ЦКС зі змішаними граничними умовами, нижня границя якої в процесі охолодження пересувається вгору. При цьому поперечний переріз нижньої гранці ЦКС може бути або плоским, або мати переріз, близький до конічного або сінусоідального профілю.

Представлено аналітичний огляд робіт, присвячених експериментальному і теоретичному вивченню ЦКС в шарах в'язких, нестисливих рідин, які розташовані між двома горизонтальними тепловідвідними масивами, що підігріваються знизу.

Наведено постановка задачі Релея з твердими границями для дослідження конвективної нестійкості в горизонтальних шарах в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу.

Сформульовано основні завдання з експериментального дослідження формування конвективних структур у розташованому між двома твердими горизонтальними теплопровідними масивами шарі в'язкої нестисливої рідини, що підігрівається знизу.

Вперше експериментально показано, що додавання у в'язку нестисливу рідину малої кількості дисперсної фази різної природи може формувати на дні ємності як тверді, так і вільні граничні умови. Зокрема встановлено, що якщо розмір часток дисперсної фази менше або порядку товщини прикордонного шару оливи, то рідина є однофазною, і на дні ємності формуються тверді граничні умови.

Вперше показано, що в шарі в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу, з твердими граничними умовами, починаючи з певної температури, з'являються циліндричні конвективні структури, число яких із збільшенням температури дна ємності зростає від однієї, двох до такої кількості, коли спостерігається формування впорядкованої структури у вигляді комірок Бенара.

Вперше отримано аналітичний розв'язок задачі Релея з твердими граничними умовами в циліндричної геометрії. На підставі цього рішення для модових чисел  $n \ge 1$  побудовано сімейство нейтральних кривих, які з досить високим ступенем точності відповідають результатам числових розрахунків інших авторів.

На основі експериментальних даних вперше показано, що діаметр елементарної циліндричної конвективної структури з твердими граничними умовами в одиницях товщини шару знаходиться в інтервалі 2,5 - 2,6, а на основі аналітичних розрахунків - дорівнює 2,46.

Вперше отримано аналітичну залежність числа Нуссельта від числа Релея для в'язких нестисливих рідин в ємностях з великим аспектним числом в режимах повзучого і ламінарного конвективних течій, яка характеризується індивідуальним набором чотирьох констант для кожного виду рідини.

Вперше показано, що експериментально виявлене велике граничне число Релея для рідкого гелію може бути пояснено малим аспектним числом ємності і моделлю ЦКС зі змішаними граничними умовами при великій кількості концентричних конвективних валів у горизонтальній площині.

Вперше досліджено процес тепломасопереносу в ЦКС з вільною верхньою межею при врахуванні поверхневого натягу на основі отриманих аналітичних рішень задачі Релея з твердими граничними умовами.

Вперше показано, що наявність поверхневого натягу при твердих граничних умовах на нижній межі шару рідини призводить до задачі з твердими граничними умовами, тому що на верхній і нижній границях шару існують дотичні напруження.

Вперше в аналітичному вигляді описана залежність числа Марангоні від хвильового числа і числа Біо. В окремому випадку показано, що для рівного нулю числа Біо критичне число Марангоні дорівнює  $M_m^{rigid} = -384,97$ , а критичне хвильове число –  $k_{rm} = 2,61$ .

На основі використання аналітичного рішення для конвективного тепломасопереносу в ЦКС зі змішаними граничними умовами вперше запропоновано використовувати порожнистий циліндричний катод з метою підвищення гомогенізації порошку діоксиду цирконію в розплаві вакуумно-дугової печі.

Вперше описано просторовий розподіл швидкості конвективного масопереносу рідкого металу в ЦКС з косінусоідальним профілем дна, де лінії струму (лінії Стокса) формують один вихор, який представляє собою концентрично розташовані гладкі замкнуті лінії формою, що відбиває викривлений косінусоідальний профіль дна.

Вперше показано, що для крапель розплавленого металу катода, що надходять в розплав поблизу осі конвективної структури по круговій лінії, яка відповідає внутрішньому колу порожнистого катода, в області ліній Стокса з малими амплітудами, починаючи від 0,046, гомогенізація можлива при досить малому розмірі часток діоксиду цирконію (порядку 90 нм) за умови подолання діючої на частку підйомної сили Архімеда силою тяжіння і силою Стокса.

Достовірність отриманих результатів установлено шляхом їх порівняння з відомими в літературі розв'язками, даними експериментів, а також результатами, отриманими автором у рамках інших підходів.

Результати дисертаційної роботи впроваджені у Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» при вдосконаленні процесу виготовлення ДЗО сталей на експериментальному зразку установки вакуумнодугового переплаву, та використовуються у навчальному процесі у Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна на кафедрі фізики нетрадиційних енерготехнологій та екології.

Ключові слова: атомна енергетика, дисперсно-зміцнені оксидами сталі, вакуумно-дуговий переплав, циліндрична конвективна структура, задача Релея, тверді границі, в'язка нестислива рідина, нейтральна крива, діаметр, поверхневий натяг, порожнистий циліндричний катод, гомогенізація, лінія Стокса.

### СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Экспериментальные исследования элементарной конвективной ячейки с твердыми и смешанными граничными условиями в горизонтальном слое вязкой несжимаемой жидкости. Андреева О. Л., Борц Б. В., Костиков О. А., Ткаченко В. И. // Інтегровані технології та енергозбереження. 2016. № 4, С. 30 – 35.

2. Investigation of the Oxide Phase Convective Homogenization While Vacuum-Arc with Hollow Cathode Remelting of Steel / Andreeva O., Borts B., Kostikov A., Tkachenko V. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 5/5 (83), P. 25 – 32.

3. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.), Казаринов Ю. Г., Ткаченко В. И. Физическая модель зависимости числа Нуссельта от числа Рэлея // Журнал технической физики. 2016. Т. 66, № 11, С. 23 – 29.

4. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Тепломассоперенос в подогреваемой снизу цилиндрической конвективной ячейке со свободной верхней границей при учете поверхностного натяжения // Інтегровані технології та енергозбереження. 2017. № 2, С. 3 – 14.

5. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Аналитическое решение и нейтральные кривые стационарной линейной задачи Рэлея для цилиндрических конвективных ячеек с твердыми и смешанными граничными условиями // Проблемы машиностроения. 2017. Т. 20, №1, С.17 – 28.

6. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Конвективный теплообмен вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической ячейке с конически углубленным дном и твердыми граничными условиями // Проблемы машиностроения. 2017. Т. 20, № 2, С. 22 – 28.

7. Теоретическое исследование элементарной конвективной ячейки с твердыми и смешанными граничными условиями в горизонтальном слое вязкой несжимаемой жидкости / Андреева О. Л., Борц Б. В., Костиков А. О., Ткаченко В. И. // Электронное моделирование. 2017. Т. 39, № 2, С. 35 – 46.

Пат. 117996 Україна, МПК51 С22В 9/20. Катодний витрачуваний електрод для вакуумно-дугового переплаву / О. Л. Андрєєва, Б. В. Борц, О. Ф. Ванжа, В. І.Ткаченко ; власник Нац. наук. центр «Харківський фізикотехнічний інститут». – № а 2017 09627 ; заявл. 02.10.2017 ; опублік. 25.10.2018, Бюл. № 20. – 5 с.

9. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.), Ткаченко В. И., Костиков А. О. Элементарная конвективная ячейка и концентрические конвективные валы в слое вязкой, несжимаемой жидкости с твердыми границами // Физикотехнические проблемы энергетики и пути их решения: тезисы докладов Международной научно-технической конф., 22 июня 2014 г., Харьков, Украина. С. 35.

10. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.) Точное решение задачи Рэлея в цилиндрической геометрии с твердыми граничными условиями и построение на его основе нейтральной кривой // Конференция молодых ученых ИПМаш НАН Украины: тезисы докладов Международной научно-технической конф., 17 - 20 ноября 2014 г., Харьков, Украина. С. 42.

11. Андрєєва О. Л., Іванюк М. І., Кулик О. П. Тепломасоперенос у конвективних циліндричних комірках з параболічним профілем дна і твердими граничними умовам // Матеріали XVI всеукраїнської науково-технічної конференції, 5-7 жовтня 2016, г. Одеса, Україна. С. 28 – 29.

12. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.) Тепловая конвекция в элементарной цилиндрической ячейке с неплоским профилем дна и твердыми граничными условиями // Конференция молодых ученых ИПМаш НАН Украины: тезисы докладов Международной научно-технической конф. 16 - 19 ноября 2015 г., Харьков. С. 20.

13. Patochkina O. L., (Andreeva O. L.), Tkachenko V .I. Heat Convection of Viscous Incompressible Liquid in a Cylindric Elementary Convection Cell with a Conical Cavity Bottom and Solid Boundary Conditions // YSF-2015: Intern. Young Sci. Forum on Appl. Phys., 29 September - 2 October 2015. Dnipropetrovsk. Ukraine / P. PECCS 10.

14. Андрєєва О. Л., Ткаченко В. І. Феноменологія процесів в циліндричній конвективній комірці з вільною верхнею межею, що деформується, з урахуванням поверхневого натягу // ЕВРИКА: матеріали Міжнар. конф. студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики, 16 - 18 травня 2017, Львів. С. F1.

15. Андрєєва О. Л. Моделювання масопереносу розплаву сталі в циліндричній комірці з неплоским профілем дна для гомогенізації нанопорошку оксиду при вакуумно-дуговому виготовленні ДЗО сталі // Проблеми інформатизації: тези доповідей VI міжнародної науково-технічної конференції. Черкаси – Баку – Бельсько – Бяла – Харків, 14–16 листопада 2018 р. С. 141.

16. Паточкіна О. Л. (Андрєєва О. Л.)., Борц Б. В., Ткаченко В. И. Примітні явища природи: осередки Бенара з твердими межами: методичні вказівки до курсу "Ресурсозберігаючі та екологічно чисті технології". Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2016. 28 с.

### ABSTRACT

**Andreeva O. L.** The use of convective structures in viscous fluid layers with solid boundaries for the homogenization of an alloying additive in a melt of a steel. – Manuscript.

The thesis for a Candidate of Technical Sciences degree (Doctor of Philosophy) by speciality 05.14.06 – «Technical thermal physics and industrial heat-power engineering» (144 – Heat-Power Engineering) – A. Pidgorny Institute of Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, 2019.

With the development of nuclear power engineering, there is a question of increasing the coefficient of the efficiency of energy installation. One of the ways of such an increase is the passage on the IV generation reactor, where it is planing to use elevated temperatures (up to 900 °C) and large neutron fluxes. Therefore, recent research on the creation of new structural materials for such nuclear power plants is sufficiently active. In addition to high temperatures and neutron fluxes, structural materials that must be operating in the active zones of the new generation nuclear reactors must have high heat resistance and low activation during operation. As practice shows, such stable structural materials include oxides dispersion-strengthened steel.

Oxides dispersion-strengthened steel contains rather small concentrations of nanometer-sized oxide particles, which may include yttrium, manganese, chromium or silicon. As the studies show, the added particles improve radiation stability and increase the strength of steel due to the fixation of dislocations on them.

Up to the present time, dispersion-strengthened oxides of steel have been prepared by powder metallurgy methods, but the most promising alternative method is to remove dispersion-strengthened oxides of steel - a method of vacuum-arc remelting of steel.

It has been experimentally established when the vacuum-arc melting of steel in a metal melt there is an formation that can be considered as a cylindrical convective structure (CCS). The CCS takes up the entire volume of the melt, has an upward flow in the center and downward - near the wall of the chamber, which is commonly referred to as a crystallizer.

When in the layer of viscous, incompressible fluid that is heated from below, there is many of CCS, and then they form periodic convective structures. Such structures arise in various technological processes, as well as observed in nature. If a large number of CCS fills the entire volume of a layer of viscous, noncompressible liquid, this leads to a dense packing of them and to formation of hexagonal or polygonal cells, which commonly called as cells of Benar.

Benar's cells researches were performing starting from 1900. They are devoted to the work of Lord Rayleigh, S. Chandrasekar, J. Pearson, D. Nield, K. Marangoni, E. Koshmider and other authors.

However, in the work of predecessors, all attention are paid to the study of the state of advanced convection, while the transient processes between the state of mechanical equilibrium and fully developed convection was not considered.

Therefore, the study of the origin and development of the convective flow in the horizontal layers of viscous, noncompressible liquids with solid and mixed boundaries, and the application of the theoretical knowledge to improve the processes of making dispersion-strengthened steels, are actual issues of this work. Also, the actual issue of this work is its focus on improving the process of vacuum-arc steel remelting in order to evenly distribute micro and nanoparticles of the alloying additive in the volume of molten metal.

The purpose of the work is to develop the scientific and technical bases of using conventional convection structures with solid boundary in the technological process of vacuum-arc steel remelting to increase the homogenization of the alloying additive.

The object of research is the convection processes in the layers of viscous noncompressible liquids with solid boundary and mixed boundary condition, heated from below. The subject of the study is mathematical and physical models for describing convection processes in a layer of viscous incompressible fluid with solid boundary and mixed boundary condition, heated from below.

The work describes the main methods of production of structural steels. The main stages of vacuum - arc melting of special steels with the help of an electric arc furnace are described. The basic stages of the manufacture of disperse hardened steels as the methods of powder metallurgy, and the method of vacuum - arc remelting of steel are determined.

It has been experimentally established that in the process of a vacuum-arc remelting of steel in a copper crystallizer, an CCS with mixed boundary conditions is formed, the lower bound of which in the cooling process moves upwards. In this case, the cross-section of the lower edge of the CCS may be either flat, or have a section close to the conical or sinusoidal profil.

An analytical review of works devoted to the experimental and theoretical study of the CCS in the layers the viscous, incompressible liquids, which are located between two horizontal heat-tranfer massives, heated from below.

The formulation of the Rayleigh problem with solid boundary is presented for investigation of convective instability in horizontal layers of a viscous, noncompressible fluid heated from below.

The main tasks of the experimental study of the formation of CCS located between the two solid-state hot-conducting massives are formulated. The layer of the viscous incompressible liquid is heated from below.

For the first time, it has been experimentally shown that the addition of a small amount of dispersed phase of different nature into a non-compressible fluid can form both solid and free boundary conditions at the bottom of the tank. In particular, it was found that if the particle size of the dispersed phase is less than or the order of the thickness of the boundary layer of the oil, the liquid is single-phase, and solid boundary conditions are formed at the bottom of the tank.

For the first time, it is shown that cylindrical convective structures appear in a layer of viscous, incompressible, heated bottom fluid with rigid boundary conditions,

starting at a certain temperature, the number of which increases with the increase of the bottom temperature of one, two to such quantity, when the formation of an ordered structure in the form of Benard cells is observed.

An analytical solution of the Rayleigh problem with solid boundary conditions in cylindrical geometry was first obtained. On the basis of this solution, a family of neutral curves is constructed for the fashion numbers  $n \ge 1$ , which with a fairly high degree of accuracy correspond to the results of numerical calculations of other authors.

On the basis of experimental data, it is shown for the first time that the diameter of an elementary cylindrical convective structure with rigid boundary conditions in units of layer thickness is in the range of 2,5 - 2,6, and on the basis of analytical calculations is equal to 2,46.

For the first time, an analytical dependence of the Nusselt number on the Rayleigh number for viscous incompressible liquids in capacities with a large aspect number in modes of creeping and laminar convective flows, characterized by an individual set of four constants for each kind of fluid, was obtained.

It is shown for the first time that the experimentally revealed large Rayleigh boundary number for liquid helium can be explained by the small aspect ratio of the capacitance and the cylindrical convective structure (CCS) model with mixed boundary conditions under a large number of concentric convective shafts in the horizontal plane.

For the first time, the process of heat and mass transfer in a CCS with a free upper bound for surface tension was investigated on the basis of the analytical solutions of the Rayleigh problem with rigid boundary conditions.

It is shown for the first time that the presence of surface tension at rigid boundary conditions at the lower boundary of a fluid layer leads to a problem with rigid boundary conditions, since there are tangent stresses at the upper and lower boundaries of the layer.

For the first time in analytical form, the dependence of the Marangoni number on the wave number and the Bio number is described. In the particular case, it is shown that for a zero value of Bio, the critical Marangoni number is equal  $M_m^{rigid} = -384,97$  and the critical wave number is  $k_{rm} = 2,61$ .

Based on the use of an analytical solution for convective heat transfer in CCS with mixed boundary conditions, it is first proposed to use a hollow cylindrical cathode to increase the homogenization of zirconium dioxide powder in the melt of a vacuum arc furnace.

The spatial distribution of the velocity of convective mass transfer of liquid metal in a CCS with a cosine-bottom profile is described for the first time, where the current lines (Stokes lines) form a single vortex, which is a concentrically arranged smooth closed line, reflecting a curved cosine profile.

It was first shown that for molten metal cathode droplets entering the melt near the axis of a convective structure along a circular line corresponding to the inner circle of a hollow cathode, in the region of Stokes lines with small amplitudes, starting from 0,046, homogeneity is possible at zirconium (90 nm), provided that Archimedes' lifting force and gravity are overcome by gravity and Stokes force.

The reliability of the results obtained is established by comparing them with solutions known in the literature, data from experiments, as well as the results obtained by the author under other approaches.

The results of the dissertation work were introduced at the National Science Center Kharkiv Institute of Physics and Technology with the improvement of the process of creation of disperse hardened steels on the experimental sample of the installation of vacuum-arc remelting. The results also are used in the training process of the Department of Physics of Innovative Energy and Technology and Ecology of V. N. Karazin Kharkiv National University.

**Key words:** atomic energy, dispersion-strengthened oxides steel, vacuum-arc remelting, cylindrical convective cell, Rayleigh problem, solid boundaries, viscous incompressible fluid, neutral curve, diameter, surface tension, hollow cylindrical cathode, homogenization, Stoke's line.

#### LIST OF APPLICANT PUBLICATION

1. Экспериментальные исследования элементарной конвективной ячейки с твердыми и смешанными граничными условиями в горизонтальном слое вязкой несжимаемой жидкости. Андреева О. Л., Борц Б. В., Костиков О. А., Ткаченко В. И. // Інтегровані технології та енергозбереження. 2016. № 4, С. 30 – 35.

2. Investigation of the Oxide Phase Convective Homogenization While Vacuum-Arc with Hollow Cathode Remelting of Steel / Andreeva O., Borts B., Kostikov A., Tkachenko V. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 5/5 (83), P. 25 – 32.

3. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.), Казаринов Ю. Г., Ткаченко В. И. Физическая модель зависимости числа Нуссельта от числа Рэлея // Журнал технической физики. 2016. Т. 66, № 11, С. 23 – 29.

4. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Тепломассоперенос в подогреваемой снизу цилиндрической конвективной ячейке со свободной верхней границей при учете поверхностного натяжения // Інтегровані технології та енергозбереження. 2017. № 2, С. 3 – 14.

5. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Аналитическое решение и нейтральные кривые стационарной линейной задачи Рэлея для цилиндрических конвективных ячеек с твердыми и смешанными граничными условиями // Проблемы машиностроения. 2017. Т. 20, №1, С.17 – 28.

6. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Конвективный теплообмен вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической ячейке с конически углубленным дном и твердыми граничными условиями // Проблемы машиностроения. 2017. Т. 20, № 2, С. 22 – 28.

7. Теоретическое исследование элементарной конвективной ячейки с твердыми и смешанными граничными условиями в горизонтальном слое вязкой несжимаемой жидкости / Андреева О. Л., Борц Б. В., Костиков А. О., Ткаченко В. И. // Электронное моделирование. 2017. Т. 39, № 2, С. 35 – 46.

Пат. 117996 Україна, МПК51 С22В 9/20. Катодний витрачуваний електрод для вакуумно-дугового переплаву / О. Л. Андрєєва, Б. В. Борц, О. Ф. Ванжа, В. І.Ткаченко ; власник Нац. наук. центр «Харківський фізикотехнічний інститут». – № а 2017 09627 ; заявл. 02.10.2017 ; опублік. 25.10.2018, Бюл. № 20. – 5 с.

9. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.), Ткаченко В. И., Костиков А. О. Элементарная конвективная ячейка и концентрические конвективные валы в слое вязкой, несжимаемой жидкости с твердыми границами // Физикотехнические проблемы энергетики и пути их решения: тезисы докладов Международной научно-технической конф., 22 июня 2014 г., Харьков, Украина. С. 35.

10. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.) Точное решение задачи Рэлея в цилиндрической геометрии с твердыми граничными условиями и построение на его основе нейтральной кривой // Конференция молодых ученых ИПМаш НАН Украины: тезисы докладов Международной научно-технической конф., 17 - 20 ноября 2014 г., Харьков, Украина. С. 42.

11. Андрєєва О. Л., Іванюк М. І., Кулик О. П. Тепломасоперенос у конвективних циліндричних комірках з параболічним профілем дна і твердими граничними умовам // Матеріали XVI всеукраїнської науково-технічної конференції, 5-7 жовтня 2016, г. Одеса, Україна. С. 28 – 29.

12. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.) Тепловая конвекция в элементарной цилиндрической ячейке с неплоским профилем дна и твердыми граничными условиями // Конференция молодых ученых ИПМаш НАН Украины: тезисы докладов Международной научно-технической конф. 16 - 19 ноября 2015 г., Харьков. С. 20.

13. Patochkina O. L., (Andreeva O. L.), Tkachenko V .I. Heat Convection of Viscous Incompressible Liquid in a Cylindric Elementary Convection Cell with a Conical Cavity Bottom and Solid Boundary Conditions // YSF-2015: Intern. Young Sci. Forum on Appl. Phys., 29 September - 2 October 2015. Dnipropetrovsk. Ukraine / P. PECCS 10.

14. Андрєєва О. Л., Ткаченко В. І. Феноменологія процесів в циліндричній конвективній комірці з вільною верхнею межею, що деформується, з урахуванням поверхневого натягу // ЕВРИКА: матеріали Міжнар. конф. студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики, 16 - 18 травня 2017, Львів. С. F1.

15. Андрєєва О. Л. Моделювання масопереносу розплаву сталі в циліндричній комірці з неплоским профілем дна для гомогенізації нанопорошку оксиду при вакуумно-дуговому виготовленні ДЗО сталі // Проблеми інформатизації: тези доповідей VI міжнародної науково-технічної конференції. Черкаси – Баку – Бельсько – Бяла – Харків, 14–16 листопада 2018 р. С. 141.

16. Паточкіна О. Л. (Андрєєва О. Л.)., Борц Б. В., Ткаченко В. И. Примітні явища природи: осередки Бенара з твердими межами: методичні вказівки до курсу "Ресурсозберігаючі та екологічно чисті технології". Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2016. 28 с.

## 3MICT

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	22
ВСТУП	24
РОЗДІЛ 1 ПРАКТИЧНЕ ВИКОРИСТАННЯ КОНВЕКТИВНИХ	
СТРУКТУР В ШАРАХ В'ЯЗКОЇ, НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ, ЩО	
РОЗТАШОВАНА МІЖ ДВОМА ГОРИЗОНТАЛЬНИМИ	
ТЕПЛОПРОВІДНИМИ МАСИВАМИ	33
1.1 Способи виробництва конструкційних сталей. Вакуумно - дугова	
плавка сталей	33
1.2 Формування конвективних структур в шарі рідини, що розташована	
між двома теплопровідними масивами та підігрівається	
знизу	45
1.3 Нестійкість в горизонтальних шарах в'язкої, нестисливої рідини, що	
підігрівають знизу. Задача Релея з твердими	
границями	47
1.4 Висновки до розділу 1	52
РОЗДІЛ 2 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ФОРМУВАННЯ	
КОНВЕКТИВНИХ СТРУКТУР З ТВЕРДИМИ ГРАНИЦЯМИ	54
2.1 Основні завдання з експериментального дослідження формування	
конвективних структур	54
2.2 Експериментальна установка з вивчення формування конвективних	
структур і опис експериментів	55
2.3 Однофазні суспензії рідини, як умова реалізації твердих границь	58
2.4 Експериментальне дослідження формування конвективних структур в	
оливі з додаванням масляної фарби	60
2.5 Експериментальне дослідження формування конвективних структур в	
оливі з додаванням алюмінієвої пудри	61
2.6 Висновки до розділу 2	62

РОЗДІЛ З МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОМАСОПЕРЕ-	
НОСУ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ КОНВЕКТИВНІЙ СТРУКТУРІ ПРИ	
НАЯВНОСТІ ТВЕРДИХ ГРАНИЦЬ	64
3.1 Система вихідних рівнянь	64
3.2 Аналітичний розв'язок	69
3.3 Нейтральні криві для задачі Релея з твердими границями	71
3.3.1 Зсувна інваріантність	74
3.3.2 Масштабна інваріантність	75
3.4 Нейтральні криві для задачі зі змішаними граничними умовами	77
3.5 Параметри, що характеризують конвективний тепломасопереніс	78
3.6. Режими конвективних течій	79
3.7 Фізичне обгрунтування залежності числа Нуссельта від числа Релея	82
3.7.1 В'язкі нестисливі рідини в ємностях з великим аспектним числом	84
3.7.2 В'язкі нестисливі рідини в ємностях з малим аспектним числом.	
Рідкий гелій	86
3.8 Тепломасопереніс в конвективній структурі з вільною верхнею поверх-	
нею і при врахуванні поверхневого натягу	88
3.8.1 Рівняння масопереносу і граничні умови	89
3.8.2 Рівняння для збурених вертикальної швидкості і температури в	
циліндричній структурі і граничні умови	91
3.8.3 Розв'язок рівнянь для збурених вертикальної швидкості і темпе-	
ратури в циліндричній структурі з урахуванням граничних умов	93
3.9 Висновки до розділу 3	99
РОЗДІЛ 4 ГОМОГЕНІЗАЦІЯ ПОРОШКУ ЛЕГУЧОЇ ДОМІШКИ	
ШЛЯХОМ КОНВЕКТИВНОГО МАСОПЕРЕНОСУ ПРИ ВАКУУМНО-	
ДУГОВОМУ ВИГОТОВЛЕННІ ЛЕГОВАНОЇ СТАЛІ	101
4.1 Експериментальна установка вакуумно-дугового переплаву сталі	101
4.2 Конструкція порожнистого катода	104
4.3 Розрахунок параметрів катода для вакуумно - дугової виплавки ДЗО	
сталі	109

4.4 Циліндрична конвективна структура з косінусоідальним профілем дна	112
4.5 Просторовий розподіл конвективного масопереносу в ЦКС з	
косінусоідальним профілем дна	114
4.6 Розрахунок розмірів частинок порошку легуючої домішки, що	
забезпечують їх гомогенізацію в об'ємі ДЗО сталі	115
4.7 Технічна реалізація катодного витрачуваного електроду для виплавки	
ДЗО сталі	119
4.8 Висновки до розділу 4	123
ВИСНОВКИ	125
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	128
Додаток А Акт про впровадження в науково-прикладних дослідженнях	
в Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний	
інститут»	140
Додаток Б Довідка про використання в учбовому процесі Харківського	
Національного Університету ім. В. Н. Каразина	141
Додаток В Список публікацій здобувача за темою	
дисертації	142
Додаток Г Апробація результатів дисертації	145

### ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

Буквені позначення фізичних і математичних величин:

- z вісь, що направлена перпендикулярно до границі шару,
- Т безрозмірна збурена температура,
- *h* товщина шару, м,
- *v* безрозмірне збурення швидкості,
- *p* безрозмірне збурення тиску,
- g прискорення вільного падіння, мс<sup>-2</sup>,
- t-безрозмірний час,
- m маса, кг,
- *n* нормаль до границі масиву,
- *і* уявна одиниця,
- S площина, м<sup>2</sup>,
- V-об'єм, м<sup>3</sup>,
- *D* діаметр порожнини катода, м,
- Ra-число Релея,
- Pr число Прандтля,
- Gr число Грасхофа,
- N(x) функція Неймана першого роду нульового порядку,
- $\Gamma$  аспектне число,
- Ві –число Біо,
- Ө різниця температур,
- v безрозмірна збурена швидкість,
- $\beta$  коэфіцієнт об'емного розширення рідини, Т <sup>-1</sup>,
- υ коэфіцієнт кінематичної в'язкості, м<sup>2</sup>с<sup>-1</sup>,
- χ коэфіцієнт температуропровідності рідини, м<sup>2</sup>с<sup>-1</sup>,
- τ-безрозмірна одиниця часу,
- $\lambda-$  декремент, що визначає залежність розв'язків від часу, с-1,
- α-коефіцієнт пропорційності,

ф – кут природного укосу діоксиду цирконію,

 $\rho$  – густина, кг/м<sup>3</sup>.

I<sub>0</sub>(х)– функція Бесселя першого роду нульового порядку,

k<sub>r</sub> – радіальне хвильове числоб, м<sup>-1</sup>,

 $\Delta$  – оператор Лапласа,

 $\vec{\nabla}$  – оператор градієнта,

R<sub>c</sub> – безрозмірний радіус конвективної структури,

σ<sub>i,1</sub> ... σ<sub>i,5</sub> – значення перших п'яти нулів функції Бесселя,

## Скорочення

ІПМаш – Інститут проблем машинобудування НАН України;

- ДЗО дисперсно-зміцнені оксидами;
- ЦКС циліндрична конвективна структура;
- АЕС атомна електростанція,

### ВСТУП

Актуальність теми. З розвитком атомної енергетики постає питання підвищення коєфіціента корисної дії енергоустановок. Одним із шляхів такого перехід до реакторів IV покоління, підвищення £ де планується використовувати високі температури (до 1000 °C) і потоки нейтронів. Тому останнім часом активно провадяться наукові дослідження, достатньо присвячені створенню нових конструкційних матеріалів для таких атомних енергетичних установок. Крім високих температур і потоків нейтронів конструкційні матеріали, що мають працювати в активних зонах атомних реакторів нового покоління, повинні мати високу жароміцність та низьку активацію при експлуатації. Як показує практика, до таких стійких конструкційних матеріалів можна віднести дисперсно-зміцнені оксидами сталі.

Дисперсно-зміцнені оксидами (ДЗО) сталі містять досить невеликі концентрації частинок оксиду металів нанометрового розміру, до яких можуть входити ітрій, марганець, хром або кремній. Як показують дослідження, додані частинки поліпшують радіаційну стійкість та збільшують міцність сталі, що обумовлено закріпленням на них дислокацій.

До теперішнього часу, для отримання дисперстно-зміцненої оксидами сталі сплави виготовлялися методами порошкової металургії. Основною проблемою при отриманні ДЗО сплавів описаними вище технологіями є малоефективне (трудомістке і дороге) виробництво вихідного матеріалу, і подальші енерговитратні операції по приведенню їх в кінцевий стан.

