

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ
ІМ. А.М. ПІДГОРНОГО**

МОРОЗОВА Анна Іванівна

УДК 517.95 + 518.517

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХОНЬ ОБ'ЄКТІВ
АВІАЦІЙНОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ І МАШИНОБУДІВНИХ ДЕТАЛЕЙ
ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ НА 3D-ПРИНТЕРІ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків-2020

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Інституті проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України.

Науковий керівник:

доктор технічних наук, старший науковий співробітник

Максименко-Шейко Кирило Володимирович,

Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України,
учений секретар

Офіційні опоненти:

доктор технічних наук, доцент **Чопоров Сергій Вікторович**, Запорізький національний університет, професор кафедри програмної інженерії;

кандидат технічних наук, доцент **Шматко Тетяна Валентинівна**, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри вищої математики.

Захист відбудеться «22» квітня 2021 р. о 16 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.180.01 в Інституті проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10.

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10.

Автореферат розісланий «19» березня 2021 р.

Учений секретар

спеціалізованої вченої ради Д 64.180.01,
доктор технічних наук, професор



О.О. Стрельнікова

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Однією з нових технологій, що останнім часом отримує зростаючу популярність, став 3D-друк. 3D-друк дозволяє створювати об'ємні моделі будь-яких предметів за допомогою спеціального обладнання – 3D-принтера. Переваги використання сучасних 3D-принтерів такі: зниження собівартості виготовлення продукції та скорочення термінів її появи на ринку, моделювання об'єктів довільної форми і складності, швидкість і висока точність виготовлення, можливість використання різних матеріалів.

Виготовлення деталей машин з гвинтовим типом симетрії відбувається різними, часто досить складними способами – наприклад, лиття з подальшою токарною обробкою, способи гарячої деформації та ін. З іншого боку, вельми перспективним виявляється їх виготовлення на 3D-принтері. Наприклад, світовий виробник відцентрових та інших видів насосів концерн KSB (Німеччина) став найбільшим у світі новатором в області застосування 3D-друку в їх виробництві. Компанія Airbus представила в межах берлінського авіасалону надрукований на 3D-принтері безпілотник Thor. Інженери NASA будують ракету зі спеціального пластику, використовуючи 3D-принтер з технологією селективного лазерного спікання. Студенти Університету Саутгемптона створили перший у світі літак, названий Salsa, надрукований на 3D-принтері. Значну увагу КБ «Південне» і Національна металургійна академія України приділяють питанням організації та розвитку дослідного виробництва й експериментальної бази, перспектив виготовлення деталей за допомогою 3D-друку.

Однак виникає проблема завдання інформації для друку, тобто створення математичної та комп'ютерної моделей об'єкта, що проектується. Одним з методів вирішення цієї проблеми є застосування теорії R-функцій, яка дозволяє описувати геометричні об'єкти (ГО) складної форми єдиним аналітичним виразом. Отже, розширення області застосування апарату теорії R-функцій для створення математичних моделей об'єктів авіаційної промисловості та машинобудівних деталей з подальшою реалізацією друку на 3D-принтері є актуальною науково-технічною задачею. У роботах Лісняка А. О., Чопорова С. В., Гоменюка С. І., Стояна Ю. Г., Шейко Т. І., Максименка-Шейка К. В., Толока О. В., Литвина О. М., Літвінової Ю. С. виконувалася побудова рівнянь ГО в 3D за допомогою R-функцій, однак їх реалізація на 3D-принтері вперше проводилася лише Літвіновою Ю. С. в експериментальному режимі.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота відповідає основним напрямам наукових досліджень відділу математичного моделювання й оптимального проектування Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України та виконана у період з 2016 по 2020 рр. у рамках науково-дослідних робіт за темою «Розробка методів дослідження фізичних процесів в енергетичних установках на основі теорії R-функцій» (2016-2020 рр., № ДР 0115U001940).

Мета і задачі дослідження. Метою досліджень дисертаційної роботи є аналітична ідентифікація об'єктів авіаційної промисловості та машинобудівних деталей для реалізації технології 3D-друку.

Для досягнення поставленої мети у дисертаційній роботі необхідно розв'язати такі задачі:

1. Дослідити математичний апарат теорії R-функцій та застосувати його для створення тривимірних моделей машинобудівних деталей та авіаційних об'єктів і реалізації 3D-друку.

2. Розробити алгоритм поетапної побудови рівнянь машинобудівних деталей та авіаційних об'єктів.

3. Дослідити можливості методу побудови нормалізованих рівнянь ГО, що мають трансляційний і циклічний типи симетрії, та застосувати його для побудови рівнянь машинобудівних деталей та авіаційних об'єктів і реалізації на 3D-принтері.

4. Розробити метод побудови рівнянь поверхонь безпілотного літаючого апарату (БПЛА) різних типів із застосуванням теорії R-функцій та блендінга на каркасі.

5. Розробити методи побудови рівнянь робочих колес відцентрових насосів та шнеків з перемінним кроком закрутки за допомогою теорії R-функцій.

6. Реалізувати побудовані математичні моделі машинобудівних деталей та авіаційних об'єктів на 3D-принтері.

Об'єкт дослідження. Об'єктом дослідження є реалізація технології 3D-друку машинобудівних деталей та авіаційних конструкцій.

Предмет дослідження. Предметом дослідження є математичний апарат теорії R-функцій, методи побудови тривимірних математичних моделей машинобудівних деталей та авіаційних конструкцій.

Методи дослідження. У роботі використано метод R-функцій для побудови рівнянь машинобудівних деталей та авіаційних об'єктів, зокрема для побудови рівнянь границь ГО, що мають гвинтову симетрію, симетрію трансляційного та циклічного типу, а також для побудови нормалізованих рівнянь ГО.

Наукова новизна отриманих результатів. Проведені в дисертаційній роботі дослідження дозволили отримати такі нові наукові результати:

1. Отримав подальший розвиток метод R-функцій для поетапної побудови рівнянь тривимірних машинобудівних деталей і авіаційних об'єктів.

2. Уперше за допомогою конструктивних засобів теорії R-функцій побудовані математичні моделі відкритих і напівзакритих робочих коліс відцентрових насосів з радіальними і криволінійними лопатками.

3. Досліджено метод побудови рівнянь ГО, які мають гвинтовий тип симетрії, і побудовано математичні моделі шнеків з постійним і змінним кроком закрутки, шнекових завихрителів, труб з локальною закруткою і скручених труб складного поперечного перерізу зі стінкою заданої товщини.

4. Уперше за допомогою конструктивних засобів теорії R-функцій розроблено методи побудови рівнянь поверхонь БПЛА різних типів, і виконано їх реалізацію на 3D-принтері.

5. Уперше при побудові рівнянь поверхонь БПЛА застосовано блендінг на каркасі.

6. Уперше за допомогою методу R-функцій побудовано рівняння поверхонь ракет-носіїв, макета космічного корабля, і виконано їх реалізацію на 3D-принтері.

Практична значимість отриманих результатів. Розроблені в дисертаційній роботі методи побудови рівнянь коліс відцентрових насосів, шнеків, скручених труб зі стінкою заданої товщини, БПЛА, аерокосмічних об'єктів дозволяють реалізувати поетапну побудову зазначених рівнянь, а також виконати

їх реалізацію на 3D-принтері. Результати побудови рівнянь машинобудівних об'єктів представляють практичний інтерес у верифікації інженерних розрахунків, створенні нових прототипів виробів, швидкої заміни зношених деталей.

Особистий внесок здобувача. Основний зміст дисертаційної роботи опубліковано в роботах [1–11]. У роботах, опублікованих у співавторстві, автору належать такі результати: автором побудовані рівняння шнеків з перемінним і постійним кроком закрутки, шнекового завихрителя, труби з локальною закруткою, скрученої труби складного поперечного перерізу зі стінкою заданої товщини [1, 8], модифікована методика блендінга на каркасі, побудовані рівняння поверхонь БПЛА різних типів, побудовані рівняння поверхонь ракетно-носія і макета космічного корабля, поверхні БПЛА, виконаного за схемою «літаюче крило» [2–5, 7, 9–11], робочих коліс відцентрових насосів з радіальними і криволінійними лопатками [6] і виконана їх комп'ютерна реалізація за допомогою системи візуалізації RFPreview. Дані об'єкти роздруковані на 3D-принтері.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на конференції молодих вчених і спеціалістів «Сучасні проблеми машинобудування», яка була присвячена 120-річчю від дня народження академіка НАН України А. П. Філіппова (Україна, Харків 15–18 квітня 2019 р.); Десятій Всеукраїнській, сімнадцятій Регіональній Науковій конференції молодих дослідників «Актуальні проблеми математики та інформатики» (Україна, Запоріжжя, ЗНУ, 25–26 квітня 2019 р.); науково-практичній конференції «Сучасні розрахунково-експериментальні методи визначення характеристик ракетно-космічної техніки» (Україна, Дніпро, 10–12 грудня 2019 р.), VIII Міжнародній науково-технічній конференції «Актуальні проблеми прикладної механіки та міцності конструкцій» (Україна, Запоріжжя, ЗНУ, 2020 р.), II міжнародній науково-технічній конференції «Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні» (Україна, Харків, 2020 р.).

Публікації. Основні результати за темою дисертаційної роботи опубліковані в 11 друкованих працях, з яких 5 статей – у вітчизняних виданнях, затверджених ВАК України за фахом, 1 стаття – в закордонному науковому періодичному виданні, 5 тез доповідей на наукових конференціях.

Структура й обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків. Загальний обсяг дисертації складає 139 сторінок, у тому числі 125 сторінок основного тексту з 55 рисунками, списку використаних джерел з 75 найменувань на 8 сторінках та 2 додатків на 4 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, зазначено її зв'язок з науковими темами Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, де виконувалась робота. Сформульовано мету і задачі дослідження. Вказано об'єкт, предмет та методи дослідження, розкрито наукову новизну та практичне значення отриманих результатів. Наведено інформацію про публікації та апробацію викладеного в роботі матеріалу, а також відзначено особистий внесок здобувача. Зазначено, що у роботах Лісняка А. О., Чопорова С. В., Гоменюка С. І., Стояна Ю. Г., Шейко Т. І., Максименка-Шейка К. В., Толока О. В., Литвина О. М., Літвінової Ю. С. виконувалася побудова рівнянь

ГО в 3D за допомогою R-функцій, однак їх реалізація на 3D-принтері вперше проводилася лише Літвіною Ю. С. в експериментальному режимі.

