

В.А. Федоров, канд. техн. наук, доцент

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

(Харьков, Украина, vf7@ukr.net)

ПРИНЦИПЫ И ЗАКОН СИММЕТРИИ

1. Введение

Симметрия является важным аргументом в фундаментальных проблемах физики [1], теоретических исследованиях [2-6] и технологии производства [7]. Принципы симметрии, а именно, принцип Кюри [8], а также принцип Неймана-Миннигероде [9], позволяют прогнозировать симметрию следствия при наличии таковой в причине независимо от природы объекта. Принцип Кюри позволяет уменьшать размерность или область определения проблемы, существенно упрощая ее решение. Особенно актуально применение этих принципов для анизотропных материалов, в частности, композитов. Всеобщий характер принципов симметрии делает их объектом исследования философской науки [10,11].

Однако эти интеллектуальные достижения могут быть поставлены под сомнение тем, что принцип Кюри не является общепризнанным в научном сообществе. История принципов симметрии, начиная с работ Неймана, насчитывает почти два века [12, 13]. Они сформулированы как эвристические утверждения без доказательств. До настоящего времени продолжается дискуссия об их правильности. Теоретические аргументы в пользу принципа Кюри приводятся в работах [13-19], а в статьях [20-22] этот принцип подтверждается экспериментально. В то же время высказывается сомнение или отрицается его справедливость в теоретических [23-27] и экспериментальных [28] работах.

Таким образом, одних исследователей не убеждают доказательства, а других не убеждают опровержения. Основной причиной этого является отсутствие математически строгого доказательства принципов симметрии. Правдоподобные рассуждения [29], интуиция [30], аналогии, примеры, естественный язык изложения весьма важны для осмысления проблемы и являются необходимыми этапами ее решения. Однако они не могут заменить строгого доказательства.

Строгое теоретическое исследование любого реального объекта должно основываться на его математической модели. Без этого попытки доказательств неосновательны. Именно эта методологическая проблема является причиной дискуссионности принципов симметрии: известные нам исследования начинаются не сначала, без формулировки математической модели. Это и делает их уязвимыми для критики.

Такое состояние проблемы объяснимо: сфера применения категории симметрии настолько всеобъемлюща, что формулировка математической модели такой общности кажется невозможной. Стремление к общности побудило автора статьи [25] к исследованию симметрии электромагнитных полей в римановом пространстве. Общая теория относительности, действительно, обобщает частную теорию относительности и классические представления о реальности, но электромагнетизм все же не охватывают всех явлений природы.

Преодоление этого тупика возможно на пути отказа от привычного индуктивного подхода к проблемам естествознания в пользу дедуктивного. Предлагается сформулировать абстрактную математическую схему, имитирующую каузальность, как всеобщую закономерность реальности. Поскольку все ее элементы не имеют конкретного физического смысла, она не является математической моделью. Для краткости будем называть ее каузальной протомоделью. После этого докажем ее свойство инвариантности, родственное принципам симметрии. Поэтому для каждого явления реальности, соответствующего каузальной протомодели, будет справедлива эта инвариантность, которая в частных случаях может проявляться в форме принципов Кюри или Неймана-Миннигероде.

2. Каузальная протомодель

Математический инструментарий каузального моделирования представлен в статье [31]. Однако, для наших целей его недостаточно. Каузальность моделируем отображением

$$f: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{E} \quad (1)$$

или

$$E(\chi) = f(C(\xi)), \quad (2)$$

где функции $C(\xi) \in \mathcal{C}$ и $E(\chi) \in \mathcal{E}$ определены на множестве $\mathcal{X}: \xi, \chi \in \mathcal{X}$.

Пусть Φ – множество преобразований $\varphi: \mathcal{X} \leftrightarrow \mathcal{X}$, относительно которых отображение (1,2) инвариантно. То есть, если $\chi = \varphi(\chi')$, $\xi = \varphi(\xi')$,

$\chi, \xi, \chi', \xi' \in \mathcal{X}$ и $\varphi \in \Phi$, то

$$E'(\chi') = f(C'(\xi')). \quad (3)$$

Пусть прообраз отображения (1,2) $C(\xi)$ автоморфен относительно отображения $\varphi^C \in \Phi^C \subseteq \Phi$:

$$C'(\xi') = C(\xi), \quad (4)$$

где $\xi = \varphi^C(\xi')$.