При використанні цього методу недостатньо повно досліджені методи і пропорції легування вихідних матеріалів нанодисперсними частинками, і не виявлені оптимальні механізми і температури спікання порошку. Тому системне дослідження зазначених вище питань представляється актуальною проблемою розробки та створення особливо міцних сплавів для використання в атомній і термоядерної енергетиці. Однак, у теперішній час, порівняно з методом порошкової металургії, найбільш перспективним є альтернативний метод отримання дисперснозміцнених оксидами сталей – це метод вакуумно-дугового переплаву сталі.

Конструкційні матеріали з ДЗО сталі повинні витримувати вплив високих температур, підвищених потоків нейтронного опромінення і агресивних корозійних середовищ. Характеристики таких конструкційних матеріалів виходять за рамки досвіду на діючих в даний час АЕС. У кількісному і якісному вираженні ці матеріали повинні відповідати таким вимогам: мати низьку повзучість і стабільність розмірів при температурах до 970 К; довговічність близько 9 років; мати високу радіаційну стійкість до доз рівня 250 зна опромінення; забезпечити радіаційну стійкість нейтронного матеріалу оболонки при підвищених характеристиках жароміцності; мати високі механічні властивості: межу міцності > 300 МПа при 970 К, межу тривалої міцності > 120 МПа за  $10^4$  ч при 970 К, відносне подовження > 1 %; мати високий опір корозії по відношенню до теплоносія при підвищених температурах, а в контакті з паливом і потоком натрію мати високу хімічну сумісність.

Важливим перевагами вакуумно-дугових печей перед іншими сталеплавильними агрегатами (киснево-конвертерний, мартенівський і електросталеплавильний) є можливість нагріву металу до високих температур за рахунок електричної дуги та оновлювана атмосфера у печі. Ці переваги зумовили їх використання для виробництва легованих високоякісних сталей різного призначення.

Експериментально встановлено, що при вакуумно-дуговому переплаві сталі у розплаві металу виникає утворення, яке можна розглядати як циліндричну конвективну структуру (ЦКС). ЦКС займає весь об'єм розплаву, має висхідну течію у центрі і спадну – поблизу стінки камери, яку зазвичай називають кристалізатор.

Коли в шарі в'язкої, нестисливої рідини, що підігріваєтся знизу, багато ЦКС, то вони утворюють періодичні конвективні структури. Такі структури

виникають в різних технологічних процесах, а також спостерігаються у природі. Якщо велика кількість ЦКС заповнює весь об'єм шару в'язкої, нестисливої рідини, то це призводить до щільного упакування їх та формування шестигранних або багатокутних комірок, які прийнято називати комірками Бенара.

Дослідження комірок Бенара проводяться, починаючі з 1900 року. Їм присвячені роботи лорда Релея, С. Чандрасекара, Дж. Пірсона, Д. Нілда, К. Марангоні, Е. Кошмідера та інших авторів.

Однак, у роботах попередників, вся увага приділена дослідженню стану розвиненої конвекції, в той час, як не розглянуто перехідні процеси між станами механічної рівноваги і повністю розвиненої конвекції.

Тому дослідження зародження і розвитку конвективної течії в горизонтальних шарах в'язьких, нестисливих рідин з твердими і змішаними границіями, та застосування отриманих теоретичних знань для вдосконалення процесів виготовлення ДЗО сталей, є актуальними питаннями даної роботи.

У напрямку виготовлення ДЗО сталей методом вакуумно-дугового перелаву ведуться дослідження, і отримано обнадійливі результати у випадку великої кількості доданої дисперсної фази (≥ 0,3 мас. %), коли в об'ємі розплавленого металу реалізуються вільні граничні умови і втрати порошка оксиду на стінки кристалізатора не впливають на якість зливку сплаву.

Однак, при малії кількості доданої дисперсної фази (0,2 мас. % ≤), в об'ємі розплавленого металу відбувається тертя рідини об тверду поверхню і втрати порошка оксиду на стінки кристалізатора можуть суттево впливати на якість ДЗО сталі.

Тому актуальним питанням роботи є вдосконалення процесу вакуумнодугового переплаву сталі з малою кількостю доданої дисперсної фази, з метою рівномірного та безвтратного розподілу мікро- і наночастинок легуючої домішки.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами. Результати, які лягли в основу цієї дисертації, отримані під час виконання наукових досліджень, що проводилися у відділі моделювання і ідентифікації теплових процесів Інституту проблем машинобудування ім. А. Н. Підгорного НАН України у рамках бюджетних тем: «Розробка теоретичних основ та методів реалізації теплових процесів в об'єктах паливно-енергетичного комплексу та житловокомунального господарства з метою енергоресурсозбереження та заміщення вуглеводневого палива«(№ ІІІ - 40-10, № держреєстрації 0110U002658, 2010-2014); «Моделювання, ідентифікація і оптимізація теплових процесів в об'єктах енергетики з метою вирішення завдань енергоресурсозбереження і підвищення надійності їх роботи» (№ ІІІ - 66-15, № держреєстрації 0115U001091, 2015-2019), де автор був виконавцем окремих розділів.

У всіх перерахованих темах автор дисертації виступала виконавцем окремих розділів.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розробка науковотехнічних основ використання упорядкованих конвективних структур з твердими границями у технологічному процесі вакуумно-дугового переплаву сталі для підвищення гомогенізації легуючих добавок.

Для реалізації поставленої мети були сформульовані такі завдання:

 – експериментально визначити вплив легуючої домішки на вид граничних умов в задачі гомогенізації легуючої домішки при виготовленні дисперснозміцнених оксидами сталей;

отримати розв'язки задачі Релея з твердими границями і дослідити їх стійкість;

 – знайти залежність числа Нуссельта від числа Релея для в'язких нестисливих рідин в режимах повзучої і ламінарної конвективних течій для циліндричних конвективних структур;

 – експериментально і теоретично визначити вплив виду граничних умов на діаметр циліндричної конвективної структури;

 визначити характер впливу поверхневого натягу на процес тепломасопереносу в циліндричній конвективній структурі зі змішаними граничними умовами; – запропонувати конструкцію катода вакуумно-дугової печі для виплавки дисперсно-зміцнених оксидами сталей, і визначити розмір частинок легуючої домішки, при яких буде спостерігатися рівномірне і безперервне надходження порошку в розплав металу.

Об'єктом дослідження є конвективні процеси у шарах в'язких нестисливих рідин з твердими границями та змішаними граничними умовами, що підігріваються знизу.

Предметом дослідження є математичні і фізичні моделі опису конвективних процесів у шарі в'язкої нестисливої рідини з твердими границями та змішаними граничними умовами, що підігрівається знизу.

### Методи дослідження:

- теорія конвективної стійкості нестисливої рідини;

- методи математичного моделювання;

 – аналітичні методи розв'язування задач з диференціальними рівняннями у частинних похідних;

– методи фізичного моделювання на лабораторних установках;

- методи статистичної обробки експериментальних результатів.

### Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

1. Вперше отримані аналітичні розв'язки стаціонарної задачі Релея для циліндричної конвективної структури у разі як твердих границь, так і у випадку змішаних граничних умов, аналіз яких дозволив знайти основні закономірності протікання фізичних процесів в таких структурах, визначити умови їх стійкого існування та теоретично розрахувати значення безрозмірного діаметра конвективної структури (дорівнює 2,46 у разі твердих границь), яке порівнювалося з експериментальними даними для обґрунтування адекватності використаних математичних моделей і розв'язків.

2. Вперше отримана нова критеріальна залежність числа Нуссельта від числа Релея для стійкої циліндричної конвективної структури з твердими границями, що дає можливість підвищити точність розрахунку кількості тепла, яке переноситься конвективною структурою у в'язкій рідині. 3. Вперше показано, що в задачі Релея наявність поверхневого натягу на верхній границі шару рідини дозволяє на цій поверхні розглядати такі граничні умови, як і на твердій границі, що дозволило застосувати аналітичні розв'язки задачі Релея з твердими границями при аналізі і вдосконаленні процесу вакуумно-дугового переплаву сталі.

4. Для випадку малої кількості легуючої домішки (до 0,02 мас. %) вперше запропоновано новий методологічний підхід до конструювання катоду, який забезпечує безперервне надходження порошку легуючої домішки в розплав металу і перешкоджає її накопиченню на стінках кристалізатора.

Практичне значення отриманих результатів полягає у наступному: 1. Удосконалено конструкцію катода вакуумно-дугової печі для випадку малого відсоткового вмісту легуючої домішки (до 0,02 мас. %). Отримано значення геометричних параметрів його осьового отвору, по круговій утворюючій нижній частині якого відбувається проникнення крапель розплавленого катода з порошком в розплав, що приводить до зниження його втрат на стінках кристалізатора.

2. Визначено розміри частинок нанодисперсного порошку (близько 90 ± 5нм), при яких спостерігається їх просторова гомогенізація в розплаві і зменшення втрат на стінках кристалізатора в процесі отримання дисперсно-зміцненої оксидами сталі.

3. Підхід, заснований на застосуванні конвективних структур як з твердими границями, так і зі змішаними граничними умовами в горизонтальних шарах рідини можна використовувати для дослідження конвективного тепломасопереносу в різних технічних об'єктах і технологічних процесах з метою вдосконалення існуючих або розробки нових конструкцій і технологій.

4. Результати дисертаційної роботи впроваджені в Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України при вдосконаленні процесу виготовлення дисперсно-зміцнених оксидами сталей з малим відсотковим вмістом легуючої домішки на експериментальному зразку установки вакуумно-дугового переплаву, а також використовуються в навчальному процесі в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна на фізико-енергетичному факультеті.

Особистий внесок здобувачки. Усі основні результати роботи, які виносяться на захист, отримані автором особисто.

В роботах [1, 9] здобувачка провела серію експериментів щодо формування і дослідження властивостей конвективної структури з твердими границями і змішаними граничними умовами в шарі в'язкої, нестисливої рідини, що рівномірно підігрівається знизу. В цих роботах експериментально досліджено співвідношення діаметра ЦКС до глибини шару при наявності твердих, або змішаних граничних умов.

В роботах [5, 6, 7] здобувачка провела теоретичні дослідження циліндричної конвективної структури з твердими границями і змішаними граничними умовами, де вона отримала аналітичний розв'язок задачі Релея з твердими і змішаними граничними умовами.

В роботі [2, 8] здобувачкою була проведена робота по систематизації, узагальненню експериментальних даних, та виконано розрахунки параметрів катодного витрачуваного електрода типу "hollow fish - bone" для вакуумнодугового переплаву нержавіючої сталі.

В роботах [4, 14] здобувачкою розв'язана задача, щодо дослідження властивостей циліндричних ЦКС зі змішаними граничними умовами при врахуванні поверхневого натягу. Нею особисто запропонований інший спосіб завдання граничних умов, заснований на вимозі виконання динамічної граничної умови, яка може бути отримана з рівняння Нав'є-Стокса інтегруванням по тонкому граничному прошарку поблизу вільної границі рідини. В цьому випадку граничні умови враховують здатність деформування і поверхневий натяг вільної поверхні конвективної структури.

В роботах [15] здобувачкою запропоновано розглядати процес вакуумнодугового переплаву сталі 08Х18Н10Т + ZrO<sub>2</sub> на основі процесів, що відбувається в шарі в'язкої нестисливої рідини, що підігрівається зверху (знизу), за умови, що в розплавленому металі формується ЦКС з вільними граничними умовами. Вона особисто дослідила процес гомогенізації порошку діоксиду цирконію при вакуумно-дуговому виготовленні реакторних сталей. Нею запропоновано здійснювати процес гомогенізації в конвективній струкутрі з неплоским профілем дна і змішаними граничними умовами, який формується при переплаві сталі з застосуванням катоду з поперечним перерізом типу «hollow fish-bone». Вона особисто проаналізувала вплив форми катоду, розміру легуючих частинок, масопереносу в конвективній структурі на рівномірність розподілу діоксиду цирконію в розплаві сталі.

В роботах [3, 10] здобувачкою була фізично обґрунтована і отримана в аналітичному вигляді залежність числа Нуссельта від числа Релея на стадії, що передує виникненню турбулентного режиму конвекції. Вона показала, що на цій стадії число Нуссельта описується статечним законом залежно від числа Релея, що містить п'ять констант. Одна константа однакова для всіх рідин, і є критичним числом Релея, а решта - строго індивідуальні для кожного виду рідини.

В роботах [12, 13] здобувачкою розглянула задачу про теплову конвекцію в'язкої нестисливої рідини в циліндричній ЦКС з конічно поглибленим дном і твердими граничними умовами, де отримала модельні розподіли ліній струму Стокса і збуреної температури в об'ємі структури.

В роботі [11] здобувачка теоретично дослідила теплоперенос в конвективних циліндричних структурах з параболічним профілем дна і твердими граничними умовами.

В роботі [16] здобувачкою запропонована теоретична модель опису комірок Бенара з твердими границями та знайдено аналітичне рішення лінійної стаціонарної задачі Релея з невільними граничними умовами. Вона особисто експериментально показала, що в структурі зі змішаними граничними умовами зі збільшенням температури дна ємності спочатку з'являються не дотичні один до одного і однакового діаметру циліндричні структури. Потім їх кількість збільшується аж до повного заповнення ними об'єму оливи, а границя розділу між структурами набуває форми багатокутника. Апробація результатів роботи. Основні матеріали і результати роботи докладалися на наступних конференціях: XI - XIII конференція молодих вчених і спеціалістів ІПМаш НАН України (Харків, 2014, 2015, Україна); міжнародна науково-технічна конференція «Фізико-техничні проблеми енергетики і шляхи їх вирішення» (Харків, 2014, Україна); міжнародна науково-практична конференція «Сталий енергетичний розвиток: теорія, практика, перспективи» (Харків, 2015, Україна,); International Young Science Forum on Applied Physics (YSF-2015, Dnipronetrovsk, Ukraine); XVI всеукраїнська науково-технічна конференція (Одеса, 2016, Україна); міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики «ЕВРИКА» (Львів, 2017, Україна), VI міжнародна науково-технічна конференція "Проблеми інформатизації" (Харків, 2018, Україна).

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків. Загальгий обсяг дисертаційної роботи становить 145 сторінок, зокрема 102 основного тексту, 17 рисунків за текстом, 4 таблиці за текстом, список використаних джерел із найменувань на 12 сторінках і 4 додатки на 5 сторінках.

### **РОЗДІЛ 1**

# ПРАКТИЧНЕ ВИКОРИСТАННЯ КОНВЕКТИВНИХ СТРУКТУР В ШАРАХ В'ЯЗКОЇ, НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ, ЩО РОЗТАШОВАНА МІЖ ДВОМА ГОРИЗОНТАЛЬНИМИ ТЕПЛОПРОВІДНИМИ МАСИВАМИ

1.1 Способи виробництва конструкційних сталей. Вакуумно – дугова плавка сталі

З моменту винаходу сталі, змінювалися і удосконалювалися способи її виробництва. В даний час існує декілька пріоритетних способів виробництва сталі. До них відносяться киснево-конвертерний, мартенівський і електросталеплавильний способи виробництва (або плавлення) сталі. В основі всіх цих способів лежить окислювальний процес, спрямований на зниження в чавуні вмісту деяких речовин.

Для визначення найбільш підходящих для певних цілей параметрів конструкційних сталей розглянемо кожен спосіб їх виробництва окремо.

Киснево-конвертерний [17 – 19] спосіб плавки заснований на продування стисненим повітрям розплавленого чавуна. Під час продування кисень вступає в реакцію з домішками чавуну і окисляє їх, в результаті чого виходить сталь. Для цього способу використовується рідкий чавун, отриманий в доменних печах і видержанний в спеціальних приймачах металу (міксерах).

Висока продуктивність агрегатів, компактність обладнання являють основними перевагами конверторного способу плавки стали. До недоліків відносяться неможливість переробки великої кількості сталевого і залізного брухту, а також переплав чавунів тільки певного хімічного складу.

Проблеми киснево-конвертерного способу в частині переробки сталевого брухту і відходів виробництва вирішуються за допомогою мартенівського способу виробництва сталі [17, 20, 21]. Цей спосіб відрізняється від конверторного більш високою температурою в печі. Ця температура настільки велика, що дозволяє плавити сталь і залізо. Використання високої температури дає можливість використовувати цей спосіб не тільки для промислових відходів в якості шихтових матеріалів, а й отримувати стали з дуже різними властивостями. Мартенівська сталь виготовляється у вигляді листової і сортової сталі, рейок, виливок, заготовок для кування і штампування.

Процес мартенівської плавки добре піддається управлінню, що дає можливість отримувати сталь високої якості і певного складу, можливість використання постійно зростаючих ресурсів вторинної сировини (відходи сталеливарного виробництва, відходи металообробки, амортизаційний лом, який утворюється в процесі експлуатації машин і металевих виробів).

Перераховані вище характеристики мартенівського способу плавки сталей можна віднести до його переваг.

Однак значна витрата палива при мартенівському способі виробництва сталей є основним його недоліком.

Одним з основних шляхів зниження собівартості сталі є зниження витрат палива, і збільшення продуктивності мартенівських печей.

Існує ще один спосіб отримання високоякісної сталі - плавка сталі в електропечах [17, 22, 23].

Сутність процесу полягає в очищенні сталі від шлаків і домішок у вигляді сірки і фосфору. Сірка і фосфор в сталі є шкідливими домішками. Сірка знижує ливарні властивості, перешкоджає виходу газів з рідкої сталі, викликає ламкість. Фосфор знижує пластичність і викликає холодноломкість (крихкість) сталі. Слід зазначити, що невеликі домішки кремнію підвищують пружність і в'язкість сталі, а марганцю - підвищують зносостійкість.

Створення високої температури в плавильному просторі печі дає можливість швидко проводити плавку, отримувати сталь і сплави будь-якого складу.

Використання вапняного шлаку, сприяє гарному очищенню метала від шкідливих домішок (сірки і фосфору), дає можливість ведення плавки при різних режимах і в різних умовах виробництва. Крім того, формування повітряного середовища або створення вакууму в печі сприяє гарному розкисленню і дегазації стали. Перераховані характеристики складають переваги способу отримання сталі в електропечах. Однак значна витрата електроенергії і електродів, висока вартість отримання сталі є недоліками даного методу.

В електропечах отримують високолеговані жаростійкі, жароміцні і конструкційні сталі і сплави з особливими властивостями. У звичайних сталеплавильних печах важко, а іноді і неможливо отримати метал, який задовольняв би потребам сучасної техніки, що зростають. Тому великий розвиток отримують різні спеціальні способи виробництва високоякісних сплавів і сталей. До них відносяться плазмовий, електрошлаковий, вакуумний, і інші. Найбільш перспективні методи позапічної обробки сталі: обробка рідкої сталі у вакуумі, продування сталі газами, обробка сталі рідкими синтетичними шлаками.

Вибір способу виробництва сталі залежить від ряду технічних, економічних і географічних чинників. Перевага віддається тому способу виробництва, який дозволяє отримати сталь необхідного складу і високої якості при меншій її собівартості.

За призначенням сталі діляться на конструкційні, інструментальні і сталі з особливими фізичними властивостями.

За способом виплавки розрізняють сталь звичайної якості, якісну і високоякісну [24, 25].

При створенні і проектуванні перспективних ядерних і термоядерних енергетичних установок стоїть завдання створення конструкційних матеріалів, що мають високу радіаційну та термічну стійкість, а також низьку активацію при експлуатації. Одним із способів вирішення цього завдання є розробка і виготовлення конструкційних матеріалів на основі дисперсно-зміцнених оксидами (ДЗО) сталей.

До теперішнього часу основним методом отримання ДЗО сталей є порошкова металургія [26 – 28].

Однак при використанні цього методу недостатньо повно досліджені методи і пропорції легування вихідних матеріалів нанодисперсними частинками, і не виявлені оптимальні механізми і температури спікання порошку. Тому системне дослідження зазначених вище питань представляється актуальною проблемою розробки та створення особливо міцних сплавів для використання в атомній і термоядерної енергетці.

ДЗО сталі [29] містять частинки нанометрового розміру оксиду ітрію, марганцю, хрому, кремнію та ін. Такі нанодисперсні частинки відіграють важливу роль у збільшенні міцності та радіаційної стійкісті ДЗО сталей. Так, наприклад, в [30] було досліджено нанорозмірні властивості неопроміненої і опроміненої ДЗО сталі Eurofer. Дослідження неопроміненого ДЗО сталі Eurofer за допомогою томографічного атомарного зонда виявили численні нанорозмірні особливості (нанокластеры), збагачені ванадієм, ітрієм та киснем. В роботі досліджено вплив нейтронного опромінення на наноструктурну поведінку ДЗО сталі Eurofer (9 % -CrWVTa). Опромінення проводилось в дослідницькому реакторі БОР-60 (Димитровград, Росія), де матеріали були опромінені при 330 °С до 32 зна. Дослідження томографічного атомного зонда проводились на голках, підготовлених з частин зламаних зразків Шарпі. Для всіх зразків крім одного, який протестували при 500 ° С, випробування Шарпі проводились при температурах, що не перевищували температуру опромінення. Показано, що в опроміненому стані спостерігалося велика кількість площин  $(2 - 4) \times 10^{-24}$  м<sup>-3</sup> ультратонких нанокластерів діаметром від 1 до 3 нм, збагачених ітрієм, киснем, марганцем і хромом. Склад виявлених кластерів відрізняється від складу неперебавлених ДЗО сталі Eurofer. В роботі було виявлено, що після опромінення нейтронами атоми ванадію вийшли з кластерів, переміщаючись з ядра в твердий розчин. Концентрації ітрію та кисню в матриці, як це було виявлено, збільшуються кілька разів при опроміненні. У зразках, випробуваних при 500 °С, як щільність чисел кластерів, так і концентрація ітрію в матриці зменшується вдвічі, що погіршує міцность та радіаційну стійкість досліджуваних ДЗО сталей.

В роботі [31] показано відмінні механічні властивості ДЗО сталей, які безпосередньо пов'язані з високою щільністю однорідно розподілених, добре утворених частинок окису (таких як Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> або Y-Ti-O). Проте атомне зондове томографічне дослідження сталей ДЗО показало, що додатково вони містять майже в сто разів більше нанокластерів, збагачених Y, O i V / Ti (якщо вони присутні у
складі сплаву), ніж більші частинки оксиду. У роботі проведено дослідження атомною томографією та електронною мікроскопією, що просвічує, трьох різних ДЗО сталей, одержаних механічним сплавом: ДЗО сталі Eurofer, ДЗО сталі 13,5 Сг та ДЗО сталі 13,5 Сг-0,3 Ті. Показано, що після опромінення при 300 °С чисельність щільності частинок оксиду у всіх зразках виросла. Тим часом частка дрібних часток у розподілі розмірів збільшилася. Дослідження атомної томографії показало істотне збільшення числа нанокластерів та зміну їх хімічного складу на тій же глибині. Наноструктура була найбільш стійкою в ДЗО сталі 13,5 Сг-0,3 Ті, опроміненої при 300 °С: збільшення частки малих оксидів було мінімальним і ніяких змін хімічного складу нанокластерів не було виявлено. Тобто, такі ДЗО сталі є найбільш перспективними для використанні в активних зонах атомних реакторів.

В роботі [32] вивчена наноструктура сталі ДЗО сталі Eurofer (9 % CrWVTa + 0,5 %  $Y_2O_3$ ) після опромінення іонами заліза до пошкоджуючої дози 32 зна. Ця сталь в початковому стані характеризується наявністю значної кількості (~  $10^{24}$  м<sup>-3</sup>) нанорозмірних (2-4 нм) кластерів, що містять атоми V, Y, O та N. Аналіз розподілу різних хімічних елементів у випробуваних, виявив варіації у складі матриці та нанорозмірних кластерів під час опромінення. Отримані дані були в порівняні з результатами для ДЗО сталі Eurofer, підданої опроміненню до дози 32 зна.

В роботі [33] була вивчена мікроструктура та фазовий склад високоякісної ДЗО сталі Fe-13,5 % Cr-2 % W-0,3 %  $Y_2O_3$  без титанової добавки, а також легованих 0,2, 0,3 і 0,4 % мас. Ті за допомогою електронної мікроскопії, що просвічує. Здійснено порівняння наномасштабного стану досліджуваних сталей зі сталлю ДЗО сталі Eurofer, що лежить з 0,2 мас. % V. У всіх виявлених станах спостерігається висока щільність числа нанорозмірних включень оксиду. При збільшенні концентрації титану в сталі Fe-13,5 % Cr-2 % W-0,3 %  $Y_2O_3$  до 0,3 % мас., середні розміри частинок зменшуються, а їхня кількість зростає. У цій сталі виявлено одне нанорозмірне зерно (0,1–0,7 мкм) або їх агломерати, а та-

кож крупні (6-8 мкм) зерна. Зростання кількості нанорозмірних частинок призводить до зміцнення ДЗО сталі, що досліджувалась.

ДЗО сталі розглядаються як найбільш підходящі кандидати для виготовлення конструкційних матеріалів для атомної енергетики. У перспективі планується їх застосування в удосконалених ядерних реакторах, включаючи реактори 4-го покоління, а також в термоядерних установках.

Конструкційні матеріали з ДЗО сталі повинні витримувати вплив високих температур, підвищених потоків нейтронного опромінення і агресивних корозійних середовищ. Характеристики таких конструкційних матеріалів виходять за рамки досвіду на діючих в даний час АЕС. У кількісному і якісному вираженні ці матеріали повинні відповідати таким вимогам [34]:

 мати низьку повзучість і стабільність розмірів при температурах до 970 К;

- мати довговічність близько 9 років;

мати високу радіаційну стійкість до доз рівня 250 зна нейтронного опромінення;

– забезпечити радіаційну стійкість матеріалу оболонки при підвищених характеристиках жароміцності;

– мати високі механічні властивості:

– мати межу міцності > 300 МПа при 970 К, межу тривалої міцності > 120 МПа за  $10^4$  ч при 970 К, і відносне подовження > 1 %;

 володіти високим опором корозії по відношенню до теплоносія при підвищених температурах і мати високу хімічну сумісність в контакті з паливом і потоком натрію.

Конкретними прикладами використання ДЗО сталей в атомній енергетиці є, наприклад, труби першого контуру для швидких реакторів з газовим або натрієвим теплоносієм, оболонки твелів в реакторах з натрієвих або надкритичним водним теплоносієм.

Традиційно для отримання ДЗО сталей використовуються технології порошкової металургії, які описані в [35–39]. Також ДЗО сталі можна отримати методом вільного спікання (гаряче ізостатичне пресування) [40–44], а також гарячої екструзії або іскрового плазмо вого спікання [45].

Гаряче ізостатичне пресування є найбільш простою технологією спікання, що полягає в нагріванні порошкового матеріалу (або попередньо спресованого брикета) в муфельних печах. Недоліком даної технології є відсутність можливості застосування тиску в процесі спікання, в результаті чого спечений матеріал має залишкову пористість [46].

Іскрове плазмове спікання є найбільш сучасною технікою спікання під тиском і застосовується більшістю дослідників з 2000 р. [47,48].

Принцип іскрового плазмового спікання полягає в спільному впливі на порошковий матеріал імпульсного постійного струму і механічного тиску. Матеріал в зоні впливу розігрівається до дуже високих температур, переходячи у плазмовий стан.

Дослідження пластичних властивостей ДЗО сталей 9Cr з однаковим номінальним складом, що були виготовлені методом гарячого ізостатичного пресувння (HIP, названі COS-1) і іскрового плазмового спікання (SPS, названі COS-2), проведено в [49].

Результати досліджень показують бімодальне розподіл часток за розмірами в COS-2, і більш рівномірний розподіл зерен за розмірами в зразках COS-1. Це вказує на більшу пластичність зразків COS-2 порівняно з зразками COS-1. Поряд зі збільшенням пластичності зразків COS-2 нанооксиди ефективно вловлюють атоми гелію і приводять до утворення ультрадисперсних бульбашок гелію високої щільності.

ДЗО феритні-мартенситні сталі мають високу міцність при високих температурах, перш за все, через закріплення дислокацій нанометровими частинками оксиду.

Отримані такими способами зразки досліджувалися методами малокутового розсіювання нейтронів, електронної мікроскопії, що просвічує, Атом-Probe томографії, електронно-зондового мікроаналіза, дифракції, а також піддавалися механічним випробуванням. Результати досліджень показали чітко виражену бімодальність розподілу розмірів зерен, яка призводить до підвищення пластичності металу.

Основною проблемою при отриманні ДЗО сплавів описаними вище технологіями є малоефективне (трудомістке і дороге) виробництво матеріалу за допомогою порошкової металургії, і наступні енерговитратні операції по приведенню їх в кінцевий стан.

Одним із шляхів подолання названих проблем є розробка нових методів отримання ДЗО сталей.

До експериментально перевірених методів отримання ДЗО сталей, перш за все, слід віднести вакуумно-дуговий переплав циліндричної заготовки сталі, в рівномірно розподілених отворах об'єму якої розміщуються певні маси легуючих домішок нанодисперсного порошку оксидів металів [50–54].

В цій установці переплавляеться витрачуваний електрод. Такого типу електроди зустрічаються і в іниших установках.

Катодний витрачуваний електрод відноситься до спеціальної електрометалургії, а саме до вакуумно-дугового переплаву дисперсно-зміцненої оксидами сталі (ДЗО сталі). Його можна використати для виплавки злитків конструкційних матеріалів таких, що мають високу жароміцність, низьку активацію при експлуатації, і які можуть використовуватися в активній зоні атомних реакторів нового покоління.

Відомий катодний витрачуваний електрод для вакуумно-дугового переплаву [55] у вигляді вертикального циліндра, який можна використати для виплавки ДЗО сталі. Електрод формують в кристалізаторі печі для утворення цілісного струмопровідного елементу з постійним перетином.

Недоліком даного електроду, є те, що його конструкція не передбачає можливість добавки легуючого порошку в процесі електродугового переплаву без використання додаткового пристрою. Це значно ускладнює процес отримання легованих сплавів. Відомий інший катодний витрачуваний електрод для вакуумно-дугової виплавки ДЗО сталі [56]. Це сталевий циліндровий електрод з опуклим нижнім торцем. У цьому електроді, перпендикулярно до його осі, рівномірно по азимуту і по довжині виконані циліндрові порожнини, що примикають до бічної поверхні. Порожнини заповнені легуючими мікро- або нанодисперсними частинками оксиду цирконію і щільно закупорені виготовленими з такої ж сталі пробками.

Недоліком даного витрачуваного електроду є те, що геометрія порожнин, заповнених легуючим порошком не забезпечує необхідну рівномірність розподілу легуючого порошку в об'ємі злитка, що виплавляється. Це погіршує якість злитка.