Перший розділ дисертації містить чотири підрозділи. У першому з них наведено порівняльний аналіз 3D-друку з традиційними технологіями виробництва, такими як лиття, фрезерування, штампування, різання і т.д. Другий підрозділ присвячено вивченню сфер використання 3D-принтерів. Розглянуто етапи появи та розвитку технології тривимірного друку. 3D-моделювання дозволяє створити тривимірну модель довільного об'єкту на комп'ютері, і за допомогою 3D-принтера отримати повноцінний фізичний об'єкт. 3D-друк отримав широке використання в автомобілебудуванні, авіамоделюванні, машинобудуванні, будівництві, виготовленні стрілецької зброї, медицині. У третьому підрозділі розглянуто питання впровадження тривимірного друку в розвиток авіабудівної галузі на прикладах роботи компанії GE Aviation, лабораторії Airbus, заводу Safran Helicopter Engines, BIAH, ТПУ і ін. У четвертому підрозділі проведено аналіз програмних пакетів, які дозволяють створювати тривимірну графіку. Поставлені нові завдання дослідження, пов'язані з удосконаленням методу R-функцій з метою створення рівнянь тривимірних машинобудівних, аерокосмічних об'єктів і БПЛА (з урахуванням їх специфіки) і реалізації 3D-друку. Із застосуванням теорії R-функцій потрібно розробити метод побудови рівнянь поверхонь БПЛА з блендінгом на каркасі.

Другий розділ дисертації присвячено викладенню основних положень моделювання геометричних об'єктів з використанням математичного апарату теорії R-функцій. Проведено аналіз конструктивних засобів математичного моделювання геометричних об'єктів, визначення R-функцій. Проаналізовано основні достатньо повні системи R-функцій, їхні логічні, алгебраїчні і диференціальні властивості. Розглянуто нормалізовані рівняння ГО. Властивість нормалізованості використано в роботі для реалізації рівнянь поверхонь БПЛА.

У роботі розглядаються і використовуються методи побудови ГО, які мають симетрію різного виду: трансляційну симетрію уздовж осі і точкову симетрію циклічного типу. У цих випадках класична схема застосування теорії R-функцій призводить до громіздких рівнянь з великою кількістю операцій, які зростають зі збільшенням числа трансльованих елементів. Щоб отримати простіші рівняння, в роботі були використані часткові суми ряду Фур'є

$$\mu(x, h) = \frac{4h}{\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{(2i-1)^2} \sin \frac{(2i-1)\pi x}{h} \quad (1)$$

для функції $f(x) = \begin{cases} x, & -h/2 \leq x \leq h/2 \\ h-x, & h/2 \leq x \leq h \\ -h-x, & -h \leq x \leq -h/2 \end{cases}$ при трансляції вздовж прямої і

$$\mu(n\theta) = \frac{8}{n\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin \left[(2k-1) \frac{n\theta}{2} \right]}{(2k-1)^2} \quad (2)$$

при точковій симетрії циклічного типу.

Третій розділ присвячено аналітичній ідентифікації деталей машин, зокрема з гвинтовим типом симетрії в 3D при реалізації на 3D-принтері.

Робочою деталлю багатьох механізмів для просування матеріалу уздовж гвинтової поверхні, що обертається, є шнек. Шнеки використовуються замість

коліс в деяких видах всюдиходів або комбайнів, в екструдерах і на бурових станціях; вони незамінні в харчовій промисловості, використовуються в стрілецькій зброї. Виготовлення шнеків відбувається за допомогою лиття з подальшою токарною обробкою, способом гарячої деформації і холодного згинання та ін. Дуже перспективним є виготовлення шнеків на 3D-принтері. В роботі побудовано математичну і комп'ютерну модель *шнека зі змінним і постійним кроком закрутки*.

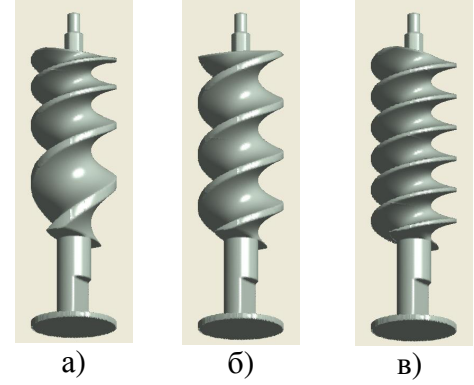


Рис. 1. Шнек: а) N – змінний крок закрутки; б) $N = 5$; в) $N = 3$

$$\alpha = \frac{2\pi}{N} z; \begin{cases} x\alpha = x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y\alpha = -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}; \text{ при } N = \frac{10/z + 4/(10-z)}{1/z + 1/(10-z)} \text{ див. рис.1, а), при } N = 5$$

див. рис.1, б), при $N = 3$ див. рис.1, в).

$$f1 = \left(1 - \frac{xx^2}{0.8^2} - \frac{yy^2}{2.3^2}\right) \wedge_0 z(9-z) \geq 0; \quad fn1 = ((0.8^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 -z(z+4)) \vee_0 f1 \geq 0;$$

$$fn1 = (((2.3^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 (4.3+z)(-z-4)) \vee_0 fn1) \wedge_0 (4 - x^2 - y^2) \geq 0;$$

$$fs = (x-0.4) \wedge_0 (-z-2)(z+4) \geq 0; \quad fn = fn1 \wedge_0 -fs \geq 0;$$

$$fv = (0.3^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 (11-z)(z-8) \geq 0; \quad f = fn \vee_0 fv \geq 0;$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}; \quad no = 6; \quad ff = \theta \frac{no}{2}; \quad \mu = \frac{8}{no\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff]}{(2k-1)^2};$$

$$x1 = \rho \cos \mu; \quad f22 = (0.4 - x1) \wedge_0 (10-z)(z-8) \geq 0; \quad W = f \vee_0 f22 \geq 0.$$

У цьому випадку особливий інтерес представляє побудова змінного кроку закрутки у вигляді безперервної функції $N = f(z)$.

В енергетичних установках та інших технічних пристроях широко використовується закрутка потоку для організації та інтенсифікації різних процесів. Закручування є ефективним засобом стабілізації полум'я в камерах згоряння газотурбінних двигунів, використовується для інтенсифікації тепло- і масообміну в каналах, в хімічній, нафтовій, газовій та інших галузях промисловості. Використовувані на практиці завихрювачі відрізняються за способом і характером закрутки, за довжиною закручуючого пристрою. В роботі розглянуто шнековий завихрювач, трубу з локальною закруткою і скручену трубу складного поперечного перерізу зі стінкою заданої товщини.

Шнековий завихрювач.

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}; \quad zz = z - \frac{\theta h}{2\pi}; \quad ff = \frac{\pi}{h} zz; \quad \mu = \frac{4h}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff]}{(2k-1)^2};$$

$$fp1 = (0.04 - (\rho - 0.8)^2 - \mu^2) / 0.4 \geq 0; \quad fp2 = (1 - x^2 - y^2) / 2 \geq 0; \quad fp3 = (0.36 - x^2 - y^2) / 1.2 \geq 0;$$

$$W = fp1 \vee_0 fp3 \geq 0. \text{ При } h = 1 \text{ див. рис.2, а), при } h = 2 \text{ див. рис.2, б).}$$

Труба з локальною закруткою.

$$a = 1; b = 5; l = 1; \quad fi1 = 2\pi \frac{z}{h}; \quad fi2 = 2\pi \frac{l}{h}; \quad fi3 = 2\pi \frac{z-b+a}{h};$$

$$fi12 = (fi1 + fi2 - abs(fi1 - fi2)) / 2; \quad \alpha = (fi12 + fi3 + abs(fi12 - fi3)) / 2;$$

$$\begin{cases} xx = x \cos \alpha + y \sin \alpha; \\ yy = -x \sin \alpha + y \cos \alpha; \end{cases}$$

$$\omega s1 = 1 - xx^2 - \frac{yy^2}{1.5^2} \geq 0; \omega s = 0.2 - |\omega s1| \geq 0;$$

$W = \omega s \wedge_0 (10 - z)(z + 5) \geq 0$. При $h = 7$ див. рис.3, а), при $h = 5$ див. рис.3, б).

Слід зазначити, що завдання інформації в аналітичному вигляді із використанням буквених параметрів дозволяє оперативно вносити зміни в форму досліджуваного об'єкта.

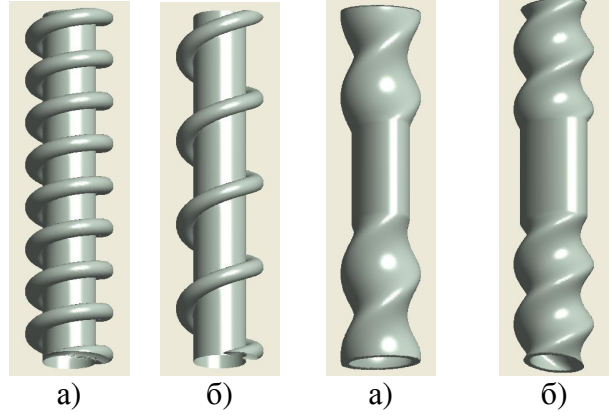


Рис. 2. Шнековий завихрювач:
а) $h = 1$; б) $h = 2$

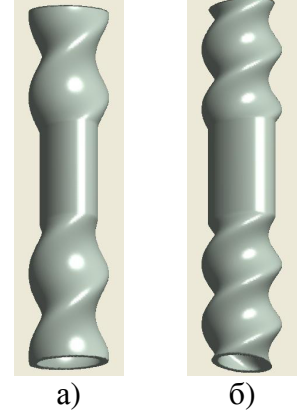


Рис. 3. Труба з локальною закруткою:
а) $h = 7$; б) $h = 5$

Скручена труба складного поперечного перерізу.

