Математичне моделювання коливань рідини у резервуарах під дією сейсмічних та імпульсних навантажень

Інститут проблем машинобудування імені А.М. Підгорного
Національної Академії Наук України

Денис Крютченко

Актуальність теми дослідження

Мета дослідження

- **ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА**
- **РОЗРОБЛЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ**

КОЛИВАНЬ РІДИНИ В РЕЗЕРВУАРАХ ПРИ ІМПУЛЬСНИХ ТА СЕЙСМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Об’єкт та предмет дослідження

- **Об’єкт дослідження – процеси коливань резервуарів, частково заповнених рідиною**

- **Предмет дослідження – характер коливань при періодичних, імпульсних, сейсмічних навантаженнях на резервуари**

Формулювання граничних умов для визначення потенціалу швидкостей

- Рівняння руху рідини в напруженнях

$$\begin{cases} \rho_l w_x = Z_1 + \left(\dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \\ \rho_l w_y = Z_2 + \left(\dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \\ \rho_l w_z = Z_3 + \left(\dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \end{cases}$$

Співвідношення між компонентами тензора напружуень і тензора швидкостей деформацій

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} = \left(-p + \lambda\,\mathrm{div}\vec{V}\right)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2\mu\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_x & \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\gamma}_{xz} \\ \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\varepsilon}_y & \dot{\gamma}_{yz} \\ \dot{\gamma}_{xz} & \dot{\gamma}_{yz} & \dot{\varepsilon}_z \end{pmatrix}$$

- λ і μ -перший та другий коефіцієнти в’язкості,

Співвідношення для ідеальної нестисливої рідини

Нестислива рідина

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} + 2\mu \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_x & \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\gamma}_{xz} \\ \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\varepsilon}_y & \dot{\gamma}_{yz} \\ \dot{\gamma}_{xz} & \dot{\gamma}_{yz} & \dot{\varepsilon}_z \end{pmatrix}$$

Ідеальна рідина

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix}$$

λ=0 і μ=0 –перший та другий коефіцієнти в`язкості

Рівняння руху

$$\rho_l w_x = Z_1 - \frac{\partial p}{\partial x}; \quad \rho_l w_y = Z_2 - \frac{\partial p}{\partial y}; \quad \rho_l w_z = Z_3 - \frac{\partial p}{\partial z}$$

Рівняння руху рідини

$a_h(t)$ -горизонтальне прискорення, яке діє на рідину в резервуарі

$a_v(t)$ -вертикальне прискорення

g- прискорення вільного падіння

Відповідні цим прискоренням компоненти об`ємної сили запишемо у вигляді

$$Z_1 = -\rho_l a_h(t); Z_2 = 0; Z_3 = -\rho_l (g + a_v(t)); \quad Z = -\rho_l grad(a_h(t)x + (g + a_v(t))z$$

Рівняння руху

$$-\rho_l \vec{W} = grad\,(a_h(t)x + (g + a_v(t))z$$

Прискорення ідеальної нестисливої рідини завжди мають потенціал, який називається потенціалом прискорення або потенціалом Прандтля

Інтеграл Коші-Лагранжа для руху, який має потенціал

$$p - p_0 = -\rho_l \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \varphi, \nabla \varphi \quad) + (g + a_v(t))z + a_h(t)x \right)$$

Лінійне формулювання

$$p - p_0 = -\rho_l \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (g + a_v(t))z + a_h(t)x \right)$$

Граничні умови для потенціала швидкостей

На стінках і днищі виконана умова непротікання

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}}\right|_{S_1} = 0$$

На вільній поверхні S_0 виконані кінематичні та динамічні умови.

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad p - p_0\big|_{S_0} = 0$$

де функція ζ описує форму і положення вільної поверхні

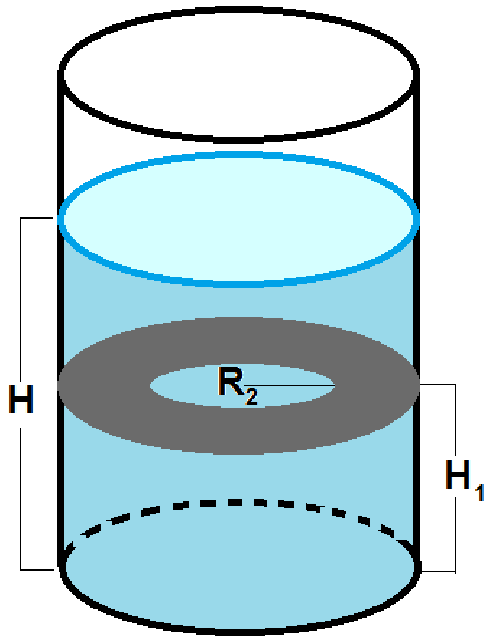
Крайова задача для потенціала швидкостей

$$\nabla^2\Phi = 0 \qquad \left.\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{S_w} = 0 \qquad \left.\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right|_{S_0} = \frac{\partial\zeta}{\partial t}; \quad \left.p - p_0\right|_{S_0} = 0$$

Для виконання умов можливості розв’язання крайової задачі необхідно також задовільнити умову Неймана

$$\int_{S_0} \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} dS = 0$$

Визначення власних частот та форм для різних резервуарів Циліндричний резервуар з горизонтальною перегородкой (Метод інтегральних рівнянь)



	n=1	n=2	n=3	n=4
H_1=0.5	3.756	7.012	10.176	13.328
H_1=0.9	2.278	6.200	9.609	12.810

Выводы и перспективы дальнейших исследований

Разработан метод расчета резервуара с жидкостью при действии сейсмической горизонтальной нагрузки. Определена зависимость уровня подъема жидкости в резервуаре от времени. Установлен характер поведения жидкости в резервуаре в зависимости от частоты вынуждающей силы.