Відомий також катодний витрачуваний електрод для отримання вакуумнодуговим переплавом дисперсно-зміцненої оксидами сталі [56]. Цей електрод має вигляд суцільного вертикального циліндра з опуклим нижнім торцем та закритими порожнинами, що примикають до бічної поверхні, заповненими легуючим мікро- або нанодисперсним порошком. Порожнини мають форму кільцевих канавок, утворених при обертанні навколо осі електроду трапеції, з верхньою великою основою і нижньою меншою основою, які нахилені до горизонтальної лінії під гострим кутом  $\alpha$ . Дальня від осі обертання сторона цієї трапеції паралельна осі обертання, і її експериментально встановленадовжина l відповідає умові:

$$0,18 R_0 < l < 0,2 R_0$$

де  $R_0$  – зовнішній радіус циліндру витрачуваного електроду.

Довжина більшої основи трапеції складає від 0,3  $R_0$  /cos( $\alpha$ ) до 0,43  $R_0$ /cos( $\alpha$ ). Ближня до осі обертання бічна сторона трапеції нахилена до горизонтальної лінії під гострим кутом  $\varphi$ , який дорівнює куту природного укосу легуючого порошку. При цьому кут  $\alpha$  менше кута  $\varphi$ , принаймні, в 3,8 разу. Для двох нижніх сусідніх канавок у вертикальному перетині витратного електроду, ближня до осі вершина нижньої основи трапеції нижньої канавки і дальня від осі вершина нижньої основи трапеції верхньої канавки знаходяться на лінії, яка відповідає залежності:

$$z=\frac{\beta}{R_0}r^2,$$

де z i r, відповідно, вертикальна і горизонтальна координати точок витрачуваного електроду, при розташуванні початку координат на його осі в нижній точці плавлення, β – безрозмірна константа, яка визначається експериментально.

Відстань між двома будь-якими сусідніми канавками дорівнює відстані між двома нижніми сусідніми канавками.

Конструкція електроду, описаного в [56], дозволяє отримати сплав ДЗО сталі з більш рівномірним порівняно з [55] розподілом легуючого порошку.

Але недоліком цього електроду є те, що його конструкція призводить до того, що розплав з наночастинками легуючого порошку в процесі електродугового переплаву потрапляє в центр утвореної структури в процесі плавлення, де потоки направлені вгору і виносять мікрочастинки на стінки кристалізатора. Це призводить до втрат коштовного легуючого порошку.

У цих роботах [50–54] при отриманні ДЗО сталі 08Х18Н10Т розглянуті питання гомогенізації частинок оксиду цирконію в конвективній циліндричній комірці з неплоским профілем дна і вільними граничними умовами на верхній межі розплаву. Для вирішення поставленого завдання запропоновано конструкцію катода вакуумної дугової печі, що забезпечує рівномірне і поступове надходження нанодисперсного порошку діоксиду цирконію в об'єм розплавленого металу, розроблено методику визначення конструктивних параметрів катода, при яких забезпечуються вільні граничні умови на дні конвективної структури в розплаві металу, що містить нанодисперсні частки порошку діоксиду цирконію. Розроблену методику моделювання теплофізичних процесів в елементарній конвективній комірці адаптовано до випадку вільно-конвективної течії в розплаві металу, що має циліндричну форму з неплоским дном, яка відповідає поверхні розділу фаз. Для розглянутих елементарних конвективних комірок описано просторовий розподіл конвективного масоперенесення рідкого металу в розплаві при наявності неплоского профілю дна комірки, і визначено розміри частинок нанодисперсного порошку ZrO<sub>2</sub>, при яких відбувається їх просторова гомогенізація.

Однак, в роботах [51–54] розглянуто виготовлення ДЗО сталі 08Х18Н10Т у випадку великої кількості доданої дисперсної фази (≥0,3 мас. %), коли в об'ємі розплавленого металу реалізуються граничні умови, що відповідають випадку відсутності тертя рідини о стінки і втрати порошка оксиду на стінки кристалізатора не впливають на якість зливку.

У випадку виготовлення ДЗО сталі 08Х18Н10Т з малою кількостю доданої дисперсної фази (0,2 мас. %), в об'ємі розплавленого металу відбувається тертя рідини о тверді стінки і втрати порошка оксиду на стінки кристалізатора можуть суттево впливати на якість ДЗО сталі.

Тому в дисертаційній роботі з метою рівномірного та безвтратного розподілу мікро- і наночастинок легуючої добавки розгянуто вдосконалення процесу вакуумно-дугового переплаву сталі з малою кількостю доданої дисперсної фази, коли об'ємі розплавленого металу формується конвективна структура з твердими границями.

Одним з основних елементів установки вакуумно-дугового переплаву циліндричної заготовки сталі є мідний кристалізатор, функція якого полягає в охолодженні металевого розплаву проточною водою, що контактує ззовні з бічною поверхнею та дном циліндричного кристалізатора. Тому процесс охолодження злитка є дуже важливим, оскільки він формує нижню границю ЦКС, яка в процесі охолодження пересуває ЦКС вгору. Тому харктеристики процесу формування та пересування нижньої межі ЦКС потребують детального обчислення.

В силу того, що охолодження злитка, що формується, в основному відбувається через бічні поверхні, іноді [59] в математичній моделі даного процесу враховувають інформацію про температуру бічної поверхні злитка, як зони найбільшого градієнта температур. Таким чином, для адекватного опису процесу утворення злитка в кристалізаторі треба розв'язувати просторову задачу теплопереносу. Для побудови спряженої задачі, тобто задачі, яка детально розглядає процеси як в кристалізаторі, так і в злитку, необхідно теплові потоки на границі «злиток – стінка кристалізатора» визначати з урахуванням властивості суміші, що утворює шлак. Таке визначення дозволило виключити з формулювання задачі такі характеристики, як величина теплового потоку або коефіцієнт теплопередачі, які залежать від багатьох факторів.

Для знаходження розподілу температур в області затвердіння використаний варіаційний принцип локального потенціалу [58]. Розв'язок поставленого завдання знайдено шляхом визначення функції, що мінімізує фунціонал, записаний на підставі диференціального рівняння нестаціонарної теплопровідності для циліндра [59].

З огляду на ряд припущень в [60] вирішена задача нестаціонарної теплопровідності для полого циліндра. Використовуючи умову Стефана, математично описаний процес зростання кристалічного тіла, яке формує нижню межу ЦКС, в часі. Розроблено методику визначення розмірів твердого тіла циліндра в залежності від часу.

В роботі [61] аналітичними методами досліджується рух фронту затвердіння в виливницях зі зворотньою конусністю. За результатами розрахунку побудовані графіки положення фронту затвердіння на фіксовані моменти часу. Зазначено, що рух фронту затвердіння поблизу верхнього кута конуса відбувається швидше, ніж у бічної стінки і дна виливниці.

Таким чином, виходячи з вищенаведеного огляду літератури можно зробити висновок, що в процесі вакуумно-дугового переплаву сталі в мідному кристалізаторі формується ЦКС зі змішаними граничними умовами. Охолоджений проточною водою металевий розплав, що формує ЦКС, контактує ззовні з бічною поверхнею та дном циліндричного кристалізатора, створює нижню границю ЦКС, яка в процесі охолоджненя пересуває ЦКС вгору. При цьому поперечний переріз нижньої гранці ЦКС може бути або плоским, або мати переріз, близький до конічного або сінусоідального.

Тому, в даній дисертаційній роботі поставлено задачу конвективного процесу в ЦКС з плоскими та неплоскими поперечними перерізами нижної границі, та описану впливу форми перерізу на характеристики ковективного руху розплавленого металу в ЦКС. При цьому певний інтерес представляє теоретичне дослідження впливу наявності або відсутності тертя рідини на верхній і нижній межі ЦКС.

Більш докладно розгляд поставленого завдання представлено в наступних розділах дисертаційної роботи.

1.2 Формування конвективних структур в шарі рідини, що розташована між двома теплопровідними масивами та підігрівається знизу

Теплову конвекцію в рідкому шарі почав вивчати в 1797 році англійський фізик Б. Румфорд. Він відкрив, і дослідив явище конвекції в газах і рідинах [62].

Джеймс Томсон в експериментах з шарами мильної води, охолоджуваною зверху, показав формування шестикутних структур (стільникових структур в емульсіях) [63]. Однак ці результати, що стосуються формування шестикутних структур, залишилися непоміченими іншими авторами в подальших дослідженнях.

Більш грунтовно формування конвективних структур описано в роботах французького дослідника Андрі Бенара. У 1900 році він вперше експеріментально продемонстрував початок теплової конвекції, і подальше формування багатокутних, в тому числі шестикутних структур (гексагонів), в шарі розплавленого спермацету (китова олива) – дуже в'язкої, воскоподібної речовини, яка плавиться при температурі 53– 54 °C [64, 65].

На рис.1.1 показана репродукція однієї з оригінальних світлин Бенара, на якій зображена тіньова фотографія комірок Бенара в спермацеті.



Рис. 1.1. Комірки Бенара в спермацеті. Репродукція тіньової фотографії комірок Бенара (1900 р.) [64, 65].

Умови експерименту були наступні: горизонтальний шар спермацету товщиною близько міліметра був розташований на гарячій металевій плиті. Верхня межа рідини перебувала в контакті з повітрям, температура якої була нижча за температуру плити. Таким чином, шар рідини був розташований між двома теплопровідними масивами: охолоджуючим повітрям зверху та гарячою металевою плитою знизу.

В результаті експерименту Бенар виявив, що при збільшенні температури плити шар рідини переходить в нестійкий стан, його поверхня спочатку покривається сітчастим візерунком, а потім на ній утворюються комірки, які з вигляду нагадують бджолині стільники, названі згодом комірками Бенара. У центрі кожного з комірок рідина рухається вгору, а по краях вниз. Бенар виділяв дві послідовні фази в розвитку стільникової структури: початкову і конвективну.

У початковій фазі, досить нетривалої і нерегулярної, комірки стають опуклими багатокутниками з числом сторін від чотирьох до семи. Потім, у міру встановлення конвективного режиму (друга фаза), виникають стійкі, об'ємні багатокутні (шестигранні) комірки у вигляді правильних прямокутних призм. На основі цих експериментів Бенар зробив висновок про те, що в горизонтальному шарі в'язкої, нестисливої рідини при певному вертикальному градієнті температур можуть виникати правильні прямокутні шестигранні, а можливо і з меншою кількістю граней, структури. Однак Бенар не зміг теоретично обгрунтувати свої спостереження.

Згодом, цей феномен теоретично зміг пояснити в 1916 році лорд Релей [66].

У своїй роботі він показав, що виникнення теплової конвекції залежить від прискорення сили тяжіння, глибини шару рідини, вертикального градієнта температури, коефіцієнтів об'ємного розширення, температуропровідності і кінематичної в'язкості, що більш детально описано в наступному розділі.

Комірки Бенара – впорядковані у вигляді комірок у формі правильних шестигранних структур (з вертикальною віссю симетрії), або циліндричних валів (з горизонтальною віссю симетрії) конвективні потоки в шарі в'язкої, нестисливої рідини з вертикальним градієнтом температури.

1.3 Нестікість в горизонтальних шарах в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівають знизу. Задача Релея з твердими границями

Проблема дослідження розвитку нестійкості в гідродинаміці привертає увагу фізиків вже протягом більше століття. В цьому напрямку досліджень опубликовано багато монографій, невеликою часткою яких є [67–75].

Основне питання дослідження полягає в тому, щоб пояснити, як повністю розупорядковані системи в стані теплової рівноваги, будучи виведеними з стану теплового рівноваги, можуть перейти в стан з високим ступенем впорядкованості. Для з'ясування цього було проведено велику кількість експериментів щодо розгляду властивостей поверхні рідини, і процесу формування конвекції Бенара [76–80].

Виникнення комірок Бенара є прикладом упорядкування в шарі рідини, а саме впорядкування є результатом розвитку конвективної нестійкості.

Розглянемо процес розвитку конвективного нестійкості більш докладно.

Нехай існує горизонтальний шар нестисливої, в'язкої рідини нескінченної протяжності [67, 68].

Знизу його підігрівають так, щоб підтримувався вертикальний температурний градієнт. Цей градієнт, записаний у відповідних безрозмірних одиницях, пропорційний числу Релея Ra. Поки число Релея не надто велике, рідина знаходиться в стані спокою, а тепло переноситься за рахунок теплопровідності. Однак, якщо Ra перевершує деяке певне значення, в рідини, досить швидко, в порівнянні з характерними часом існування конвективних структур, виникає конвективний рух. Конвективні структури досить регулярні, і можуть формуватися з багатокутних (до семи вершин), гексагональних, або валикових елементів. Шестикутники на поверхні рідини являють собою вид зверху конвективних шестикутних прямокутних призм - комірок. Рідина піднімається в центрі комірки і опускається біля її зовнішніх кордонів. В газоподібних середовищах конвективний рух має протилежний напрямок [81].

Задача дослідження полягає в поясненні механізму переходу «хаос– порядок», а також в прогнозі форми комірок, і поясненні стійкості їх стану [82– 84].

Для опису процесу такого переходу необхідно розглянути задачу про лінійну стійкість гідродинамічної системи з урахуванням гравітації, в'язкості, нестисливого середовища і при наявності постійного градієнта температури.

Наведемо геометрію розглянутої Релеем задачі [66, 67].

Нехай горизонтальний нескінченний шар рідини розташований так, що вісь z спрямована вгору перпендикулярно до кордонів шару z = 0 і z = h. Розподіл температури всередині шару  $T_0(z)$  задано, таким чином, що температура нижньої межі вище температури верхньої:  $T_0(0) = T_2$ ,  $T_0(h) = T_1$ ,  $(T_2 > T_1)$ . Для спрощення розрахунків в [67, 68] передбачається, що в стані рівноваги залежність температури шару від координати z описується лінійною функцією

$$T_0(z) = -\frac{\Theta}{h}z + T_2, \qquad (1.1)$$

де  $\Theta = T_2 - T_1 > 0$  - різниця температур між нижньою і верхньою площинами шару.

Поведінка малих збурень рівноважного стану описується системою рівнянь, що складається з рівняння Нав'є–Стокса, рівняння енергії і рівняння безперервності записаних в наближенні Бусінеска в безрозмірному вигляді [67]

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{\mathbf{v}}}{\partial t} = -\nabla p + \Delta \vec{\mathbf{v}} + RaT \vec{e}_z \\ \Pr \frac{\partial T}{\partial t} - (\vec{\mathbf{v}} \vec{e}_z) = \Delta T \\ div \ \vec{\mathbf{v}} = 0, \end{cases}$$
(1.2)

де  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\vec{\nabla}$  – оператор градієнта;  $Ra = \frac{g\beta\Theta h^3}{v\chi}$  – число Релея; g – прискорення вільного падіння, що направлено проти осі z;  $P = \frac{v}{\chi}$  – число Прандтля; v и  $\chi$  – коеффіцієнти кінематичної в'язкості і температуропровідності рідини відповідно;  $\beta$  – коефіцієнт об'ємного температурного розширення рідини;  $\vec{\nabla} = (\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z), p, T$  – малі збурення швидкості, тиску і температури відповідно;  $\vec{e}_z$  - одиничний вектор, спрямований уздовж осі z.

Для приведення системи рівнянь (1.2) до безрозмірного вигляду використані наступні одиниці виміру: одиниця довжини — товщина шару h; одиниця часу —  $\tau = h^2 v^{-1}$ ; одиниця температури —  $\Theta$ .

Система рівнянь (1.2) описує "нормальні" збурення у в'язкому шарі рідини, що підігрівається знизу. Вона повинна бути доповнена граничними умовами на верхній і нижній межах шару.

Сформулюємо граничні умови. Таких умов може бути два вида: при відсутності тертя рідини о границю (вільна поверхня) та при наявності тертя о стінку, що обмежує об'єм рідини (тверда границя). Дотримуючись Релея [66], будемо вважати, що границі шару вільні, тобто на них зникають дотичні напруження. Також вважаємо, конвективні збурення, що виникають, не призводять до значних викривлень границь, і їх можна вважати плоскими. У цьому випадку граничні умови для збурень проекцій швидкості полягають у рівності їх нулю:  $v_x = v_y = v_z = 0$  [85].

Виходячи з вимоги відсутності дотичних напружень на границях, і з рівняння безперервності, граничні умови для  $v_x$  і  $v_y$  можуть бути певним способом зведені до граничних умов для вертикальної компоненти швидкості  $v_z$ [67].

Граничні умови для збурення температури *T*, з огляду на вимоги підтримання сталості температури на границях шару, зводяться до вимоги рівності її на границях шару нулю.

Таким чином, на вільних границях граничні умови для збурення швидкості і збуреної температури мають вигляд [67]

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{z} &= 0 \big|_{z=0} , \frac{\partial^{2} \mathbf{v}_{z}}{\partial z_{2}} = 0 \big|_{z=0} , T = 0 \big|_{z=0} , \\ \mathbf{v}_{z} &= 0 \big|_{z=h} , \frac{\partial^{2} \mathbf{v}_{z}}{\partial z_{2}} = 0 \big|_{z=h} , T = 0 \big|_{z=h} . \end{aligned}$$
(1.3)

Як показав Релей, в шарі рідини з вільними граничними умовами можна отримати простий і точний розв'язок крайової задачі.

Інший вид граничних умов – в задачах з твердими границями виникає тоді, коли на нижній і верхній границях шару існують дотичні напруження [67].

Граничні умови для збурення температури, а також для значення збурення вертикальної компоненти швидкості в задачі Релея з твердими границями обрані такими ж, що і в разі вільних границь, тобто ці значення дорівнюють нулю. В силу тертя рідини о тверду границю перша похідна вертикальної компоненти швидкості по вертикальній координаті на границях шару також дорівнює нулю [67].

Таким чином, для опису конвективних процесів в шарі в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу, з твердими границями необхідно використовувати систему рівнянь (1.2), але з граничними умовами

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{z} \big|_{z=0} &= 0, \frac{\partial \mathbf{v}_{z}}{\partial z} \big|_{z=0} = 0, T \big|_{z=0} = 0, \\ \mathbf{v}_{z} \big|_{z=h} &= 0, \frac{\partial \mathbf{v}_{z}}{\partial z} \big|_{z=h} = 0, T \big|_{z=h} = 0. \end{aligned}$$
(1.4)

Система рівнянь (1.2) і граничні умови (1.3), (1.4) однозначно визначають спектри рівноважних станів шару в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу. Ці спектри описують структури, що складаються з конвективних валів або правильних багатокутників [67, 68, 70, 86, 87].

Система рівнянь (1.2) з вільними граничними умовами (1.3) має простий точний розв'язок, яке дозволяє описати характерні особливості проблеми. Однак, з експериментальної та теоретичної точок зору, значний інтерес представляє дослідження стікості шару нестисливої, в'язкої рідини, що підігрівається знизу, з твердими границями.

В літературі для задачі Релея з твердими границями не наводиться аналітичний розв'язок. Тому до теперішнього часу задача про конвективний тепломасопереніс в шарах в'язкої нестисливої рідини що підігрівається знизу при наявності твердих границь вирішувалися тільки із застосуванням числових методів [66, 67, 85, 87].

Таким чином отримання аналітичного розв'язку такої задачі затребуване, тому що дозволяє описати просторовий розподіл збурення швидкосты і температури функціональними залежностями, які враховують параметри системи. Так, наприклад, аналітичний розв'язок задачі Релея з твердими границями може бути використаний для дослідження конвективних течій в горизонтальному шарі в'язкої, нестисливої рідини, що підігріваеться знизу, розташованого між двома теплопровідними масивами. Наявність масивів, що обмежують шар, є більш реалістичною постановкою задачі, в порівнянні з задачею з вільними межами. Це пояснюється тим, що в деяких технологічних процесах існує потреба регулювання теплопередачі від одного масива до іншого. В цьому сенсі керування властивостями рідкого теплопровідного прошарку між цими масивами якраз і дозволяє здійснювати регулювання такої теплопередачі [86, 88].

1.4. Висновки до розділу 1

Перераховані основні способи виробництва конструкційних сталей. Описані важливі етапи вакуумно–дугової плавки спеціальних сталей за допомогою електродугової печі. Визначено основні етапи виготовлення ДЗО сталей як методами порошкової металургії, так і методом вакуумно–дугового переплаву.

Вказано на те, що експериментальні і теоретичні дослідження щодо визначення характерних параметрів ЦКС проводилися лише для випадку вільних граничних умов на її границях, тому необхідно дослідити вплив легуючої домішки на вид граничних умов в задачі гомогенізації легуючої домішки при виготовленні дисперстно-зміцненних оксидами сталі.

Наведено постановку задачі Релея для дослідження конвективної нестійкості в горизонтальних шарах в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу, з твердими границями. Вказано на те, що такі задачі раніше розв'язувалися лише чисельними методами, що не дозволяє зробити аналіз аналітичних розв'язків задач. Тому необхідно отримати розв'язки задачі Релея з твердими границями в аналітичному вигляді і дослідити їх на стійкість.

На основі аналітичного розв'язку задачі Релея з твердими границями для оцінки теплопереноса між границями шару необхідно знайти залежність числа

Нуссельта від числа Релея для в'язкиїх нестисливих рідин в режимах повзучої і ламінарної конвективнимх течій для циліндричних конвективних структур.

Також постає питання експериментально і теоретично визначити вплив виду граничних умов на діаметр циліндричної конвективної структури.

Різна кількість легуючої домішки істотно впливає на фізичні процеси на границях шару розплавленого металу та поблизу стінок кристалізатора при вакуумно-дуговому переплаві сталі. Тому питання, пов'язані з впливом поверхневого натягу на вільній поверхні ЦКС, необхідно дослідити.

Зазначено, що запропонована раніше конструкція катоду вакуумнодугової печі для виплавки дисперсно-зміцнених оксидами сталей не приводить до поліпшення гомогенізації легуючої домішки за рахунок конвективного тепломасопереносу у випадку її малої процентної кількості. Тому необхідно дослідити питання зі зміною конструкції катоду вакуумно-дугової печі для виплавки дисперстно-зміцнених оксидами сталей і визначити розмір частинок легуючої домішки, при яких буде спостерігатися рівномірне і безперервне надходження порошку в розплав сталі.

В цілому розділ 1 має оглядовий характер і присвячений узагальненню наявних теоретичних і експериментальних результатів в даній області, що дозволило провести їх критичний аналіз, сформулювати мету і завдання дисертаційного дослідження, і визначити невирішені задачі в цьому напрямку.

### **РОЗДІЛ 2**

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ФОРМУВАННЯ КОНВЕКТИВНИХ СТРУКТУР З ТВЕРДИМИ ГРАНИЦЯМИ

2.1 Основні завдання з експериментального дослідження формування конвективних структур

Вивчення фізичних процесів, пов'язаних з формуванням конвективних структур в шарах рідини, що підігріваються знизу, в умовах, коли границі шару контактують з рідкими або газоподібними середовищами (вільні поверхні) або твердими тепловідвідними масивами (тверді границі) є важливим завданням. У таких шарах при певних геометричних розмірах і параметрах рідини можливе утворення конвективних просторово–періодичних структур.

Процес утворення таких просторово–періодичних структур обумовлений нездатністю середовища забезпечити необхідне перенесення тепла з нижньої межі на верхню тільки за рахунок теплопровідності, внаслідок чого виникає впорядкований конвективний рух рідини, викликаний силою плавучості – різницею сили Архімеда і сили тяжіння [68].

Для експериментального дослідження конвективних структур в шарі в'язкої нестисливої рідини, що підігрівається знизу розташованої між двома твердими горизонтальними тепловідвідними масивами необхідно вирішити такі завдання:

1. Спроектувати і виготовити експериментальну установку;

2. Визначити види в'язких, нестисливих рідин, які на виготовленому експериментальнії установці демонструють виникнення конвективного масопереносу;

3. Експериментально визначити товщину шару рідини, температуру нагрівання дна ємності, і вид доданої дрібнодисперсного фази, при яких виникають довгоживучі конвективні структури у вигляді ЦКС; 4. Теоретично описати отримані конвективні структури, і визначити параметри, що впливають на порушення їх стійкості;

5. Узагальнити отримані експериментальні результати, і порівняти їх з експериментальними даними інших дослідників;

6. Застосувати отримані результати для опису тепломассопереноса в технологічних процесах виготовлення спеціальних конструкційних сталей.

Метою даного розділу є експериментальне дослідження зародження і розвитку стійких конвективних структур в горизонтальному шарі в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу, з твердими (верхньою і нижньою) або змішаними (верхня межа вільна, нижня - тверда) границями.

2.2 Експериментальна установка з вивчення формування конвективних структур і опис експериментів

Дослідження умов появи та існування конвективних структур проводивсяна кспериментальній установці. Її схему наведено на прис. 2.1:



Рис. 2.1 Схема експериментальної установкиа) тверда границя; б) змішані границі:

1 – електрична піч; 2 – регулятор температури (змінний опір, реостат);
3 – мідна плита; 4 – термопара с електронним оцифровуванням;
5 – емність з вакуумною оливою; 6 – термопара с електронним оцифровуванням;
7 – пластина зі скла.

Експериментальна установка являє собою мідну металеву плиту, яка знизу підігрівається електричної піччю з регульованою температурою нагріву. Регулювання температури здійснювалося за допомогою змінного електичного опору. Температура верхньої поверхні мідної плити контролювалася термопарою з електронним оцифровуванням, точність вимірювання ± 1 °C. Температура верхнього масиву (тверда границя) або поверхні рідини (вільна поверхня) контролювалася другою термопарою з електронним оцифровуванням з такою ж похибкою вимірювань.

Циліндрична емність заповнювалась оливою та рівномірно підігрівалось дно, за допомогою електричної печі. Конвективні структури формувалися в емності, наповненою оливою, з додаванням в оливу невеликої кількості дисперсної домішки для візуалізації процесу. У експериментах було показано, що в тонкому шарі оливи при певній температурі дна емності утворюються одиничні структури циліндричної форми. Усередині кожної структури олива піднімалась вгору та опускалась вниз по її зовнішній границі.

У звичайних умовах конвективні структури не помітні. Тому в класичних експериментахз дослідження комірок для візуалізації процесу в спермацет (кашалотова олива) або парафін додавав порошкоподібний алюміній або графіт [66, 67].

У даній роботі для проведення дослідів в якості в'язкої, нестисливої, в'язкої рідини використовувалась вакуумна олива ВМ–5 з додаванням алюмінієвої пудри в кількості 0,005 г на 2 мл оливи.

Технічні характеристики вакуумної оливи ВМ–5 по нормам ГОСТ (ТУ) наведені в таблиці 2.1.

Олива розташовувалася в циліндричній металевій склянці діаметром 56 мм з висотою стінки 2 мм. Товщина шару масла вибиралася емпірично, і дорівнювала h = 1 мм. Рівномірний підігрів дна ємності здійснювався електричною піччю

Щільність при 20 °С, г/см <sup>3</sup>	не більш 0.8750
Кінематична в'язкість, мм <sup>2</sup> /с, при 50°С, не нижче	
	42
Температура спалаху, що визначається у відкри-	
тому тіглі, °С, не нижче	250
Температура застигання, °С	не вище 12
Вміст води, %	відсутній
Вміст механичних домішок, %	відсутній
Вміст водорозчинних кислот і лугів, %	відсутній
Масова доля золи, %	не більш: 0.01
Тиск насичених парів при 20 °С, Па	не більш: 2.7×10 <sup>-5</sup>
Пружність парів при 20 °С, Па (мм.рт.ст.),	не вище 4.0×10 <sup>-7</sup> , (3.0×10 <sup>-9</sup> )
Температура кипіння, при якій пружніст парів	
дорівнює 1,33 Па (1×10 <sup>-2</sup> мм.рт.ст.), °С	170-180
Колір, од. ЦНТ, не більш	безбарвний
Запах	відсутній

Таблица 2.1 Технічні характеристики вакуумної оливи ВМ-5

В результаті проведених експериментів було показано, що в тонкому шарі масла при підігріві знизув процесі підвищення температури формуються циліндричні структури, які потім об'єднуються, і утворюють протяжні доріжки, що в в кінці кінців переходять в комірки Бенара.

Вид окремих комірок і вид утворених з них доріжок, отримані автором цієї роботи, не відрізнялися від отриманих в експериментах інших авторів.

Типовий вид конвективних комірок, розташованих між двома теплопровідними масивами, показаний на рис. 2.2.



Рис. 2.2 Вид конвективних комірок, розташованих між двома теплопровідними масивами [85].

2.3 Однофазні суспензії рідини, як умова реалізації твердих граничних границь

Для експериментального дослідження зародження і розвитку конвективних структур з твердими або змішаними граничними умовами необхідно надати рідині властивості однофазної суспензії [89]. Це дозволяє, з одного боку, візуалізувати процес, а з іншого - забезпечити тертя рідини о тверді границі. Однофазність суспензії необхідна для того, щоб прикордонний шар рідини на нижній межі ємності не був вільним дисперсійним середовищем і, в певному сенсі, не був мастилом для другої фази – суспензії, а мав такі ж властивості, що й основна маса рідини. Така умова накладає певні вимоги на розміри частинок дисперсної фази [89]:

 – або розмір часток дисперсної фази повинен бути досить малим (порядку товщини поверхневої плівки рідини), зводячи, таким чином, товщину прошарків вільного дисперсійного середовища до мінімуму;

 – або об'ємний вміст твердих частинок дисперсної фази має бути значно менше їх граничного об'ємного змісту, забезпечуючи максимальну товщину прошарків вільного дисперсійного середовища.

В експериментах [1, 8, 12, 14] перша була виконана за рахунок використання в якості однофазного в'язкого середовища вакуумної оливи ВМ–5 з додаванням до нього, для візузації процесу, певної кількості (50 – 100 мг на 2 мл оливи) масляної фарби білого кольору. Розмір частинок такої фарби досить малий – менше 15 мкм (ГОСТ 11826-77), що менше товщини прикордонного шару оливи і сприяє формуванню однофазної рідини.

Друга вимога може бути виконана додаванням в вакуумну оливу алюмінієвої пігментної пудри ПАП-1, яка являє собою тонкоподрібнені частки алюмінію пластинчастої форми, середня товщина пластин якої становить приблизно 0,25 – 0,50 мкм, а середній лінійний розмір 20 – 30 мкм (ГОСТ 5494 – 95) в таких малих кількостях, що візуалізація ще можлива, а в'язкість суспензії відповідає в'язкості дисперсійного середовища.

Для підтвердження наведених вище умов щодо реалізації однофазного середовища були проведені досліди з вищезазначеними дисперсними фазами.

На рис. 2.3, 2.4 наведені отримані на мікроскопі МБС-9 мікрофотографії вакуумної оливи ВМ–5 з додаванням в 2 мл оливи масляної фарби в кількості 0,05 г (рис. 2.3) або алюмінієвої пігментної пудри ПАП-1 в кількості 0,005 г (Рис. 2.4).