Лемма. *Всякий автоморфизм прообраза отображения (1,2) является автоморфизмом образа (автоморфизм инвариантен относительно отображения).*

Для доказательства достаточно убедиться в справедливости такой последовательности равенств:

$$E'(\xi') = f'(C'(x')) = f(C'(x')) = f(C(x)) = E(\xi). \quad (5)$$

Равенство левой и правой частей доказывает утверждение.

3. Модель реальности и закон симметрии

Реальностью являются физические поля и вещество, которые распределены в пространственно-временном континууме \mathcal{X} точек $Y = (t, Y_1, Y_2, Y_3) \in \mathcal{X}$, где t – время, Y_i – пространственные (эйлеровы) координаты. Она представима набором физических величин, тензоров ${}^V\hat{W}_p(Y)$ ($p = 1, 2, \dots$). Эти тензоры могут быть детерминированными или случайными. В последнем случае вместо ${}^V\hat{W}_p(Y)$ следует применить обращенную кумулятивную функцию распределения Π соответствующей случайному тензору ${}^V\hat{W}_p(\Pi, Y)$. Элементарным атрибутом реальности является каждый компонент физического тензора, представимый тройкой

$$W_q(Y) = ({}^N W_q, {}^V W_q(Y), {}^D W_q), \quad (6)$$

где ${}^N W_q$ – его имя, идентифицирующее физический смысл. Второй элемент ${}^V W_q(Y)$ представляет количественное распределение компонента в континууме \mathcal{X} . Третий элемент ${}^D W_q \subseteq \mathcal{X}$ является областью определения функции ${}^V W_q(Y)$.

Из всех атрибутов (6) какие-то являются следствиями, которые организуем в кортеж $E(Y) = (E_1(Y), E_2(Y), \dots)$, а атрибуты их причины – в кортеж $C(X) = (C_1(X), C_2(X), \dots)$. Наблюдения за реальными событиями показывают, что для них имеет место каузальность, выражаемая отображением

$$E(Y) = f(C(X)) \quad (7)$$

Примем справедливым принцип относительности Эйнштейна, который проявляется следующим образом: существуют такие системы отсчета \mathcal{X} и такие их преобразования $\varphi: \mathcal{X} \leftrightarrow \mathcal{X}$, относительно которых отображение f инвариантно. Такими являются инерциальные системы координат, преобразования которых сохраняют метрику. В евклидовом пространстве это ортогональные преобразования, а в пространстве Минковского – преобразования Лоренца, Это означает выполнение условия (3) и то, что модель реальности (7) является частным случаем каузальной протомодели.

И, наконец, учитывая то, что преобразование симметрии в реальном пространстве \mathcal{X} является автоморфизмом в каузальной протомодели, можем видеть, что в реальности Лемма проявляется в виде **Закона симметрии**:

каждое преобразование симметрии причины является также преобразованием симметрии следствия.

Принципы Кюри и Неймана-Миннигероде, как частные случаи этого закона, также справедливы.