$$\alpha = 0; (\alpha = \frac{\pi z}{40}; \alpha = \frac{\pi z}{30}; \alpha = \frac{\pi z}{20});$$

$$\begin{cases} xx = x \cos \alpha + y \sin \alpha; \\ yy = -x \sin \alpha + y \cos \alpha; \end{cases} fkv = \frac{10^2 - xx^2}{20} \wedge_0 \frac{10^2 - yy^2}{20} \geq 0;$$

$$f91 = \frac{16 - xx^2}{8} \geq 0; f92 = \frac{16 - yy^2}{8} \geq 0;$$

$$fr = ro^2 - f91^2 - f92^2 \geq 0; f9 = f91 + f92 + \sqrt{f91^2 + f92^2 + \frac{fr}{8ro^2}(|fr| + fr)} \geq 0;$$

$$f11 = f9 \wedge_0 fkv \geq 0; f11o = \left(\frac{4^2 - (xx - 10)^2 - yy^2}{8} \right) \vee_0 \left(\frac{4^2 - (xx + 10)^2 - yy^2}{8} \right) \geq 0;$$

$$f12o = \left(\frac{4^2 - (yy - 10)^2 - xx^2}{8} \right) \vee_0 \left(\frac{4^2 - (yy + 10)^2 - xx^2}{8} \right) \geq 0;$$

$$f1o = f11o \vee_0 f12o \geq 0; f1k = f11 \vee_0 f1o \geq 0; f1 = ht - |f1k| \geq 0;$$

$$W = f1 \wedge_0 (L^2 - z^2) \geq 0 \text{ (рис. 4).}$$

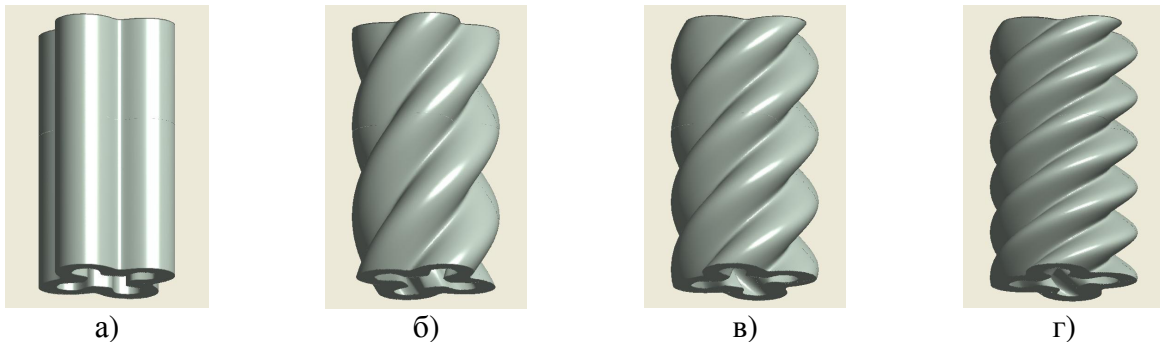


Рис. 4.Скручена труба складного перерізу: а) $\alpha = 0$; б) $\alpha = \frac{\pi z}{40}$; в) $\alpha = \frac{\pi z}{30}$; г) $\alpha = \frac{\pi z}{20}$

Потрібно підкреслити, що труба наведеного поперечного перерізу вельми складна у виготовленні, особливо при необхідності зміни параметра закрутки. Отже, доцільно процес виготовлення надати 3D-принтеру. Оскільки, змінюючи параметр α , ми отримуємо для 3D-реалізації трубу з потрібним кроком закрутки, то змінюючи параметри ht і L , отримаємо трубу потрібної товщини і довжини.

Відцентрові насоси є одними з найбільш поширених насосів в світі. Завдяки своїм конструкційним рішенням та стабільній роботі, цей тип насосів знайшов широке застосування як для вирішення побутових завдань, так і для основних технологічних процесів в різних галузях промисловості. Для швидкої заміни зношених деталей в сучасній промисловості використовують 3D-друк. Світовий виробник різних видів насосів і арматури, концерн KSB (Німеччина), став найбільшим в світі новатором в області застосування 3D-друку.

Однак виникає проблема завдання інформації для друку, тобто побудови математичної і комп'ютерної моделі проєктованого об'єкту. Одним з методів вирішення цієї проблеми є застосування теорії R-функцій, яка дозволяє описувати геометричні об'єкти складної форми єдиним аналітичним виразом.

У роботі побудовано математичну модель *відкритого робочого колеса відцентрового насоса з радіальними лопатками*.

$$f1 = (10^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 (0.5 - z)(0.1 + z) \geq 0; \quad f2 = (6^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 (2 - z)z \geq 0;$$

$$f12 = (f1 \vee_0 f2) \wedge_0 (x^2 + y^2 - 4.5^2) \geq 0; \quad f123 = f12 \vee_0 f3 \geq 0 \text{ (рис. 5, а).}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}; \quad no = 24; \quad ff = \theta \frac{no}{2}; \quad \mu = \frac{8}{no\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff]}{(2k-1)^2};$$

$$x1 = \rho \cos \mu; \quad y1 = \rho \sin \mu;$$

$$fr = (((0.25 - |y1|) \wedge_0 z(1.9 - z)) \wedge_0 (10^2 - x1^2 - y1^2)) \wedge_0 (x1^2 + y1^2 - 5^2) \geq 0 \text{ (рис. 5, б).}$$

$$f4 = (4.5^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 (x^2 + y^2 - 3^2) \geq 0; \quad f5 = ((1 - x^2) \vee_0 (1 - y^2)) \wedge_0 z(1.93 - z) \geq 0;$$

$$f6 = f4 \wedge_0 f5 \geq 0; \quad f7 = (0.3^2 - x^2 - (y - 3.7)^2) \vee_0 (0.3^2 - x^2 - (y + 3.7)^2) \geq 0;$$

$$fv = f6 \wedge_0 f7 \geq 0 \text{ (рис. 5, в).}$$

$$r2 = 0.4; \quad sr2 = r2^2 - fr^2 - f123^2; \quad fpr = fr + f123 + \sqrt{fr^2 + f123^2 + \frac{sr2}{8r2^2}(sr2 + |sr2|)} \geq 0;$$

$$W = fv \vee_0 fpr \geq 0 \text{ (рис. 5, г).}$$

$$fpas = (0.35^2 - y^2) \wedge_0 x(2 - x) \geq 0;$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}; \quad nd = 8; \quad th = \frac{\varphi}{nd}; \quad t1 = \theta - \frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2}; \quad ft = \left(t1 - \frac{th}{2}\right) \frac{\pi}{th}; \quad \mu0 = \frac{4th}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ft]}{(2k-1)^2};$$

$$wl = 0.5 \left(t1 - \frac{th}{2} + \varphi - t1 - \frac{th}{2} - \text{abs} \left(t1 - \frac{th}{2} - \varphi + t1 + \frac{th}{2} \right) \right) \geq 0;$$

$$\mu z = 0.5(\mu0 + wl - \text{abs}(\mu0 - wl)) \geq 0; \quad \begin{cases} x1k = \rho \cos \mu z; \\ y1k = \rho \sin \mu z; \end{cases} \quad \begin{cases} xkk = -\frac{0.8x1k}{z - 0.8}; \\ ykk = -\frac{0.8y1k}{z - 0.8}; \end{cases}$$

$$fk = (0.3^2 - xkk^2 - ykk^2) \wedge_0 (z - 0.8) \geq 0; \quad WKOL = (\omega \wedge_0 \overline{fk}) \wedge_0 fpas \geq 0 \text{ (рис. 5, д).}$$

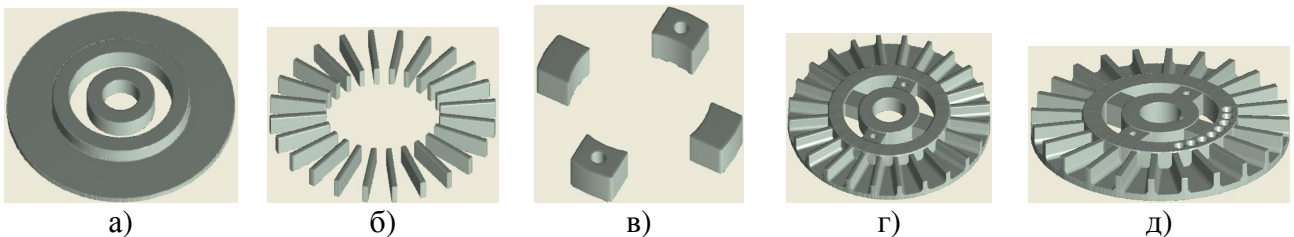


Рис. 5. Візуалізація поетапної побудови рівняння відкритого робочого колеса відцентрового насоса з радіальними лопатками

Змінюючи значення буквених параметрів no, nd та інших, можна у межах цієї ж програми отримувати колеса з іншими конструктивними параметрами.

Побудовано математичну модель *відкритого робочого колеса відцентрового насоса з шістьма криволінійними лопатками і балансуючими отворами*.

$$f01 = ((2.2^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 (x^2 + y^2 - 1)) \wedge_0 (2 - z)z \geq 0;$$

$$f0 = ((10^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 (2 + z)(0.2 - z)) \vee_0 f01 \geq 0; \text{ (рис. 6, а).}$$

$$f11 = (0.5 - |(5^2 - (y - 5)^2 - x^2)/10|) \wedge_0 \bar{x} \geq 0;$$

$$x1 = x \cos \frac{\pi}{3} + y \sin \frac{\pi}{3}; \quad y1 = -x \sin \frac{\pi}{3} + y \cos \frac{\pi}{3}; \quad f1 = (0.5 - |(5^2 - (y1 - 5)^2 - x1^2)/10|) \wedge_0 \bar{x}1 \geq 0;$$

$$x2 = x \cos \frac{2\pi}{3} + y \sin \frac{2\pi}{3}; \quad y2 = -x \sin \frac{2\pi}{3} + y \cos \frac{2\pi}{3};$$

$$f2 = (0.5 - |(5^2 - (y2 - 5)^2 - x2^2)/10|) \wedge_0 \bar{x}2 \geq 0; \quad x3 = x \cos \frac{3\pi}{3} + y \sin \frac{3\pi}{3}; \quad y3 = -x \sin \frac{3\pi}{3} + y \cos \frac{3\pi}{3};$$

$$f3 = (0.5 - |(5^2 - (y3 - 5)^2 - x3^2)/10|) \wedge_0 \bar{x}3 \geq 0;$$

$$x4 = x \cos \frac{4\pi}{3} + y \sin \frac{4\pi}{3}; \quad y4 = -x \sin \frac{4\pi}{3} + y \cos \frac{4\pi}{3};$$

$$f4 = (0.5 - |(5^2 - (y4 - 5)^2 - x4^2)/10|) \wedge_0 \bar{x}4 \geq 0; \quad x5 = x \cos \frac{5\pi}{3} + y \sin \frac{5\pi}{3};$$

