

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ ІМ. А.М. ПІДГОРНОГО
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ ІМ. А.М. ПІДГОРНОГО

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Бичков Микола Ігорович
(прізвище, ім'я, по батькові)

УДК 519.652
(індекс)

ДИСЕРТАЦІЯ

Математичне моделювання формоутворюючих процесів при високошвидкісній
обробці складнопрофільних деталей
(назва дисертації)

Спеціальність 01.05.02 - математичне моделювання
та обчислювальні методи (т.н.)
(шифр і назва спеціальності)

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

М.І. Бичков
(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий керівник Максименко-Шейко Кирило Володимирович, доктор
технічних наук, старший науковий співробітник
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Харків – 2021

АНОТАЦІЯ

Бичков М.І. Математичне моделювання формоутворюючих процесів при високошвидкісній обробці складнопрофільних деталей. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи (технічні науки). – Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків. – 2021.

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків. – 2021.

У дисертації розв'язано задачу створення математичної моделі процесу формоутворення складнопрофільних виробів при високошвидкісній обробці на серійних підприємствах.

Дисертація містить результати теоретичних і експериментальних досліджень. У роботі приведена модель формоутворення при високошвидкісній обробці, яка виявляється необхідною при описі процесів для складнопрофільних деталей, оскільки моделювання таких процесів в більшості сучасних CAD / CAM-систем завершується розрахунком траєкторії формоутворюючого інструменту. А всі параметри руху (швидкість, прискорення і т.п.) призначаються часто без урахування реальних можливостей обладнання. Це вимагає накладення відповідних обмежень при розробці керуючих програм. У модель формоутворення включені наступні траєкторії: NURBS, B-сплайн, еліптична, і як окремий її випадок колова, а також лінійна. Застосування різних видів сплайн-інтерполяції дозволило значно скоротити обсяг керуючих програм, підвищити продуктивність обладнання при дотриманні всіх вимог до якості деталей. А використання сплайн-апроксимації дозволяє вирішувати завдання заміни кусочно-лінійних траєкторій на сплайни в

керуючих програмах, а також завдання контролю складнопрофільних поверхонь виробів. Подана S-образна модель зміни швидкості при розгоні і гальмуванні, програмна реалізація якої захищена свідоцтвом про реєстрацію авторського права на інтелектуальну власність. Експериментальні дослідження проведені на фрезерних верстатах з ЧПУ в умовах серійного виробництва. В процесі тестування були виготовлені серійні деталі авіаційного виробництва, які пройшли контроль ВТК. Обробка отриманих результатів реалізована із застосуванням методів комп'ютерного моделювання.

У дисертації отримані наступні наукові і практичні результати.

Була вперше запропонована модель аналітичного уявлення кожного сегмента NURBS-кривої у вигляді відношення поліномів з відомими коефіцієнтами, що забезпечує при ВСО виконання розрахунків менш ніж за $0,2 T_{\text{ц}}$ ($T_{\text{ц}}$ – час циклу).

Отримав подальший розвиток метод кубічної B-сплайн апроксимації точково-заданих кривих, який, на відміну від існуючих, дозволяє виконувати сполучення сплайнів по першим і другим похідним.

Набув подальший розвиток метод обчислення кроку інтерполяції при русі по сплайн-кривій, що дозволяє отримати стабільність контурної швидкості в межах від 10^{-3} до $10^{-4}\%$ і таку ж точність обчислення кроку інтерполяції.

Модифіковано математичну модель еліптичного інтерполятора, що забезпечує можливість розрахунку кругових траєкторій. Це дозволило істотно розширити спектр розв'язуваних завдань формоутворення в умовах сучасного машинобудівного виробництва.

Отримала подальший розвиток дворівнева модель формотворчих переміщень, що дозволило на порядок скоротити час розрахунків переміщення обладнання при ВСО в режимі реального часу.

Розроблено модель структури дворівневого ЧПУ для забезпечення високошвидкісних режимів обробки виробів. Вона реалізована у вигляді

дворівневої системи, яка використана при модернізації обладнання. Реалізація розробленої моделі управління формоутворюючим обладнанням у вигляді комп'ютерних програм, захищених свідоцтвом про реєстрацію авторського права на інтелектуальну власність № 43077 від 26.03.2012, дозволила в 2,5 рази зменшити трудомісткість формоутворюючих операцій виготовлення серійних авіаційних деталей при забезпеченні вимог до їх якості.