1. Bourgoin A., Hees A., Bouquillon S., Le Poncin-Lafitte C., Francou G., Angonin M. -C. Testing Lorentz Symmetry with Lunar Laser Ranging. *Phys. Rev. Lett.* 2016. Vol. 117. P. 241301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.241301>
2. Francois M.L.M. A damage model based on Kelvin eigentensors and Curie principle. *Mechanics of Materials*. 2011. Vol. 44. P. 23–34. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmat.2011.07.017>
3. Zucco G., Weaver P.M. The role of symmetry in the post-buckling behavior of structures. *Proc.R.Soc.* 2020. Vol. A476. P. 20190609. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2019.0609>
4. Park J., Choi W., Song T.S., Jhe W. Curie's Symmetry Principle for Selection Rule of Photonic Crystal Defect Modes. *Plasmonics*. Vol. 13. No. 2. P. 393-402. DOI: 10.1007/s11468-013-9528-8
5. Quintero N.R., Alvarez-Nodarse R., Cuesta J.A. Ratchet effect on a relativistic particle driven by external forces. *J. Phys. A: Math. Theor.* 2011. Vol. 44. P. 425205 (10). doi:10.1088/1751-8113/44/42/425205
6. Challamel N., Lanos C., Rouxel T. An application of Curie's principle to elastoplastic dynamics. *Mech. Res. Commun.* 2008. Vol. 35. P. 376–382.
7. Kuz'minov Yu. S. Curie Symmetry Principle and Growth of Single Crystals. *Crystallogr. Rep.* 2007. Vol. 52, No. 5. P. 906–913. <https://doi.org/10.1134/S1063774507050227>
8. Curie P. Sur la symétrie dans les phénomènes physiques, Symétrie d' un champ électrique et d'un champ magnétique. *Journal de Physique*. 1894. Vol. 3. No. 1. P. 393–415.
9. Minnigerode B. Untersuchungen über die Symmetrieverhältnisse und die Elastizität der Kristalle. *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math-phys./Klasse Ila*. 1884. Vol. 184. P. 195-226.
10. Castellani E., Ismael J. Which Curie's Principle? *Philosophy of Science*. 2016. Vol. 83. No. 5. P. 195-226. doi:10.1086/687933
11. Brading K., Castellani E. (Eds). *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. P. 459.
12. Katzir S. The emergence of the principle of symmetry in physics. *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*. 2004. Vol. 35. No. 1. P. 35-65. <https://www.jstor.org/stable/10.1525/hsp.2004.35.1.35>
13. Rosen J. *Symmetry in Science: An Introduction to the General Theory*. New York: Springer-Verlag, 1995.
14. Chalmers A. F. Curie's Principle. *British Journal for the Philosophy of Science*. 1970. Vol. 21. Iss. 2. P. 133–148. <https://doi.org/10.1093/bjps/21.2.133>
15. Ismael J. Curie's Principle. *Synthese*. 1997. Vol. 110. P. 167-190. <https://doi.org/10.1023/A:1004929109216>
16. Belot G. Notes on symmetries. In K. Brading and E. Castellani (eds.), *Symmetries in physics: philosophical reflections*. Cambridge: Cambridge University Press. 2003 pp. 391–409.
17. Earman J. Laws, symmetry, and symmetry breaking; invariance, conservation principles, and objectivity. *Philosophy of Science*. 2004. Vol. 71. No. 5. P. 1227–1241. <https://www.jstor.org/stable/10.1086/428016>
18. Brandmijller J. An extension of the neumann-minnigerode-curie principle. *Comp. & Maths. with Appls*. 1986. Vol. 12. No. I-2. P. 97-100. [doi:10.1016/0898-1221\(86\)90143-4](https://doi.org/10.1016/0898-1221(86)90143-4)
19. Rosen J. *Symmetry rules: how science and nature are founded on symmetry*. Berlin : Springer, 2008.
20. Tkachenko V.G. Cluster compounds formation in metal alloys crystals. *Materials Today Communications*. 2019. Vol. 21. P. 1-8. <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2019.100662>
21. Rakin V. I. Diamond Octahedra and Curie Principle. *Crystallography Reports*. 2015. Vol. 60. No. 5. P. 749–757. DOI: 10.1134/S1063774515050119
22. Hartmann E. Symmetry in an equilibrium position. *Comput. Math. Applic.* 1988. Vol. 16. Iss. 5-8, P. 465-468. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-037014-9.50018-2>
23. Earman J. Curie's Principle and Spontaneous Symmetry Breaking. *Journal International Studies in the Philosophy of Science*. 2004. Vol. 18. Iss. 2-3. P. 173-198.

<https://doi.org/10.1080/0269859042000311299>

24. Norton J.D. Curie's Truism. *Philosophy of Science*. 2014. Vol. 83. No. 5. P. 1014-1026. <https://doi.org/10.1086/687934>

25. Roberts B.W. Curie's Hazard: From Electromagnetism to Symmetry Violation. *Erkenntnis*. 2015. Vol. 81. No. 5. P. 1011-1029. <https://doi.org/10.1007/s10670-015-9779-1>

26. Roberts B.W. The Simple Failure of Curie's Principle. *Philosophy of Science*. 2013. Vol. 80. No. 4. P. 579-592. <https://doi.org/10.1086/673212>

27. Chiba T., Nagahama H. Curie symmetry principle in nonlinear functional systems. *Forma*. 2001. Vol. 16. No. 3. P. 225–231.

28. Bredov D., Volodyaev I. Increasing complexity: mechanical guidance and feedback loops as a basis for self-organization in morphogenesis. *Biosystems*. 2018. Vol. 173. P. 133-156. doi: 10.1016/j.biosystems.2018.10.001

29. Polya G. Mathematics and plausible reasoning. Volume I: Induction and Analogy Mathematics. New Jersey: Princeton University Press, 1954.

30. Bunge M. Intuition and science. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1962.

31. Hitchcock C. Causal models. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. 2018. <https://plato.stanford.edu/entries/causal-models/>