$$y5 = -x \sin \frac{5\pi}{3} + y \cos \frac{5\pi}{3}; \quad f5 = (0.5 - |(5^2 - (y5 - 5)^2 - x5^2)/10|) \wedge_0 \bar{x}5 \geq 0;$$

$$f1112345 = ((((((f11 \vee_0 f1) \vee_0 f2) \vee_0 f3) \vee_0 f4) \vee_0 f5) \wedge_0 (2 - z)z) \wedge_0 (x^2 + y^2 - 3^2)) \geq 0;$$

$$fv = f1112345 \wedge_0 (9.7^2 - x^2 - y^2) \geq 0; \text{ (рис. 6, б); } fi0 = f0 \vee_0 fv \geq 0; \text{ (рис. 6, в);}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}; \quad nd = 6; \quad th = \frac{\Phi}{nd}; \quad \theta = \arctg \frac{x}{y}; \quad t1 = \theta - \frac{\pi}{2} + \frac{\Phi}{2}; \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad ff = \left(t1 - \frac{th}{2}\right) \frac{\pi}{th};$$

$$\mu = \frac{4th}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff]}{(2k-1)^2}; \quad e1 = t1 - \frac{th}{2}; \quad e2 = \varphi - t1 - \frac{th}{2}; \quad S = 0.5(e1 + e2 - |e1 - e2|) \geq 0;$$

$$\mu S = 0.5(\mu + S - |\mu - S|) \geq 0; \quad y11 = \rho \sin \mu S; \quad fb = ((0.8^2 - (z + 1)^2 - y11^2) \wedge_0 (x^2 + y^2 - 3^2)) \wedge_0 x \geq 0;$$

$$WKOL = fi0 \wedge_0 \bar{fb} \geq 0 \text{ (рис. 6, г).}$$

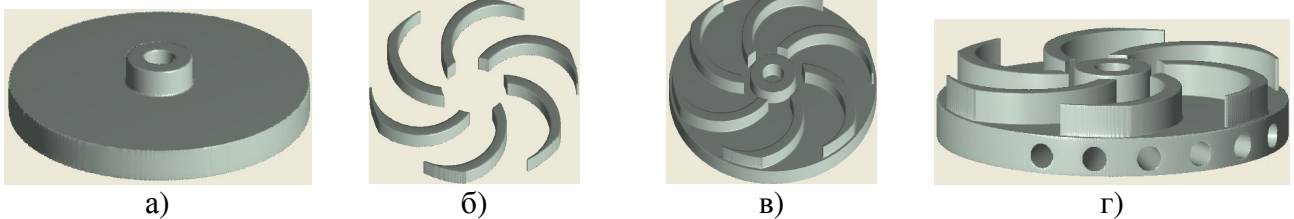


Рис. 6. Візуалізація поетапної побудови рівняння колеса

Змінюючи параметр nd , можна відрегулювати кількість балансуючих отворів.

Побудовано також математичну модель відкритого робочого колеса відцентрового насоса з п'ятьма криволінійними лопатками.

Отримані рівняння моделей коліс візуалізовано за допомогою програми RFPreview, а їх реалізацію на 3D-принтері (рис. 7) виконано в ПІМаш ім. А. М. Підгорного НАН України.



Рис. 7. Макети коліс відцентрових насосів, виконані на 3D-принтері

На основі розроблених алгоритмів побудовано математичні та комп'ютерні моделі напівзакритих робочих коліс відцентрових насосів, поданих на рис. 8.

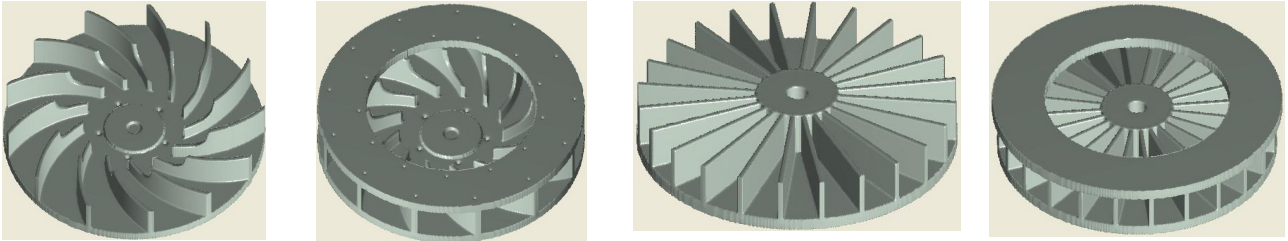


Рис. 8. Напівзакриті робочі колеса відцентрових насосів

Четвертий розділ присвячено аналітичній ідентифікації поверхонь безпілотних літальних апаратів і аерокосмічних об'єктів для реалізації технології 3D-друку.

Побудовано математичну і комп'ютерну модель макета БПЛА, поданого на рис. 9. Для цього використовувалася як методика блендінга на каркасі, так і відомі рівняння стандартних примітивів, а саме, рівняння циліндра, трикутної піраміди, еліпсоїда.

Основний корпус.

$$f11 = \frac{a^2 - x^2}{2a} \geq 0; \quad f11 = \sqrt{y^2 + z^2}; \quad fff1 = \sqrt{\left(0.5\sqrt{f11^4 + f11^2} - f11\right)^2 + f11^2};$$

$$\omega p = -fff1 + \frac{(a1 - x)(a2 + x)}{p1} + p2; \quad \omega n = (\omega p \wedge_0 \delta^2 - z^2) \wedge_0 x + l1 \geq 0;$$

$$\omega c1 = \left(\left(\left(1 - \frac{z^2}{oz^2} - \frac{(x+1)^2}{ox^2} \right) \wedge_0 \left(1.25^2 - \frac{y^2}{oy^2} \right) \right) \wedge_0 (\delta - z) \right) \wedge_0 -xtg\lambda + z \geq 0;$$

$$\omega c2 = \left(\left(\left(\left(1 - \frac{z^2}{ozn^2} - \frac{(x+1)^2}{oxn^2} \right) \wedge_0 \left(0.95^2 - \frac{y^2}{oyn^2} \right) \right) \wedge_0 \left(\frac{\delta}{2} + z \right) \right) \wedge_0 (-x - 2\delta) \right) \wedge_0 -xtg\lambda 1 - z \geq 0;$$

$$\omega c3 = \omega c2 \wedge_0 (x^2 - y^2) \geq 0; \quad \omega c = (\omega c1 \wedge_0 (he + z)) \vee_0 \omega c3 \geq 0;$$

$$\omega d = \left(\left(\frac{d^2}{4} - \left(y - \frac{lk1}{2} \right)^2 - (z - hz)^2 \right) \vee_0 \left(\frac{d^2}{4} - \left(y + \frac{lk1}{2} \right)^2 - (z - hz)^2 \right) \right) \wedge_0 (x + Lc)(-x - Lc + h) \geq 0;$$

$$\omega l = \omega n \vee_0 \omega c \geq 0; \quad \omega n1 = ((-x + x0 - ky^2) \wedge_0 (x + xnak)) \wedge_0 z(hnak - z) \geq 0 \text{ — накладка на носі,}$$

$$\omega \omega n = ((ab/2)^2 - y^2) \wedge_0 (z - hb) \wedge_0 (lb - x) \geq 0 \text{ — виріз в підчерев'ї,}$$

$$rak1 = (rsh^2 - (x + xhr)^2 - y^2 - (z + zr)^2) \vee_0 (rsh^2 - (x - xhr)^2 - y^2 - (z + zr)^2) \geq 0;$$

$$rak = ((rsh^2 - y^2 - (z + zr)^2) \wedge_0 ((xhr + x)(xnr - x))) \vee_0 rak1 \geq 0 \text{ — тіло ракети із заокругленими кінцями,}$$

$$\omega kor = (((\omega l \vee_0 \omega d) \vee_0 \omega n1) \wedge_0 -\omega \omega n) \vee_0 rak \geq 0 \text{ — основний корпус.}$$

Обтічник перед ракетою в підчерев'ї.

$$y1 = -\frac{cpx \cdot y}{x - xpn - cpx}; \quad z1 = -\frac{cpx \cdot z}{x - xpn - cpx};$$

$$\omega nizp = (((z1 + zo)(zon - z1)) \wedge_0 (-4y^2 + (z1 + zo)^2)) \wedge_0 ((xp - x)(x - xpn)) \geq 0 \text{ – трикутна піраміда,}$$

$$\omega niz1 = ((z + zo)(zon - z)) \wedge_0 (-ko \cdot y^2 + (z + zo)^2) \geq 0; \quad \omega niz2 = \omega niz1 \vee_0 (lob - x) \geq 0;$$

$$\omega niz = (\omega niz2 \wedge_0 (x - 0.2 + z)) \vee_0 \omega nizp \geq 0 \text{ – обтічник крила,}$$

$$\omega kr11 = ((\delta - |z + \delta/2|) \wedge_0 ((xnm + x)(-xbm - x))) \wedge_0 (lk1^2 - y^2) \geq 0;$$

$$\omega kr1 = \omega kr11 \wedge_0 ((-x0c - x)^2 - y^2) \geq 0 \text{ – малі горизонтальні крила,}$$

$$\omega kr22 = ((\delta - |z - \delta/2|) \wedge_0 ((xnb + x)(-xbb - x))) \wedge_0 (lk2^2 - y^2) \geq 0;$$

$$\omega kr2 = (\omega kr22 \wedge_0 ((x00 - x)^2 - kkny^2)) \wedge_0 (-y^2 + kk1(-x01 - x)^2) \geq 0 \text{ – великі горизонтальні крила,}$$

$$\omega kr33 = ((\delta - |y^2 - (rk3/2)^2|) \wedge_0 (z(hz - z))) \wedge_0 ((x11 + x)(-x22 - x)) \geq 0;$$

$$\omega kr3 = \omega kr33 \wedge_0 ((xx1 + x)^2 - z^2) \geq 0 \text{ – вертикальні крила (стабілізатори),}$$

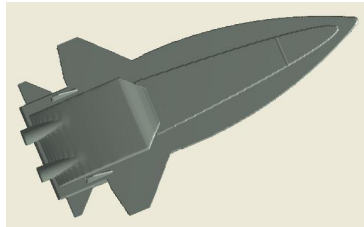
$$\omega kr = \omega kr1 \vee_0 \omega kr2 \vee_0 \omega kr3 \geq 0 \text{ – збірка крил,}$$

$$W = \omega kor \vee_0 \omega kr \vee_0 \omega niz \geq 0 \text{ – повна збірка БПЛА, подана на рис. 9.}$$