Результати роботи передані для застосування на ХДАВП, а також використовується в навчальному процесі Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського "ХАІ".

Ключові слова: В-сплайн інтерполяція, NURBS інтерполяція, формоутворення, В-сплайн апроксимація, математичне моделювання, контурна швидкість, радіус кривизни.

Список публікацій здобувача

[1] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И., Олещук Н. В. Анализ модифицированного кругового интерполятора. Информационно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2009. № 3. С. 76-78.

[2] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Компьютерное моделирование модифицированного кругового интерполятора. Информационно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2009. № 1. С. 54-59.

[3] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. В-сплайн интерполятор со стабильной контурной скоростью для систем ЧПУ. Информационно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 2. С. 26-31.

[4] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Реализация S-образных законов управления скоростью подачи в устройстве ЧПУ АВИ.04. Информационно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 1. С. 8-11.

[5] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Алгоритм эллиптической интерполяции. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2010. Вып. 45. С. 141-146.

[6] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Корректная постановка задачи формообразования при реализации В-сплайн интерполяции. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 5, 6. С. 33-39.

[7] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Кубическая В-сплайн интерполяция точечно-заданных кривых (модификация общего метода). Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2011. № 2. С. 73-78.

[8] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Предварительная оценка скоростного режима при движении по траектории, описываемой В-сплайном. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2011. № 6. С. 10-15.

[9] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Сплайн-аппроксимация с сопряжением кривых по производным. Проблемы машиностроения. 2012. №2. С. 45-55.

[10] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Вычисление длины В-сплайн кривой. Проблемы машиностроения. 2012. Т. 15, № 5–6. С. 65-69.

[11] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. и др. Аналитическое представление NURBS-кривых для операций реального времени в системах ЧПУ. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2012. №6. С. 36-46.

[12] Бычков И. В., Мялица А. К., Бычков Н. И., Григорович А. М. Кінематические свойства траекторий, описанных NURBS сплайнами. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2019. Вып. 85. С. 83-95.

[13] Бычков И. В., Лосев А. В., Бычков Н. И., Григорович А. М. Состояние проблемы промышленной чистоты машин и механизмов. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2017. Вып. 76. С. 57 - 67.

[14] Бичков І. В., Бичков М. І. Адаптація В-сплайн інтерполятора для дворівневих ЧПК. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. 2019. №204. С. 75-77.

[15] Бычков Н. И. Компьютерное моделирование модифицированного линейного и кругового интерполятора. Сучасні проблеми машинобудування: зб. тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів, присв. 90-річному юбілею НАН України. 3 – 6 листопада 2008 р. Харків, ІПМаш НАН України, 2008. С. 36.

[16] Бычков Н. И. Отладочный стенд для проверки и корректировки алгоритмов управления СЧПУ. Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: зб. тез. доп. Міжнар. наук.-техн. конф. Харків, 23, 24 квітня 2008 р. Харків. Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2008. С. 77.

[17] Бычков Н. И. Исследования колебаний контурной скорости при реализации В-spline интерполяции. Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: зб. тез. доп. Міжн. наук.-техн. конф. Харків, 21, 22 квітня 2010 р. Харків: Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2010. С. 130.

[18] Бычков Н. И. Моделирование S-образных законов управления скоростью подач в устройствах ЧПУ. Сучасні проблеми машинобудування: зб. тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 8 – 11 листопада 2010 р. Харків: ІПМаш НАН України, 2010. С. 28.

[19] Бычков Н. И. Применение сплайн-аппроксимации для решения задач формообразования на оборудовании с СЧПУ. Сучасні проблеми машинобудування: тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 5 – 8 листопада 2012 р. ІПМаш НАН України, 2012. С. 30.

[20] Бычков Н. И. Аналитическое представление NURBS-кривых в системах ЧПУ. Проблемы создания и обеспечения жизненного цикла авиационной техники: тезисы докладов Междунар. науч.-техн. конф. Харьков, 2013 г. Харьков: Харьков. нац. аэрокосмический ун-т "ХАИ", 2013. С. 70.

[21] Бычков Н. И. Моделирование формообразующих движений NURBS-кривыми. Сучасні проблеми машинобудування: тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 17 – 20 листопада 2014 р. Харків, ІПМаш НАН України, 2014. С. 22.

[22] Бычков Н. И. Аппроксимация и коррекция NURBS-кривых посредством весовых коэффициентов. Проблемы створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: тези доп. Міжнародної наук.-техн. конф. Харків, 2018 р. Харків: Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2018. С. 42.