Аналіз фотографій вказує на те, що в разі доданої в вакуумну оливу масляної фарби прошарки у вигляді вільного дисперсійного середовища відсутні (див. рис. 2.3), в той час, як в просторовому розподілі частинок алюмінієвої пудри спостерігаються прошарки вільного дисперсійного середовища товщиною близько 0,3–0,5 мм (див. рис. 2.4).

З проведених експериментів випливає, що додавання у в'язку нестисливу рідину малої кількості дисперсної фази (0,02 мас.%), може утворювати на границі конвективної структури, що стикається з твердою поверхнею на якій відбувається, як тертя рідини о стінку, так і її проскальзування.

Зокрема встановлено, що якщо розмір часток дисперсної фази менше або становить порядок товщини прикордонного шару дисперсного середовища, то рідина є однофазною, і о дно ємності відбувається тертя рідини. В подальшому цей вивод важливий для визначення виду граничних умов при вирішенні задачі гомогенізації легуючої домішки при виготовленні дисперсно-зміцнених оксидами сталей.



Рис. 2.3 Розподіл часток масляної фарби у вакуумній оливі, збільшення ×42



Рис. 2.4 Розподіл часток алюмінієвої пудри в вакуумній оливі, збільшення ×42

2.4 Експериментальне дослідження формування конвективних струкутр в оливі з додаванням масляної фарби

У дослідах використовувалося 2 мл вакуумної оливи ВМ–5 з додаванням масляної фарби в кількості 0,05 г, або алюмінієвої пігментної пудри в кількості 0,005 г.

Циліндрична ємність заповнювалася оливою, товщина шару якої вибиралася емпірично і дорівнювала 1,0 мм. Після цього ємність накривалася скляною кришкою так, щоб вона стикалася з оливою. Дно ємності рівномірно підігрівалося електричною піччю, в результаті чого його температура піднімалася до рівня  $140 \pm 1$  °C.

В ході проведення експериментів показано, що в тонкому шарі оливи при підігріві знизу починають утворюватися відокремлені структури циліндричної форми, які за аналогією з [90, 91] будемо називати елементарними. Усередині кожної структури олива піднімалася вгору, а на її зовнішньому кордоні опускалася вниз. На рис. 2.5 показані фотографії циліндричних конвективних структур в вакуумній оливі з додаванням масляної фарби. Їх кількість зі збільшенням температури дна циліндричної ємності від 82 °C до 110 °C зростає, починаючи від однієї – двох структур і закінчуючи щільною упаковкою їх в ємності зі зміною циліндричної форми на призматичну. В результаті видно, що на поверхні оливи утворюються багатокутники, що формують, в кінці кінців, впорядковану гексагональну структуру у вигляді комірок Бенара. Виміряний діаметр конвективних структур становив 2,4–2,5 мм.



Рис. 2.5 Зміна кількості ЦКС в оливі з додаванням масляної фарби при зміні температури верхньої межі оливи і дна ємності:

a) - 81 °C i 91 °C; б) - 85 °C i 96 °C;
в) - 92 °C i 110 °C; г) - 97 °C i 110 °C.

2.5 Експериментальне дослідження формування конвективних структур в оливі з додаванням алюмінієвої пудри

В експериментах з алюмінієвою пігментною пудрою циліндрична ємність заповнювалася оливою, товщина шару якої вибиралася емпірично і дорівнювала 1 мм. Рівномірний підігрів дна ємності здійснювався електричною піччю. У цих експериментах температура дна ємності піднімалася до  $130 \pm 1$  °C. Тут так само, як і у випадку з додаванням масляної фарби, зароджувались циліндричні конвективні структури. Рух рідини всередині кожної структури, і перехід роз-

ташування конвективних структур в упорядкований стан повторювали рух і перехід попереднього експерименту.

На рис. 2.6 показані фотографії циліндричних конвективних структур в вакуумній оливі з додаванням алюмінієвої пудри. Виміряний діаметр конвективних структур варіювався в інтервалі 2,6 - 2,7 мм.



Рис. 2.6 Зміна кількості ЦКС у вакуумній оливі з додаванням алюмінієвої пудри при зміні температури верхньої межі масла і дна ємності: a) – 84 °C і 113 °C; б) – 87 °C і 118 °C;

На рис. 2.6 у верхньому лівому куту, для більшої наочності, виділені прямокутні області, в яких показано, як відбувається зародження циліндричних структур: спочатку їх 3–5 одиниць, потім - 5–6 одиниць, а на останніх знімках - від 10–12 до 20 одиниць. Видно, що структури мають циліндричну форму, і розділені прошарками нерухомого масла певної товщини.

2.6 Висновки до розділу 2

Сформульовано основні завдання з експериментального дослідження формування конвективних структур у розташованому між двома твердими горизонтальними теплопровідними масивами шарі в'язкої нестисливої рідини, що підігрівається знизу [1]. Створено експериментальну установку для дослідження формування конвективних структур[1, 16].

Вперше експериментально показано, що при додаванні у в'язку нестисливу рідину малої кількості дисперсної фази (0,02 мас.%), можна утворювати на границі конвективної структури, умови, що відповідають, як тертю рідини о стінки, так і її проскальзуванню. Зокрема встановлено, що якщо розмір часток дисперсної домішки менше або становить порядок товщини прикордонного шару дисперсного середовища, то рідина є однофазною, і на дні ємності не відбувається проскальзування рухомої рідини по прошарку чистої оливи. Це важливо для визначення виду граничних умов при вирішенні задачі гомогенізації легуючої домішки в процесі виготовлення дисперсно-зміцнених оксидами сталі [2, 9, 16].

Вперше показано, що в шарі в'язкої, нестисливої рідини з твердими границями що підігрівається знизу, починаючи з певної температури, з'являютьсяоднакові циліндричні конвективні структури, число яких із збільшенням температури дна ємності зростає від однієї–двох до такої кількості, коли спостерігається формування впорядкованої структури у вигляді комірок Бенара [9, 16].

#### РОЗДІЛ З

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСУ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ КОНВЕКТИВНІЙ СТРУКТУРІ ПРИ НАЯВНОСТІ ТВЕРДИХ ГРАНИЦЬ

3.1 Система вихідних рівнянь

Задача Релея про стійкість шару в'язкої нестисливої рідини з вільними границями, що підігрівається знизу, має аналітичний розв'язок, який описує характерні особливості процесу. Однак, вільні границі шару не дозволяють врахувати все різноманіття граничних умов,яке зустрічається в реальних пристроях. До такого різноманіття можна віднести або шари рідини, що контактують з двома твердими теплопровідними масивами (тверді стінки), або шари, одна з меж яких (верхня) контактує з повітрям (вільна поверхня), а друга (нижня) – з твердим теплопровідним масивом. В першому випадку мова йдеться про задачі з твердими границями (на яких записуються граничні умови одного й того ж вигляду), а в другому – зі змішаними граничним умовами.

Задачі Релея з твердими або змішаними граничними умовами представляють значно більший практичний інтерес, в порівнянні з вільними граничними умовами, тому що їх розв'язання дозволяє здійснювати керування тепломасопереносом через шари рідини за рахунок зміни фізиних властивостей теполопровідних масивів.

У певних умовах процеси в таких системах обумовлені конвекцією, а її візуальним проявом є конвекція Релея–Бенара.

Конвекція Релея–Бенара в шарі рідини, що розташована між теплопровідними масивами, дає широкі можливості для дослідження процесів самоорганізації, які полягають в довільному виникненні упорядкованих просторових структур [67, 68, 70, 92]. Як описано в розділі 1, механічна рівновага нерівномірно нагрітого по висоті шару рідини може виявитися стійкою або нестійкою. Рівновага стійка, якщо всі амплітуди збурень фізичних параметрів з часом загасають [85].

Якщо ж амплітуди збурення швидкості і температури з часом наростають, то рівновага є нестійкою. Збільшення амплітуд таких збурень з часом призведе до того, що механічна рівновага буде остаточно порушена, і в шарі рідини буде розвиватися конвективний рух.

Для дослідження стійкої рівноваги рідини зазвичай вивчають поведінку в часі не таких параметрів рідини як швидкість, тиск, температурв, тощо, а їх збурень. Тобто вважають, що просторовий розподіл температури і тиску відрізняються від рівноважного стану, і може бути представлеий у вигляді:  $T_0 + \tilde{T}$ ,  $p_0 + \tilde{p}$ , де  $\tilde{T}$  і  $\tilde{p}$  – збурення температури і тиску відповідно. Відхилення температури і тиску від рівноважних розподілів  $T_0$  и  $p_0$  приводить до конвективного руху зі швидкістю  $\vec{v}_1$ . Будемо розглядати систему рівнянь Навье–Стокса, енерії і нерозривності у наближенні Буссінеска для збурень, яка згідно [67] має вигляд

$$\frac{\partial \vec{\mathbf{v}}_{1}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{0}} \nabla \tilde{p} + \nu \Delta \vec{\mathbf{v}}_{1} + g \beta \tilde{T} \vec{e}_{z},$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \vec{\mathbf{v}}_{1} \nabla \tilde{T} = \chi \Delta \tilde{T},$$

$$\operatorname{div}(\vec{\mathbf{v}}_{1}) = 0,$$
(3.1)

де t – час;  $\chi$  – коефіцієнт температуропровідності рідини;  $\nu$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини; g – прискорення вільного падіння;  $\beta$  – коефіцієнт об'ємного термічного розширення рідини;  $\vec{e}_z$  – одиничний вектор, направлений проти вектора сили тяжіння  $\vec{g}$ .

Крім того, необхідно вимагати загасання збурень температури в масиві далеко від поверхні розділу рідина – масив. Аналогічне співвідношення можна записати і для збурень  $\tilde{T}_{m2}$ 

Приведемо систему рівнянь для збурень (3.1) до безрозмірного вигляду. Для цього виберемо наступні одиниці виміру: відстань – лінійний розмір порожнини *h*; часу –  $t_0 = h^2/v$ ; швидкості –  $v_0 = \chi/h$ ; тиску –  $p_0 = \rho_0 v \chi/h^2$ ; температури –  $\Theta_0 = T_2 - T_1$ . Переходячи за допомогою зазначених одиниць до безрозмірних змінних, отримаємо систему рівнянь для безрозмірних збурень

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla p + \Delta \vec{v} + RaT \vec{e}_z,$$

$$\Pr \frac{\partial T}{\partial t} - \vec{v} \cdot \vec{e}_z = \Delta T,$$

$$\operatorname{div}(\vec{v}) = 0,$$

$$\Pr \tilde{\chi} \frac{\partial T_m}{\partial T} = \Delta T_m,$$

$$\Pr \tilde{\chi} \frac{\partial T_{m_1}}{\partial T} = \Delta T_{m_1},$$

$$\Pr \tilde{\chi} \frac{\partial T_{m_2}}{\partial T} = \Delta T_{m_2},$$
(3.2)

де тепер  $\vec{v} = \vec{v}_1 / v_0$ ;  $p = \tilde{p} / p_0$ ;  $T = \tilde{T} / Q_0 T_{m1} = T_{m1} (Q_0)$ ,  $T_{m2} = T_2 (Q_0)$  – безрозмірні амплітуди збурень, а всі похідні беруться по безрозмірному часу і координатам.

В систему (3.2) входять чотири безрозмірні параметри: число Прандтля  $\Pr = v/\chi$ ; відношення температуропровідностей рідіни і масивів  $\tilde{\chi}_{1,2} = \chi/\chi_{m_{1,2}}$ 

та число Релея  $Ra = \frac{g\beta\Theta L^3}{v\chi}$ , яке пов'язане з числами Грасхофа *Gr* и Прандтля співвідношенням  $Ra = Gr \times Pr$ .

Малі збурення до рівноважних величин  $\vec{v}$ , p, T,  $T_{m1}$  задовільняють системі лінійних однорідних рівнянь в часткових похідних з постійними коефіцієнтами (3.2).

З виду системи (3.2) витікає, що вона має приватні рішення, що залежать від часу за експоненціальним законом [67, 70]

$$\left\{\vec{\mathbf{v}}, p, T, T_{m1}, T_{m2}\right\} \square \exp(-\lambda t), \tag{3.3}$$

де *λ* – декремент, що визначає тимчасову залежність збурень.

У реальних експериментальних умовах, як правило, шар рідини оточений теплопровідними масивами. Тому до системи (3.3) потрібно додати рівняння для збурення температури для першого теплопровідного масиву  $\tilde{T}_{m1}$ :  $\frac{\partial \tilde{T}_{m1}}{\partial t} = \chi_{m1} \Delta \tilde{T}_{m1}$ , де  $\tilde{T}_{m1}$ ,  $\chi_{m1}$  – збурення температури і коефіцієнт температуропровідності масиву 1 відповідно. На границі рідини і масиву повинні виконуватися звичайні умови рівності нулю нормальної компоненти швидкості, а також безперервності температури і теплового потоку:  $v_n = 0$ ,  $\tilde{T} = \tilde{T}_{m1}$ ,  $q_n = \lambda_{m1} \frac{\partial \tilde{T}_{m1}}{\partial n}$ , де n – нормаль до границі масива,  $\tilde{T}_{m1}$  – температура масиву,  $\lambda_{m1}$  – теплопровідність масиву,  $q_n$  – нормально складова теплового потоку в рідині, що складається з конвективної і теплової частини.

Підставляючи (3.3) в (3.2), отримаємо систему рівнянь для амплітуд збурень

$$\begin{aligned} -\lambda \vec{v} &= -\nabla p + \Delta \vec{v} + RaT \vec{e}_z, \\ -\lambda PT &= \Delta T + \vec{v} \cdot \vec{e}_z, \\ \operatorname{div}(\vec{v}) &= 0, \\ -\lambda P \tilde{\chi} T_{m1} &= \Delta T_{m1}, \\ -\lambda P \tilde{\chi} T_{m2} &= \Delta T_{m2}, \end{aligned}$$
(3.4)

де v, p, T, T<sub>m1</sub>, T<sub>m2</sub> – амплітуди збурень, що залежать тільки від координат.

Для випадку задачі Релея з твердими границями задача про дослідження конвективного руху зводиться до розв'язання системи рівнянь (3.4) з граничними умовами, що накладаються на амплітуди збурень  $\vec{v}$ , *p*, *T*, *T*<sub>m1</sub>, *T*<sub>m2</sub>.

Визначимо ці граничні умови.

На твердій границі всі компоненти швидкості рідини дорівнють нулю [83, 93–95]

$$v_{z}|_{z=0} = 0, \quad v_{z}|_{z=1} = 0.$$
 (3.5)

З рівняння безперервності, і з (3.5) можна отримати умови на похідну вертикальної швидкості по вертикальній координаті на верхній і нижній границях

$$\frac{\partial \mathbf{v}_z}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0, \ \frac{\partial \mathbf{v}_z}{\partial z}\Big|_{z=1} = 0.$$
(3.6)

Граничні умови для збурення температури визначаються виходячи з таких міркувань: якщо на границях шару рідини в будь-який момент часу в будьякій їх точці підтримується постійна температура, то збурення температури на цих границях повинні дорівнювати нулю [67]

$$T|_{z=0} = 0, \quad T|_{z=1} = 0.$$
 (3.7)

Умови (3.7) дозволяють виключти з розгляду температурний стан твердих масивів і розглядати лише перші рівняння системи (3.4) в шарі 0 < z < 1 с граничними умовами (3.5) – (3.7). Задача (3.4) – (3.7) є лінійною. Її власними числами згідно (3.3) є декременти нормальних збурень  $\lambda$  (характеристичні числа), а власними функціями – амплітуди відповідних збурень.

Спектр збурень тиску, швидкості і температури залежить від граничних умов і безрозмірних параметрів: числа Релея - *Ra* и числа Прандтля - Pr, які визначають властивість подібності задачі про нормальні збурення рідини, що підігрівається знизу [67].

Таким чином, систему рівнянь (3.4) – (3.7) можна розглядати задачу як пошук спектра нормальних збурень у в'язкому, нестисливому, горизонтальному шарі рідини, що підігрівається знизу, при наявності твердих граничних умов.

### 3.2 Аналітичний розв'язок

З першого рівняння системи (3.4) можна виключити збурення тиску p і збурення горизонтальні компоненти швидкості  $v_x$  і  $v_y$ , застосувавши до нього оператор rot(rot(....))[67]. Після дії цього оператора використаємо тільки вертикальну складову першого рівняння (3.6).

Таким чином, в результаті маємо

$$-\lambda \Delta v_{z} = \Delta \Delta v_{z} + Ra \Delta_{\perp} T;$$
  

$$-\lambda PT = \Delta T + \vec{v} \cdot \vec{\gamma};$$
  

$$div(\vec{v}) = 0.$$
  
(3.8)

Зазвичай [67] систему (3.8) розглядають в декартовій системі координат, коли  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  [98, 99].

Оскільки коефіцієнти лінійних рівнянь (3.8) і граничні умови (3.6) - (3.7) не залежать від поперечних координат і часу, то їх часні розв'язки можна шукати у вигляді розкладання по базису власних функцій крайової задачі. У літературі такі приватні рішення прийнято називати "нормальні моди" [67].

В розділі II експериментально показано, що конвективні структури, які виникають в горизонтальному шарі в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу, мають циліндричну форму з аксіально-симетричним розподілом конвективного потоку всередині. Тому будемо шукати частинні розв'язки системи рівнянь (3.8) в циліндричній системі координат за умови, що вони характеризуються аксіальною симетрією. В циліндричній системі координат поперечний лапласіан в (3.8) має вигляд

$$\Delta_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} .$$

Оскільки внутрішній розподіл конвективного потоку в структурі характеризуються аксиальной симетрією, то в операторі  $\Delta_{\perp}$  необхідно покласти  $\frac{\partial^2}{\partial \omega^2} = 0.$ 

На основі відмічених вище властивостей циліндричної конвективної структури можно показати, що частинними розв'язками рівнянь (3.8) є функції виду [2]

$$\mathbf{v}_{z}(t,r,z) = \mathbf{v}(z) \cdot J_{0}(k_{r}r) \cdot \exp(-\lambda t), \qquad (3.9)$$

$$T(t,r,z) = \mathcal{G}(z) \cdot J_0(k_r r) \cdot \exp(-\lambda t), \qquad (3.10)$$

де v(z) і  $\mathcal{G}(z)$  – амплітуди збурень вертикальної швидкості і температури відповідно;  $J_0(x)$  – функція Бесселя першого роду нульового порядку від аргументу x;  $k_r$  – радіальне хвильове число, що характеризує залежність збурень від поперечної координати r.

У правих частинах рішень (3.9) і (3.10) опущені доданки, пропорційні циліндричній функції другого роду нульового порядку, або функції Неймана –  $N_0(k_r r)$ . Це пов'язано з тим, що функція Неймана необмежено зростає при  $r \rightarrow 0$ , що суперечить фізичному сенсу даним [96, 97].

Підставляючи (3.9) і (3.10) в (3.8), отримаємо систему звичайних однорідних диференційних рівнянь для амплітуд збурень

$$-\lambda \left(\frac{d^2 \mathbf{v}}{dz^2} - k_r^2 \mathbf{v}\right) = \frac{d^4 \mathbf{v}}{dz^4} - 2k_r^2 \frac{d^2 \mathbf{v}}{dz^2} + k_r^4 \mathbf{v} - Rak_r^2 \vartheta,$$

$$-\lambda P \vartheta = \frac{d^2 \vartheta}{dz^2} - k_r^2 \vartheta + \mathbf{v}.$$
(3.11)

Згідно (3.3), частинні розв'язки (3.9), (3.10) експоненціально залежать від часу. Очевидно, що при  $\lambda > 0$  ці фізичні величини будуть затухати в часі аж до повернення рідини до стану механічної рівноваги і лінійного розподілу температури по вертикалі. При  $\lambda < 0$  амплітуди збурень з часом збільшуються, що відповідає розвитку в системі конвективної нестійкості.

Для випадку стійких конвективних структур, що сформувалися, зміна збурень, як температури, так і швидкості, відсутня досить тривалий період часу. Тому для тривалого існування конвективних структур необхідно виконання умови  $\lambda = 0$ . При цьому вирази для збурення швидкості і температури приймають вигляд

$$\mathbf{v}_{z}(t,r,z) = \mathbf{v}(z) \cdot J_{0}(k_{r}r), \qquad (3.12)$$

$$T(t,r,z) = \mathcal{G}(z) \cdot J_0(k_r r).$$
(3.13)

### 3.3 Нейтральні криві для задачі Релея з твердими границями

У стійкому стані ( $\lambda = 0$ ), підстановка розв'язків (3.12), (3.13) в систему рівнянь (3.11) приводить до характеристичного рівняння [5, 67]

$$\left(q^2 - b\right)^3 = -a^3, \tag{3.14}$$

де  $a = (k_r^2 R a)^{\frac{1}{3}}, b = k_r^2.$ 

Корені характеристичного рівняння (3.14) визначаються наступними виразами

$$q_{1,2} = \pm \sqrt{b-a}; q_{3,4} = \sqrt{b+0.5a(1+i\sqrt{3})} = \pm (X_{+} + iX_{-}),$$
  

$$q_{5,6} = \sqrt{b+0.5a(1-i\sqrt{3})} = \pm (X_{+} - iX_{-}),$$
(3.15)

де 
$$X_{\pm} = \left[ 0.5 \left( \sqrt{\chi^2 + 0.75a^2} \pm \chi \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$
;  $\chi = 0.5a + b$ ,  $i = \sqrt{-1}$  – уявна одиниця.

Амплітуда вертикальної швидкості (3.10) виражається через характеристичні корені рівняння і описує нейтральні збурення, тобто такі збурення, які за допомою характеристичного рівняння описують амплітуди паратетрів системи.

Будемо шукати амплітуду збурень швидкості у вигляді

$$v(z) = \sum_{m=1}^{6} C_m \exp(q_m z),$$
 (3.16)

де  $C_m$  – довільні константи, які визначаються граничними умовами:

$$v(0) = v(1) = 0, dv(0)/dz = dv(1)/dz = 0, \ \theta(0) = \theta(1) = 0.$$
 (3.17)

Рівняння (3.16) визначає значення критичних чисел Релея і амплітуду нейтральних збурень. В [67] ствержується, що їх значення можна знайти тільки в результаті наближеного чисельного розв'язання трансцендентних рівнянь.

Опишемо метод отримання рішень (3.16) з граничними умовами (3.17) в простому аналітичному вигляді [6].

Аналогічно рішенням для вертикальної швидкості конвективної структури з вільними поверхнями, для якої  $v_z(z) \Box \sin(n\pi z)$ , n = 1, 2, 3, ..., будемо шукати розв'язки системи рівнянь (3.11) для  $v_z(z)$  в такому ж вигляді, тобто вважаємо  $q_1 = i\sqrt{a-b} = in\pi$ , де завжди вважаємо виконаною нерівність a < b.

В окремому випадку вважаємо  $X_{-} = n\pi$ , що виявляється можливим тільки
в разі, коли  $a = 8(n\pi)^2$ ,  $b = 7(n\pi)^2$ .

Якщо в (3.18) задати такі значення констант:  $C_1 = C_2 = A_1/2$ ,  $C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = A_1/4 ch\left(\frac{X_+}{2}\right)$ , то в симетричних відносно  $z_0 = 1/2$  межах по товщині шару *z*, вираз для збурення вертикальної швидкості, який задовольняє граничним умовам (3.17), має вигляд

$$\mathbf{v}(z) = A \Big[ 1 - ch \Big( \Big( z - z_0 \Big) X_+ \Big) ch^{-1} \Big( z_0 X_+ \Big) \Big] \sin \Big( z \sqrt{a - b} \Big).$$
(3.18)

З другого рівняння (3.11) методом варіації довільної сталої можна знайти амплітуду збурення температури. Її значення визначається виразом

$$\mathscr{G}(z) = -\frac{1}{\sqrt{b}} \int_{0}^{z} \mathbf{v}(\xi) sh\left(\sqrt{b}(\xi - z)\right) d\xi + \frac{1}{\sqrt{b}} \frac{sh\left(z\sqrt{b}\right)}{sh\left(\sqrt{b}\right)} \int_{0}^{1} \mathbf{v}(\xi) sh\left(\sqrt{b}(\xi - 1)\right) d\xi.$$
(3.19)

Легко перевірити, що вираз (3.18) задовольняє граничним умовам (3.17).

Оскільки розв'язок (3.14) описує стаціонарний стан циліндричної структури ( $\lambda = 0$ ), параметри *a* и *b*, або їх масштабно–зсувні аналоги (див. нижче), повинні визначити точку  $k_r$ , що лежить на нейтральній кривій  $Ra_n^{rigid}(k_r)$ , тобто на такій кривій, яка в площині ( $Ra, k_r$ ) для заданого *n* розділяє області стійких розв'язків (області нижче кривої) та області нестійких розв'язків (області вище кривої) [67].

Розв'язок (3.18), а також отриманий на його основі вираз для амплітуди збурення температури  $\mathcal{G}(z)$  (див. (3.19)) можуть бути використані для порівняння з параметрами тепло- і масообміну в конвективній комірці з вільними граничними умовами [67, 91].

Використаємо розв'язок (3.20) для побудови нейтральних кривих

 $Ra_n^{rigid}(k_r)$  стаціонарних станів циліндричної конвективної структури з твердими границями.

Для побудови нейтральних кривих використовуємо розв'язок (3.9), а також властивість інваріантності цього розв'язку щодо масштабно-зсувного перетворення параметрів a и b. Термін "інваріантність щодо масштабно-зсувних перетворень" характеризує незмінність розв'язку (3.18) і граничних умов (3.17), при додаванні до a и b деякого постійного числа (зсувна інваріантність), або множенні їх на інше постійне число (масштабна інваріантність).

Розглянемо докладніше властивості інваріантності розв'язків щодо зсуву або масштабування параметрів *a* і *b*.

3.3.1 Зсувна інваріантість

Зсув параметрів a і b на довільну величину  $x_0$ 

$$a - x_0 = 8(n\pi)^2, \quad b - x_0 = 7(n\pi)^2,$$
 (3.20)

де  $-7(n\pi)^2 \le x_0 < \infty$  - довільне число, яке не змінює вираз  $\sqrt{a-b}$  в (3.18). Не змінюється значення параметру  $X_{\pm}$  у відповідності з (3.22), а змінені параметри  $a - x_0$  і  $b - x_0$  зберігають свої значення. Таким чином, застосування зсувного перетворення дає аналітичний вираз для числа Релея

$$Ra_{n}^{rigid} = \frac{a^{3}}{b} = \frac{\left(n^{2}\pi^{2} + \left(\beta_{n} \cdot k_{r}\right)^{\mu_{n}}\right)^{3}}{\left(\beta_{n} \cdot k_{r}\right)^{\mu_{n}}},$$
(3.21)

де  $7(n\pi)^2 - x_0 = (\beta_n \cdot k_r)^{\mu_n}$ ,  $\beta_n$  і  $\mu_n$  – позитивні натуральні числа, що залежать від номера моди *n*.

#### 3.3.2 Масштабна інваріантість

Розв'язок (3.18) характеризуеться масштабною інваріантністю по відношенню до *a* і *b*. Щоб переконатися в цьому, слід виконати такі заміни:  $(z, z_0) \rightarrow \alpha_n^{-1} \cdot (z, z_0)$  в (3.20). Така заміна може бути витлумачена як зміна товщини шару  $h \rightarrow \alpha_n \cdot h$ , де  $\alpha_n \neq 0$  – довільне, позитивне число, що залежить від номера моди, n = 1, 2, 3... Тоді для забезпечення масштабної інваріантності в (3.20) повинні витримуватись такі умови зміни параметрів  $a \rightarrow \alpha_n^2 \cdot a$  і  $b \rightarrow \alpha_n^2 \cdot b$ . В результаті описаних вище масштабно - зсувних перетворень, вираз (3.21) може бути записаний у вигляді

$$Ra_{n}^{rigid} = \frac{\left(a\alpha_{n}^{2}\right)^{3}}{b\alpha_{n}^{5}} = \alpha_{n} \frac{\left(n^{2}\pi^{2} + \left(\beta_{n} \cdot k_{r}\right)^{\mu_{n}}\right)^{3}}{\left(\beta_{n} \cdot k_{r}\right)^{\mu_{n}}}.$$
(3.22)

Порівняння нейтральних кривих (3.22) (крива 1, рис. 3.1) з чисельними даними, які отримані іншими авторами [67] (крапки на кривій 1) показує їх гарну кількісну відповідність. Це дозволяє з достатнім ступенем точності визначити величину констант у виразі (3.22) для n=1:  $\alpha_1 = 2,597, \ \alpha_2 = 1,674, \ \beta_1 = 0.7, \ \mu_1 = 2,085$ . При цьому максимальне відносне відхилення числа Релея (3.22) від числових результатів [67] становить величину порядку відсотка (знаходиться в інтервалі від -1,35 % до 0,67 %).

Світлим маркером у вигляді кола на рис. 3.1 відмічена крапка  $k_r = \pi \sqrt{7}/1,038 = 8$ ,  $Ra_1^{rigid} = \alpha_1^{-3} (8\pi^2 - 5,087)^3 / (7\pi^2 - 5,087) = 7062,177$ , що відповідає параметрам  $a = 8\pi^2$  и  $b = 7\pi^2$ . Ця крапка може бути отримана після масштабно–зсувних перетворень для параметрів  $\alpha_1 = 0,963, x_0 = 5,087$ .



Рис. 3.1 Нейтральні криві для модового числа *n* = 1. 1 – дві границі тверді; 2 – тверда і вільна границі; 3 – обидві границі вільні

З малюнка витікає, що таке перетворення з досить хорошою точністю поєднує точку, яку позначено світлим маркером, з точкою на нейтральній кривій 1.

Таким чином, вираз (3.22) для n=1 визначає функціональну залежність нейтральної кривої від хвильового числа  $k_r$ .

Для модових чисел n>1, використовуючи мінімальні критичні числа Релея горизонтального шару з твердими границями, що наведені в [67], можна показати, що нейтральні криві визначаються виразом (3.22), в якому константи  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  повинні бути задані як

$$\alpha_{n} = \alpha_{2} \left(\frac{2}{n}\right)^{0.37} \operatorname{прu} n \ge 2, \quad \beta_{n} = \frac{\beta_{1} n^{\frac{2}{\mu_{n}}} \left(\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{2}{\mu_{n}} - \frac{2}{\mu_{1}}}}{1 + \beta_{1} \left(n - 1\right) \left(\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{\mu_{1} - 2}{\mu_{1}}}}.$$
(3.23)

Визначимо показник ступеня  $\mu_n$  у виразі для  $\beta_n$ .

Відомо, що при великих значеннях моди відмінність в критичних числах структури з твердими границями і вільної структури зменшується [67].