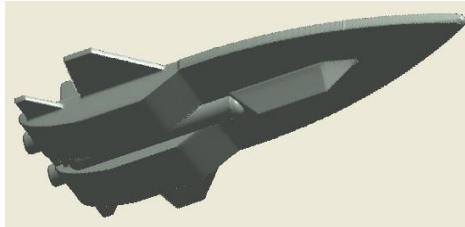
Результати, подані на рис. 9, 10, отримано при таких значеннях буквених параметрів: $a=5$; $p1=20$; $p2=0$; $a1=5.2$; $a2=5$; $\delta=0.1$; $l1=0.2$; $lk1=1$; $hz=0.05$; $Lc=4$; $h=1.5$; $lk1=1.8$; $lk2=2.3$; $rsh=0.2$; $oz=0.6$; $ox=2.5$; $oy=1$; $tg\lambda=0.5$; $ozn=0.3$; $oxn=2.5$; $oyn=1$; $tg\lambda1=0.3$; $he=0.5$; $hnak=0.15$; $x0=4.5$; $k=10$; $xnak=0.65$; $ab/2=0.21$; $hb=0.01$; $lb=2$; $zr=0.21$; $xhr=2.9$; $xnr=0.3$; $lob=2.2$; $xnm=3.3$; $xbm=2.6$; $xnb=2.2$; $xbb=0.5$; $x0c=1.3$; $hz=0.6$; $x11=2.7$; $x22=2$; $x00=0.7$; $kk=0.9$; $kk1=26$; $fk12 = fk1 \vee_0 fk2 \geq 0$; $\omega c = fk12 \vee_0 fc \geq 0$; $x01=2.5$; $xx1=1.9$; $ko=4$; $zo=0.6$; $zon=0.1$; $apy=0$; $bpz=0$; $cpx=0.8$; $xp=3$; $xpn=2.2$.

Наголосимо, що зі зміною будь-яких з 55 представлених буквених параметрів автоматично відбудеться зміна форм відповідних фрагментів БПЛА.

Побудовано рівняння БПЛА, поданого на рис. 11. Для побудови рівняння фюзеляжу використано відомі рівняння стандартних примітивів, а саме, рівняння циліндра і рівняння двох конічних поверхонь.

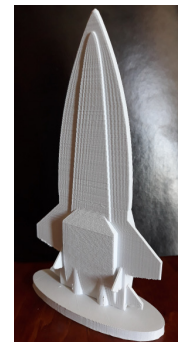


а)



б)

Рис. 9. БПЛА з ракетою:
а) вид зверху; б) вид знизу



а)



б)

Рис. 10. Макет БПЛА,
виготовлений на 3Dпринтері:
а) вид зверху; б) вид знизу

Фюзеляж.

$$f1 = \frac{R^2 - xc_1^2 - z^2}{2R} \geq 0; \quad f2 = \frac{a^2 - yc_1}{2a} \geq 0; \quad fc = f1 \wedge_0 f2 \geq 0;$$

$$x_{c1} = x \frac{\sqrt{2}}{2} - y \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad y_{c1} = x \frac{\sqrt{2}}{2} + y \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$fk11 = \frac{R^2 - x_1^2 - z_1^2}{2R} \wedge_0 \frac{(a - y01 + y_{c1})(-a - y_{c1})}{|y01|} \geq 0; \quad fk1 = fk11 \wedge_0 (a - y01 - cv + y_{c1}) \geq 0,$$

$$x_1 = x01 - y01 \frac{x_{c1} - x01}{y_{c1} + a - y01}; \quad z_1 = z01 - y01 \frac{z - z01}{y_{c1} + a - y01};$$

$$fk2 = \frac{R^2 - x_2^2 - z_2^2}{2R} \wedge_0 \frac{(a + y02 + y_{c1})(y_{c1} - a)}{|y02|} \geq 0,$$

$$x_2 = x02 - y02 \frac{x_{c1} - x02}{y_{c1} - a - y02}; \quad z_2 = z02 - y02 \frac{z - z02}{y_{c1} - a - y02}; \quad \omega_{cat} = \omega_{2kr} \vee_{\rho} \omega_c \geq 0, \quad \rho = r1s.$$

Розглянуто два варіанти конструцій крила: з використанням стандартних примітивів і R-операції для згладжування гострих кромek, а також блендінга на каркасі у вигляді дуги кола.

Варіант 1.

Праве крило.

$$f1 = \frac{-z_1 + 0.1x}{\sqrt{1.01}} \geq 0; \quad f2 = \frac{z_1 + 0.1x}{\sqrt{1.01}} \geq 0; \quad f3 = 7 - x \geq 0; \quad z_1 = z + 2.5; \quad f4 = \frac{(3 - y)(17 + y)}{20} \geq 0;$$

$$\omega l = f1 \wedge_{\rho} f2 \geq 0, \quad \rho = r1 = 0.3; \quad \omega k = \omega l \wedge_{\rho} f3 \geq 0, \quad \rho = r2 = 0.5; \quad \omega \omega = \omega k \wedge_{\rho} f4 \geq 0, \quad \rho = r3 = 0.5.$$

Ліве крило.

$$xp = y; \quad yp = x; \quad zp = z_1;$$

$$f1p = \frac{-zp + 0.1xp}{\sqrt{1.01}} \geq 0; \quad f2p = \frac{zp + 0.1xp}{\sqrt{1.01}} \geq 0; \quad f3p = 7 - xp \geq 0; \quad f4p = \frac{(3 - yp)(17 + yp)}{20} \geq 0;$$

$$\omega lp = f1p \wedge_{\rho} f2p \geq 0, \quad \rho = r1 = 0.3; \quad \omega kp = \omega lp \wedge_{\rho} f3p \geq 0, \quad \rho = r2 = 0.5;$$

$$\omega \omega p = \omega kp \wedge_{\rho} f4p \geq 0, \quad \rho = r3 = 0.5; \quad \omega_{2kr} = \omega \omega \vee_0 \omega \omega p \geq 0 \quad - \text{два крила.}$$

Варіант 2.

Праве крило.

$$z1 = z; \quad rk = 6; \quad f1 = \frac{rk^2 - (z_1 + rk)^2 - y^2}{2rk} \geq 0; \quad fi = \frac{y + z_1 + rk}{\sqrt{2}} \wedge_0 \frac{-y + z_1 + rk}{\sqrt{2}} \geq 0;$$

$$ff1 = \sqrt{(0.5\sqrt{f1^4 + fi^2} - fi)^2} + f1^2; \quad tt = \frac{(20 + y)(1.2 - y)}{par1} - par2; \quad par1 = 300; \quad par2 = 0.4;$$

$$\omega l = tt^2 - ff1^2; \quad \omega k = \omega l \wedge_0 (1 - x)(17 + x) \geq 0; \quad \omega \omega = \omega k \wedge_0 y - 4x + 2 \geq 0;$$

Ліве крило.

$$xp = y; \quad yp = x; \quad zp = z_1; \quad f1p = \frac{rk^2 - (zp + rk)^2 - yp^2}{2rk} \geq 0; \quad fip = \frac{yp + zp + rk}{\sqrt{2}} \wedge_0 \frac{-yp + zp + rk}{\sqrt{2}} \geq 0;$$

$$ff1p = \sqrt{(0.5\sqrt{f1p^4 + fip^2} - fip)^2} + f1p^2;$$

$$ttp = \frac{(20 + yp)(1.2 - yp)}{par1} - par2; \quad par1 = 300; \quad par2 = 0.4; \quad \omega lp = ttp^2 - ff1p^2;$$

$$\omega kp = \omega lp \wedge_0 (1 - xp)(17 + xp) \geq 0; \quad \omega \omega p = \omega kp \wedge_0 yp - 4xp + 2 \geq 0; \quad \omega_{2kr} = \omega \omega \vee_0 \omega \omega p \geq 0.$$

Хвостове оперення.

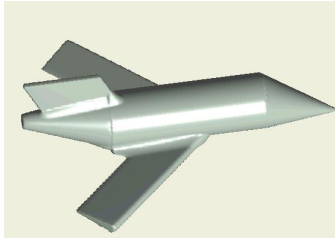
$$\omega f1 = \frac{-z - 2(y_{c1} + 7)}{\sqrt{5}} \wedge_0 \frac{z + 2(y_{c1} + 17)}{\sqrt{5}} \geq 0; \quad \omega f = \left(\omega f1 \wedge_0 \frac{0.3^2 - xc_1^2}{0.6} \right) \wedge_0 \frac{z(8 - z)}{8} \geq 0. \quad \text{Остаточ-}$$

но отримаємо $W = \omega f \wedge_p \omega cat \geq 0$, $\rho = rxs = 2$.

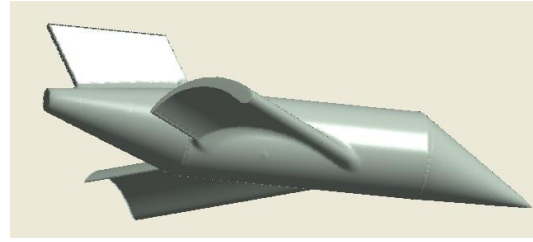
На рис. 11, а) поданий макет БПЛА з крилами, побудованими за першим варіантом, а на рис. 11, б) – за другим варіантом.

Побудоване за допомогою стандартних примітивів десятипараметричне рівняння фюзеляжу БПЛА з двома різними багатопараметричними рівняннями профілів крил дозволяють при зміні значень буквених параметрів оперативно змінювати форму БПЛА.

Побудовано рівняння фюзеляжу з використанням блендинга на каркасах у вигляді відрізків прямих, один з яких має довжину $2a$, а інший має довжину $2b$ і зміщений до носової частини на величину xc , після чого вони з'єднуються за допомогою R-диз'юнкції.