[23] Бычков Н. И. Применение NURBS-интерполяции для минимизации ликвидов при чистовой лезвийной обработке деталей. Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки»: тези доп. Х.: Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харк. авіац. ін-т», 2019. С. 41.

[24] Свідоцтво № 42968 про реєстрацію авторського права на твір. Комп'ютерна програма «S-Control» / І. В. Бичков, М. І. Бичков (Україна). Заявлено № 43077 от 26.01.2012. Опубл. 26.03.2012.

ABSTRACT

Bichkov MI Mathematical modeling of the forming process in the high-speed machining of complex profile parts. – Qualification scientific work with the manuscript copyright.

Thesis for candidate of technical science degree on the specialty 01.05.02 – Mathematical Modeling and computing methods (technical science). – A. Pidhorny Institute of Mechanical Engineering problems of NASU; Kharkiv. – 2021.

A. Pidhorny Institute of Mechanical Engineering problems of NASU; Kharkiv. – 2021.

The dissertation solves the problem of developing a mathematical model of the forming parts process during high-speed processing at serial enterprises.

The dissertation represents results of theoretical and experimental research. The model is received of shaping during high-speed processing, that is necessary in describing the processes of complex-shaped parts, since the modeling such processes in most modern CAD / CAM systems is completed by calculating the trajectory of the shaping tool. And all the parameters of movement (speed, acceleration, etc.) are often assigned without taking into account the real capabilities of the machine-tools. This requires the imposition of appropriate restrictions in the development of control programs. The following trajectories are included in the shaping model: NURBS, B-spline, elliptical, and as a special case circular, as well as linear one. The use of various types of spline interpolation made it possible to significantly reduce the amount of control programs, increase the productivity of equipment while meeting all the requirements for the quality of parts. And the use of spline approximation allows us to solve the problems of replacing piecewise linear trajectories with splines in control programs, as well as the issues of controlling complex surfaces of products. An S-shaped model of the speed change during acceleration and deceleration is presented, the software implementation that is protected by a certificate of copyright registration for intellectual property. Experimental studies were carried out on CNC

milling machines in the conditions of serial production. During the testing process, serial parts of aircraft production were manufactured, which passed the control of the technical control department. The results are processed using computer simulation methods.

The following scientific and practical results were obtained in the dissertation.

For the first time, a model was proposed for the analytical representation of each segment of the NURBS curve as a ratio of polynomials with known coefficients ensuring that calculations are performed in less than $0.2 T_{\text{Ц}}$ ($T_{\text{Ц}}$ - cycle time) in the case of HSC-machining.

The method of cubic B-spline approximation of point-defined curves has been further developed, that is, unlike existing ones, allows conjugation of splines by the first and second derivatives.

A two-level model of shaping displacements was further developed, that made it possible to reduce by an order the time magnitude for calculating the movement of equipment in HSC-machining in real time.

A model of the structure of a two-level CNC has been developed to ensure high-speed modes of processing products. It is implemented in the form of a two-level system that is used during the equipment modernization. Implementation of the developed model to control the forming equipment in the form of computer programs is protected by the registration certificate of copyright for intellectual property № 43077, dated 26.03.2012. It made it possible to reduce the labor intensity of manufacturing serial aircraft parts by 2.5 times meeting the requirements for their quality.

The results of the work were transferred for use to the Kharkov State Aviation Production Enterprise. They are also have been used in the educational process at the M. Ye. Zhukovsky National Aerospace University "KHAI".

Keywords: B-spline interpolation, NURBS interpolation, shaping, B-spline approximation, mathematical modeling, contour velocity, radius of curvature.

List of publications of the applicant

- [1] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И., Олещук Н. В. Анализ модифицированного кругового интерполятора. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2009. № 3. С. 76-78.
- [2] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Компьютерное моделирование модифицированного кругового интерполятора. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2009. № 1. С. 54-59.
- [3] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. В-сплайн интерполятор со стабильной контурной скоростью для систем ЧПУ. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 2. С. 26-31.
- [4] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Реализация S-образных законов управления скоростью подач в устройстве ЧПУ АВИ.04. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 1. С. 8-11.
- [5] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Алгоритм эллиптической интерполяции. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2010. Вып. 45. С. 141-146.
- [6] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Корректная постановка задачи формообразования при реализации В-сплайн интерполяции. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 5, 6. С. 33-39.
- [7] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Кубическая В-сплайн интерполяция точечно-заданных кривых (модификация общего метода). Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2011. № 2. С. 73-78.
- [8] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Предварительная оценка скоростного режима при движении по траектории, описываемой В-сплайном. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2011. № 6. С. 10-15.

