

## Компьютерное моделирование динамики топливных баков ракет-носителей на разных стадиях полета

Клименко Д.В.<sup>1</sup>, Тонконоженко А.М.<sup>1</sup>, Стрельникова Е.А.<sup>2</sup>, Гнитько В.И.<sup>2</sup>, Дегтярев К.Г.<sup>2</sup>, Чоудхари Н.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля

stcu-yuzhnoye@freemail.dnepr.net

<sup>2</sup>Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, ул. Пожарского, 2/10, г.

Харьков, 61046, Украина

estrel@ipmach.kharkov.ua

<sup>3</sup>Университет Беннета (Большая Нойда, Республика Индия)

neelam.choudhary@bennett.edu.in

На основе эффективных вычислительных схем методов конечных и граничных элементов и их теоретического обоснования разработаны новый аналитический метод и компьютерная технология для анализа свободных и вынужденных колебаний составных топливных баков ракет носителей на различных стадиях полета: при перегрузках и в условиях микрогравитации, в том числе, с учетом плесканий топлива. Предлагаемый метод позволяет осуществлять более точный анализ колебаний топливных баков, учесть взаимное влияние упругих деформаций стенок баков и изменяющихся во время полета уровня заполнения баков и формы свободной поверхности жидкости, наличие упругих и жестких демпфирующих внутренних перегородок, изменение ускорения силы тяжести. Разработана математическая модель для анализа плесканий топлива при больших амплитудах. Рассмотрены свободные колебания баков ракет-носителей

**Ключевые слова:** топливные баки, вибрации, методы конечных и граничных элементов, плескания, идеальная несжимаемая жидкость.

### 1. Введение

Проблема колебаний конструкций с отсеками, содержащими жидкость, находится в центре внимания исследователей в течение нескольких последних десятилетий. Первые работы в этом направлении появились в начале 60-х годов прошлого века. Одна из них была опубликована в 1963 году [1]. В ней проведен анализ плесканий жидкости в цилиндрических баках при различных уровнях гравитации на основе аналитических методов. Частоты колебаний изучались в зависимости от числа Бонда. Обстоятельный анализ исследований по динамике жидкости в сосудах и резервуарах был дан Р. Ибрагимом в монографии [2]. В [3] для вычисления сил давления жидкости в призматических и цилиндрических резервуарах применена нелинейная теория. Здесь изучалось изменение формы свободной поверхности. Отметим, что численные методы изучения движения жидкости со свободной поверхностью находят широкое применение во многих инженерных приложениях [4-6]. В полностью (или практически полностью) заполненных баках свободная поверхность не может испытывать сильных осцилляций. Это соответствует началу полета ракетносителя. Однако, на дальнейших стадиях полета, когда уровень жидкого заполнителя падает, эффект плескания становится доминирующим. Неоднократно отмечалось, что мощные плескания могут привести к нарушению полетной траектории, как это произошло, например, при запусках ракеты-носителя Фалькон 1 (Falcon 1) в 2006, 2007 и 2008 годах [7]. Следующей важной проблемой при изучении колебаний топливных баков является изучение связанных гидроупругих колебаний жидкости, взаимодействующей с упругими стенками бака.

Несмотря на имеющиеся теоретические достижения, проблема колебаний упругих контейнеров и баков с жидкостью остается в центре внимания многих научных школ. Феномен плесканий может быть описан как движение свободной поверхности жидкости, содержащейся в резервуаре, под действием внезапно приложенной нагрузки. Н. Olsen привел в [8] классификацию колебаний свободной поверхности жидкости в резервуарах, выделив три основные формы плесканий: а) продольные плескания, б) вертикальные плескания в) вращательные плескания. Плескание – это феномен, который обнаруживается в широком диапазоне промышленных приложений: в контейнерах для хранения сжиженного газа, топливных баках ракет и самолетов, в резервуарах грузовых танкеров. Колебания реальных баков вызываются одновременными плесканиями жидкости и вибрациями упругих стенок [9].