а)



б)

Рис. 11. БПЛА з різними профілями крил: а) з використанням стандартних примітивів і R-операції для згладжування гострих кромки; б) блендинга на каркасі у вигляді дуги кола

$$x_1 = x \frac{\sqrt{2}}{2} + y \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad y_1 = -x \frac{\sqrt{2}}{2} + y \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad f11 = \frac{a^2 - x1^2}{2a} \geq 0; \quad f11 = \sqrt{y1^2 + z^2};$$

$$fff1 = \sqrt{\left(\left(\sqrt{f11^4 + f11^2} \right) - f11 \right) / 2}^2 + f11^2 \geq 0;$$

$$\omega p = (fff1 + (a1 - x1)(a2 + x1) / p1 + p2) \wedge_0 (2.5^2 - z^2 - y1^2) \geq 0;$$

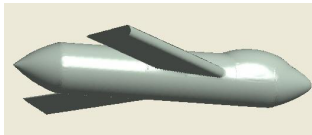
$$fib1 = \frac{b^2 - (x1 - xc)^2}{2b} \geq 0; \quad fb11 = \sqrt{y1^2 + (z - 0.5)^2};$$

$$fffb1 = \sqrt{\left(\left(\sqrt{fb11^4 + fib1^2} \right) - fib1 \right) / 2}^2 + fb11^2 \geq 0;$$

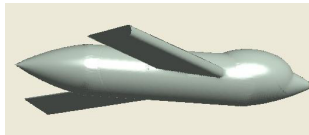
$$\omega pb = fffb1 + (ba1 - x1 + xc)(ba2 + x1 - xc) / pb1 + pb2 \geq 0;$$

$$\omega c = \omega p \vee_0 \omega pb \geq 0; \quad W = \omega 2k \vee_0 \omega c \geq 0.$$

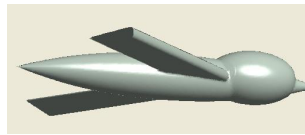
На рис. 12 подані макети БПЛА при різних значеннях буквеного параметра $p1$.



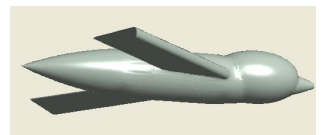
а)



б)



в)



г)

Рис. 12. БПЛА для отримання розвідданих і їх доставки в пункт призначення:

а) $p1=40$; б) $p1=60$; в) $p1=80$; г) $p1=100$

Отже, параметр $p1$ істотно впливає на вигляд хвостової та головної частин фюзеляжу.

Побудовано рівняння виробу, поданого на рис. 13. Для цього використані відомі рівняння стандартних примітивів, а саме, рівняння циліндрів довжиною L і l з радіусами R і r відповідно. Крім того, використано рівняння еліпсоїда з

півосями $(r, r, 3r)$ та конічної поверхні з вершиною в точці $(0; 0; 3 * R)$ та напрямлюючою $R^2 - x^2 - y^2 = 0$. Тоді $\omega = f1 \vee_0 f2 \geq 0$, де $f1 = f11 \vee_0 f1k \geq 0$;

$$f11 = (R^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 z(L - z) \geq 0;$$

$$f1k = (R^2 - x1k^2 - y1k^2) \wedge_0 (z - L)(L + 3R - z) \geq 0, \text{ де}$$

$$x1k = \frac{-3Rx}{z1 - 3R}; y1k = \frac{-3Ry}{z1 - 3R}; z1 = z - L; f22 = (r^2 - sx^2 - sy^2) \wedge_0 z(l - z) \geq 0;$$

$$sx = \rho \cos \mu - R - r; sy = \rho \sin \mu; \mu = \frac{8}{n\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin \left[\frac{(2k-1)n\theta}{2} \right]}{(2k-1)^2}; \rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x};$$

$$f2 = f22 \vee_0 \left(1 - \frac{sx^2}{r^2} - \frac{sy^2}{r^2} - \frac{(z-l)^2}{(3r)^2} \right) \geq 0. \text{ Зауважимо, що побудована фігура, що скла-}$$

дається з циліндра і еліпсоїда, буде відтрансльована n раз уздовж окружності радіуса $r + R$. Буквені параметри такі: $R = 10$; $r = 2$; $L = 40$; $n = 15$; $l = 15$.

Побудовано рівняння виробу, поданого на рис. 14. Для цього використано рівняння циліндра $f1$ довжиною L з радіусом a , рівняння конічної поверхні $f2$ з вершиною в точці $(-1,8 * r, 0, L)$, для якої напрямлююча описується рівнянням $r^2 - x^2 - y^2 = 0$. Тоді $\omega = f1 \vee_0 f2 \geq 0$, де $f1 = (a^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 z(L - z) \geq 0$;

$$f2 = (r^2 - x_1^2 - y_1^2) \wedge_0 sz(l - sz) \geq 0; x_1 = -1.8r - L \frac{sx + 1.8r}{sz - L}; y_1 = -L \frac{sy}{sz - L};$$

$$sx = \rho \cos \mu - a + 1.5r; sy = \rho \sin \mu; sz = z - L; \mu = \frac{8}{n\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin \left[\frac{(2k-1)n\theta}{2} \right]}{(2k-1)^2}. \text{ Як ми бачи-}$$

мо, побудована конічна поверхність буде відтрансльована n раз уздовж окружності радіуса $-1.5 * r + a$. Буквені параметри такі: $a = 10$; $r = 3$; $L = 40$; $n = 5$; $l = 28$.

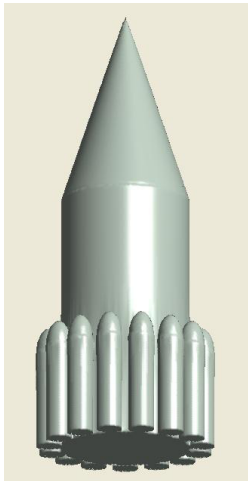


Рис. 13. Виріб для доставки заданої кількості об'єктів в пункт призначення

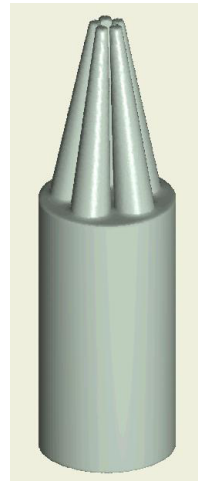
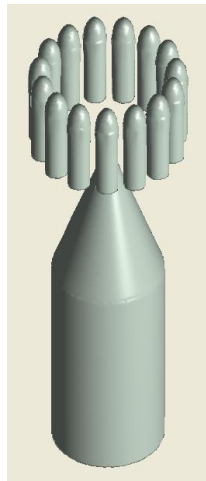
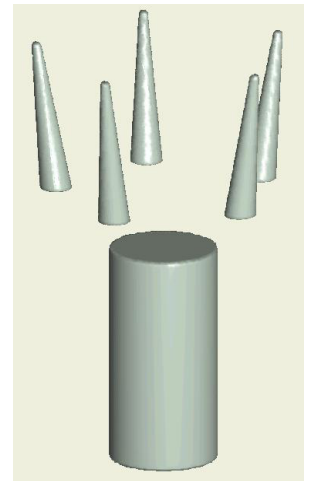


Рис. 14. Виріб для доставки конічних об'єктів в пункт призначення



Побудовано рівняння стандартних примітивів і періодичні функції μ , що дозволяють трансльовати побудовані об'єкти задану кількість раз. Це дає можливість записувати рівняння макетів ракет-носіїв, призначених для виведення в космос вантажних транспортних кораблів, пілотованих транспортних кораблів з екіпажем на борту і т. ін. (рис. 15).

$f11 = (R^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 z(L - z) \geq 0$ – центральний циліндр;

$f1 = \left(1 - \frac{x^2}{R^2} - \frac{y^2}{R^2} - \frac{(z - L)^2}{(4R)^2}\right) \vee_0 f11 \geq 0$ – центральний циліндр з верхнім еліпсоїдом;

$fs = ((R + e)^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 z(Le - z) \geq 0$ – циліндричне кріплення;

$f1n = f1 \vee_0 fs \geq 0$ – центральна ракета з кріпленням;

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x}; ff = \frac{\theta no}{2}; \mu = \frac{8}{\pi no} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{no\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2};$$

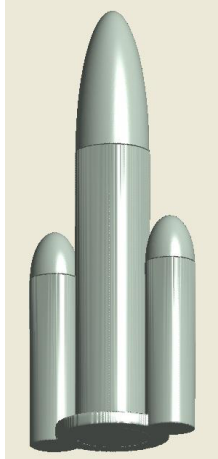
$$x1 = \rho \cos \mu - R - rn - e/4; y1 = \rho \sin \mu;$$

$f22 = (rn^2 - x1^2 - y1^2) \wedge_0 z(ln - z) \geq 0$ – бічні циліндри;

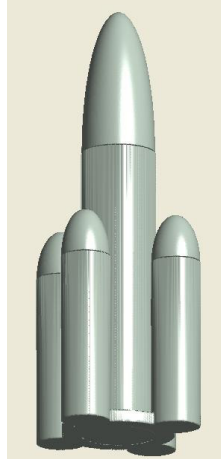
$f2 = \left(1 - \frac{x1^2}{rn^2} - \frac{y1^2}{rn^2} - \frac{(z - ln)^2}{(2rn)^2}\right) \vee_0 f22 \geq 0$ – бічні циліндри з верхніми еліпсоїдами;

$W = f1n \vee_0 f2 \geq 0$ – загальне рівняння макета ракети-носія.

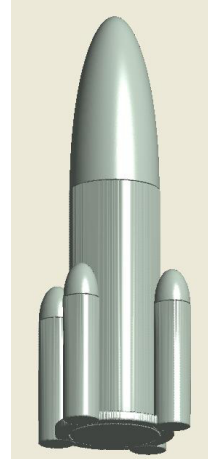
Змінюючи значення буквених параметрів, отримаємо сімейство ракет-носіїв, поданих на рис. 15, 17.



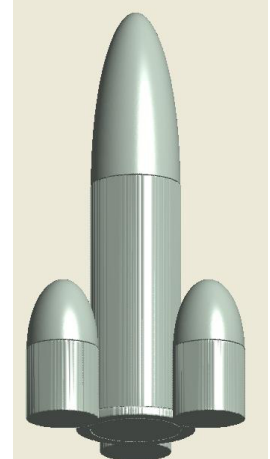
$R=15; no=2; rn=10;$
 $L=120; ln=70; e=8;$
 $Le=5$



$R=15; no=4; rn=10;$
 $L=120; ln=70; e=8;$
 $Le=5$



$R=25; no=4; rn=10;$
 $L=140; ln=70; e=8;$
 $Le=5$



$R=25; no=3; rn=20;$
 $L=140; ln=40; e=8;$
 $Le=5$

Рис. 15. Сімейство ракет-носіїв

Даний алгоритм дозволяє автоматично перераховувати усі необхідні для побудови константи.