Отже показник ступені  $\mu_n$  із зростанням номера моди *n* повинен прагнути до показника ступені для вільної структури, тобто до  $\mu_n = 2$ . На підставі цієї властивості показник ступеня  $\mu_n$  можна апроксимувати виразом

$$\mu_n = \frac{49.06n}{24,53n-1}.\tag{3.24}$$

При n = 1;2 вираз (3.24) дає  $\mu_1 = 2,085$  и  $\mu_2 = 2,04$ , що з достатнім ступенем точності відповідає результатам числових розрахунків [67].

При  $n \to \infty$ , як це відмічено вище, ступінь  $\mu_n$  прагне зверху до 2. На рис. 3.1 видно гарну відповідність результатів числових розрахунків (крапок) нейтральної кривої для n = 2 і їх теоретичної оцінки (3.22):

$$Ra_{2}^{rigid} = \alpha_{2} \frac{\left(2^{2} \pi^{2} + \left(\beta_{2} \cdot k_{r}\right)^{\mu_{2}}\right)^{3}}{\left(\beta_{2} \cdot k_{r}\right)^{\mu_{2}}}, \beta_{2} = 0.814.$$
(3.25)

### 3.4 Нейтральні криві для задачі зі змішаними граничними умовами

На основі аналітичної залежності (3.22) знайдемо вид нейтральної кривої для випадку змішаних граничних умов, коли верхня межа вільна, а нижня є твердою. Можна показати, що вид цієї кривої (крива 2 на рис. 3.1) задається ви-

разом: 
$$Ra_1^{mix} = \alpha_2 \frac{\left(2^2 \pi^2 + \left(\beta_2 \cdot k_r\right)^{\mu_2}\right)^3}{2^4 \left(\beta_2 \cdot k_r\right)^{\mu_2}}$$
. Крива 2 в мінімумі  $\left(R_1^{mix}\right)_{min} = 1045,60$  до-

статньо точно (до 5%) відповідає критичній точці, що отримана числовим методом  $Ra_m = 1100,657$  [67].

Для оцінки справедливості отриманих аналітичних виразів розглянемо аналітичні залежності нейтральних кривих для конвективних структур з твердими границями і нейтральних кривих для конвективних структур з вільними граничними умовами (на рис. 3.1 крива 3).

Порівняння показує, що аналітичні залежності (3.22), (3.24) (криві 1 і 2 відповідно) для великих аргументів  $k_r$  не перетинаються, і асимптотично прагнуть до нейтральної кривої конвективної структури з вільними граничними умовами (крива 3).

Відзначимо, що отримані результати можно застосовувати і для розв'язання стаціонарної задачі Релея з твердими границями в декартовій системі координат [67]. Для цього необхідно в (3.11), (3.12) замінити  $k_r$  на  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ , а функцію  $J_0(k_r r) - \mu \exp(ik_x x + ik_y y)$ .

# 3.5 Параметри, що характеризують конвективний тепломасопереніс

Відомо [89, 98], запропоновано роботі її теорії, що в нескінченному горизонтальному шарі рідини, що підігрівається знизу, з твердими границями конвекція виникає за умови

$$Ra = Gr \cdot \Pr > Ra_{_{\rm KD}},\tag{3.26}$$

де  $Ra_{\rm kp}$  – деяке критичне значення числа Релея, експериментально встановлена величина якого дорівнює  $Ra_{\rm kp} = 1700 \pm 51$ .

#### 3.6 Режими конвективних течій

Згідно з [98], розрізняють чотири вільно конвективних течії (див. табл. 3.1.).

Таблиця 3.1 Режими конвективних течій в шарі в'язкої, нестисливої рідини в залежності від числа Релея

Номер	Режим течії	Діапазон зміни	Число Нуссельта	
області	рідини	числа Релея		
1	Повзучий	$1700 < Ra < 3 \cdot 10^3$	$Nu = 0.0012 \cdot Ra^{0.9}$	
2	Ламінарний	$3 \cdot 10^3 < Ra < 2.5 \cdot 10^4$	$Nu = 0.24 \cdot Ra^{0.25}$	
3	Тривимірний, пере-	$2.5 \cdot 10^4 < Ra < 3 \cdot 10^4$	$Nu = 0.3 \cdot Gr^{0.16} \cdot \Pr^{0.21}$	
4	хід в турбулентний	$3 \cdot 10^4 < Ra < 5 \cdot 10^4$	$Nu = 0.1 \cdot Gr^{0.31} \cdot \Pr^{0.36}$	
5	Турбулентний	$Ra > 5 \cdot 10^4$	-	

Згідно [98], опишемо режими конвективних течій в ємності, що підігрівається знизу, за умови наявності твердих границь.

У першій області режим течії в конвективних структурах може бути названий повзучим внаслідок малих швидкостей. При цьому рідина в конвективних структурах піднімається вгору в центрі, і опускається вниз на їх периферії.

При більш високих температурах, що відповідає великим числам Релея, спостерігається ламінарний режим конвекції. У цьому діапазоні чисел Релея, за умови існування градієнта температур між границями шару, може існувати двомірна структура (в прямокутній системі координат) течії у вигляді довгих валів, що чергуються, осі симетрії яких паралельні стінкам ємності. При цьому, у міру збільшення числа Релея, відношення періоду висхідних і низхідних потоків, що чергуються, до товщини шару збільшується від 2 до 2,8 [89, 99].

При більш високих числах Релея течія стає тривимірною, і з'являються ознаки переходу до турбулентного режиму [98].

Оптичні вимірювання показали, що турбулентний режим в довгому горизонтальному шарі рідини з'являється при *Ra* > 5 · 10<sup>4</sup> [98].

Детальна інформація про просторову структуру турбулентної течії, і розподілу збурення температури отримана на основі числових розв'язків рівнянь Нав'є–Стокса [67].

Результати експериментальних досліджень числа Релея і числа Нуссельта в звичайних в'язких, нестисливих рідинах наведено в [89, 100, 101].

Дані цих робіт демонструють якісний збіг залежності числа Нуссельта від числа Релея. Однак, критичні значення числа Релея, що наведені в [80]  $Ra_{kp} = 1700 \pm 51$  і в [98]  $Ra_{kp} = 35000 \pm 4000$ , суттєво не співпадають.

Таку розбіжність автори пояснюють різними значеннями аспектних чисел, а також теплопровідністю бічної стінки ємності, в якій знаходився рідкий гелій.

В работі [90] аспектне число (відношення діаметра ємності до її висоті) досить велике –  $\Gamma = 16$ , в той час, як в работі [67] воно рівнялось  $\Gamma = 0.5$ . Врахування теплопровідності бічної стінки дозволило розширити діапазон критичного числа Релея до  $2 \cdot 10^4 < Ra_{\kappa p} < 6 \cdot 10^4$  [98], що, однак, не змінило абсолютну величину критичного числа Релея.

Тому залишається відкритим питання про причини великого значення критичного числа Релея, виявленого в серії експериментів в рідкому гелії.

Введення поняття циліндричної конвективної структури в задачах про конвективні течії в шарах в'язких, нестисливих рідин дозволяе по-новому розглянути процес формування режимів конвективних течій.

Тому в даному розділі на основі отриманих раніше іншими авторами експериментальних даних, і запропонованої автором цієї роботи теоретичної моделі циліндричної конвективної структури дано фізичне обгрунтування виникнення повзучого режиму конвективного течії і степенової залежності числа Нуссельта від числа Релея на початкових стадіях виникнення конвекції. У розділі також дано обгрунтування великого значення критичного числа Релея в рідкому гелії. З розв'язків (3.12) – (3.13), і використовуючи результати [1], можна визначити характерний діаметр циіндричної конвективної структури з твердими границями і змішаними [67] граничними умовами.

Вираз для радіальної швидкості руху рідини в конвективній комірці  $v_r(r,z)$  виходить з умови її нестискненності [16]

$$\mathbf{v}_{r}(r,z) = -\frac{d\mathbf{v}(z)}{dz} \frac{1}{k_{r}} J_{1}(k_{r}r).$$
(3.27)

Вираз (3.27) задовольняє фізично обґрунтованим граничним умовам на осі та периферії конвективної структури, оскільки при r = 0 і на її зовнішній границі  $r = R_c$  радіальна швидкість рідини дорівнює нулю. Таким чином, значення радіального хвильового числа можна визначити таким співвідношенням:

$$k_{r,i} = \sigma_{1,i} R_c^{-1}, \tag{3.28}$$

де  $R_c$  – радіус конвективної комірки;  $\sigma_{1,i} - i -$ й нуль функції Бесселя першого роду першого порядку ( $J_1(\sigma_{1,i})=0$ ), i=1,2,3,... Наведемо значення перших п'яти нулів функції Бесселя:  $\sigma_{1,1}=3,832$ ;  $\sigma_{1,2}=7,016$ ;  $\sigma_{1,3}=10,173$ ;  $\sigma_{1,4}=13,324$ ;  $\sigma_{1,5}=16,471$  [102].

Експериментально і теоретично показано, що радіус вільної конвективної структури визначається співвідношенням (3.28), де як хвильове число використовується його мінімальне значення, що дорівнює  $(k_r)_{\min} = \pi/\sqrt{2} \approx 2,221$ . При цьому радіус вільної структури визначається величиною

$$(R_c)_{free} = \sigma_{1,i} 2^{\frac{1}{2}} \pi^{-1} \approx 0,45 \sigma_{1,i} \approx 1,72.$$
(3.29)

З експериментальних результатів даної роботи виходить, що радіус конвективної структури зі змішаними граничними умовами набуває значень від 2,65 до 2,83, тобто має менше, чим для вільної конвективної структури. Теоретично розраховане значення діаметра конвективної структури зі змішаними граничними умовами, є аналогічно до розрахунку діаметра вільної конвективної комірки, визначимо із співвідношення (3.29), підставивши значення мінімального хвильового числа даної граничної задачі  $(k_r)_{mix} \approx 2,682$ 

$$(D_c)_{rigid} = 2(R_c)_{rigid} = 2\sigma_{1,i} / (k_r)_{rigid} \approx 2 \cdot 3.832 / 3.116 \approx 2,46; (D_c)_{mix} = 2(R_c)_{mix} = 2\sigma_{1,i} / (k_r)_{mix} \approx 2 \cdot 3.832 / 2.682 \approx 2,86.$$
 (3.31)

Експериментально виміряна величина діаметра конвективної структури за даними роботи [90] дорівнює 2,31. Згідно експериментальним даним (розділ 2) величина безрозмірного діаметра становить 2,2 – 2,4.

Знайдені експериментальні значення діаметра конвективної структури з твердими межами, з урахуванням похибок вимірювання, відповідають теоретично визначенному значенню (3.31).

Таким чином, на основі теоретичних розрахунків і експериментальних даних показано, що діаметр циліндричної конвективної структури з твердими границями в одиницях товщини шару визначається величиною 2,46.

# 3.7 Фізичне обгрунтування залежності числа Нуссельта від числа Релея

З експериментальних досліджень залежності числа *Nu* від числа *Ra* для різних в'язких рідин (вода, силіконове масло AK 3 і AK 350, етиленгліколь, гептан) [90] випливає, що для числа Релея, що перевищує критичне *Ra*<sub>кр</sub> і аж до *Ra*  $\leq$  3 · 10<sup>3</sup> число *Nu* залежить від числа *Ra* по степеневому закону, де степінь близька до одиниці. Далі, в інтервалі 3 · 10<sup>3</sup> < *Ra* < 2.5 · 10<sup>4</sup> степінь зменшується до 0,25. З подальшим збільшенням числа Релея починає проявлятися також залежність числа Прандтля від температури, і число *Nu* вже не є функцією тільки числа *Ra*.

Дамо фізичне пояснення явища степеневої залежності числа *Nu* від числа *Ra* при порівняно невеликих числах *Ra*.

Кількість тепллової енергії, яка переноситься за рахунок конвекції,  $Q_C$ визначається через щільність теплового потоку  $q_C$  виразом  $Q_C = S_1 q_C$ , де  $S_1$  – площа, яку займає одна або декілька конвективних структур. Ця площа не може перевищувати площі поверхні рідини  $S_0$ , в якій сформовані конвективні структури:  $S_0 \ge S_1$ .

За відсутності конвективних структур кількість теплоти, яка переноситься за рахунок тепловпровідності  $Q_T$ , визначається через щільність теплового потоку  $q_T$  виразом  $Q_T = S_0 q_T$ . З появою конвективних структур сумарна кількість теплоти, яка переноситься дифузійним і конвективним потоками, визначається наступним співвідношенням  $Q_C + Q_T = (S_0 - S_1)q_T + S_1q_C$ .

З огляду на вище викладене, вираз (3.28) можна представити у вигляді

$$Nu = 1 + \frac{S_1}{S_0} \left( \frac{q_C}{q_T} - 1 \right), \tag{3.32}$$

де  $q_C \ge q_T$ .

Відповідно до закону Ньютона–Ріхмана щільність теплового потоку пропорційна температурному напору (різниці температур) [103, 104]. Кількість теплоти, що переноситься від дна, що підігрівається, до холодної верхньої межі шару рідини пропорційна не тільки температурному напору, а й площі підігрітого висхідного потоку рідини [105]. Зважаючи на це, а також через пропорційність діаметра структури глибині шару рідини, вираз в дужках (3.32) може бути представлено у вигляді

$$\frac{q_C}{q_T} - 1 = \frac{Ra}{Ra_{\rm kp}} - 1. \tag{3.33}$$

Оскільки поява конвективних структур відбувається при  $Ra > Ra_{kp}$ , то площа, яку вони формують в шарі рідини своїми верхніми межами, також може

бути описана величиною, що пропорційна правій часті співвідношення (3.33) в степені  $\gamma: S_1 S_0^{-1} = \alpha \cdot \left( RaRa_{\kappa p}^{-1} - 1 \right)^{\gamma}$ , де  $\alpha$  – коефіцієнт пропорційності.

З огляду на експериментально отримані в роботі [90] залежності числа Нуссельта від числа Рэлея для різних рідин, де показник степені  $(RaRa_{sp}^{-1} - 1)$ зменшується від  $(\gamma + 1)$  при 1700 <  $Ra < 3 \cdot 10^3$  до величини  $\mu$  ( $\mu < \gamma$ ) при  $Ra > 3 \cdot 10^3$ , представимо ці залежності у загальному вигляді

$$Nu = 1 + \alpha \left( RaRa_{\rm kp}^{-1} - 1 \right)^{\gamma + 1} \left( 1 + \delta \left( RaRa_{\rm kp}^{-1} - 1 \right)^{\mu} \right)^{-1}, \qquad (3.34)$$

де постійні  $\alpha, \delta, \gamma, \mu$  визначаються за даними експериментів.

#### 3.7.1 В'язкі нестисливі рідини в ємностях з великим аспектним числом

Для оцінки застосовності опису експериментальних результатів теоретичною моделю необхідно провести їх порівняльний аналіз.

На рис. 3.2 наведено результати зіставлення теоретичної залежності (3.34) (суцільна лінія) з експериментальними даними (зображені крапками) роботи [88] для різних видів в'язких, нестисливих рідин.

В таблиці 3.2 наведені значення констант *α*, *δ*, *γ*, *μ* вираз (3.34), які знайдено в результаті апроксимації експериментальних даних.

3 рис. 3.2 а) – е) витікає, що отримана аналітична залежність досить точно описує експериментальні дані. Це вказує на можливість застосування запропонованої концепції конвективної структури для обґрунтування фізичної сутності числа Нуссельта.



Рис. 3.2. Залежність числа Нуссельта від числа Релея для різних видів рідких середовищ: а) – вода, б) – силіконова олива АК–3, в) – силіконова олива АК–350, г) – гліколь, д) – гептан, е) – рідкий гелій.

Таблиця 3.2 Значення констант для обчислення числа Нуссельта за формулою (3.36)

Константа	Вода	Силіконо- ва олива АК 3	Силіконо- ва олива АК 350	Етилен- гліколь	Гептан	Рідкий гелій
$R_{ m \kappa p}$	1700	1700	1700	1700	1700	37085
α	6.91106	5.24407	2.49929	2.55875	1.80979	1.10213
γ	1.16866	1.04303	0.47338	0.44065	0.20957	0.43462
δ	7.81554	5.8945	2.59367	2.51563	1.80836	0.209907
μ	1.90041	1.72707	1.14322	1.16526	1.02159	1.18853

Таким чином, для в'язких нестисливих рідин в режимах повзучої і ламінарної конвективних течій отримана нова аналітична залежність числа Нуссельта від числа Релея, яка характеризується індивідуальним набором чотирьох констант для кожного виду рідини.

Однаковим для всіх рідін є критичне число Релея:  $Ra_{kp} = 1700 \pm 51$ . Після точки перегину (область переходу конвективних течій в турбулентний режим, де  $Ra > 5 \cdot 10^4$ ) використання функціональної залежності (3.34) неправомірне. Для чисел Релея в інтервалі  $Ra > 5 \cdot 10^4$  реалізується турбулентный режим течії, який характеризується відміченим в [90] слабким степеневим зростанням числа *Nu* від числа *Ra*.

3.7.2 В'язкі нестискувані рідини в ємностях з малим аспектним числом. Рідкий гелій

Окремо розглянемо експериментальні дані, що отримані в роботі [90], для рідкого гелія. На рис. 3,2, е) наведена залежність числа Нуссельта від числа Релея для рідкого гелія. Для аналітичного опису цієї залежності може бути засто-

совано вираз (3.34), де замість критичного числа Релея  $R_{\rm kp}$  має бути використано порогове  $R_{\rm nop}$ . Таку заміну можна пояснити наступним чином.

Розглянемо циліндричну емність з рідиною. При великих аспектних числах (відношення діаметра емності до товщини шару рідини) в шарі рідини з ростом числа Релея структури розташовуються поруч одна з однією і їх радіус визначається товщиною шару рідини [90]. Число Нуссельта при великих аспектних числах визначається, як це випливає з попереднього розділу, критичним числом Релея  $Ra_{kp}$ .

При малих аспектних числах радіус конвективних структур визначається радіусом ємності [90].

Зі збільшенням числа Релея конвективні структури будуть з'являтися послідовно одна над іншою від низу до верху, замінюючи по всьому об'єму ємності теплопровідністю теплообмін горизонтальними шарами конвективних структур. Тому, при заданому радіусі ємності, число Нуссельта буде визначатися не критичним числом Релея  $Ra_{kp}$ , а пороговим –  $Ra_{nop}$ , яке належить нейтральній кривій [67].

Велике значення порогового (критичного) числа Релея [101] для рідкого гелію  $Ra_{kp} = 35000 \pm 4000$ , на наш погляд, пояснюється тим, що модове число *n* аналитичного роз'вязку задачі Релея з твердими границями (3.9–3.10) повинно дорівнювати 2. У цьому випадку поблизу нижньої, більш гарячої границі формується структура зі змішаними границями: нижня границя тверда, верхня – вільна. Залежність числа Релея від хвильового числа (нейтральна крива) можна отримати з аналізу властивостей циліндричної конвективної структури зі змішаними границями, як це було для випадку декартової системи координат [1, 10]:

$$Ra_{1}^{mix}(k_{r}) = \alpha_{2} \frac{\left(2^{2} \pi^{2} + \left(\beta_{2} \cdot k_{r}\right)^{\mu_{2}}\right)^{3}}{2^{4} \left(\beta_{2} \cdot k_{r}\right)^{\mu_{2}}},$$
(3.35)

де  $\alpha_2 = 1.674, \beta_2 = 0.814, \mu_2 = 2.04.$ 

Велике значення порогового числа Релея найбільш відповідає конфігурації конвективних валів, що складається з чотирьох концентричних валів, аналог яких описаний в [80].

Підставляючи в (3.35) хвильове число  $k_r = \sigma_{1,4}/R_c = 2 \cdot \sigma_{1,4}/2 \cdot \Gamma = 2 \cdot \sigma_{1,4}$ , де  $\sigma_{1,4} = 13.324 - 4 -$ й нуль функції Бесселя першого роду першого порядку  $(J_1(\sigma_{1,3})=0)$  [105], визначимо граничне число Релея  $(Ra_1^{mix})_{nop} = 37085.75$  і відповідне йому значення хвилового числа  $(k_r)_{nop} = 26.648$ . Як видно з отриманого аналітичного результату, граничне число Релея  $R_{nop}$  достатньо точно (в рамках зазначеної експериментальної похибки) відповідає експериментально отриманому значенню для рідкого гелію.

3.8 Тепломассоперенос в конвективній структурі з вільною верхнею поверхнею і при врахуванні поверхневого натягу

Як вже було заначеновище в горизонтальних шарах в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу виникають конвективні структури. Зазвичай вільну верхню поверхню горизонтального тшару рідини розглядають як плоску. Але ще Бенар в перших своїх експериментах показав, що на верхній межі шару не реалізуються вільні граничні умови (рівність нулю другої похідної від вертикальної швидкості в структурі), тому що присутня сила поверхневого натягу, що дає відмінні від нуля значення тангенціального тензора в'язких напруг. Непрямим підтвердженням наявності сили поверхневого натягу є виявлений ним незначний прогин поверхні рідини над центрами комірок. Відповідно до вимірів, для спермацету при температурі 100 °С величина прогину становила близько 0.75 мкм при товщині шару близько 0,93 мм [63]. Проте не зважаючи на присутність ефектів поверхневого натягу, А. Бенар вважав їх не визначальними.

В роботі [68] з використанням більш точних оптичних методів малий прогин поверхні над центрами комірок для тонких шарів силіконового масла (глибиною<2 мм) підтвержено. При глибині 1,75 мм він становив величину 0,46 – 0,69 мкм. При цьому було показано, що ефект поверхневого натягу проявляеться в тонких шарах, а глибина прогибу зростає зі збільшенням температурного градієнта поверхневого натягу.

Таким чином, класичне уявлення Релея про виникнення конвекції в шарі в'язкої рідини, що підігрівається знизу, з відмінним від нуля коефіцієнтом температурного розширення (присутній ефект плавучості) має бути доповнено урахуванням поверхневого натягу (термокапілярного ефекту).

## 3.8.1 Рівняння масопереносу і граничні умови

Одна з можливих відповідей –це питання, які ж граничні умови на вільній границі рідини необхідно ставити при наявності поверхневого натягу, дана в роботі [106]. Там продемонстровано узагальнений підхід в розумінні фундаментального механізму поверхневого натягу. За відсутності ефекту плавучості (коефіцієнт температурного розширення дорівнює нулю), стаціонарні рівняння для амплітуд збурення вертикальної швидкості і температури мають вигляд

$$\Delta \Delta v_{z} = 0, \qquad (3.36)$$

$$\Delta T + \mathbf{v}_{z} = \mathbf{0}. \tag{3.37}$$

Система рівнянь (3.36), (3.37) повинна бути доповнена граничними умовами на твердій нижній границі (z = 0), і на верхній границі конвективної структури (z = 1): – на границі z = 1

$$\mathbf{v}_{z}\Big|_{z=0} = 0; \frac{\partial \mathbf{v}_{z}}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0; T\Big|_{z=0} = 0;$$
 (3.38)

– на границі z = 1

$$v_z \Big|_{z=1} = 0;$$
 (3.39)

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial z^2}\Big|_{z=1} = Mg \cdot \Delta_\perp T\Big|_{z=1}; \qquad (3.40)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=1} = -Bi \cdot T\Big|_{z=1}; \qquad (3.41)$$

де  $Mg = \gamma \theta h / \rho v \chi$  – число Марангоні;  $\gamma = -d\sigma/dT$  – температурний коефіцієнт поверхневого натягу; h – товщина шару;  $\rho, v, \chi$  – щільність, коефіцієнт кінематичної в'язкості і коефіцієнт температуропровідності рідини відповідно;  $\theta = T_2 - T_1$ ,  $(T_2 > T_1)$ ,  $T_2$  і  $T_1$  – температура нижньої и верхньої границь відповідно;  $Bi = \alpha h / \chi_m$ ,  $0 \le Bi < \infty$  – безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі (число Біо) [107];  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі;  $\chi_m$  – коефіцієнт теплопровідності рідини.

Граничну умову (3.40) отримано з вимоги рівності сили, що виникає через залежність тангенціального поверхневого натягу від температури, напру зі зсуву, яка діє на поверхню рідини, з урахуванням умови нерозривності середовища [106]. При цьому вплив поверхневого натягу на нормальне напруження на поверхні ігнорується, оскільки воно мало.

У відсутності поверхневого натягу гранична умова (3.40) переходить в граничну умову для вільної поверхні.

Зазвичай, на практиці при не дуже тонких шарах рідини, що підігрівається знизу, присутні як поверхневий натяг, так і плавучість.

Врахування плавучості в системі рівнянь (3.36) - (3.41) здійснюється введенням в ліву частину рівняння (3.36) додаткової складової, відповідальної за цей ефект. В цьому випадку (3.36) замінюється на  $\Delta\Delta v_z + Ra\Delta_{\perp}T = 0$ .

В [67] система рівнянь (3.36) - (3.37) досліджена чисельними методами при наявності ефекту плавучості (*Ra* ≠ 0). В результаті дослідження було встанов-

лено, плавучість і поверхневий натяг, що призводять до нестабільності, підсилюють один одного, і тісно пов'язані. Показано, що структури, утворені поверхневим натягом, приблизно того ж розміру, що і ті, що утворені тільки плавучістю.

Однак отримані чисельні результати не дозволяють визначити фізичні закономірності взаємовпливу плавучості і поверхневого натягу в умовах різного режиму теплообміну між рідиною і теплопоглинаючим середовищем, що примикає до її верхньої межі.

Вид граничних умов істотно позначається на критерії стійкості конвективного тепломасопереносу в шарі в'язкої нестисливої рідини. Відсутність на границях рідини дотичних напружень призводить до стаціонарної задачі Релея, яка має аналітичні розв'язку для збурення швидкості і температури в шарі [66].

Врахування дотичних напружень на границях рідини (не важливо, якої природи) приводить до задачі з твердими границями.

Використаємо розв'язки, що отримані в підрозділі 3.2, для опису процесів тепломасопереносу в конвективних структурах з вільною верхньою межею при врхуванні її поверхневого натягу. Дослідження такого кола задач становить значний інтерес як для побудови теорії конвективних процесів в шарах вузьких нестискуваних рідин з урахуванням поверхневого натягу, так і для застосування висновків теорії в різних практичних додатках.

3.8.2 Рівняння для збурених вертикальної швидкості і температури в циліндричній структурі і граничні умови

При врахуванні плавучості стаціонарні рівняння для амплітуд збуренню вертикальної швидкості і температури в циліндричній геометрії мають вигляд

$$\Delta \Delta \mathbf{v}_z = -Ra\Delta_\perp T, \qquad (3.42)$$

$$\Delta T + \mathbf{v}_z = 0. \tag{3.43}$$

При цьому граничні умови задаються виразами (3.38) – (3.41).

Вибираємо залежність збурень у вигляді

$$\mathbf{v}_{z}(r,z,t) = \mathbf{v}(z) J_{0}(k_{r}r), \qquad (3.44)$$

$$T(r,z,t) = \mathcal{G}(z)J_0(k_r r).$$
(3.45)

Підстановка (3.44), (3.45) в (3.42), (3.43) дає систему звичайних диференціальних рівнянь для амплітуд збурень

$$\frac{d^4\mathbf{v}}{dz^4} - 2k_r^2 \frac{d^2\mathbf{v}}{dz^2} + k_r^4 \mathbf{v} = \mathbf{R}ak_r^2 \boldsymbol{\vartheta},\tag{3.46}$$

$$\frac{d^2\mathcal{G}}{dz^2} - k_r^2\mathcal{G} = -\mathbf{v}.$$
(3.47)

Граничні умови (3.38) – (3.41), після підстановки (3.44), (3.45), перетворюються до вигляду:

— на границі z = 0;

$$\mathbf{v} = \Big|_{z=0} 0; \; \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0; \; \mathcal{G}\Big|_{z=0} = 0;$$
(3.48)

— на границі z = 1;

$$v|_{z=1} = 0;$$
 (3.49)

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial z^2}\Big|_{z=1} = -k_r^2 \cdot Mg \cdot \mathcal{G}\Big|_{z=1}; \qquad (3.50)$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial z}\Big|_{z=1} = -Bi \cdot \mathcal{P}\Big|_{z=1}.$$
(3.51)

Таким чином, крайова задача (3.46) – (3.51) визначає спектр характеристичних збурень рівноважного конвективного процесу в циліндричної конвективній структурі. 3.8.3 Розв'язок рівнянь для збурень вертикальної швидкості і температури в циліндричній структурі з урахуванням граничних умов

Рівняння (3.48), (3.49) з граничними умовами (3.50) – (3.53) в окремому випадку можуть бути розв'язанні в аналітичному вигляді. Для цього підставимо рівняння (3.49) в рівняння (3.48). Така підстановка дає характеристичне рівняння (3.16), яке було отримано раніше.

В окремому випадку, при  $a = 8(n\pi)^2$  и  $b = 7(n\pi)^2$  залежність числа Релея від хвильового числа визначається виразом

$$Ra(k_{r}) = \frac{\left(n^{2}\pi^{2} + k_{r}^{2}\right)^{3}}{k_{r}^{2}}.$$
(3.52)

Вираз (3.52) масштабно-зсувними перетвореннями може бути приведено до виразу для нейтральної кривої крайової задачі з твердими границями, аналогічно тому, як це було зроблено в п. 3.3.1 – 3.3.2.

Слід зазначити, що вираз (3.52) може бути знайдено з результатів роботи [108], якщо отримані в цій роботі ряди Фур'є розглядати як асімптотичні.

Амплітуда розв'язку (3.44) може бути представлена у вигляді симетричною (відносно *z* = 0.5) функції (3.18).

Амплітуда збуреної температури визначається з рівняння (3.47) методом варіації довільних сталих, і з урахуванням вимоги  $\mathcal{G} = 0$  при z = 0, може бути представлена у вигляді (3.19).

Слід зазначити, що симетричний розв'язок (3.18) автоматично додає до граничної умові на верхній границі (3.51) ще одну умову:  $\partial v / \partial z = 0$ .

Таким чином, симетричний розв'язок (3.18) описує конвекцію в шарі в'язкої нестисливої рідини, що підігрівається знизу, з твердими границями, тому що збурення вертикальної швидкості і її першої похідної на обох границях дорівнюють нулю. Однак, основні граничні умови, прийняті в [106], не змінюються.

Отже, виходячи з вищенаведеного, наявність поверхневого натягу на верхній границі шару рідини з твердою нижньою границею приводить до задачі Релея з твердими границями.

Підставляючи значення  $\mathcal{G}(z)|_{z=1}$  з (3.50) в праву частину рівняння (3.46), а потім, використовуючи вираз v(z), і обчислюючи другу і четверту похідні v(z) на верхній границі, отримаємо наступне співвідношення між числами Релея і Марангоні

$$Ra(k_{r}) = (2k_{r}^{2} - 2X_{+}^{2} + 2\pi^{2})Mg(k_{r}), \qquad (3.53)$$

де  $X_+$  визначаеться виразом (3.15).