### 2. Постановка задачи оптимизации

Рассмотрим задачу о колебаниях оболочечной конструкции с отсеками, частично заполненными жидкостью (рис.1).

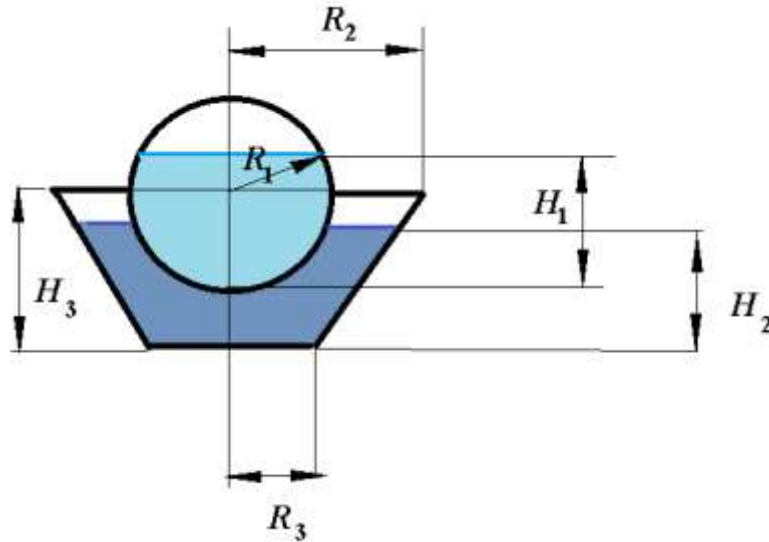


Рис.1.1 Схема оболочечной конструкции с отсеками, частично заполненными жидкостью

Предполагается, что свойства жидкости (плотность, угол смачивания, поверхностное натяжение) могут быть разными в каждом из отсеков. Уровень заполнения жидкостью в каждом отсеке меняется во время полета. Требуется определить частоты и формы свободных гидроупругих колебаний оболочечной конструкции, с учетом плесканий, разного уровня заполнения баков, различного уровня гравитации, наличия внутренних перегородок.

В общем случае уравнение движения этой конструкции в операторной форме имеет вид

$$\mathbf{L}(\mathbf{U}) + \mathbf{M}(\ddot{\mathbf{U}}) = \mathbf{P}, \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{M}$  – операторы упругих и массовых сил;  $\mathbf{P}$  – давление жидкости на смоченные поверхности конструкции;  $\mathbf{U}=(u_1, u_2, u_3)$  – вектор - функция перемещений.

Представим вектор  $\mathbf{U}$  в форме  $\mathbf{U}=\mathbf{u}e^{i\Omega t}$ , где  $\Omega$  – частота, а  $\mathbf{u}$  – собственная форма гидроупругих колебаний. Будем искать собственные формы оболочечной конструкции с отсеками, частично заполненными жидкостью, в виде

$$\mathbf{u} = \sum_{k=1}^N c_k \mathbf{u}_k,$$

где  $\mathbf{u}_k$  – собственные формы колебаний оболочечной конструкции, незаполненной жидкостью;  $c_k$  – неизвестные коэффициенты,

$$\mathbf{L}(\mathbf{u}_k) = \Omega_k^2 \mathbf{M}(\mathbf{u}_k), \quad (\mathbf{M}(\mathbf{u}_k), \mathbf{u}_j) = \delta_{kj}.$$

Таким образом,

$$(\mathbf{L}(\mathbf{u}_k), \mathbf{u}_j) = \Omega_k^2 \delta_{kj},$$

где  $\Omega_k$  –  $k$ -ая частота собственных колебаний незаполненной конструкции. Эти соотношения показывают, что собственные формы колебаний незаполненной конструкции ортонормированы по матрице масс.

Рассмотрим правую часть уравнения (1.1). Отметим, что вектор  $\mathbf{P}$  направлен по нормали к смоченным поверхностям рассматриваемой оболочечной конструкции, вследствие того, что идеальная жидкость создает только нормальную составляющую давления на смоченные поверхности. Считаем, что  $|\mathbf{P}| = p$ .