Як і раніше, використовуючи рівняння стандартних примітивів, запишемо рівняння макета космічного корабля (рис. 16, 17).

$$f1 = h1^2 - x^2 \geq 0; f2 = h2^2 - y^2 \geq 0; f3 = z(L - z) \geq 0; \omega1 = f1 \wedge_p f2 \geq 0, \rho = ro;$$

$$xk = x0 - z0 \frac{x - x0}{zk - z0}; yk = y0 - z0 \frac{y - y0}{zk - z0}; zk = z - L;$$

$$f1kk = h1^2 - xk^2 \geq 0; f2kk = h2^2 - yk^2 \geq 0; f3kk = zk(4R - zk) \geq 0;$$

$$\omega1k = f1kk \wedge_p f2kk \geq 0, \rho = ro; \omega2k = \omega1k \wedge_0 f3kk \geq 0, \omega\omega = \omega1 \wedge_0 \omega2k \geq 0,$$

$$\begin{aligned}
fg &= -z + \frac{1}{|x/8|} \geq 0; \quad fg1 = 0.01 - (y - h1 + 0.3)^2 \geq 0; \quad f1k = fg \wedge_p fg1 \geq 0, \quad \rho = rk; \\
f2k &= z(8 - z) \geq 0; \quad \omega k1 = f1k \wedge_p f2k \geq 0, \quad \rho = rks; \quad f5 = 25 - x^2 \geq 0; \\
\omega k &= \omega k1 \wedge_p f5 \geq 0, \quad \rho = rks; \\
e1 &= 1 - \frac{(x - 0.6)^2}{0.5^2} - \frac{(y + 1)^2}{0.5^2} - \frac{z^2}{1.5^2} \geq 0; \quad e2 = 1 - \frac{(x + 0.6)^2}{0.5^2} - \frac{(y + 1)^2}{0.5^2} - \frac{z^2}{1.5^2} \geq 0; \\
dv &= (e1 \vee_0 e2) \wedge_0 (z + 0.2) \geq 0; \quad \omega \omega \omega = ((\omega \omega \vee_0 \omega k) \vee_0 kab) \wedge_0 (y + h1 - 0.1) \geq 0; \\
hv &= ((0.1 - |x|) \wedge_0 z(-5z + 4y + 25)) \wedge_0 -y(5 + y) \geq 0 \text{ – вертикальний стабілізатор}; \\
W &= (\omega \omega \omega \vee_0 dv) \vee_0 hv \geq 0 \text{ – загальне рівняння макета космічного корабля}.
\end{aligned}$$

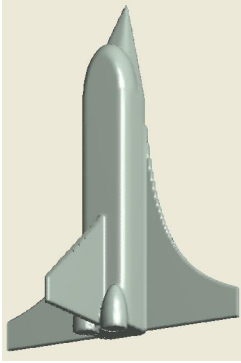


Рис.16. Макет космічного корабля



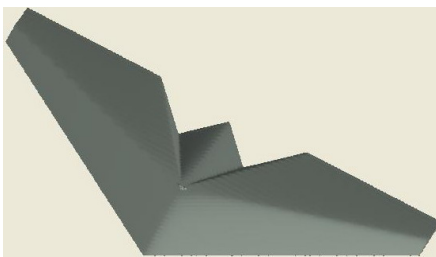
Рис.17. Виготовлені на 3D-принтері макети космічного корабля та ракети-носія



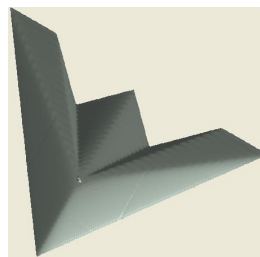
БПЛА, виконаний за схемою «літаюче крило». За допомогою площин $f1, f2, f3, fc1, fc2, fc3, fc4$, R-операцій та зміни змінних $x_1 \leftarrow x, y_1 \leftarrow y$ побудовано рівняння основи «літаючого крила» з трьома буквеними параметрами: α – стріловидність крила, (x_0, y_0, z_0) – координати вершини конуса.

$$\begin{aligned}
f1 &= y_1 - x_1 \tan \alpha \geq 0; \quad f2 = y_1 + x_1 \tan \alpha \geq 0; \quad f3 = -y_1 + \frac{8.8}{\tan \frac{\pi}{5}} \geq 0; \quad f = (f1 \wedge_0 f2) \wedge_0 f3 \geq 0; \\
fc1 &= y_1 - 9 - (x_1 - 2.5) \geq 0; \quad fc2 = y_1 - 9 + (x_1 - 2.5) \geq 0; \quad fc3 = y_1 - 9 - (x_1 + 2.5) \geq 0; \\
fc4 &= y_1 - 9 + (x_1 + 2.5) \geq 0; \quad x_1 = x_0 - z_0 \frac{x - x_0}{z - z_0}; \quad y_1 = y_0 - z_0 \frac{y - y_0}{z - z_0}; \\
fcc1 &= fc1 \wedge_0 fc2 \geq 0; \quad fcc2 = fc3 \wedge_0 fc4 \geq 0; \quad fcc = \overline{fcc1} \wedge_0 \overline{fcc2} \geq 0; \\
fff &= f \wedge_0 fcc \geq 0; \quad WK = fff \wedge_0 z(1.5 - z) \geq 0.
\end{aligned}$$

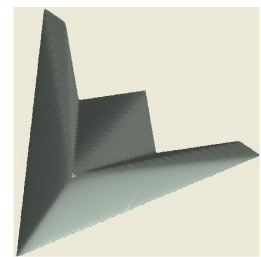
Змінюючи значення параметра α , при $x_0 = 0, y_0 = 5, z_0 = 1.5$, отримуємо результати, подані на рис. 18.



$$\alpha = \frac{\pi}{6}$$



$$\alpha = \frac{3\pi}{10}$$



$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

Рис. 18. Вид поверхні БПЛА при зміні параметра α

Побудовано рівняння БПЛА з робочим відсіком у вигляді еліптичного циліндра і у вигляді конуса з еліптичною направляючою. У загальному випадку рівняння БПЛА з буквеними параметрами матиме такий вигляд:

$$f1 = y_1 - x_1 \operatorname{tg} \alpha \geq 0; \quad f2 = y_1 + x_1 \operatorname{tg} \alpha \geq 0; \quad f3 = -y_1 + \frac{a}{\operatorname{tg} \beta} \geq 0; \quad f = (f1 \wedge_0 f2) \wedge_0 f3 \geq 0;$$

$$fc1 = y_1 - c - (x_1 - k) \geq 0; \quad fc2 = y_1 - c + (x_1 - k) \geq 0; \quad fc3 = y_1 - c - (x_1 + k) \geq 0;$$

$$fc4 = y_1 - c + (x_1 + k) \geq 0; \quad x_1 = x_0 - z_0 \frac{x - x_0}{z - z_0}; \quad y_1 = y_0 - z_0 \frac{y - y_0}{z - z_0};$$

$$fcc1 = fc1 \wedge_0 fc2 \geq 0; \quad fcc2 = fc3 \wedge_0 fc4 \geq 0; \quad fcc = \overline{fcc1} \wedge_0 \overline{fcc2} \geq 0;$$

$$fff = f \wedge_0 fcc \geq 0; \quad WK = fff \wedge_0 z(h - z) \geq 0; \quad x_{12} = x_{02} - y_{02} \frac{x - x_{02}}{y - y_{02}}; \quad z_{12} = z_{02} - y_{02} \frac{z - z_{02}}{y - y_{02}};$$

$$fe = \left(\left(1 - \frac{x_{12}^2}{r_x^2} - \frac{(z_{12} - z_c)^2}{r_y^2} \right) \wedge_0 (y - y_d)(y_h - y) \right) \wedge_0 z \geq 0; \quad W = WK \vee_0 fe \geq 0;$$

$$a = 8.8, c = 9, k = 2.5, \beta = \frac{\pi}{5}, x_0 = 0, y_0 = 0.5, z_0 = 0.8, h = 1.5, x_{02} = 0, y_{02} = 25, z_{02} = 0, z_c = 0.3,$$

$$r_x = 1.5, r_y = 1.01, y_d = 2.5, y_h = 9.$$

Отже, отримуємо 16-параметричне сімейство поверхонь. Однак, з урахуванням симетрії, оскільки $x_0 = 0$ і $x_{02} = 0$, отримуємо 14-параметричне сімейство. Змінюючи значення буквених параметрів, можна оперативно досліджувати різні форми поверхонь БПЛА.

ВИСНОВКИ

Створення математичних моделей для реалізації 3D-друку являє собою значний інтерес, який пов'язаний з активним впровадженням 3D-друку в різні галузі промисловості. Переваги застосування 3D-друку очевидні – це виготовлення нестандартних моделей, скорочення часу на створення нових прототипів і скорочення часу ремонту, простота і значна дешевизна виробництва, використання сучасних надміцних матеріалів. У даній роботі застосовується теорія R-функцій для математичного та комп'ютерного моделювання об'єктів авіаційної промисловості і машинобудівних деталей при реалізації технології 3D-друку.

Основні результати дисертаційної роботи полягають у такому.

На основі теорії R-функцій уперше сформульовано методи створення тривимірних геометричних об'єктів авіаційної промисловості для їх реалізації на 3D-принтері.

Розроблено за допомогою R-функцій алгоритми поетапної побудови математичних моделей машинобудівних об'єктів, серед яких шнеки з постійним і змінним кроком закрутки, шнекові завихрювачі, труби з локальною закруткою і скручені труби складного перерізу зі стінкою заданої товщини.

Досліджено метод побудови рівнянь геометричних об'єктів, що мають трансляційний та циклічний типи симетрії в 3D. Цей метод використано для побудови рівнянь відкритих і напівзакритих робочих коліс відцентрових насосів з радіальними і криволінійними лопатками.

Уперше за допомогою конструктивних засобів теорії R-функцій розроблено методи побудови рівнянь поверхонь БПЛА різних типів. При побудові рівнянь крил

і поверхонь БПЛА застосовано блендінг на каркасі. Уперше за допомогою методу R-функцій побудовано рівняння поверхонь РН і макета космічного корабля.

Побудовані математичні моделі машинобудівних деталей, БПЛА та аерокосмічних об'єктів реалізовано на 3D-принтері в Інституті проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України.