- [9] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Сплайн-аппроксимация с сопряжением кривых по производным. Проблемы машиностроения. 2012. №2. С. 45-55.
- [10] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Вычисление длины В-сплайн кривой. Проблемы машиностроения. 2012. Т. 15, № 5–6. С. 65-69.
- [11] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. и др. Аналитическое представление NURBS-кривых для операций реального времени в системах ЧПУ. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2012. №6. С. 36-46.
- [12] Бычков И. В., Мялица А. К., Бычков Н. И., Григорович А. М. Кінематические свойства траекторий, описанных NURBS сплайнами. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2019. Вып. 85. С. 83-95.
- [13] Бычков И. В., Лосев А. В., Бычков Н. И., Григорович А. М. Состояние проблемы промышленной чистоты машин и механизмов. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2017. Вып. 76. С. 57 - 67.
- [14] Бичков І. В., Бичков М. І. Адаптація В-сплайн інтерполятора для дворівневих ЧПК. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. 2019. №204. С. 75-77.
- [15] Бычков Н. И. Компьютерное моделирование модифицированного линейного и кругового интерполятора. Сучасні проблеми машинобудування: зб. тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів, присв. 90-річному юбілею НАН України. 3 – 6 листопада 2008 р. Харків, ІПМаш НАН України, 2008. С. 36.
- [16] Бычков Н. И. Отладочный стенд для проверки и корректировки алгоритмов управления СЧПУ. Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: зб. тез. доп. Міжнар. наук.-техн. конф. Харків, 23, 24 квітня 2008 р. Харків. Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2008. С. 77.

[17] Бычков Н. И. Исследования колебаний контурной скорости при реализации B-spline интерполяции. Проблемы створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: зб. тез. доп. Міжн. наук.-техн. конф. Харків, 21, 22 квітня 2010 р. Харків: Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2010. С. 130.

[18] Бычков Н. И. Моделирование S-образных законов управления скоростью подач в устройствах ЧПУ. Сучасні проблеми машинобудування: зб. тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 8 – 11 листопада 2010 р. Харків: ІПМаш НАН України, 2010. С. 28.

[19] Бычков Н. И. Применение сплайн-аппроксимации для решения задач формообразования на оборудовании с СЧПУ. Сучасні проблеми машинобудування: тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 5 – 8 листопада 2012 р. ІПМаш НАН України, 2012. С. 30.

[20] Бычков Н. И. Аналитическое представление NURBS-кривых в системах ЧПУ. Проблемы создания и обеспечения жизненного цикла авиационной техники: тезисы докладов Междунар. науч.-техн. конф. Харьков, 2013 г. Харьков: Харьков. нац. аэрокосмический ун-т "ХАИ", 2013. С. 70.

[21] Бычков Н. И. Моделирование формообразующих движений NURBS-кривыми. Сучасні проблеми машинобудування: тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 17 – 20 листопада 2014 р. Харків, ІПМаш НАН України, 2014. С. 22.

[22] Бычков Н. И. Аппроксимация и коррекция NURBS-кривых посредством весовых коэффициентов. Проблемы створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: тези доп. Міжнародної наук.-техн. конф. Харків, 2018 р. Харків: Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2018. С. 42.

[23] Бычков Н. И. Применение NURBS-интерполяции для минимизации ликвидов при чистовой лезвийной обработке деталей. Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу

авіаційної техніки»: тези доп. Х.: Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харк. авіац. ін-т», 2019. С. 41.

[24] Свідоцтво № 42968 про реєстрацію авторського права на твір. Комп'ютерна програма «S-Control» / І. В. Бичков, М. І. Бичков (Україна). Заявлено № 43077 от 26.01.2012. Опубл. 26.03.2012.