Предполагается, что жидкость идеальная, несжимаемая, а ее движение, индуцированное колебаниями оболочки и начавшееся из состояния покоя, является безвихревым. В этих условиях существует потенциал скоростей  $\Phi$ , который удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$V_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; V_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}; V_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z}.$$

Собственные формы незаполненной конструкции определены на боковых поверхностях, на перегородках и на днищах. Поверхность незаполненной конструкции будем обозначать  $S_1$ . Для определения нестационарного давления на стенки и перегородки бака в общем случае необходимо

задание скорости изменения уровня жидкости в каждом отсеке.

Пусть в первом отсеке скорость изменения уровня жидкости равна  $V_1(t)$ , во втором принимает значение  $V_2(t)$ . Области, занятые жидкостью, для первого и второго отсеков обозначаем  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ . Плотности жидкости в отсеках обозначаем соответственно,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ .

Динамические составляющие давления жидкости на стенки резервуара в отсеках определяются по формулам, представляющим собой линеаризованные интегралы Коши-Лагранжа

$$\begin{aligned} p_1 &= -\rho_1 \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + (V_1(t) + g \cdot n_x) \frac{\partial \Phi}{\partial z} + a_x(t)x \right); \\ p_2 &= -\rho_2 \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + (V_2(t) + g \cdot n_x) \frac{\partial \Phi}{\partial z} + a_x(t)x \right) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь  $g$  – ускорение свободного падения,  $n_x$  - параметр перегрузки,  $a_x(t)$  - ускорение вынуждающей силы в горизонтальном направлении.

Соотношения (2.4) позволяют рассматривать вынужденные колебания динамической системы «оболочечная конструкция - жидкость» при воздействии возмущений, действующих в продольном и поперечном направлениях.

Для определения потенциала скоростей  $\Phi$  имеем смешанную краевую задачу для уравнения Лапласа в двусвязной области  $\Omega_1 \cup \Omega_2$ . Обозначим нормальную составляющую перемещения оболочечной конструкции через  $w$ .

По заданной собственной форме  $u_k$  колебаний незаполненной оболочечной конструкции мы определяем компоненту  $w_k$  на всей поверхности оболочечной конструкции  $S_1$ .

На поверхности  $S_1$  требуем выполнения условия непротекания, которое имеет вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = (\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{n}) \quad (2.5)$$

Здесь  $\mathbf{n}$  - единичная нормаль к поверхности  $S_1$ . Отметим, что поверхность  $S_1$  состоит из поверхностей, ограничивающих отсеки.

Аналогично [10] рассматриваемая задача решается в 3 этапа. На первом определяются частоты колебаний сухой оболочки, на втором - частоты плесканий, а на третьем решается связанная гидродинамическая задача.

### 3. Анализ точности и достоверности предложенных алгоритмов

Для анализа достоверности рассмотрены колебания упругой оболочки без учета действия силы тяжести и задача плесканий. Первая задача решена методом конечных элементов с помощью одномерного метода конечных элементов [11]. Вторая задача сведена к одномерным сингулярным уравнениям [6].

Определены частоты и формы свободных колебаний упругой полусферической оболочки с жидкостью. Жидкость считается идеальной несжимаемой, а ее движение – потенциальным.

Рассматривается полусферическая оболочка, заполненная жидкостью, со следующими параметрами: радиус  $R = 5.08$  м, толщина  $h = 0.0254$  м, модуль упругости  $E=70$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu=0.3$ , плотность материала  $\rho = 2770$  кг / м<sup>3</sup>. Жидкость считается несжимаемой, ее плотность принимается равной 1000 кг / м<sup>3</sup>. условия закрепления - шарнирное опирание по контуру оболочки.

В таблице 3.1 приведены собственные частоты гидроупругих колебаний оболочки для различного числа  $\alpha$ . Полученные результаты сравниваются с данными В.В.Мокеева (для сжимаемой жидкости) и с результатами его расчетов по комплексу ANSYS (для несжимаемой жидкости), [12].