З іншого боку, підстановка v(z) в граничні умови (3.50), (3.51) дає систему рівнянь, відносно двох коефіцієнтів A і B

$$2A\pi X_{+}th\left(\frac{X_{+}}{2}\right) = -BMgk_{r}^{2}sh(k_{r}), A\frac{I_{1}(X_{+},k_{r})}{sh(k_{r})} = B(Bi \cdot sh(k_{r}) + k_{r}ch(k_{r})), \quad (3.54)$$

де 
$$I_1(X_+,k_r) = \int_0^1 \sin(\pi\xi) sh(k_r\xi) \left(1 - ch\left(X_+\left(\xi - \frac{1}{2}\right)\right) ch^{-1}\left(\frac{X_+}{2}\right)\right) d\xi.$$

3 (3.54), виключаючи коефіцієнти *A* и *B*, визначимо залежність числа Марангоні від хвильового числа

$$Mg(k_{r}) = -\frac{2\pi X_{+}th(X_{+}/2)(Bi \cdot sh(k_{r}) + k_{r}ch(k_{r})))}{k_{r}^{2}I(X_{+},k_{r})}.$$
(3.55)

З (3.55) випливає, що для задачі з твердими границями числа Марангоні від'ємні у всьому діапазоні зміни радіального хвильового числа  $k_r$  і числа Біо *Ві*. Цей факт означає, що рідина характеризується від'ємним значенням температурного коефіцієнта поверхневого натягу ( $\gamma < 0$ ). Співвідношення (3.52), (3.53), (3.55) отримані, виходячи зі значення параметрів  $a = (k_r^2 Ra(k_r))^{\frac{1}{3}} = 8(n\pi)^2$  і  $b = k_r^2 = 7(n\pi)^2$ . Ці значення параметрів визначають точку на площині ( $Ra,k_r$ ), яка не перебуває на нейтральній кривій задачі з твердими границями. Для переходу на нейтральну криву необхідно використовувати описану в [6] масштабну інваріантність рішення (19): множення *a* і *b* на постійну величину  $\lambda^2$  не змінює вид розв'язку, а тільки приводить до заміни товщини шару *h* на  $h/\lambda$ . При цьому, під знаком тригонометричної функції в (3.20) величину  $n\pi$  слід заменити на  $\lambda n\pi$ , при отриманні виразу (3.20) була використана зсувна інваріантність:  $\sqrt{a-b} = n\pi$ .

Нейтральна крива задачі з твердими границями для *n* = 1 описується виразом (підрозділ 3.3.2)

$$Ra^{rigid}(k_{r}) = \frac{2.597\left(\pi^{2} + \left(0.7 \cdot k_{r}\right)^{2.085}\right)^{3}}{\left(0.7 \cdot k_{r}\right)^{2.085}}.$$
(3.56)

Вираз для числа Марангоні при виконанні масштабних перетворень для переходу до нейтральної кривої задачі з твердими граничними умовами перетвориться до виду

$$M^{rigid}\left(k_{r}\right) = C \cdot M\left(0.7 \cdot k_{r}\right),\tag{3.57}$$

де *C* = 4.836 – масштабний чисельний коефіцієнт, вибір величини якого буде обгрунтований нижче.

Таким чином, співвідношення між числами Релея і Марангоні для крайової задачі з твердими границями має вигляд:

$$Ra^{rigid}(k_{r}) = 2\left(\left(0.7 \cdot k_{r}\right)^{2} - X_{+}^{2}\left(\left(0.7 \cdot k_{r}\right)^{2}\right) + \pi^{2}\right)M^{rigid}(k_{r}).$$
(3.58)

Таким чином, на основі отриманих аналітичних розв'язків задачі Релея з твердими граничними умовами, досліджено процес тепломасопереносу в циліндричної конвективного структурі з вільною верхньою границею з урахуванням поверхневого натягу. В результаті цього отримана нова залежність числа Марангоні від хвильового числа і числа Біо.

Співвідношення (3.58) визначає поперечне хвильове число, яке можна використати в виразі локального аспектного числа  $A_i$  (відношення діаметра структури до товщини шару) співвідношенням:  $A_i = 2R/h = 2\sigma_{1,1}/k_r$ . Згідно (3.58), величина поперечного хвильового числа залежить від числа Біо. Тому при незмінній товщині шару h і для заданого режиму теплопередачі з верхньої межі шару (різні числа Біо) будуть формуватися дві структури різного діаметру, кожна з яких відрізняється знаком числа Релея.

Сталу С в (3.60) задамо, виходячи з таких міркувань.

З виразу (3.58) утворимо допоміжну функцію  $F_1(k_r) = 2\Big((0.7 \cdot k_r)^2 - X_+^2\Big((0.7 \cdot k_r)^2\Big) + \pi^2\Big)Mg_1^{rigid}(k_r)\Big/Ra_1^{rigid}(k_r).$  Будемо вважати числа Релея додатними:  $Ra_1^{rigid}(k_r) > 0.$ 

Оберемо таке мінімальне значення сталої *C* у числі Марангоні, щоб в граничному випадку Bi = 0 існувала точка  $(k_r)_{pt}$ , в якій крива  $F_1(k_r)$  торкається прямої  $U(k_r) = -1$ . Згідно (3.60), наявність точки дотику вказує на існування стійкої конвективної структури. Якщо точки перетину або дотику немає, то стійкй конвективні структури не утворюються, тому що немає розв'язку рівняння (3.58). Чисельними розрахунками встановлено, що точка дотику  $(k_r)_{pt}$  існує при C = 4.836.

На рис. 3.3 наведено графік, який показує функцію  $F_1(k_r)$  і прямі  $U(k_r) = \pm 1$ . Точка дотику і точки перетину визначають залежність поперечного хвильового числа  $k_r$  від числа Біо.

З рисунка витікає, що збільшення числа Біо, а значить і числа Марангоні,

від нуля до нескінченності приводить до утворення двох точок перетину кривої  $F_{l}(k_{r})$  з прямою  $U(k_{r}) = -1$ .

Точка  $(k_r)_L$  розташована ліворуч, а точка  $(k_r)_R$  –праворуч від точки дотику  $(k_r)_{vt}$ .

Точка  $(k_r)_L$  з ростом числа Біо від 0 до 0.87 описує структури, хвильове число яких змінюється від 0.89 до 0. Це означає, що локальне аспектне число збільшується від 8.6 (теплоізольована верхня границя) до =  $\infty$  (Bi = 0.87). Товщина шару рідини при цьому змінюється від скінченної величини до товщини в кілька молекулярних шарів рідини.



Рис. 3.3 Залежність поперечного хвильового числа *k*, від числа Біо: 1 – *Bi* = 0; 2 – *Bi* = 2; 3 – *Bi* = 4; 4 – *Bi* = 6. Пунктирна крива – *Bi* = 0.87

Точка  $(k_r)_R$  для всього діапазону зміни числа Біо збільшується від  $k_r = 0.89$  (Bi = 0, теплоізольована верхня границя) до  $k_r = 3.03$  ( $Bi = \infty$ , ідеально теплопровідна границя). Локальне аспектне число при цьому зменшується від  $A_l = 8.6(Bi = 0)$  до  $A_l = 2.53$  ( $Bi = \infty$ ).

3 рис. 3.3 випливає, що для додатніх чисел Релея ( $Ra^{rigid}(k_r) > 0$ ) хвильове число (точки перетину  $F(k_r)$  з прямою  $U(k_r) = -1$ ) з збільшенням числа Bi від

нуля до нескінченності збільшується від  $k_r = 0.89$  до  $k_r = 3.03$ . Локальне аспектне число при цьому зменшується від  $A_l = 8.6$  (теплоізольована верхня границя) до  $A_l = 2.53$  (ідеально теплопровідна границя).

Слід зазначити, що отримане вище значення локального аспектно числа для ідеально теплопровідної границі  $A_i = 2.53$  кількісно близьке до експериментально виміряному, і теоретично обгрунтованому значенню  $A_i = 2.46$  (підрозділ 3.6).

В експериментах по вимірюванню конвективної швидкості масопереносу в структурах [101] спостерігалися структури з досить великим діаметром. Це, можна пояснити додаванням досить великої кількості алюмінієвої пудри в масло. При цьому, алюміній, володіючи високою теплоємністю, не встигав передати тепло повітрю на верхній границі шару. Тому верхню границю в цьому випадку можна розглядати як не ідеально провідну. Експериментально визначено, що при глибині шару масла 2 мм в емності і діаметром 52 мм, утворюються біля 3 циліндричних структур, тобто локальне аспектное число дорівнювало  $(A_t)_{exp} = \frac{52}{3} \frac{1}{2} = 8.66$ . Отримане експериментально локальне аспектне число 8.66 досить добре відповідає локальному аспектному числу шару рідини з теплоизольованою верхньою границею  $A_t = 8.6$ .

З аналізу виразів (3.56), (3.57) випливає, що числа Релея, що знаходяться на нейтральній кривій, що не залежать від чисел Марангони, тобто ефекти плавучості і поверхневого натягу не впливають один на одне, а пов'язані співвідношенням (3.58).

На рис. 3.4 показана залежність числа Марангоні від хвильового числа для різних значень числа Біо.

Криві  $Mg^{rigid}(k_r)$  визначають критичні значення числа Марангоні, і їх залежність від коефіцієнта тепловіддачі *Ві*.

Для числа Bi = 0 критичне число Марангоні дорівнює  $Mg_m^{rigid} = -384.97$ при значенні хвильового числа  $k_{rm} = 2.61$ . Зі збільшення числа Біо до нескінченності верхня межа шару рідини стає ідеально теплопровідною, і критичне число Марангоні прямує також до нескінченності.



Рис. 3.4 Залежність числа Марангоні  $-Mg^{rigid}(k_r)$ 

від хвильового числа k, для різних значень числа Біо:

1 - Bi = 0; 2 - Bi = 2; 3 - Bi = 4; 4 - Bi = 6

Отримані теоретичні дані щодо розміру конвективної структури відповідають експериментальним.

Таким чином, показано, що при великих числах Біо розглянута крайова задача є крайовою задачею з твердими границями і з ідеально теплопровідною верхнею границею.

# 3.9 Висновки до розділу 3

Вперше в циліндричній геометрії отримано аналітичний розв'язок стаціонарної задачі Релея з твердими граничницями. На підставі цього розв'язку для різних модових чисел побудовано сімейство нейтральних кривих, які з високим ступенем точності відповідають результатам числових розрахунків інших авторів [5, 7, 10]. Вперше показано, що наявність або відсутність тертя на границі стійкої конвективної структури в шарі в'язкої нестисливої рідини впливає на її розміри: експериментальні дослідження показують, що в разі твердих границь безрозмірний діаметр конвективної структури становить 2,4–2,5; в разі змішаних граничних умов 2,6–2,7. При цьому значення безрозмірного діаметра конвективної структури, отримане аналітичним шляхом у разі твердих граничних умов становить 2,46 [1, 7].

Для в'язких нестисливих рідин в ємностях з великим аспектним числом в режимах повзучого і ламінарного конвективних течій вперше отримано аналітичну залежність числа Нуссельта від числа Релея, яка характеризується індивідуальним набором чотирьох констант для кожного виду рідини [3].

Вперше показано, що експериментально виявлене велике граничне число Релея для рідкого гелію може бути пояснено, малим аспектним числом ємності і моделлю конвективної структури зі змішаними граничними умовами при великій кількості концентричних конвективних валів у горизонтальній площині [3, 9].

Вперше показано, що наявність поверхневого натягу на верхній вільні границі шару рідини при твердій нижній границі приводить до задачі Релея з твердими границями [4, 14].

Вперше, на основі отриманих аналітичних розв'язків задачі Релея з твердими границями, досліджено процес тепломасопереносу в циліндричній конвективній структурі з вільною верхньою границею з урахуванням поверхневого натягу [4].

Отримана нова залежність числа Марангоні від хвильового числа і числа Біо. Отримані теоретичні дані щодо розміру конвективної структури відповідають експериментальним [6, 11-13, 15].

#### **РОЗДІЛ 4**

# ГОМОГЕНІЗАЦІЯ ПОРОШКУ ЛЕГУЧОЇ ДОМІШКИ ШЛЯХОМ КОНВЕКТИВНОГО МАСОПЕРЕНОСУ ПРИ ВАКУУМНО-ДУГОВОМУ ВИГОТОВЛЕННІ ЛЕГОВАНОЇ СТАЛІ

Метою цього розділу є аналітичне дослідження процесів гомогенізації оксидной фази шляхом використання конвективного масопереносу в циліндричній конвективній структурі зі змішаними граничними умовами, яка утворюється в кристалізаторі в процесі вакуумно-дугового переплаву нержавіючої сталі.

Для досягнення цієї мети необхідно вирішити такі задачі:

– обґрунтувати і описати конструкцію катода вакуумної дугової печі, яка б забезпечувала рівномірне надходження порошку легуючої домішки в розплав;

 розрахувати просторовий розподіл конвективної швидкості массопереноса рідкого металу в циліндричній структурі з неплоским профілем дна і змішаними границями;

 визначити розмір частинок порошку легуючої домішки, при якому спостерігається їх просторова гомогенізація;

– описати сценарій вакуумно – дугового виготовлення ДЗО стали на основі використання конвективного перемішування наночастинок легуючої домішки.

4.1 Експериментальна установка вакуумно-дугового переплаву сталі

Схема установки для отримання ДЗО сталей при вакуумно-дуговому переплаві електрода, в об'ємі якого рівномірно розподілений нано- або мікродісперсний порошок частинок легуючої домішки запропонована в [51].

Ця експериментальна установка (рис. 4.1) використовувалась при дослідженнях та результати роботи цієї установки увійшли в дисертаційну роботу.



Рис. 4.1 Рух рідкого метала при переплаві злитка у вакуумній дуговій печі: 1 – корона; 2 – електрод (катод), що розплавляється; 3 – рідкий метал; 4 – злиток; 5 – мідний кристалізатор (анод); 6 – охолоджувач (вода); 7 – порожнини з легуючою домішкою.

Анодом є кристалізатор у вигляді циліндричного мідного стакану діаметром 0,06 м. Із зовнішнього боку кристаллизатор охолоджується проточною водою. Сталевий циліндричний катод діаметром  $D = 2R_0 = 0,03$  м і висотою H = 0,20....0,25 м центрується у кристалізаторі спеціальним пристроєм, який дозволяе катоду пересуватися уздовж осі кристалізатора. У катоді, перпендикулярно його осі, рівномірно по азимуту і по довжині просвердлені циліндричні отвори діаметром 0,003-0,005 м завдовжки менше радіуса катода, які повністю

заповнені мікро- або нанодисперсними частинками легуючої домішки. Отвори щільно закриті виготовленими з такої ж стали тонкими пробками. Між анодом і катодом запалюється і підтримується електрична дуга. Підтримка дуги здійснюється повільним переміщенням катода вгору уздовж осі кристалізатора. Розплав сталі, що стікає по поверхні катода, вбирає частинки легуючої домішки, і на нижньому його виступі утворює краплю, яка якийсь час утримується силами поверхневого натягу.

Збільшення маси краплі призводить до її відриву і падінню в кристалізатор, де утворюється горизонтальний циліндричний рідкий шар розплавленого металу з розподіленими в ньому мікро- або наночастинками легуючою домішки. Переплав здійснюється при тиску близько 10<sup>3</sup> Па. Водоохолоджувані внутрішні поверхні кристалізатора сприяють швидкій, протягом 20 – 30 хв, кристалізації розплаву.

Описана в [51 – 54] методика виготовлення ДЗО сталі призначена для використання великої кількості доданої дисперсної фази (≥0,3 мас. %), коли на границі в об'ємі розплавленого металу реалізуються вільні граничні умови. При цьому за рахунок проскальзування суспензії «рідкий метал – частинки легуючої домішки» по підшарку прикордонного шару, що містить чисту сталь. Втрати порошка оксиду на стінках кристалізатора не впливають на якість зливку.

Однак, у випадку виготовлення ДЗО сталі з малою кількостю доданої дисперсної фази (0,02 мас. % ≤), система «основний об'єм розплаву – прикордонний шар» стає однофазною і на твердих стінках відбувається тертя рідини. За рахунок цього відбуваються значні втрати порошку легуючої домішки. На стінках кристалізатора, що може суттево впливати на якість ДЗО сталі.

Тому з метою безвтратного і рівномірного розподілу малої кількості мікроі наночастинок легуючої домішки нами запропоновано вдосконалення катоду вакуумно-дугової установки для переплаву сталі.

### 4.2 Конструкція порожнистого катода

В роботі [51] з метою підвищення рівномірності надходження порошку легуючої домішки в розплав металу запропоновано використовувати спеціально виготовлений циліндричний катод, поперечний переріз якого має форму типу "fish-bone". При такій конфігурації катода краплі розплава падають в рідкий шар металу в центр конвективної структури, де існують її висхідні потоки. В результаті накладання швидкостей висхідного і падаючого потоків рідкого металу деяка частка частинок легуючої домішки захоплюється периферійним потоком металу, що циркулює, а не захоплені частинки виносяться на стінки кристалізатора. В результаті такого виносу частинок на кристалізатор спостерігається зменшення вмісту діоксиду цирконію в ДЗО стали в порівнянні з планованим.

Щоб не допустити потрапляння крапель розплава в центр конвективної структури, вакуумно–дугового переплаву з порожнистим катодом, схема якої наведена на рис.4.1.

На відмінку від запропонованої раніше в [51] схеми сталевого катоду типу "fish-bone" розглянемо порожнистий катод, який в осьовому перерізі(рис. 4.2) має структуру типу "hollow fish-bone" (циліндричний катод з наскрізним осьовим отвором діаметром не менше 10 мм).

Порожні катоди використовуються, наприклад, в електродугових печах з катодом, що витрачається, в електрометалургії для нагріву, плавки, рафінування та легування чорних і кольорових металів [109 – 111], для плавки шлаків і флюсів, а також для перемішування їх розплавів в міксерах, печах-ковшах і агрегатах комплексного доведення сплавів [112, 113, 114]. Управління параметрами дуги і джерела електроживлення здійснюють накладенням пульсацій на загальний струм дуги і подачею в міжелектродний проміжок пульсуючого потоку плазмоутворюючого газу або легуючих частинок через наскрізний осьовий отвір в катоді. Використання такого катода забезпечує інтенсивне і повне пере-



Рис. 4.2 Конструкція катода для вакуумно -дугової виплавки ДЗО сталі: 1 – трубчастий катод (зовнішній радіус R<sub>1</sub>, внутрішній – R<sub>2</sub>); 2 – шайба спеціальної форми (зовнішній радіус R<sub>0</sub>, внутрішній – R<sub>1</sub>); 3 – тонкостінна циліндрична трубка; 4 – мікро - або нанодисперсні частинки легуючої домішки; 5 – лінія плавлення катода; 5' – точка завершення висипання частинок легуючої домішки з канавки; 5" – точка початку висипання частинок легуючої домішки з канавки; 6 – нижній виступ катода, на якому утворюються краплі розплавленого металу

Згідно з наведеною на рис. 4.2 схемою, на поверхні трубчастого сталевого катода 1 утворюються похилі кругові канавки шириною  $\Delta x$ , утворююча дна яких становить з радіусом катода кут, рівний куту природного укосу легуючої домішки  $\varphi$ . Такі канавки можуть бути створені, наприклад, набором шайб 2

спеціальної форми з такого ж металу, що і трубчастий катод, які щільно напресовують на останній. Готовий до вакуумного дугового переплаву катод має висоту H = 0,20....0,25 м. Кут нахилу осі кругових канавок  $\alpha$  по відношенню до радіусу катода визначається експериментально. У нашому випадку він вибирався таким, щоб був значно менше кута природного укосу порошку легуючої домішки  $\varphi$  і забезпечував відсутність висипання порошку при вібрації катода під час переплаву.

Для запобігання висипання порошку діоксиду цирконію з канавок катода при переміщеннях, пов'язаних з його установкою в вакуумну камеру, вся система "hollow fish-bone" запресовується в тонкостінну циліндричну трубку 3, виготовлену з такої ж сталі.

Запропонована конструкція катода забезпечує рівномірне надходження порошку оксиду в об'єм розплаву протягом всього часу вакуумно-дугового переплаву.

Для повного опису параметрів катода необхідно вказати характеристики порошка легуючої домішки [51, 114]. Так для діоксину цирконію, який використовувався як легуюча домішка для сталі 08Х18Н10Т в експериментальних дослідженнях в рамках цієї дисертаційної роботи, ці параметри мають значення: насипна щільність  $\rho_{ZrO2}=2,76$  г/см<sup>3</sup>; кут природного укосу  $\varphi=38^{\circ}$ , кут нахилу осі кругових канавок по відношенню до радіуса катода  $\alpha = \varphi/10$ .

Для забезпечення необхідної масової концентрації порошку легуючої домішки необхідно розрахувати масу металу, що переплавляється, та масу порошку. Для цього визначимо об'єм кругової канавки, що зображена на рис. 4.3. Обчислення об'єму зробимо методом додавання або віднімання об'ємів простих фігур обертання: конусів, циліндрів і циліндрів з отворами.



Рис. 4.3 Конструкція однієї канавки з доданим порошком діоксиду цирконію і розбиття об'єма конструкції на прості фігури обертання

Об'єм наскрізної кругової канавки розрахуємо наступним чином: від об'єма циліндра висотою  $\Delta x$  і радіусом  $R_0$  на якому розташований конус висотою  $\Delta x_1 = R_0 t g(\alpha)$  і радіусом  $R_0$  віднімемо об'єм такого ж конусу.

В результаті отримаємо об'єм наскрізної кругової канавки  $V_{c\kappa\kappa}$ , утворююча якої має кут нахилу  $\alpha = arctg(\Delta x_1/R_0)$ 

$$V_{\rm CKK} = \pi R_0^2 \Delta x. \tag{4.1}$$

Для визначення об'єму ненаскрізної кругової канаки  $V_{_{HKK}}$ , розташованої в діапазоні радіусів  $0 \le r \le R_1$ , з об'єму (4.1) необхідно відняти об'єм такої ж наскрізний канавки, але з радіусом  $R_1$ . У підсумку маємо

$$V_{_{HKK}} = \pi \left( R_0^2 - R_1^2 \right) \Delta x.$$
 (4.2)

Отримана ненаскрізна канавка має внутрішню межу, яка паралельна зовнішній межі катода. Однак в конфігурації катода типу "fish - bone" внутрішня межа має кут нахилу, рівний куту природного укосу  $\varphi$ . Тому з об'єму ненаскрізної канавки на її внутрішній межі необхідно відняти обсяг шайби, осьовий переріз якої має форму трикутника (трикутник 2 на рис. 4.3) з наступними параметрами: основа трикутника паралельна осі катода і має довжину  $\Delta x$ ; одна сторона, що з'єднує паралельні стінки канавки, має кут нахилу при основі трикутника  $(\pi/2) - \varphi$ ; друга сторона має кут нахилу при основі трикутника  $(\pi/2) - \alpha$ . Такий трикутник має висоту  $h = \Delta x / (tg(\varphi) + tg(\alpha))$  і розбиває основу трикутника на два відрізки. Перший  $\Delta x' = h \cdot tg(\varphi)$  визначає внутрішню межу канавки, другий  $\Delta x'' = h \cdot tg(\alpha)$  – нахил канавки.

Неважко бачити, що об'єм шайби трикутного перетину дорівнює сумі половинних об'ємів двох циліндричних шайб висотою  $\Delta x'$  і  $\Delta x''$  с радіальними розмірами  $R_1 \le r \le R_1 + h$ . В результаті, для визначення об'єму шайби трикутного перетину  $V_{uumc}$  маємо вираз

$$V_{uumc} = \frac{1}{2} \pi R_1^2 \left( \left( 1 + \frac{h}{R_1} \right)^2 - 1 \right) \left( \Delta x' + \Delta x'' \right) = \frac{1}{2} \pi R_1^2 \left( \left( 1 + \frac{h}{R_1} \right)^2 - 1 \right) \Delta x =$$

$$= \frac{1}{2} \pi R_1^2 \left( \left( 1 + \frac{\Delta x}{R_1} \frac{1}{tg(\varphi) + tg(\alpha)} \right)^2 - 1 \right) \Delta x =$$

$$= \frac{1}{2} \pi R_1^2 \left( 2 \frac{\Delta x}{R_1} \frac{1}{tg(\varphi) + tg(\alpha)} + \left( \frac{\Delta x}{R_1} \frac{1}{tg(\varphi) + tg(\alpha)} \right)^2 \right) \Delta x.$$
(4.3)

Нехтуючи малими складовими  $\Delta x << R_1$  и  $\alpha << \varphi$ , спростимо вираз (4.3)

$$V_{umc} = \pi R_1 \left(\Delta x\right)^2 \frac{1}{tg\left(\varphi\right)}.$$
(4.4)

Таким чином, об'єм катода на періоді L визначається виразом
$$M_{St} = \rho_{St} \left( \pi L \left( R_0^2 - R_2^2 \right) - V_{umc} \right) \approx \rho_{St} \pi \left( R_0^2 - R_2^2 \right) L.$$
(4.5)

З іншого боку, маса порошку легуючої домішки з урахуванням засипки його в порожнину за рівнем кута природного укосу може бути визначена наступним виразом

$$V_{\mu\kappa\kappa} = \pi \left( R_0^2 - R_1^2 \right) \Delta x - V_{umc} - V'_{umc}.$$
(4.6)

де  $V'_{uumc} = \pi R_0 (\Delta x)^2 \frac{1}{tg(\varphi)}$  - об'єм, відповідний порожнечі, що утворена при засипці порошку легуючої домішки за рівнем кута природного укосу. В силу  $R_1 \approx R_0$ замінимо в  $V'_{uumc}$  радіус  $R_0$  на  $R_1$ . Тоді вираз для опису об'єму,який займає легуюча домішка  $V_{n,0}$ , перетвориться до вигляду

$$V_{\pi,\partial_{-}} = \pi \left( R_0^2 - R_1^2 \right) \Delta x - 2\pi R_1 \left( \Delta x \right)^2 \frac{1}{tg(\varphi)} = \pi R_0^2 \left( 1 - \frac{R_1^2}{R_0^2} - 2\frac{R_1 \Delta x}{R_0^2 tg(\varphi)} \right) \Delta x.$$
(4.7)

4.3 Розрахунок параметрів катода для вакуумно - дугової виплавки ДЗО сталі

Як показали експериментальні дослідження мала концентрація (до 0,125 %) легуючої домішки дає однофазну суспензію, коли поблизу стінки не відбувається проскальзування розплаву по підшарку чистого металу. Ця вимога накладає певні умови на схему внутрішньої будови катода, наведена на рис. 4.2.

Виходячи з (4.7) масу порошка легуючої домішки, що зосереджена в похилій круговій канавці, можна розрахувати як

$$M_{_{\pi,\partial_{\cdot}}} = \pi R_0^2 \Delta x \rho_{_{\pi,\partial_{\cdot}}} \left( 1 - \frac{R_1^2}{R_0^2} - \frac{2R_1 \Delta x}{R_0^2 t g \varphi} \right).$$
(4.8)

Позначимо N – кількість кругових канавок на катоді. Очевидно, що виконується співвідношення LN=H.

Масу сталевої заготовки на періоді нарізки L оцінимо величиною  $M_{st} = \rho_{st} \pi \left(R_0^2 - R_2^2\right) L$  где  $\rho_{st} = 7,27$  г/см<sup>3</sup> – щільність нержавіючої сталі.

Таким чином, для застосування змішаних граничних умов в ЦКС необхідно виконання співвідношення

$$\frac{M_{\pi.\partial.}}{M_{St}} = \frac{N\Delta x \rho_{\pi.\partial.}}{H \rho_{St}} \left( 1 - \frac{R_1^2}{R_0^2} - \frac{2R_1\Delta x}{R_0^2 t g \varphi} \right) \left( \frac{R_0}{L} \frac{\Delta x}{R_0} \left( \frac{R_1}{R_0} \right)^2 - \left( \frac{R_2}{R_0} \right)^2 \right)^{-1} =$$

$$= \gamma X \left( 1 - Z^2 - \frac{2X \cdot Z}{t g \varphi} \right) \left( \delta^{-1} X Z_1^2 - Z_2^2 \right)^{-1} \le 0.125 \cdot 10^{-2},$$
(4.9)

де 
$$X = \frac{\Delta x}{R_0}; \ \gamma = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\rho_{n.d.}}{\rho_{st}}; \ \delta = \frac{L}{R_0}; \ Z_1 = \frac{R_1}{R_0}; \ Z_2 = \frac{R_2}{R_0}.$$

Слід зазначити, що в (4.9) має виконуватися нерівність  $XZ_1^2 > \delta Z_2^2$ .

Безперервне надходження порошку легуючої домішки в об'єм розплаву здійснюється за умови находження точок 5" і 5' на зображеній на рис. 4.2 лінії плавлення катода 5. Для отримання цієї умови вважаємо, що лінія плавлення катода 5 задана у вигляді  $z = \beta_{st} r^d$ , де z і r – вертикальна і горизонтальна координати точок катода відповідно,  $\beta_{st} = \beta/R_0^{d-1}$  – постійна для даного металу величин,  $\beta$  і d – безрозмірні константи, які визначаються експериментально.

Для визначення величини показника ступеня d була проведена серія експериментів по таненню циліндричної бурульки з води діаметром 9 см і заввишки 17 см. Цифрова обробка фронтальних знімків бурульки в процесі танення дала величину показника ступеня, що змінюється в діапазоні d = 2.63 ..... 3.69. Для розрахунків будемо вважати величину показника ступеня рівною 3. Виходячи із обраної форми лінії танення, задамо вертикальну координату точок 5" і 5':  $z_2 = z(5") = \beta_{St} R_0^3$  і  $z_1 = z(5') = \beta_{St} (R_1 + h)^3$  відповідно, де  $h = \Delta x / (tg(\varphi) + tg(\alpha)).$ 

Відстань між цими точками дорівнює

$$z_{2} - z_{1} = \frac{\beta}{R_{0}} \left( R_{0}^{3} - \left( R_{1} + \frac{\Delta x}{\left( tg\left(\varphi\right) + tg\left(\alpha\right) \right)} \right)^{3} \right) = L + \Delta x_{2}, \qquad (4.10)$$

де 
$$\Delta x_2 = \frac{tg(\alpha)\Delta x}{tg(\varphi) + tg(\alpha)}.$$

Оскільки кут  $\alpha$  вважається малим ( $\alpha << \phi$ ), то вираз (4.10) можна приблизно представити у вигляді

$$\frac{\beta}{R_0} \left( R_0^3 - \left( R_1 + \frac{\Delta x}{tg(\varphi)} \right)^3 \right) = L.$$
(4.11)

З рівності (4.10) випливає умова рівномірного надходження порошку легуючої домішки в об'єм розплаву.