Достовірність отриманих результатів, їх адекватність проектуванню об'єктам підтверджено візуалізацією як в умовах віртуальних експериментів при експлуатації програми RFPreview, так і реалізацією на 3D-принтері. Аналітичний запис проектуваних об'єктів дає можливість використовувати буквені геометричні параметри, складні суперпозиції функцій, що, зі свого боку, дозволяє оперативно змінювати їх конструктивні елементи. Властивість додатності побудованих функцій у внутрішніх точках об'єкта є вельми зручною для реалізації 3D-друку.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Sheyko T. I., Maksymenko-Sheiko K. V., Morozova A. I. Screw-type symmetry in machine components and design at implementation on a 3D printer. **Journal of Mechanical Engineering**. 2019, vol. 22, no. 1. P. 60–66.

2. Sheyko T., Maksymenko-Sheiko K., Sirenko V., Morozova A., Petrova R.. Analytical identification of the unmanned aerial vehicles' surfaces for the implementation at a 3D printer. **Eastern-European Journal of Enterprise Technologies**. 2019, no. 1/2 (97). P. 48–56.

3. Шейко Т. И., Максименко-Шейко К. В., Толоч А. В., Морозова А. И. Математическое и компьютерное моделирование аэрокосмических объектов для реализации технологии 3D-печати. **Информационные технологии в проектировании и производстве**. 2019, № 2 (174). С. 16–20.

4. Sheiko T. I., Maksymenko-Sheiko K. V., Sirenko V. M., Morozova A. I. R-functions in the Analytical Description of the Surface of a Flying Wing Unmanned Aerial Vehicle. **Journal of Mechanical Engineering**. 2019, vol. 22, no. 4. P. 61–66.

5. Sheiko T. I., Maksymenko-Sheiko K. V., Morozova A. I. Using the R-Functions Theory Apparatus to Mathematically Model the Surface of the Soyuz-Apollo Spacecraft Mock-up for 3D Printing. **Journal of Mechanical Engineering**. 2020, vol. 23, no. 3. P. 55–60.

6. Шейко Т. И., Максименко-Шейко К. В., Литвинова Ю. С., Морозова А. И. Математическое и компьютерное моделирование рабочих колес насосов для реализации на 3D-принтере. **Вісник Запорізького національного університету**. 2019, № 2. С. 166–176.

7. Шейко Т. И., Максименко-Шейко К. В., Сиренко В. Н., Морозова А. И. Математическое и компьютерное моделирование поверхности беспилотных летательных аппаратов. Тезисы докладов научно-практической конференции «Современные расчетно-экспериментальные методы определения характеристик ракетно-космической техники». Днепр, 10–12 декабря 2019 г. С. 15.

8. Максименко-Шейко К. В., Морозова А. И. Аналитическая идентификация деталей машин с винтовым типом симметрии для реализации технологии 3D-печати. Современные проблемы машиностроения. Тезисы докладов конференции молодых ученых и специалистов, посвященной 120-летию со дня рождения академика НАН Украины А. П. Филиппова. Харьков, 15–18 апреля 2019 г. С. 15.

9. Максименко-Шейко К. В., Морозова А. И. Аналитическая идентификация аэрокосмических объектов для реализации технологии 3D-печати. Тези доповідей Десятої Всеукраїнської, сімнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників «Актуальні проблеми математики та інформатики». Запоріжжя: Запорізький національний університет, 25–26 квітня 2019 р. С. 111.

10. Шейко Т. И., Максименко-Шейко К. В., Морозова А. И. Математическое и компьютерное моделирование аэрокосмических объектов для реализации технологии 3D-печати. Тези доповідей VIII Міжнародної науково-технічної конференції "Актуальні проблеми прикладної механіки та міцності конструкцій". Запорізький національний університет, Запоріжжя, 2020. Режим доступу: <https://drive.google.com/file/d/1-bisZmWtXD0yPFtu1mwm8q74V71yO7Xz/view>.

11. Шейко Т. И., Максименко-Шейко К. В., Морозова А. И. R-функции в моделировании поверхности макета космического корабля типа «Союз»-«Аполлон» с целью реализации на 3D-принтере. Тези доповідей II міжнародної науково-технічної конференції «Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні». Харків, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, 5–8 жовтня 2020 р. С. 307–309.

АНОТАЦІЯ

Морозова А. І. Математичне моделювання поверхонь об'єктів авіаційної промисловості і машинобудівних деталей для реалізації на 3D-принтері. – Рукопис. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного Національної академії наук України, Харків, 2020.

Дисертаційну роботу присвячено розробці методів моделювання тривимірних геометричних об'єктів і реалізації побудованих рівнянь поверхонь об'єктів авіаційної промисловості і машинобудівних деталей на 3D-принтері.

За допомогою R-функцій розроблено алгоритми поетапної побудови математичних моделей машинобудівних деталей, серед яких: шнеки з постійним і змінним кроком закрутки, шнекові завихрювачі, труби з локальною закруткою і скручені труби складного перерізу зі стінкою заданої товщини.

Досліджено метод побудови рівнянь геометричних об'єктів, що мають трансляційний і циклічний тип симетрії в 3D. Цей метод був використаний для побудови рівнянь відкритих і напівзакритих робочих коліс відцентрових насосів з радіальними і криволінійними лопатками. За допомогою конструктивних засобів теорії R-функцій розроблено методи побудови рівнянь поверхонь БПЛА різних типів. При побудові рівнянь поверхонь БПЛА застосовувався блендінг на каркасі. Побудовано рівняння поверхонь ракет-носіїв і макета космічного корабля. Побудовані математичні моделі об'єктів авіаційної промисловості і машинобудівних деталей реалізовані на 3D-принтері в Інституті проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України.

Достовірність отриманих результатів, їх адекватність проєктованим об'єктам підтверджується візуалізацією як в умовах експлуатації програми RFPreview, так і реалізацією на 3D-принтері. Аналітичний запис проєктованих об'єктів дає можливість використовувати буквені геометричні параметри, скла-

дні суперпозиції функцій, що, в свою чергу, дозволяє оперативно змінювати їх конструктивні елементи. Властивість додатності побудованих функцій у внутрішніх точках об'єкта є зручною для реалізації 3D друку.

Ключові слова: теорія R-функцій, 3D-друк, 3D-моделювання, 3D-принтер, машинобудівні деталі, аерокосмічні об'єкти, БПЛА, шнеки, відцентрові насоси, візуалізація, математична модель, нормалізовані рівняння, симетрія.

АННОТАЦИЯ

Морозова А. И. Математическое моделирование поверхностей объектов авиационной промышленности и машиностроительных деталей для реализации на 3D-принтере. – Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного Национальной академии наук Украины, Харьков, 2020.

Диссертационная работа посвящена разработке методов моделирования трехмерных геометрических объектов и реализации построенных уравнений поверхностей объектов авиационной промышленности и машиностроительных деталей на 3D-принтере.

С помощью R-функций разработаны алгоритмы поэтапного построения математических моделей машиностроительных объектов, среди которых: шнеки с постоянным и переменным шагом закрутки, шнековые завихрители, трубы с локальной закруткой и скрученные трубы сложного поперечного сечения со стенкой заданной толщины.

Исследован метод построения уравнений геометрических объектов, обладающих трансляционным и циклическим типом симметрии в 3D, который был использован для построения уравнений открытых и полузакрытых рабочих колес центробежных насосов с радиальными и криволинейными лопатками. С помощью конструктивных средств теории R-функций разработаны методы построения уравнений поверхностей БПЛА различных типов. При построении уравнений поверхностей БПЛА применялся блендинг на каркасе. Построены уравнения поверхностей ракет-носителей и макета космического корабля.

Построенные математические модели БПЛА, машиностроительных и аэрокосмических объектов реализованы на 3D-принтере в Институте проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины.

Достоверность полученных результатов, их адекватность проектируемым объектам подтверждается визуализацией как в условиях эксплуатации программы RFPreview, так и реализацией на 3D-принтере. Аналитическая запись проектируемых объектов дает возможность использовать буквенные геометрические параметры, сложные суперпозиции функций, что, в свою очередь, позволяет оперативно изменять их конструктивные элементы. Свойство положительности построенных функций во внутренних точках объекта весьма удобно для реализации 3D-печати.

Ключевые слова: теория R-функций, 3D-печать, 3D-моделирование, 3D-принтер, машиностроительные детали, аэрокосмические объекты, БПЛА, шнеки, центробежные насосы, визуализация, математическая модель, нормализованные уравнения, симметрия.

ANNOTATION

Morozova A. I. Mathematical modeling of aviation industry objects surfaces and machine-building parts for 3D-printer implementation. – The manuscript. The dissertation for the degree of candidate of technical sciences, specialty 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – A. Pidhornyi Institute of Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkov, 2020.

The dissertation is devoted to the development of methods for three-dimensional geometric objects modeling and the implementation of the constructed equations of the surfaces of aviation industry objects and machine-building parts on a 3D-printer.

The algorithms using R-functions have been developed for the phased construction of mathematical models of engineering objects, including screws with constant and variable twist pitch, screw swirls, pipes with local twist and twisted pipes of complex cross section.

The method of obtaining equations of geometric objects with a translational and cyclic symmetry type in 3D, which was used to construct the equations of open and half-closed impellers of centrifugal pumps with radial and curved blades, is investigated. The methods have been developed for obtaining equations of UAV surfaces of various types using constructive means of the R-functions theory. The blending on the frame was used for inventing the UAV surface equations. The equations of the surfaces of launch vehicles and the model of the spacecraft are received.

The constructed mathematical models of UAVs, engineering and aerospace objects are implemented on a 3D-printer at the A. Pidhornyi Institute of Mechanical Engineering Problems of the NAS of Ukraine.

The reliability of the results obtained, their adequacy to the designed objects is confirmed by visualization both in the operating conditions of the RFPreview program and implementation on a 3D-printer. Analytical recording of designed objects makes it possible to use alphabetic geometric parameters, complex superpositions of functions, which, in turn, allows you to quickly change their structural elements. The positivity property of the developed functions at the internal points of the object is very convenient for 3D printing implementing.

Keywords: R-functions theory, 3D-printing, 3D-modeling, 3D-printer, engineering details, aerospace objects, UAVs, augers, centrifugal pumps, vizualization, mathematical model, normalized equations, symmetry.

Підп. до друку 18.03.2021 р. Формат 60х90/16. Умов. друк. арк. 1,2.
Тираж 100 прим. Ціна договірна. Зам. 18/1

Віддруковано в типографії ФОП Андреев К.В.
61157, Харків, вул. Богомольця, 9, кв. 50.
Свідоцтво про державну реєстрацію
№24800170000045020 від 30.05.2003 р.
ep.zakaz@gmail.com
тел. 063-993-62-73