Таблица 3.1. Собственные частоты гидроупругих колебаний оболочки

$\alpha$	n	Частоты (Гц)		
		Предложенный метод (МКЭ-МГЭ)	[12]	ANSYS [12] (Shell63)
0	1	23.59	22.00	22.07
	2	35.70	33.38	33.41
	3	43.92	42.02	41.30

Продолжение таблицы 3.1

1	1	21.96	22.44	22.18
	2	33.40	36.88	34.68
	3	41.52	48.92	42.98
2		31.57	31.57	31.50
		40.44	41.55	40.50
		46.97	50.29	
3		37.30	36.98	36.65
		45.62	46.27	
		52.11	54.86	

Приведенные результаты показывают хорошее согласование, что свидетельствует об их достоверности.

Изучены так же колебания жидкости в жесткой сферической оболочке. Рассмотрим сферическую оболочку радиуса  $R=1\text{м}$ , частично заполненную идеальной несжимаемой жидкостью, уровень заполнения  $h$ . Численный анализ проводился для  $(0.2 < h/R < 1.99)$  и различных  $\alpha (\alpha = 0,3)$ . Был использован метод граничных элементов. Меридиан смоченной поверхности оболочки разбивался на 200 элементов, а радиус свободной поверхности – на 150 элементов [13]. В таблице 3.2 приведены результаты расчета частот в Hz с помощью МГЭ, и дано сравнение с результатами работы [14],  $h_1 = h/R, \alpha=0$ .

Таблица 3.2. Частоты осесимметричных колебаний жидкости в сферической оболочке

$m$	Метод	Уровень заполнения $h$ , м				
		$h_1=0.2$	$h_1=0.6$	$h_1=1.0$	$h_1=1.8$	$h_1=1.99$
1	[14]	3.8261	3.6501	3.7451	6.7641	29.0500
	МГЭ	3.8314	3.6510	3.7456	6.7665	29.1811
2	[14]	9.2561	7.2659	6.9763	12.1139	51.8122
	МГЭ	9.2686	7.2684	6.9780	12.1205	52.0255

Задача о колебаниях жидкости в цилиндрической оболочке изучена методом граничных элементов и методом конечных элементов. Предполагалось, что  $R = 1\text{м}$ ,  $H= 1\text{ м}$ . Результаты, полученные двумя методами, сравнивались с аналитическим решением [7]. Данные сравнения приведены в таблице 3.3

Таблица 3.3. Частоты колебаний жидкости в цилиндрической оболочке

$\alpha$	метод	Частоты колебаний				
		$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
0	МКЭ	3.8285	7.0159	10.1735	13.3243	6.47066
	МГЭ	3.8281	7.0156	10.1732	13.3233	6.47060
	[7]	3.8281	7.0156	10.1734	13.3236	6.47063
1	МКЭ	1.6579	5.3297	8.5372	11.7182	14.8925
	МГЭ	1.6573	5.3293	8.5366	11.7066	14.8665
	[7]	1.6573	5.3293	8.5363	11.7060	14.8635

#### 4. Модель оболочки для поиска «сухих» частот

Построена конечно-элементная модель для проведения модального анализа конструкции, не содержащей жидкость, построена из гексаэдральных элементов. Данная модель приведена на рис. 4.1.

Общее количество конечных элементов: 6684.

Общее количество узлов: 36645.

Количество элементов по ширине сектора: 7.