Виходячи з вищевикладеного, умова рівномірного надходження порошку діоксиду цирконію в об'єм розплаву має вигляд

$$\frac{H}{NL} = \frac{H/NR_{0}\beta}{\left(1 - \left(\frac{R_{1}}{R_{0}}\right)^{3} - \frac{3\Delta x}{R_{0}tg\phi} \cdot \left(\frac{R_{1}}{R_{0}}\right)^{2}\right)} = \frac{\delta/\beta}{\left(1 - Z_{1}^{3} - \frac{3Z_{1}^{2}X}{tg\phi}\right)} = 1.$$
(4.12)

В експериментальній установці діаметр катода рівним  $D_0=2R_0=4$  см при його висоті H = 20 см. Діаметр порожнини катода вважаємо становить  $D_2=2R_2=1$  см.

При цих параметрах спільне розв'язання нерівності (4.9) на верхній межі і рівняння (4.12) для значень параметрів  $\beta = 15$ ,  $\gamma = 0.38$ ,  $\delta = 1$ , що відповідають умовам експерименту, зі сталю 08Х18Н10Т і порошок діоксину циркрнія, як легуючої домішки, дає такі значення безрозмірної ширини похилої кругової канавки і відношення внутрішнього радіуса шайби до радіусу циліндричного катода: X = 0.19 i Z<sub>1</sub> = 0.783 відповідно. Зменшення вмісту легуючої домішкинижче 0.125 мас. % практично не змінює наведені вище величину ширини канавки і внутрішнього радіуса шайби.

Відповідним підбором параметрів порожнистого катода з урахуванням фізичних властивостей нанодисперсного порошку легуючої домішки можна забезпечити змішані граничні умови в циліндричній конвективній структурі і безперервне надходження порошку в об'єм розплавленого металу.

# 4.4 Циліндрична конвективна структура з косінусоідальним профілем дна

Розглянемо ЦКС з неплоским профілем дна, що розташована в нескінченному уздовж осей *x* і *y* шарі в'язкої, нестисливої рідини товщиною h. Нехай її нижня межа, що описується поверхнею обертання з утворюючою

$$z = -\left(\cos\left(\pi r R_c^{-1}\right) + 1\right) \Delta h/2, \qquad (4.13)$$

яка має загальну вісь з циліндричною структурою. Тут  $R_{\rm c}$  – радіус циліндричної елементарної конвективної структури,  $\Delta h$  – найбільше відхиленнеплоскої нижньої межі структури від плоскої основи циліндра. ΗЯ Ось спрямована вгору, перпендикулярно границям Ζ. шару z = 0 i z = h (рис. 4.4).



Рис. 4.4 Схематичне зображення розташування циліндричної конвективної стркутури з косінусоїдальним профілем дна

Розподіл температури по товщині шару  $T_0(z)$  вважаємо лінійною функцією від координати z. Температура нижньої границі структури більше температури верхньої:  $T_0(0)=T_2$ ,  $T_0(h)=T_1$ , $(T_2>T_1)$ , а температура нижньої точки границі дорівнює  $T_0(-\Delta h)\equiv T_3=T_2+\Delta T_{cone}(\Delta_{cone}>0)$ . За відсутності збурень лінійна залежність температури від координати z дає наступні значення її градієнтів

$$\vec{\nabla}T_0(z) = -\frac{\Theta}{h}\vec{e}_z \ (0 \le z \le h),$$

$$\vec{\nabla}T_0(z) = -\frac{\Delta T_{cone}}{\Delta h}\vec{e}_z \ (-\Delta h \le z \le 0),$$
(4.14)

де  $\Delta T_{cone} = \Theta \Delta h/h$ .

4.5 Просторовий розподіл конвективного масопереносу в ЦКС з косінусоїдальним профілем дна

Побудуємо лініі Стокса  $\psi_{1,2}(r, z)$  циліндричної струкутри з неплоским профілем дна, відповідно до ефекту Фудзівари, аналогічно тому як це було зроблено в [114] при розгляді задачі з вільними граничними умовами.  $\psi_{1,2}(r, z)$  будемо визначатися суперпозицією функцій Стокса розташованих один над одним двох вихорів (рис. 4.5). Верхній з них існує в циліндричній структурі з плоскими, вільними межами, другий, нижній – в циліндричній структурі з неплоским профілем дна і змішаними граничними умовами

$$\Psi_{1,2}(r,z) = A_0 \left( 1 - \vartheta_{1,2} \left( z \frac{1 + \Delta h}{\Delta h}, r \right) \right) \Psi_0(r, z \Delta h), \qquad (4.15)$$

де  $\psi_0(r, z) = r \frac{R_c}{\sigma_{1,1}} \sin\left(\frac{\pi}{\Delta h} z\right) J_1\left(\frac{\sigma_{1,1}}{R_c} r\right); \sigma_{1,1}$  – перший нуль функції Бесселя першого порядку першого роду;  $\vartheta_1$  і  $\vartheta_2$  – модельні функції, що забезпечують граничні умови на твердій границі дні структури з косінусоідальним профілем

$$\vartheta_{1}(r,z) = J_{0} \Big( \sigma_{0.1} \Big( z/\Delta h - \big( \cos(\pi r/R_{c}) - 1 \big)/2 \big) \Big),$$
  
$$\vartheta_{2}(r,z) = \cos \Big( \Big( z/\Delta h - \big( \cos(\pi r/R_{c}) - 1 \big)/2 \big) \pi/2 \Big).$$
(4.16)

На рис. 4.5, б в результаті використання ефекту Фудзівари (накладення двох вихорів в структурі) наведені лінії Стокса для циліндричної конвективної структури з косінусоїдально поглибленим профілем дна (глибиною  $\Delta h = 1/3$ ) у випадку змішаних граничних умов.



Рис. 4.5 Линіі Стокса в ЦКС з косінусоідально поглибленим профілем дна у випадку змішаних граничних умов при  $\Delta h = -1/3$  і модельній функції  $\vartheta_1(\mathbf{r}, \mathbf{z})$ : *a)* – до об'єднання структур; *б)* – після їх об'єднання

Розрахунки показують, що для модельних функцій  $\vartheta_1(\mathbf{r}, \mathbf{z})$  і  $\vartheta_2(\mathbf{r}, \mathbf{z})$  лінії Стокса в об'єднаних структурах є концентрично розташованими, гладкими і замкненими. Їх форма відображає викривлений косінусоїдальной профіль дна. Такий вид ліній Стокса так само, як це зазначено для конічного профілю дна [55], вказує на формування в структурі зі змішаними граничними умовами конвективного потоку у вигляді одного вихору.

4.6 Розрахунок розмірів частинок порошку легуючої домішки, що забезпечують їх гомогенізацію в об'ємі ДЗО сталі

Горизонтальна і вертикальна швидкості рідкого металу без легуючої домішки в ЦКС з неплоским профілем дна можуть бути визначені за функціями Стокса. При наявності наночастинок легуючої домішки в рідкому розплаві металу їх положення буде визначатися результуючою сил, що діють на них: сили Архімеда, сили тяжіння і сили опору Стокса. На основі аналізу цих сил визначений діапазон розмірів частинок нанодисперсного порошку легуючої домішки, в якому спостерігається їх просторова гомогенізація.

При цьому вважаємо виконаними наступні умови:

1. Наночастки не розчиняються в нержавіючої сталі, а утворюють суспензію, що означає формування поверхневої плівки окису заліза на їх поверхні.

2. Сталь з додаванням менш ніж 0,125 мас. % наночастинок порошку легуючої домішки не утворює нову фазу по відношенню до чистого розплаву металу, тому граничні умови на дні конвективної структури враховують тертя о стінку (тобто збурена швидкість і нормальна похідна від вертикальної швидкості дорівнюють нулю).

Горизонтальна і вертикальна швидкості масопереносу в ЦКС з неплоским профілем дна можуть бути визначені з функції Стокса (4.6)

$$\mathbf{v}_{r,1,2}(r,z) = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_{1,2}(r,z)}{\partial z}, \quad \mathbf{v}_{z,1,2}(r,z) = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_{1,2}(r,z)}{\partial r}.$$
(4.17)

Також, як і у випадку, розглянутому в [56], додавання мікро- і наночастинки легуючої домішки в рідкий метал буде приводити до дії на ці частинки різноспрямованих сил: підйомна сила Архімеда (завжди спрямована вгору); сила тяжіння (завжди спрямована вниз); сила тертя (сила Стокса, спрямована уздовж вектора конвективного руху рідини). Результуюча цих сил при досить малому розмірі часток легуючої домішки може довго утримувати їх в розплаві і приводити до гомогенізації. Для цього краплі розплавленого металу катода повинні надходити в розплав поблизу осі конвективної структури в області ліній Стокса з амплітудами, починаючи від 0,046 (див. рис. 4.6). В цьому випадку, згідно експериментальним та чисельним розрахунками, проведеними аналогічно в [1, 56], конвективні потоки захоплюють і розносять за об'ємом структури частки легуючої домішки, одночасно піддаваючі їх гомогенізації.

У вакуумно-дуговій печі матеріал катода у вигляді крапель металу, що містять наночастинки легуючої домішки, накопичується на круговій утворюючій нижньої частині порожнини катода і падає на поверхню циліндричної конвективної структури за такою ж круговою утворюючою, що і на катоді. Краплі металу будуть проникати в розплав, принаймні, на відстані 0,5 мм від осі структури. Тут на-ночастинки легуючої домішки силами Архімеда і Стокса, долаючи силу тяжіння, захоплюються вгору. Поблизу верхньої границі конвективної структури мала доля наночасток радіальним потоком виноситься до стінки кристалізатора, і осідає на ньому. Інша доля частинок силами Стокса і тяжіння, що перевищують силу Архимеда, направляються на дно структури. Ці частинки потрапляють в замкнений конвек-тивний потік, і схильні до конвективного перемішування всередині ЦКС, що рівнозначно їх рівномірному розподілу за обсягом зразка ДЗО сталі.

Критерій подолання сили Архімеда (умова гомогенізації) накладає наступне обмеження на розміри частинок [55]

$$r_p \le 10^{-2} \sqrt{\mathbf{v}_c \frac{9\mathbf{v}}{2g} \frac{\Delta l}{R_c} \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_p}},\tag{4.18}$$

де v<sub>c</sub> – максимальна швидкість переміщення рідкого металу на верхній горизонтальній поверхні структури, яку можна виміряти експериментально; v – кінематична в'язкість рідкого метала; g – прскорення вільного падіння;  $\Delta l$  – середня відстань між мікро- и наночастинками; R<sub>c</sub> – радіус циліндричної конвективної структури;  $\rho_l$ ,  $\rho_p$  – щільність рідкого металу і діоксиду цирконію відповідно.

Всі нано- або мікрочастинки легуючої домішки разом з рідким матеріалом катода у вигляді крапель, одна з яких умовно відзначена краплеподібною фігурою у верхньому лівому кутку структури (рис. 4.6), будуть потрапляти в об'єм структури. Потім частинки, що потрапили в рідкий метал структури, будуть рухатися уздовж ліній струму всередину структури (лінії II) або до стінки кристалізатора (лінії I).

В умовах експерименту зі сталю 08Х18Н10Т з додаванням частинок діоксиду цирконію  $v_c = 1.3$  см/с і нерівність (4.18) показує, що частки ZrO<sub>2</sub> з розмірами  $r_p < 90$  нм будуть рівномірно розподілені за об'ємом зливка ДЗО сталі, а частинки з розміром більше 160 нм повинні виноситися конвективним потоком на стінку кристалізатора.

Виходячи з вище викладеного, можна сформулювати наступні висновки:

 краплі металу порожнистого катода будуть проникати в циліндричну конвективну структуру по круговій лінії, яка відповідає внутрішньому колу порожнини катода;

 проникнення крапель матеріалу катода на глибину, відповідну напіввисоті структури, забезпечує рівномірний розподіл частинок легуючої домішки в об'ємі структури;

 – для частинок легуючої домішки з розмірами порядку 90 нм має спостерігатися їх рівномірний розподіл в об'ємі зразка.



Рис. 4.6 Схематичне зображення руху частинок легуючої домішки з потоком рідкого металу в конвективній структурі. Лінії з оцифруванням відповідають лініям струму

4.7 Технічна реалізація катодного витрачуваного електроду для виплавки
 ДЗО сталі

Зупинимося більш детально на конструкції катода, який застосовувався в експериментальних дослідженнях.

Свого часу нами було запропоновано конструкцію катодного витрачуваного електрода для отримання дисперсно-зміцненої оксидами сталі вакуумнодуговим переплавом [4]. Цей електрод має вигляд вертикального відрізка труби з опуклим нижнім торцем та закритими порожнинами, що примикають до його бічної поверхні, заповненими легуючим мікро- або нанодисперсним порошком. Порожнини мають форму кільцевих канавок, утворених при обертанні навколо осі електроду трапеції, з верхньою великою основою і нижньою меншою основою, які нахилені до горизонтальної лінії під гострим кутом  $\alpha$ . Ближня до осі обертання бічна сторона трапеції нахилена до горизонтальної лінії під гострим кутом  $\varphi$ , який дорівнює куту природного укосу легуючого порошку. Дальня від осі обертання сторона трапеції, довжиною *l*, паралельна осі обертання і направлена вздовж бічної сторони електроду. Відстань між двома будь-якими сусідніми канавками дорівнює відстані між двома нижніми сусідніми канавками.

Попередні дослідження показали, що електрод, який має вигляд відрізка труби, краще для отримання ДЗО сталі. Проте для виплавки ДЗО сталі не достатньо знати геометричну форму електроду, а треба знати ще деякі параметри електроду.

Важливо знати відношення між зовнішнім і внутрішнім радіусом електроду, кількість домішки, яка знаходиться в канавці по відношенню до масового вмісту домішку, відповідні параметри канавок, щоб досягти зменшення втрат легуючого порошку.

Для вирішення цієї проблеми була поставлена задача удосконалення катодного витрачуваного електрода для вакуумно-дугового переплаву шляхом вибору його внутрішнього розміру, та відповідних параметрів канавок для зменшення втрат коштовного легуючого порошку. У електроді, який має вигляд вертикального відрізка труби з опуклим нижнім торцем та закритими порожнинами, що примикають до його бічної поверхні, порожнини заповненюються легуючим мікро- або нанодисперсним порошком. Порожнини мають форму кільцевих канавок, утворених при обертанні навколо осі електроду трапеції, з верхньою великою основою і нижньою меншою основою, які нахилені до горизонтальної лінії під гострим кутом $\alpha$ . Ближня до осі обертання бічна сторона трапеції нахилена до горизонтальної лінії під гострим кутом  $\varphi$ , який дорівнює куту природного укосу легуючого порошку. Дальня від осі обертання сторона трапеції, довжиною *l*, паралельна осі обертання і направлена вздовж бічної сторони електроду. Відстань між двома будь-якими сусідніми канавками дорівнює відстані між двома нижніми сусідніми канавками.

В катодному витрачуваному електроді для отримання вакуумно-дуговим переплавом дисперсно-зміцненої оксидами сталі, порожнини заповнені легуючим порошком закриті обичайкою, що охоплює трубу.

Інтенсивність плавлення буде більше і крива плавлення буде крутіше через відсутність металу в центральній частині електрода. В наслідок цього кут  $\alpha$ буде менше і збільшиться ефективність плавлення. Параметр  $\beta$  для катодного витрачуваного електроду буде більше, бо крива плавлення буде крутішою та кут нахилу канавки повинен бути менше через притиснення лінії плавлення до горизонтальної осі.

Розглянемо варіант викристання катодного електроду для вакуумнодугового переплаву сталі 08Х18Н10Т для отримання ДЗО сталі, легованої нанодисперсним порошком діоксиду цирконію. Катодний трубчатий електрод (див. рис. 4.2) складається з вертикальної труби 1 радіусом  $R_0 = 2,0$  см (відстань від осі до внутрішньої поверхні обичайки 5) з внутрішнім радіусом  $R_2 = 0,25$  см. Радіус катодного трубчатого електроду з внутрішнім радіусом, відповідає нерівності:  $0,12 R_0 \le R_{oms} \le 0,13 R_0$ . В цій трубі виконані кільцеві канавки, заповнені легуючим порошком 4. Порожниною кожної канавки є об'єм, що утворений при обертанні навколо вісі витрачуваного електроду трапеції з великою верхньою основою і меншою нижньою основою (див. вставку на рис. 4.2). Канавки зовні закриті обичайкою 3. Основи трапеції нахилені до горидивзонтальної лінії під гострим кутом  $\alpha = 8^0$  (див. рис. 4.3). Величина кута  $\alpha$  повинна забезпечувати неперетинання нижньої поверхні канавки з поверхнею опуклого нижнього торця катодного електроду.

Ближня до осі обертання бічна сторона 6 трапеції нахилена до горизонтальної лінії під гострим кутом природного укосу легуючого порошку  $\varphi$ , який для діоксиду цирконію дорівнює 38<sup>0</sup>. При цьому кут  $\alpha$  менше кута  $\varphi$ , принаймні, в 4,8 рази.

Довжина електроду дорівнює 20 см, кількість канавок – 10, відстань між канавками дорівнює 2 см.

За регламентом виготовлення ДЗО сталей частка масового змісту порошку оксиду цирконію в масі катодного електроду повинна складати приблизно 0.125 мас. %.

Граничні умови у вигляді нерівності обумовлені необхідністю врахування величини допусків при виготовленні кільцевих канавок.

Рівність  $l = 2,65 \cdot k + 0,97$ , підтверджується експериментальними даними залежності висоти кільцевих канавок від кількості домішку діоксиду цирконію, які наведені у Таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 Залежність висоти кільцевих канавок від кількості домішку діоксида цирконію

Домішка в ме-	Домішка ок-	Висота	Внутрішній ра-	Зовнішній ра-
талі, к, % мас.	сида цирко-	канавки,	діус електрода,	діус електро-
	нію, мг.	$\Delta x$ , MM.	<i>R</i> <sub>2,</sub> мм.	да, <i>R</i> <sub>0,</sub> мм.
0,25	57	1,64	2,5	20
0,125	29	1,29	2,5	20
0,075	17	1,17	2,5	20

При цьому, для двох нижніх сусідніх канавок у вертикальному перерізі трубчастого електроду ближча до осі вершина 5' нижньої основи трапеції нижньої канавки та дальня від осі вершина 5'' нижньої основи верхньої канавки знаходяться на лінії 5 (рис. 4.2.), яка утворюється поверхнею обертання параболу, яка описується залежністю

$$z = \frac{2,5}{R_0}r^2$$

де *z*, *r* – вертикальна і горизонтальна координата циліндричного об'єму катодного електроду.

В даному випадку, виходячи з вищенаведених розмірів катодного електроду і розміру кільцевих канавок, величина 2,5, і отримана, виходячи з умови проходження лінії 5 через вершини 5' і 5". Відстань між будь-якими канавками дорівнює відстані між двома нижніми канавками.

Розглянемо процес вакуумно-дугового переплаву для отримання ДЗО сталі з використанням катодного електроду, що описано. Цей електрод розміщується у вакуумній камері з мідним водоохолоджуваним кристалізатором в якості анода. Між цим електродом, що складається з суцільної труби 1 (див. рис. 4.2) з обичайкою 3, і анодом (на рис. 4.2 не показаний) запалюється і підтримується електрична дуга. Підтримка горіння дуги здійснюється за рахунок повільного переміщення катодного електроду вгору уздовж вісі щодо підтримання необхідної відстані між катодом і поверхнею розплавленого металу. Дуга, що горить, приводить до плавлення катодного електроду. Розплав сталі, що стікає по поверхні електроду по зовнішній поверхні катодного електроду, захоплює частинки порошку діоксида цирконію 4 з кільцевих канавок, і утворює краплини, що утримуються силами поверхневого натягу на нижньому виступі, що сформований поверхнею плавлення та поверхнею отвору. В процесі плавлення нижня поверхня електроду набуває форми параболоїда обертання із утворюючою 5, яка описується з добрим наближенням залежністю:  $z = \frac{2.5}{R_o}r^2$ , і

проходить через точки 5' і 5". На нижньому виступі електроду утворюється краплини рідкого металу з розподіленим в ньому порошку діоксиду цирконію, що рівномірно поступає в розплав, завдяки формі виконання кільцевих канавок з вищезгаданими нахилами великої і малої основ трапеції до горизонтальної осі. Перевищення сили тяжіння краплин над силами поверхневого натягу приводить до її відриву і падінню на поверхню розплаву, який утворює шар розплавленого металевого композиту: метал плюс частинки діоксиду цирконію у вигляді рідкої ванни.

У рідкій ванні розплавлений метал має форму циліндричної конвективної структури, в якій метал піднімається вгору в центрі структури, і опускається вниз на зовнішній межі структури. Конвективне перемішування рідкого металу забезпечує рівномірний розподіл порошку оксиду цирконію за об'ємом ванни завдяки потраплянню крапель не в центральну її область. Плавка ведеться у вакуумі з тиском приблизно 10<sup>-3</sup> Па. Водоохолоджувані дно і внутрішня стінка мідного кристалізатора сприяють швидкій, протягом 20 – 30 хв, кристалізації розплаву.

Проведені експерименті по вакуумно-дуговій виплавці сталі показують гарну відповідність теоретичних розрахунків експериментальним данним.

4. Висновки до розділу 4

Вперше на основі отриманих аналітичних розв'язків для конвективного тепломасопереносу в циліндричній структурі зі змішаними граничними умовами, запропонована нова форма катода з циліндричною порожниною [2].

Вперше описано просторовий розподіл швидкості конвективного масопереносу рідкого металу в циліндричній комірці з косінусоідальним профілем дна, при наявності тертя позплаву о нього, де лінії струму (лінії Стокса) формують один вихор, який представляє собою концентрично розташовані гладкі замкнуті лінії формою, що відбиває викривлений косінусоідальний профіль дна [6, 11 – 13].

Вперше показано, що для крапель розплавленого металу катода, що надходять в розплав поблизу осі конвективної структури в області ліній Стокса з малими амплітудами, починаючи від 0,046, гомогенізація можлива при досить малому розмірі часток діоксиду цирконію за умови подолання діючої на частку підйомної сили Архімеда силою тяжіння і силою Стокса [2, 8, 15].

Вперше показано, що для конвективної гомогенізації частинок легуючої домішки в процесі вакуумно-дугового переплаву сталі необхідно забезпечити проникнення крапель матеріалу катода в розплав по круговій лінії, яка відповідає внутрішньому колу полого катода, а самі частинки повинні мати розмір близько 90 нм. Висновки щодо розмірів частинок оксидної фази підтверджені експериментами по виплавці дисперсно-зміцненої оксидами сталі [15].

### ВИСНОВКИ

У даній дисертаційній роботі експериментально і теоретично досліджені умови виникнення і тривалого існування конвективних структур в розташованому між двома горизонтальними тепловідвідними масивами шарі в'язкої, нестисливої рідини, що підігрівається знизу, а також запропоновані способи їх практичного застосування.

В результаті виконання роботи були сформульовані наступні висновки:

1. Вперше експериментально показано, що додавання у в'язку нестисливу рідину малої кількості дисперсної фази (0,02 мас. %) може утворювати на границі конвективної структури, що стикається з твердою поверхнею, як тверді, так і вільні граничні умови. Зокрема встановлено, що якщо розмір часток дисперсної фази менше або становить порядок товщини прикордонного шару дисперсного середовища, то рідина є однофазною, і на дні ємності формуються тверді граничні умови. Це важливо для визначення виду граничних умов при вирішенні задачі гомогенізації легуючої домішки при виготовленні дисперснозміцнених оксидами сталей.

2. Вперше в циліндричній геометрії отримано аналітичний розв'язок стаціонарної задачі Релея з твердими граничними умовами. На підставі цього розв'язку для різних модових чисел побудовано сімейство нейтральних кривих, які з високим ступенем точності відповідають результатам числових розрахунків інших авторів, що дозволило визначити параметри установки, при яких спостерігається стійка конвективна структура в розплаві металу.

3. Для в'язких нестисливих рідин в режимах повзучої і ламінарної конвективних течій отримана нова аналітична залежність числа Нуссельта від числа Релея, яка характеризується індивідуальним набором чотирьох констант для кожного виду рідини.

4. Вперше показано, що наявність або відсутність тертя на границі стійкої конвективної структури в шарі в'язкої нестисливої рідини впливає на її розміри:

експериментальні дослідження показують, що в разі твердих граничних умов безрозмірний діаметр конвективної структури становить 2,4 –2,5; в разі змішаних граничних умов становить 2,6 – 2,7. При цьому значення безрозмірного діаметра конвективної структури, отримане аналітичним шляхом у разі твердих граничних умов становить 2,46. При виплавці дисперсно-зміцненої оксидами сталі реалізувався діаметр, відповідний твердим граничним чним умовам.

5. Вперше показано, що наявність поверхневого натягу на верхній границі шару рідини при твердих граничних умовах на його нижній границі приводить до задачі Релея з твердими граничними умовами. Вперше на основі отриманих аналітичних розв'язків задачі Релея з твердими граничними умовами, досліджено процес тепломасопереносу в циліндричній конвективній структурі з вільною верхньою границею з урахуванням поверхневого натягу. Отримана нова залежність числа Марангоні від хвильового числа і числа Біо. Отримані теоретичні дані щодо розміру конвективної структури відповідають експериментальним вимірам.

6. На основі отриманих аналітичних розв'язків для конвективного тепломасопереносу в циліндричній структурі зі змішаними граничними умовами, запропонована нова форма катода з вісьовою циліндричною порожниною. Вперше показано, що для конвективної гомогенізації частинок легуючої домішки в процесі вакуумно-дугового переплаву сталі необхідно забезпечити проникнення крапель матеріалу катода в розплав по круговій лінії, яка відповідає внутрішньому колу полого катода, а самі частинки повинні мати розмір близько 90 ± 5 нм. Висновки щодо розмірів частинок оксидної фази підтверджені експериментами по виплавці дисперсно-зміцненої оксидами сталі.

7. За допомогою запропонованого методологічного підходу розроблено нову конструкцію катоду вакуумно-дугової печі, на яку отримано патент України на винахід (№117996) «Катодний витрачуваний електрод для отримання вакуумно-дуговим переплавом дисперсно-зміцненої оксидами сталі». Результати дисертаційної роботи впроваджені в Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України при вдосконаленні процесу виготовлення дисперсно-зміцнених оксидами сталей з малим відсотковим вмістом легуючої домішки та використовуються у навчальному процесі в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна на фізико-енергетичному факультеті.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Экспериментальные исследования элементарной конвективной ячейки с твердыми и смешанными граничными условиями в горизонтальном слое вязкой несжимаемой жидкости. Андреева О. Л., Борц Б. В., Костиков О. А., Ткаченко В. И. // Інтегровані технології та енергозбереження. 2016. № 4, С. 30-35.

2. Investigation of the Oxide Phase Convective Homogenization While Vacuum-Arc with Hollow Cathode Remelting of Steel / Andreeva O., Borts B., Kostikov A., Tkachenko V. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 5/5 (83), P. 25 – 32.

3. Паточкина О.Л. (Андреева О. Л.), Казаринов Ю. Г., Ткаченко В. И. Физическая модель зависимости числа Нуссельта от числа Рэлея // Журнал технической физики. 2016. Т. 66, № 11, С. 23 - 29.

4. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Тепломассоперенос в подогреваемой снизу цилиндрической конвективной ячейке со свободной верхней границей при учете поверхностного натяжения // Інтегровані технології та енергозбереження. 2017. № 2, С. 3 – 14.

5. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Аналитическое решение и нейтральные кривые стационарной линейной задачи Рэлея для цилиндрических конвективных ячеек с твердыми и смешанными граничными условиями // Проблемы машиностроения. 2017. Т. 20, №1, С.17-28.

6. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Конвективный теплообмен вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической ячейке с конически углубленным дном и твердыми граничными условиями // Проблемы машиностроения. 2017. Т. 20, № 2, С. 22-28.

7. Теоретическое исследование элементарной конвективной ячейки с твердыми и смешанными граничными условиями в горизонтальном слое вязкой несжимаемой жидкости / Андреева О. Л., Борц Б. В., Костиков А. О., Ткаченко В. И. // Электронное моделирование. 2017. Т. 39, № 2, С. 35 - 46.

Пат. 117996 Україна, МПК51 С22В 9/20. Катодний витрачуваний електрод для вакуумно-дугового переплаву / О. Л. Андрєєва, Б. В. Борц, О. Ф. Ванжа, В. І.Ткаченко ; власник Нац. наук. центр «Харківський фізико-технічний інститут». – № а 2017 09627 ; заявл. 02.10.2017 ; опублік. 25.10.2018, Бюл. № 20. – 5 с.

9. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.), Ткаченко В. И., Костиков А. О. Элементарная конвективная ячейка и концентрические конвективные валы в слое вязкой, несжимаемой жидкости с твердыми границами // Физикотехнические проблемы энергетики и пути их решения: тезисы докладов Международной научно-технической конф., 22 июня 2014 г., Харьков, Украина. С.35.

10. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.) Точное решение задачи Рэлея в цилиндрической геометрии с твердыми граничными условиями и построение на его основе нейтральной кривой // Конференция молодых ученых ИПМаш НАН Украины: тезисы докладов Международной научно-технической конф., 17-20 ноября 2014 г., Харьков, Украина. С. 42.

11. Андрєєва О. Л., Іванюк М. І., Кулик О. П. Тепломасоперенос у конвективних циліндричних комірках з параболічним профілем дна і твердими граничними умовам // Матеріали XVI всеукраїнської науково-технічної конференції, 5-7 жовтня 2016, г. Одеса, Україна. С. 28-29.

12. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.) Тепловая конвекция в элементарной цилиндрической ячейке с неплоским профилем дна и твердыми граничными условиями // Конференция молодых ученых ИПМаш НАН Украины: тезисы докладов Международной научно-технической конф. 16 - 19 ноября 2015 г., Харьков. С. 20.

13. Patochkina O. L., (Andreeva O. L.), Tkachenko V .I. Heat Convection of Viscous Incompressible Liquid in a Cylindric Elementary Convection Cell with a Conical Cavity Bottom and Solid Boundary Conditions // YSF-2015: Intern. Young Sci. Forum on Appl. Phys., 29 September - 2 October 2015. Dnipropetrovsk. Ukraine/ P. PECCS 10.

14. Андреєва О. Л., Ткаченко В. І. Феноменологія процесів в вільною верхнею циліндричній конвективній комірці 3 межою, шо деформується, з урахуванням поверхневого натягу // ЕВРИКА: матеріали студентів i Міжнар. конф. молодих науковців теоретичної 3 та експериментальної фізики, 16 - 18 травня 2017, Львів. С. F1.

