НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СТРИНГЕРНОЙ ПЛАСТИНЫ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ, ОХВАЧЕННЫМ ЗОНОЙ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

М.В. Мир-Салим-заде

Институт математики и механики НАН Азербайджана

Рассматривается неограниченная тонкая пластина, подкрепленная регулярной системой ребер жесткости (стрингеров). Пластина имеет круговое отверстие, которое целиком охватывается зоной пластических деформаций. На бесконечности пластина подвержена однородному растяжению вдоль стрингеров напряжением $\sigma_y^\infty = \sigma_0$.

Задача состоит в определении границы зоны пластических деформаций вокруг отверстия, напряженно-деформированного состояния стрингерной пластины и величин сосредоточенных сил, заменяющих в расчетной схеме действие приклепанных стрингеров.

Принято, что пластина находится в плоско-напряженном состоянии. Под действием внешних растягивающих нагрузок вокруг отверстия возникает область пластических деформаций. К контуру отверстия приложена постоянная нормальная нагрузка

$$\sigma_r = p, \qquad \tau_{r\theta} = 0.$$

В качестве условия пластичности в пластической зоне принято условие пластичности Треска-Сен-Венана. Как известно [1-5], плоская задача идеальной пластичности является статически определимой, если граничные условия заданы в напряжениях.

Пусть в пластической области имеет место неравенство $\sigma_\theta \geq \sigma_r > 0$. В этом случае [5] характеристики в пластической области будут радиальными прямыми, а напряжение определяться формулами

$$\sigma_r^p = \sigma_s + (p - \sigma_s)\frac{R}{r}, \qquad \sigma_\theta^p = \sigma_s, \qquad \tau_{r\theta}^p = 0,$$

где σ_s – постоянная материала, R – радиус отверстия.

На неизвестном контуре L, разделяющем упругую и пластическую области, все напряжения непрерывны. Граничные условия на L имеют вид

$$\sigma_r^e = \sigma_r^p, \qquad \sigma_\theta^e = \sigma_\theta^p, \qquad \tau_{r\theta}^e = \tau_{r\theta}^p.$$

Следовательно, для отыскания определения напряженного состояния в упругой зоне пластины имеем следующие граничные условия

$$\sigma_r^e - i\tau_{r\theta}^e = \sigma_r^p - i\tau_{r\theta}^p \qquad \text{на } L.$$

Для отыскания границы L имеем условие

$$\sigma_\theta^e = \sigma_\theta^p \quad \text{на } L. \tag{1}$$

Будем искать неизвестный контур L в классе контуров близких к круговым. Представим его в виде

$$r = \rho(\theta) = R + \varepsilon H(\theta),$$

в котором функция $H(\theta)$ подлежит определению, $\varepsilon = R_0/R$ – малый параметр. Здесь R_0 – наибольшая высота отклонения профиля L от окружности $r = R$.

Не уменьшая общности рассматриваемой задачи, принимается, что искомая функция $H(\theta)$ симметрична относительно координатных осей и может быть представлена в виде ряда Фурье. Напряжения и перемещения в пластине, а также сосредоточенные силы ищутся в виде разложений по малому параметру, в которых для упрощения отбрасываются члены, содержащие степени ε выше первой. Каждое из приближений удовлетворяет системе дифференциальных уравнений плоской задачи теории упругости. Компоненты тензора напряжений при $r = \rho(\theta)$ находим, разлагая в ряд выражения для напряжений в окрестности $r = R$. В каждом приближении решение находится с помощью теории аналитических функций. Величина сосредоточенных сил определяется с помощью закона Гука.

Полученная система уравнений пока не является замкнутой. Для построения недостающих уравнений используем граничное условие (1). С помощью полученного решения, находим $\sigma_\theta^e(\theta)$ $(r = \rho(\theta))$ с точностью до величин первого порядка относительно малого параметра ε

$$\sigma_\theta^e = \sigma_\theta^{e(0)}(\theta)_{|r=R} + \varepsilon\left[H(\theta)\frac{\partial\sigma_\theta^{e(0)}}{\partial r} + \sigma_\theta^{e(1)}(\theta)\right]_{|r=R}$$

Напряжения $\sigma_\theta^e(\theta)$ зависят от коэффициентов ряда Фурье искомой функции $H(\theta)$. Для построения недостающих уравнений, позволяющих определить эти коэффициенты, требуем, чтобы обеспечивалось условие (1). Используя метод наименьших квадратов, находим искомый контур границы раздела упругой и пластической областей вокруг отверстия.

1. Галин Л. А. Упруго-пластические задачи. Москва: Наука, 1984. 304 с.
2. Аннин Б. Д., Черепанов Г. П. Упругопластическая задача. Новосибирск: Наука, 1983. 239 с.
3. Мирсалимов В. М. Неодномерные упругопластические задачи. Москва: Наука, 1987. 256 с.
4. Остросаблин Н. И. Плоское упругопластическое распределение напряжений около круговых отверстий. Новосибирск: Наука, 1984. 113 с.
5. Соколовский В. В. Теория пластичности. М.: Высшая школа, 1969. 608 с.

Благодарю за внимание