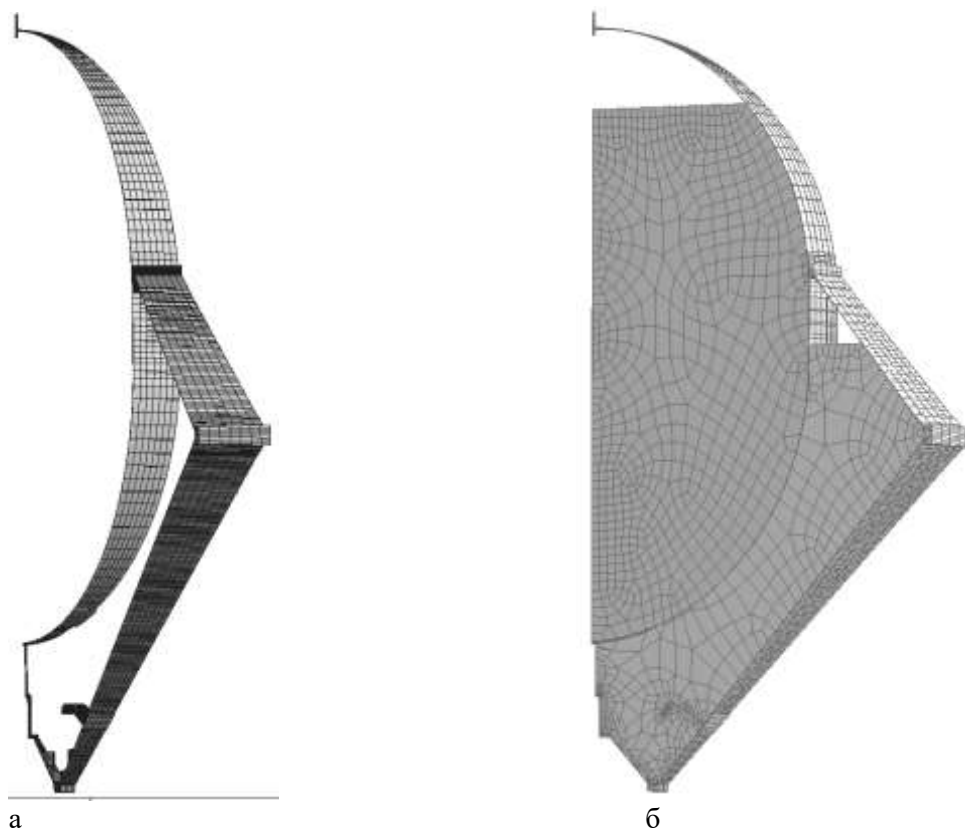


Рис. 4.1 а,б. Конечно элементные модели конструкции

Следует заметить, что серия тестовых расчетов, не приводимых в отчете, продемонстрировала достаточность 5 конечных элементов по ширине сектора оболочки, так как результаты расчетов с пятью и семью конечными элементами оказались практически идентичными.

Построена также конечно элементная модель, для проведения акустического модального анализа конструкции, содержащей жидкость, построена она из качественных гексаэдральных элементов. Данная модель приведена на рис. 4.4.б.

Общее количество конечных элементов: 9146.

Общее количество узлов: 38908.

В таблице приведено сопоставление данных, полученных с помощью программного комплекса и метода [11].

## 5. Анализ численных результатов

На рис. 4.7 прослеживается зависимость частоты плесканий от уровня гравитации, воздействующей на конструкцию – чем выше перегрузка, тем выше частота плесканий. К слову, данные зависимости подтверждаются теоретической информацией. Напомним, результаты найдены для первых частот 0, 1, 2, 10 гармоник. Формы колебаний поверхности жидкости приведены на рис. 5.1-5.4.

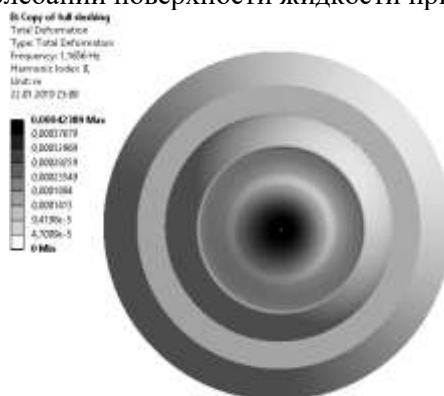


Рис. 5.1. Форма плесканий для частоты 1,1656 Гц для нулевой гармоники, n=1.