15. Андрєєва О. Л. Моделювання масопереносу розплаву сталі в циліндричній комірці з неплоским профілем дна для гомогенізації нанопорошку оксиду при вакуумно-дуговому виготовленні ДЗО сталі // Проблеми інформатизації: тези доповідей VI міжнародної науково-технічної конференції. Черкаси – Баку – Бельсько – Бяла – Харків, 14–16 листопада 2018 р. С. 141.

16. Паточкіна О. Л. (Андрєєва О. Л.)., Борц Б. В., Ткаченко В. И. Примітні явища природи: осередки Бенара з твердими межами: методичні вказівки до курсу "Ресурсозберігаючі та екологічно чисті технології". Х.: ХНУ імені В.Н. Каразіна, 2016. 28 с.

17. Расщупкин В. П., М. С. Корытов Производство стали. Методика выплавки: учебное пособие. Омск: Изд. – во СибАДИ, 2007. 39 с.

18. Павленко Н. И. История металлургии в России XVIII века. Заводы и заводовладельцы. М.: Издательство АН СССР, 1962. 569 с.

19. Черняк С. С. Металловеды. Иркутск: Изд-во ИрГУ, 2000. 532 с.

20. Свенчанский А. Д., Смелянский М. Я. Электрические промышленные печи. М.: Энергоиздат, 1981. 296 с.

21. Васильев А. В., Ермаков С. Б. Причины разрушения высокопрочных сталей при пониженных температурах. // Науч. журн. НИУ ИТМО, серия «Холодильная техника и кондиционирование». 2008. № 2. С. 120 – 250.

22. Лившиц Б.Г. Физические свойства металлов и сплавов. Металлургия.
 – М. : Металлургия, 1980. 320 с.

23. Новый справочник химика и технолога. Процессы и аппараты химических технологий. Ч.1. за ред. Г. Островский [та ін.]: К: АНО НПО «Профессионал», 2004. – 848 с.

24. Герасимов Я. И. Химическая термодинамика в цветной металлургии.
Т. 1 - 7 / Я. И. Герасимов, А. Н. Крестовников, А. С. Шахов // Металлургиздат — М.: Металлургиздат, 1960. — 230 с.

25. Кем А. Ю. Теоретические основы и технология специальных методов порошковой металлургии для изготовления изделий электронной техники: автореф. дис. д-ра технічних наук: 05.16.06. Новочеркасск, 2003. 41 с.

26. Кем А. Ю., Смирнов Д. Ю. Технологические особенности получения тонкостенных деталей методом порошковой металлургии. Электронная техника. –1991. Сер. 7, Вып. 2(165). с.6-9.

27. А. с. 1719159 СССР, МПК51В22F 3/02, Инструмент для прессования изделий из металлических порошков / С.К. Кривоносов, А.Ю. Кем, Д.Ю. Смирнов. № 719159; заявл. 25.12.1989; опубл. 15.03.1992, Бюл. № 19.

28. Большая советская энциклопедия. Дисперсионно-упрочнённые материалы: в 30 - и т.; гл. ред. А. М. Прохоров. М.: Рус. яз., 1972. Т.8.: Дебитор – Евкалипт. 592 с.

29. Atom probe characterization of nano-scaled features in irradiated ODS Eurofer steel. / S. V. Rogozhkin, A. A.Aleev, A. G.Zaluzhnyi, A. A.Nikitin, N. A. Iskandarov, P. A. Vladimirov., R. Lindau, A. Moeslang // Journal of Nuclear Materials. 2011. V. 409. P. 94 – 99.

30. Nanostructure evolution in ODS steels under ion irradiation /
S. Rogozhkin, A.Bogachev, O.Korchuganov, A.Nikitin N.Orlov, A. Aleev,
A. Zaluzhnyi, M.Kozodaev, T.Kulevoy, B. Chalykh, R.Linda, J.Hoffman,
A. Möslang, P.Vladimirov, M.Klimenkov, M.Heilmaier, J.Wagner, S. Seils //
Nuclear Materials and Energy. 2016. V. 9. P. 66 – 74.

31. Nanostructure evolution in ODS Eurofer steel under irradiation up to 32 dpa / S. V. Rogozhkin, N. N. Orlov, A. A. Aleev, A. G. Zaluzhnyi, M. A. Kozodaev, R. P. Kuibeda, T. V. Kulevoy, A. A. Nikitin, B. B. Chalykh, R. Lindau, A. Möslang, P. Vladimirov // The Physics of Metals and Metallography. 2015. V. 116, Issue 1. – P. 72 – 78.

32. Effect of Alloying with Titanium on the Microstructure of an Oxide Dispersion Strengthened 13.5 % Cr Steel / S. V. Rogozhkin, A. A. Bogachev, D. I. Kirillov, A. A. Nikitin, N. N. Orlov, A. A. Aleev, A. G. Zaluzhnyi, and M. A. Kozodaev // The Physics of Metals and Metallography. 2014. V. 115, No. 12. P. 1259 – 1266.

33. Nanostructural Materials in the Nuclear Engineering / N. A. Azarenkov,
V. N. Vojevodin, V. G. Kirichenko, G. P. Kovtun, V. V. Kurinny, S. V. Lytovchenko
// The Journal of KNU Physical series «Nuclei, Particles, Fields». 2013. № 1059,
Issue 2/58/. P. 19 – 28.

34. Анциферов В. Н., Бобров Г. В., Дружинин Л. К., Порошковая металлургия и напыленные покрытия. М.: Металлургия, 1987. 792 с.

35. Либенсон Г.А. Основы порошковой металлургии. М.: Металлургия, 1975. 200 с.

36. Кипарисов С. С., Либенсон Г. А. Порошковая металургія. М.: Металлургия, 1980. 495 с.

37. Порошковая металургия. Материалы, технология, свойства, области применения: Справочник / И. М. Федорченко, И. Н. Францевич, И. Д. Радомысельский и др.; отв. ред. И. М. Федорченко. Киев: Наук. Думка, 1985. 624 с.

38. Степанчук А. М., Билык И. И., Бойко П. А. Технология порошковой металлургии. Киев: «Высшая школа», 1989. 415 с.

39. Использование методов металлургии распыленных и быстрозакаленных порошков для изготовления оболочек твэлов из дисперсноупрочненных оксидами (ДУО) жаропрочных ферритно-мартенситных сталей / В. С. Агеев, А. А. Никитина, В. В. Сагарадзе, Б. В. Сафронов, А. П. Чуканов, В. В. Цвелев // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение. 2007. Ч. I, №2. С. 134 – 141.

40. Агеев В. С., Гиршов В. Л. Горячее изостатическое прессование металлических порошков. Комплект: ИТО. 2015. № 08, С. 28 – 30.

41. Белов А.Ф. Металлургия гранул — новый путь повышения качества конструкционных материалов // Вестник АН СССР. 1975. № 5. С. 74 – 84.

Белов А. Ф. Новые металлургические процессы путь к повышению качества и эффективности использования металлов. Известия АН СССР. Металлы. 1981. №3. С. 4 – 9.

43. Металлургия гранул – новый технологический процесс производства материалов / А. Ф. Белов, Н. Ф. Аношкин, В. И. Ходкин, О.Х. Фаткулин, М.С. Ерманок // Обработка легких и жаропрочных сплавов. М.: Наука, 1976. С. 217-236.

44. Fabrication and characterization of oxide dispersion strengthened (ODS) 14Cr steels consolidated by means of hot isostatic pressing, hot extrusion and spark plasma sintering / Hilger I., Boulnat X., Hoffmann J., Testani C., Bergner F., De Carlan Y., Ferraro F., Ulbricht A. // Journal of Nuclear Materials. 2016. V. 472. P. 206 – 214.

45. Болдин М. С. Физические основы технологии электромпульсного плазменного спекания. Нижний Новгород : Изд. - во Нижегород. гос. ун-та, 2012. 59 с.

46. Effect of starting powders on the sintering of nanostructured  $ZrO_2$  ceramics by colloidal processing / G. Suárez, Y. Sakka, T.S. Suzuki, T. Uchikoshi, X. Zhu, and E. F. Aglietti // Science and Technology of Advanced Mater. 2009. V. 10, No 2. P. 68 – 76.

47. Preparation of nanocrystalline BaTiO3 ceramics / DENG XiangYun, LI DeJun, LI JianBao, WANG XiaoHui & LI LongTu // Science in China. Ser. E: Technological Sciences. 2009. Vol. 52, No 6. P. 1730–1734.

48. Microstructure of HIPed and SPSed 9Cr-ODS steel and its effect on helium bubble formation. / C. Lu, Z. Lu, R. Xie, C. Liu, L. Wang // Journal of Nuclear Materials. 2016. V. 474. P. 65 – 75.

49. Исследование возможности получения дисперсно – упрочненных оксидами (ДУО) сталей методом вакуумно – дугового переплава / Б.В. Борц, А.Ф. Ванжа, И.М. Короткова, В.И. Сытин, В.И. Ткаченко // ВАНТ. Серия

«Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение». 2014. №4(92). С. 117 – 124.

50. Investigation of the oxide phase homogenization in the convective cell while producing vacuum – arc remelting / L. S. Bozbiei, B. V. Borts, I. M. Neklyudov, V. I. Tkachenko // Eastern – European Journal of Enterprise Tech. 2016. Vol. 2, No. 5(80). P. 14 - 21.

51. Пат. 114986 Україна, МПК51С22В 9/20. Катодний витрачуваний електрод для вакуумно – дугового переплаву: / Бозбєй Л. С., Борц Б. В., Ткаченко В. І.; власник Національний науковий центр "Харківський фізико – технічний інститут". № а 2016 05797; заявл. 30.05.2016; опублік. 28.08.2017. Бюл. № 16. – 4 с.

52. Бозбей Л. С. Роль конвективных ячеек в изготовлении оксид дисперсно – упрочненных (ОДУ) сталей. XI конференция молодых ученых и специалистов ИПМаш НАН Украины: тезисы доклада. Харьков, 2014. С. 32.

53. Бозбей Л.С., Борц Б.В., Ткаченко В.И. Влияние конвективного массопереноса на гомогенизацию оксидной фазы при вакуумно – дуговом изготовлении дисперсно–упрочнённых оксидами (ДУО) сталей. Инновационные пути модернизации базовых отраслей промышленности, энерго – и ресурсосбережение, охрана окружающей природной среды: тез. докл IV Межотрасл. научно – практ. конф., 25 – 26 марта 2015 г., Харьков, Украина. Харьков: ГП «Энергосталь», 2015. С. 102 – 103.

54. Повитухин С.А., Математическое моделирование процесса охлаждения слитка в кристаллизаторе машины непрерывного литья заготовок / С.А. Повитухин // Вестник ТГТУ. 2009. Том 15, № 3. С. 672 - 681.

55. Пат. 2215381 РФ, МПК51Н05В7/07, С22В9/20. Расходуемый электрод вакуумной дуговой электропечи / П. С. Альтман, О. Г. Федотов, А. Е. Гончаров ; власник ОАО Верхнесалдинское металлургическое производственное объединение. № 2002112969/02 ; заявл. 13.05.2002 ; опублік. 27.10.2003, Бюл. 30. – 4 с.

56. Исследование возможности получения дисперсно-упрочненных оксидами (ДУО) сталей методом вакуумно – дугового переплава / Б. В. Борц, А. Ф. Ванжа, И. М. Короткова, В. И. Сытин, В. И. Ткаченко // Вопросы атомной науки и техники. 2014. № 4. С. 117 –124.

57. Дремов В. В., Недопекин Ф.В. Вариационный и численный методы в теплофизике затвердевающего слитка. Макеевка: ДонНАСА, 2007. 199 с.

58. Prigogine J., Glansdorf P. Variational Properties and Fluctuation Theory. Physica. 1965. V. 31, Iss. 8. P. 1242 – 1256..

59. Остапенко В.В., Лукьянов А.В., Дремов В.В. Физико – математическая модель работы аккумуляторов теплоты фазового перехода кожухотрубного типа на основе решения задачи Стефана вариационным методом. Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури, Вип. 3(107). 2014. С. 25 - 31.

60. Дремов В. В., Недопекин Ф. В., Роговец О. В. Движение фронта затвердевания в отливках с обратной конусностью. XV Международная конференция теплотехника и энергетика в металлургии, 7 – 9 октября 2008 г., Днепропетровск, Украина. НМетАУ – Днепропетровск, 2008. С. 87 - 88.

61. Brown S. C. Count Rumford Discovers Thermal Convection. Daedalus,1957. Vol. 86, No. 4. P. 340 – 343.

62. Thomson J. On a changing tessellated structure in certain liquid // Proc. Glasgow Philos. Soc. 1882. No.13. P. 464 – 468.

63. Bernard H. Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide / H. Bernard // Revue generale des Sciences, pures et appliques. 1900. V. 11. P. 1261 – 1271, P. 1309 – 1328. Режим доступу:

http://people.duke.edu/~av8/vandongen\_lab/selforganization/PDF/Benard%201901.p df

64. Strutt J. W. (Lord Ray1eigh) On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the underside. Phil. Mag. 1916. V. 32. – P. 529 – 546. Режим доступу:

https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14786441608635602

65. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М: Наука, 1972. 393 с.

66. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. New – York: Oxford University Press, 1961. 657 p.

67. Линь Цзя – цзяо Теория гидродинамической устойчивости. М.: Иностранная литература, 1958. 194 с.

68. Гетлинг А. В. Формирование пространственных структур конвекции Рэлея – Бенара // УФН. 1991. Том 161, вып. 9. С. 1 - 80.

69. Drazin P. G. An Introduction to Hydrodynamic Stability. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. 258 p.

Гарифуллин Ф. А. Возникновение конвекции в слоях вязких жидкости
 // Соросовский образовательный журнал. 2000. Т. 6, № 8. С. 108 – 114.

71. Gertsberg V. L., Sivashinsky G. I. Large Cells in Nonlinear Rayleigh –
Bénard Convection. // Progress of Theoretical Physics. 1981. V. 66, Issue 4.
P. 1219 – 1229.

72. Ciliberto S., Bigazzi P. Spatiotemporal Intermittency in Rayleigh – Bénard Convection // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60, No 4. P. 286 – 289.

73. Ahlers G., Grossmann S., Lohse D. Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh – Bénard convection. Rev. Mod. Phys. 2009. V. 81, No 2. P. 503 – 537.

74. Zierep J. Über Rotationssymmetrische Zellularkonvektions Strömung /
J. Zierep // Z. Agev. Mah. Mech Ahlers. 1958. Bd. 39, № 7/8. P. 329 – 333.

75. Zierep, J. Eine Rotations symmetrische Zellularkonvektions Strömung // Beitr. Phys. Atmos. 1958. Vol. 30. P. 215 – 222.

76. Koshmieder E. L., Pallas S. G Heat transfer through a shallow, horizontal convecting fluid layer. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1974. V. 17, Issue 9. P. 991 – 1002.

77. Koshmieder E. L., Prahl S. A. Surface tension driven Benard convection in small containers // J. Fluid Mech. 1990. № 215. P. 571 – 583.

78. Koschmieder E. L. Bénard Cells and Taylor Vortices : monograph on mechanics. Cambridge: University Press, 1993. 350 p.

79. Getling A. V. Reyleigh – Benard Convection: Structures and Dynamics, Advanced Series in Nonlinear Dynamics. М.: Видавництво МДУ.1998. V. 11. P. 256.

80. Criminale W.O., Jackson T. L., Joslin R. D Theory and computation of hydrodynamic stability. Cambridge University Press. 2003. 453 p.

81. Stuart J.T. On the nonlinear mechanics of hydrodynamic stability // J. Fluid Mech. 1958. V. 4, Issue 1. P. 1 - 21.

82. Stengel K. C., Oliver D. S., Booker J. R. Onset of convection in a variable
– viscosity fluid // J. Fluid Mech. 1982. V. 120, P. 411–431.

83. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретична фізика: Т. 6. Гідродинаміка.М.: Наука. 1986. 736 с.

84. Sorokin V.S. On steady motions in a fluid heated from below // Prikl. Mat.Mech. 1954. V. 18(2). P. 197 – 204.

85. Темам Р. Уравнения Навье – Стокса. Теория и численный анализ.М.: Мир. 1981. 408 с.

86. White D. B. The planforms and onset of convection with a temperaturedependent viscosity // J. Fluid Mech. 1988. V. 191.p. 247 – 286.

87. Ван-Дайк М. Атлас течения жидкости и газов. М.: «Мир», 1986. – 184 с.

88. Silveston P. L. Warmedurchgang in waagerechten Flussigkeitsschichten // Forsch. Ing. Wes. 1958. Bd. 24. P. 59 – 69.

89. Ходаков Г. С. Реология суспензий. Теория фазового течения и ее экспериментальное обоснование // Российский химический журнал. 2003. Том. XLVII, № 2. С. 33 – 44.

90. Ball K. S., Farouk B. A flow visualization study of the effects of buoyancy on Taylor vortices // Phys. Fluids A 1. 1989. P. 1502 – 1507.

91. Garon A. M., R. J. Goldstein Velocity and heat transfer measurements in thermal convection // Phys. Fluids. 1973. V. 16. P. 1818 – 1825.

92. Chen M., Whitehead, J. A. Evolution of two – dimensional periodic Rayleigh convection cells of arbitrary wavenumbers // J. Fluid Mech. 1968. V. 31, Issue 1. P. 1 – 15.

93. Физическая энциклопедия / гл. ред. А. М. Прохоров; ред. кол Д.М. Алексеев, А.М. Балдин, А.М. Бонч – Бруевич, А.С. Боровик – Романов и др. – Т.
4. Пойнтинга – Робертсона. М.: Большая Российская энциклопедия – Стримеры. 1994. 704 с.

94. Теория тепломассобмена / С. И. Исаев [ и др.]. М.: Издательство «Высшая школа», 2018. 462 с.

95. Фрик П. Г. Турбулентность: методы и подходы: Курс лекций. Ч. 1. Пермь: Изд. – во Пермского гос. техн. ун-т., 1998. 108 с.

96. Manneville P. Rayleigh – Benard convection: Thirty years of experimental.
Theoretical and modeling work // Springer Tracts in Modern Physics. 2006. V. 207. –
P. 41 – 65.

97. High Rayleigh Number Convection with Gaseous Helium at Low Temperature / X. Chavanne, F. Chilla, B. Chabaud, B. Castaing, J. Chaussy, B. Herbral // Journal of Low Temperature Physics. 1996. V. 104, No. 1 - 2. P. 109 – 129.

98. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.Специальные функции : Формулы, графики, таблицы / Е. Янке, под ред. Л. И. Седова. М.: Наука, 1964. 344 с.

99. Formation of Elementary Convective Cell in Horizontal Layer of Viscous Incompressible Fluid // L.S. Bozbiei L.S., B.V. Borts, A.O. Kostikov, V.I. Tkachenko // East – European J. of Phys. 2014. V. 1, № 4. P. 49 – 56.

100. Мэтьюз Дж., Уокер Р. Математические методы физики. М.: Атомиздат. 1972. 401 с.

101. Royal Society Mathematical Tables. V. 7. Bessel Functions. – Cambridge : University Press, 1960. 140 p.

102. Рихман Г. В. Труды по физике . М.: Изд – во АН СССР, 1956. 716 с.

103. Pearson J. R. A. On convection cells induced by surface tension // J. Fluid Mech. 1958. V. 4, Issue 5. P. 489 – 500.

104. Nield D. A. Surface tension and buoyancy effects in cellular convection //J. Fluid Mech. 1964. V. 19, Issue 3. P. 341 – 352.

105. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. М.: Наука, 1989. 711 с.

106. Беляев А. И. Металлургия легких метал лов. М.: Металлургия, 1970. 368 с.

107. Кузнецов А. Н. Электрометаллургия // Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона : М.: - Терра. Т. 82. 2001. 510 с.

108. Зеликман А. Н., Коршунов Б.Г Металлургия редких металлов. М.: Металлургия, 1991. 432 с.

109. Непрерывная разливка стали в сортовые заготовки / В. С. Рутес та [iн.]. М.: Металлургия, 1967. 143 с.

110. Кудрин В. А., Парма В. Технология получения качественной стали. М.: Металлургия, 1984. 320 с.

111. Мошкевич Е. И. Разливка высококачественной стали / М.: Металлургиздат, 1963. 88 с.

112. Thermal – vacuum method of obtaining the nano – dispersion materials /
V. A. Kytovoy, Y. G. Kazarinov, A. S. Luzenko, A. A. Nikolaenko, V. I. Tkachenko
// PAST. Series «Physics of radiation damages and phenomena in solids». 2014. Vol.
2. P. 153 – 157.

113. Пат. 2293268 РФ, МПК51 F27B 3/08. Способ электроплавки в дуговой печи постоянного тока / Ячиков И. М., Морозов А. П., Портнова И. В. ; власник Ячиков И. М. № 2005115622/02, заявл. 23.05.2005, опублік. 10.02.2007, Бюл. 4. - 6 с.

114. Бозбей Л. С., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Теплоперенос в подогреваемой снизу свободной цилиндрической элементарной конвективной ячейке с конически углубленным дном // Проблемы машиностроения. 2016. Т. 19, № 2. С. 19 – 24.

# ДОДАТОК А

# Акт про впровадження в науково-прикладних дослідженнях у Національному науковому центрі

«Харківський фізико-технічний інститут»

україна національна академія наук Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» №14312223 вул.Академічна, 1, м.Харків, 61108

38(057) 335-35-30, факс +38(057) 335-

No 46-00/01-1953

АКТ

Авторський колектив у складі: Андрєєва О.Л., Борц Б.В., Ванжа О.Ф., Ткаченко В.І.

Договір № X-5-279 від 01.04.2009 "Впровадження результатів аналізу структури, механічних та магнітних властивостей опромінених корпусних сталей для оцінки можливості переназначення ресурсу корпусів реакторів ВВЕР-1000 України" впродовж 2009 - 2010 р.р. виконувався в рамках "Державної програми фундаментальних і прикладних досліджень з проблем використання ядерних матеріалів, ядерних і радіаційних технологій у сфері розвитку галузей економіки на 2004 – 2010 роки" в інституті фізики твердого тіла, матеріалознавства та технологій (ІФТТМТ) ННЦ ХФТІ НАН України.

Згідно вищезазначеного договору на дослідному зразку установки вакуумно-дугового переплаву були виконані дослідження щодо метода виготовлення ДЗО сталі 08Х18Н10Т легованої порошкоподібним ZrO<sub>2</sub>. Згідно теоретичних розробок, виконаних у науково-виробничому комплексі "Відновлювані джерела енергії та ресурсозберігаючі технології" (НВК ВДЕРТ) ННЦ ХФТІ, легування запропоновано здійснювати застосуванням форми катода типу "hollow спеціально виготовленої fish - bone"... Теоретичними методами досліджено вплив форми катода і розміру легуючих частинок на рівномірне надходження оксидів цирконію в розплав сталі 08Х18Н10Т. Гомогенизацію частинок ZrO2 в розплаві сталі згідно теоретичних досліджень запропоновано описувати на основі масопереносу в конвективній комірці з неплоским профілем дна і твердими межами. Теоретичними розрахунками показано, що для спеціальної форми катода і малого розміру частинок ZrO2 можливо реалізувати рівномірний їх розподіл в об'ємі розплаву.

Отримані в НВК ВДЕРТ результати теоретичних досліджень щодо формування ковективної комірки з твердими межами для опису процесу гомогенізації нанорозмірних частинок ZrO<sub>2</sub> в ДЗО сталі 08Х18Н10Т використані при дослідженні та впровадженні в установку вакуумнодугового переплаву, на якій виготовлені згідно договору № Х-5-279 зразки злитків. Гомогенізація легуючого порошкоподібного ZrO<sub>2</sub> відбувається завдяки конвективній комірці з твердими межами, яка формується в кристалізаторі, а також спериальні в катода типу "hollow fish - bone".

2 Генеральний директор ] Науковий керівник дого op доктор технічних наук

М.Ф. Шульга

Б.В. Борц

# ДОДАТОК Б

# Довідка про використання матеріалів дисертації в учбовому процесі Харківського Національного Університету ім. В. Н. Каразина



#### МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені В. Н. КАРАЗІНА

61022, м. Харків, майдан Свободи, 4, факс +38 057 705-02-41, тел. +38 057 705-12-47, +38 057 707-52-31, *E-mail:* univer@karazin.ua, код ЄДРПОУ 02071205

21.08.2017No 1901-19

Довідка

#### про впровадження результатів дисертаційної роботи О.Л. Андрєєвої

Довідка видана молодшому науковому співробітнику ННЦ ХФТІ НАН України Андрєєвій Оксані Леонідівні в тому, що результаті її дисертаційної роботи використовуються на кафедрі фізики нетрадиційних енерготехнологій та екології фізико-енергетичного факультету у вигляді навчальнометодичного посібника «Примітні явища природи: комірки Бенара з твердими границями», авторів О.Л. Паточкіна, Б.В. Борц, В.І. Ткаченко з курсу «Ресурсозберігаючі та екологічно чисті технології»



#### **ДОДАТОК В**

# СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Экспериментальные исследования элементарной конвективной ячейки с твердыми и смешанными граничными условиями в горизонтальном слое вязкой несжимаемой жидкости. Андреева О. Л., Борц Б. В., Костиков О. А., Ткаченко В. И. // Інтегровані технології та енергозбереження. 2016. № 4, С. 30 – 35.

2. Investigation of the Oxide Phase Convective Homogenization While Vacuum-Arc with Hollow Cathode Remelting of Steel / Andreeva O., Borts B., Kostikov A., Tkachenko V. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 5/5 (83), P. 25 – 32.

3. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.), Казаринов Ю. Г., Ткаченко В. И. Физическая модель зависимости числа Нуссельта от числа Рэлея // Журнал технической физики. 2016. Т. 66, № 11, С. 23 – 29.

4. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Тепломассоперенос в подогреваемой снизу цилиндрической конвективной ячейке со свободной верхней границей при учете поверхностного натяжения // Інтегровані технології та енергозбереження. 2017. № 2, С. 3 – 14.

5. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Аналитическое решение и нейтральные кривые стационарной линейной задачи Рэлея для цилиндрических конвективных ячеек с твердыми и смешанными граничными условиями // Проблемы машиностроения. 2017. Т. 20, №1, С.17 – 28.

6. Андреева О. Л., Костиков А. О., Ткаченко В. И. Конвективный теплообмен вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической ячейке с конически углубленным дном и твердыми граничными условиями // Проблемы машиностроения. 2017. Т. 20, № 2, С. 22 – 28.

7. Теоретическое исследование элементарной конвективной ячейки с твердыми и смешанными граничными условиями в горизонтальном слое вязкой

несжимаемой жидкости / Андреева О. Л., Борц Б. В., Костиков А. О., Ткаченко В. И. // Электронное моделирование. 2017. Т. 39, № 2, С. 35 – 46.

8. Пат. 117996 Україна, МПК51 С22В 9/20. Катодний витрачуваний електрод для вакуумно-дугового переплаву / О. Л. Андрєєва, Б. В. Борц, О. Ф. Ванжа, В. І.Ткаченко ; власник Нац. наук. центр «Харківський фізикотехнічний інститут». – № а 2017 09627 ; заявл. 02.10.2017 ; опублік. 25.10.2018, Бюл. № 20. – 5 с.

9. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.), Ткаченко В. И., Костиков А. О. Элементарная конвективная ячейка и концентрические конвективные валы в слое вязкой, несжимаемой жидкости с твердыми границами // Физикотехнические проблемы энергетики и пути их решения: тезисы докладов Международной научно-технической конф., 22 июня 2014 г., Харьков, Украина. С. 35.

10. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.) Точное решение задачи Рэлея в цилиндрической геометрии с твердыми граничными условиями и построение на его основе нейтральной кривой // Конференция молодых ученых ИПМаш НАН Украины: тезисы докладов Международной научно-технической конф., 17 - 20 ноября 2014 г., Харьков, Украина. С. 42.

11. Андрєєва О. Л., Іванюк М. І., Кулик О. П. Тепломасоперенос у конвективних циліндричних комірках з параболічним профілем дна і твердими граничними умовам // Матеріали XVI всеукраїнської науково-технічної конференції, 5-7 жовтня 2016, г. Одеса, Україна. С. 28 – 29.

12. Паточкина О. Л. (Андреева О. Л.) Тепловая конвекция в элементарной цилиндрической ячейке с неплоским профилем дна и твердыми граничными условиями // Конференция молодых ученых ИПМаш НАН Украины: тезисы докладов Международной научно-технической конф. 16 - 19 ноября 2015 г., Харьков. С. 20.

13. Patochkina O. L., (Andreeva O. L.), Tkachenko V .I. Heat Convection of Viscous Incompressible Liquid in a Cylindric Elementary Convection Cell with a Conical Cavity Bottom and Solid Boundary Conditions // YSF-2015: Intern. Young

Sci. Forum on Appl. Phys., 29 September - 2 October 2015. Dnipropetrovsk. Ukraine / P. PECCS 10.

14. Андрєєва О. Л., Ткаченко В. І. Феноменологія процесів в циліндричній конвективній комірці з вільною верхнею межею, що деформується, з урахуванням поверхневого натягу // ЕВРИКА: матеріали Міжнар. конф. студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики, 16 - 18 травня 2017, Львів. С. F1.

15. Андрєєва О. Л. Моделювання масопереносу розплаву сталі в циліндричній комірці з неплоским профілем дна для гомогенізації нанопорошку оксиду при вакуумно-дуговому виготовленні ДЗО сталі // Проблеми інформатизації: тези доповідей VI міжнародної науково-технічної конференції. Черкаси – Баку – Бельсько – Бяла – Харків, 14–16 листопада 2018 р. С. 141.

16. Паточкіна О. Л. (Андрєєва О. Л.)., Борц Б. В., Ткаченко В. И. Примітні явища природи: осередки Бенара з твердими межами: методичні вказівки до курсу "Ресурсозберігаючі та екологічно чисті технології". Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2016. 28 с.
## **ДОДАТОК Г**

Апробація результатів дисертації:

— XI - XIII конференція молодих вчених и спеціалістів ІПМаш НАН
України (Харків, 2014, 2015), доповідь;

 міжнародна науково-технічна конференція «Фізико-техничні проблеми енергетики і шляхи їх вирішення» (Україна, Харків, 2014), тези доповіді;

міжнародна науково-практична конференція «Устойчивое энергетическое развитие: теория, практика, перспективы» (Україна, Харків, 2015), доповідь;

 International Young Science Forum on Applied Physics (YSF-2015, Dnipronetrovsk, Ukraine), тези доповіді;

матеріали XVI всеукраїнської науково-технічної конференції (Україна, Одеса, 2016), тези доповіді;

міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики «ЕВРИКА» (Україна, Львів, 2017), тези доповіді;

 – VI міжнародна науково-технічна конференція "Проблеми інформатизації" (Україна, Харків, 2018), тези доповіді.