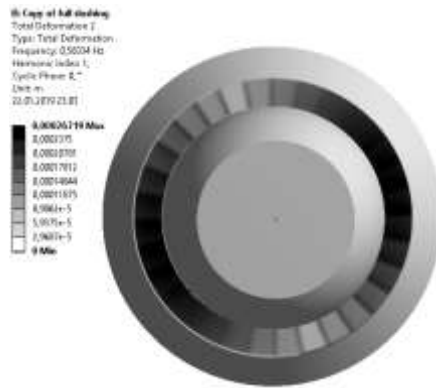


Рис. 5.2. Форма плесканий для частоты 0,56328 Гц для первой гармоники,  $n=1$ .

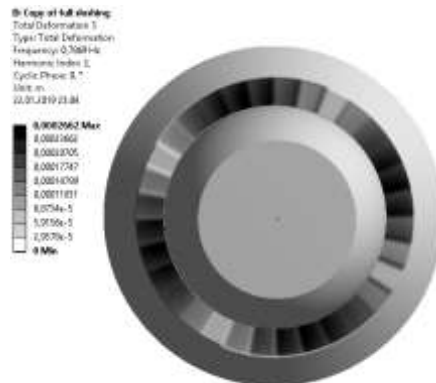


Рис. 5.3. Форма плесканий для частоты 0,78685 Гц для второй гармоники,  $n=1$ .

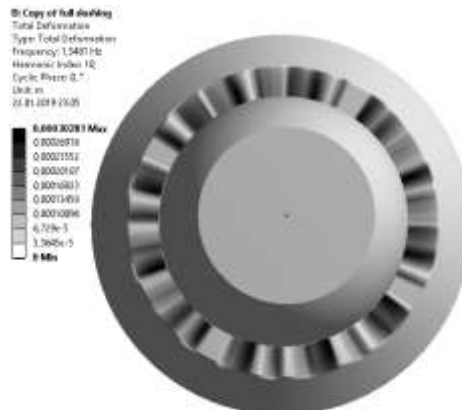


Рис. 5. 4. Форма плесканий для частоты 1,5483 Гц для второй гармоники,  $n=1$ .

Следует отметить, что данные формы плесканий свободной поверхности имеют место не только для полученных частот, но и в целом практически неизменны для вычисляемых далее частот.

С учетом гидроупругого взаимодействия собственные формы конструкции полностью совпадают с формами «сухой» оболочки, однако частоты значительно снизились.

## 6. Выводы и перспективы дальнейших исследований

В результате проведенного анализа было установлено, что наименьшие частоты колебаний динамической системы «оболочка-жидкость» отвечают плесканиям свободной поверхности, учет упругости стенок баков приводит к существенному снижению частот колебаний по сравнению с частотами незаполненной оболочки, при этом наименьшие частоты заполненной и незаполненной оболочечных конструкций могут отвечать разным волновым числам.

## ЛИТЕРАТУРА

1. H.N. Abramson; Dynamic Behavior of Liquid in Moving Containers; Applied Mechanics Reviews, 1963. – № 16, P. 501 – 506.
2. Ibrahim R. A., Liquid sloshing dynamics: theory and applications. Cambridge University Press, 2005.
3. Yan-Sheng, Y., Xing-Rui, M., Ben-Li, W., Multidimensional modal analysis of liquid nonlinear sloshing in right circular cylindrical tank, Appl. Math. and Mech., 2007 . – № 28 (8), pp. 1997–2018.
4. Strelnikova E., Yeseleva E., Gnitko V., Naumenko V. Free and forced vibrations of the shells of revolution interacting with the liquid, Proc. of XXXII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. 2010. Vol.50. P. 203-211.
5. Avramov K.V., Strel'nikova E A., Pierre C. Resonant many–mode periodic and chaotic self–sustained aeroelastic vibrations of cantilever plates with geometrical nonlinearities in incompressible flow. *Nonlinear Dynamics*. 2012. N 70. P. 1335 – 1354.
6. Degtyarev K., Gnitko V., Naumenko V., Strelnikova E. Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles// Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences 2016. –1 , N 1, P.14-27.
7. Faltinsen, O.M., Timokha, A.N. Sloshing. Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
8. Olsen H. What is sloshing? Seminar on Liquid Sloshing. Det Norske Veritas, 1976.
9. Gnitko, V., Degtyarev, K., Naumenko, V., Strelnikova, E., Coupled BEM And FEM Analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements, 2018. – 6(6), P. 976-988.
10. Gnitko V., Marchenko U., Naumenko V., Strelnikova E., Forced vibrations of tanks partially filled with the liquid under seismic load. Proc. of XXXIII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. 2011. – Vol. 52. P. 285-296.
11. Еселева Е.В, Гнитько В.И., Стрельникова Е.А., Собственные колебания сосудов высокого давления при взаимодействии с жидкостью, Проблемы машиностроения. 2006, №1, С.105-118.
12. Мокеев В.В. Исследование динамики конструкций с жидкостью и газом с помощью метода конечных элементов, Изв. РАН. Механика твердого тела. 1998. –№ 6. – С. 166–174.
13. Gnitko V.I., Naumenko Yu. V., Strelnikova E.A. Discrete singularities method in problems of liquid vibrations in spherical tanks, Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна . 2017. – вип. 34, С. 29-37.
14. Mciver, P. Sloshing frequencies for cylindrical and spherical containers filled to an arbitrary depth. J. Fluid Mech. 1989. - 201, P. 243–257,

## REFERENCES

1. H.N. Abramson; Dynamic Behavior of Liquid in Moving Containers; Applied Mechanics Reviews, 1963. – № 16, P. 501 – 506.
2. Ibrahim R. A., Liquid sloshing dynamics: theory and applications. Cambridge University Press, 2005.
3. Yan-Sheng, Y., Xing-Rui, M., Ben-Li, W., Multidimensional modal analysis of liquid nonlinear sloshing in right circular cylindrical tank, Appl. Math. and Mech., 2007 . – № 28 (8), pp. 1997–2018.
4. Strelnikova E., Yeseleva E., Gnitko V., Naumenko V. Free and forced vibrations of the shells of revolution interacting with the liquid, Proc. of XXXII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. 2010. Vol.50. P. 203-211.
5. Avramov K.V., Strel'nikova E A., Pierre C. Resonant many–mode periodic and chaotic self–sustained aeroelastic vibrations of cantilever plates with geometrical nonlinearities in incompressible flow. *Nonlinear Dynamics*. 2012. N 70. P. 1335 – 1354.
6. Degtyarev K., Gnitko V., Naumenko V., Strelnikova E. Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles// Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences 2016. –1 , N 1, P.14-27.
7. Faltinsen, O.M., Timokha, A.N. Sloshing. Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
8. Olsen H. What is sloshing? Seminar on Liquid Sloshing. Det Norske Veritas, 1976.

9. Gnitko, V., Degtyarev, K., Naumenko, V., Strelnikova, E., Coupled BEM And FEM Analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements, 2018. – 6(6), P. 976-988.
10. Gnitko V., Marchenko U., Naumenko V., Strelnikova E., Forced vibrations of tanks partially filled with the liquid under seismic load. Proc. of XXXIII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. 2011. – Vol. 52. P. 285-296.
11. Eseleva E.V, Gnitko V.I., Strelnikova E.A., Sobstvennyie kolebaniya sosudov vyisokogo davleniya pri vzaimodeystvii s zhidkostyu, Problemyi mashinostroeniya. 2006, N 1, S.105-118.
12. Mokeev V.V. Issledovanie dinamiki konstruksiy s zhidkostyu i gazom s pomoschyu metoda konechnyih elementov, Izv. RAN. Mehanika tverdogo tela. 1998. –N 6. – S. 166–174.
13. Gnitko V.I., Naumenko Yu. V., Strelnikova E.A. Discrete singularities method in problems of liquid vibrations in spherical tanks, Visnik HarkIvskogo natsIonalnogo unIversitetu Imeni V. N. KarazIna . 2017. – vip. 34, S. 29-37.
14. Mciver, P. Sloshing frequencies for cylindrical and spherical containers filled to an arbitrary depth. J. Fluid Mech. 1989. – N 201, R. 243–257.