ЗМІСТ

ЗМІСТ	2
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	4
ВСТУП.....	5
Р О З Д І Л 1 СУЧАСНИЙ СТАН І ПРАКТИКА ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ПРИ ФОРМОУТВОРЕННІ ДЛЯ ВЕРСТАТІВ З ЧПУ.	11
1.1 Основні моделі цифрових інтерполяторів для опису процесу формоутворення	11
1.2 Оцінка сплайнів з позиції моделювання процесів формоутворення.....	18
1.3 Вимоги до моделей опису швидкості подачі при високошвидкісній обробці	21
1.4 Висновки та визначення напрямків досліджень.....	26
Р О З Д І Л 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЦИФРОВИХ ІНТЕРПОЛЯТОРІВ ПРИ ВШО	32
2.1 Математична модель точного лінійного інтерполятора.....	32
2.2 Математична модель еліптичного інтерполятора	37
2.3 Модель B-сплайн інтерполятора.....	45
2.4 Математична модель NURBS – інтерполятора	49
2.5 Висновки за розділом.....	62
Р О З Д І Л 3 МОДЕЛЮВАННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕСУ ФОРМОУТВОРЕННЯ	63
3.1 Обчислення довжини сплайн-кривої і опис швидкості руху по сплайну	63
3.2 Моделювання процесів зміни швидкості органів формоутворення в режимах розгону і гальмування	75
3.3 Визначення шляху розгону-гальмування і проблема погодження швидкостей у кадрах керуючої програми	81
3.4 Опис реалізації S-образних розгону і гальмування в бібліотеці програм «S-Control»..	93
3.5 Планування швидкісного режиму з урахуванням обмежень щодо прискорення	98
3.6 Загальна модель формування швидкості подач	105
3.7 Висновки за розділом.....	111
Р О З Д І Л 4 ПОБУДОВА ДВОРІВНЕВОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ФОРМОУТВОРЕННЯ ТА ЇЇ ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ	112
4.1 Структурна схема програмної реалізації моделі процесу формоутворення.....	112
4.2 Модель процесу формоутворення нижнього рівня.....	115
4.3 Пристрій ЧПУ ABI.04 і результати дослідної перевірки запропонованих рішень.....	117

4.4	Обробка кусково-лінійних масивів даних шляхом В-сплайн апроксимації зі сполученням сплайнів за похідними	123
4.5	Висновки за розділом.....	135
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ ЗА РОБОТОЮ		136
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....		138
ДОДАТОК А СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА		151
ДОДАТОК Б АКТИ ВИКОРИСТАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ.....		154

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

CAD	– computer aided design – комп'ютерно-орієнтоване конструювання
CAM	– computer aided manufacturing – комп'ютерно-орієнтована підготовка виробництва
NC	– numerical control – числове програмне управління з апаратною реалізацією алгоритмів
CNC	– computer numerical control – числове програмне управління з програмною реалізацією алгоритмів
ЧПУ	– числове програмне управління
ПЧПУ	– пристрій числового програмного управління
СЧПУ	– система числового програмного управління
ЦДА	– цифровий диференціальний аналізатор
ТП	– технологічний процес
КП	– керуюча програма
ІС	– інформаційна система
УСП	– універсальне складальне пристосування
ВШО	– високошвидкісна обробка

ВСТУП

Актуальність теми. Машинобудування є одним із пріоритетних напрямків розвитку економіки України. Конкуренція в цій галузі змушує виробників приділяти підвищену увагу механічній високошвидкісній обробці (ВШО) на обладнанні з програмним управлінням. У зв'язку з істотним збільшенням контурних швидкостей, і, відповідно, скороченням часу виконання процесів виникає необхідність в математичному моделюванні формоутворення для забезпечення якості продукції. Вирішення таких завдань, в свою чергу, вимагає аналізу та розгляду моделей інтерполяції та апроксимації точково заданих функцій, з урахуванням динамічних характеристик приводів подачі устаткування, а також розробки ефективних алгоритмів, які можуть бути використані в системах з числовим програмним управлінням (ЧПУ). Широке застосування сплайнів для опису геометрії об'єктів виробництва в САД-системах знаходиться в деякому протиріччі з недостатнім використанням сплайн-функцій при описі процесу формоутворення складнопрофільних деталей, що впливає на точність результату і трудомісткість підготовки вихідних даних. Тому зросла потреба в дослідженнях сплайн-кривих для моделювання процесів в режимі реального часу стосовно числового управління формоутворюючим обладнанням, що вказує на актуальність теми дисертаційної роботи.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами. В основу дисертації покладені матеріали, узагальнюючі дослідження, виконані автором в рамках бюджетних тем Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України: «Формоутворення, його конструкторська і технологічна підготовка в машинобудуванні» (№ ДР 0106U008611), «Математичне та комп'ютерне моделювання геометричних і кінематичних особливостей траєкторій формоутворення при технологічній підготовці виробництва в машинобудуванні» (№ ДР 0111U001755), «Розробка нових методів адаптивного управління високошвидкісним технологічним обладнанням для підвищення ефективності і якості формоутворення деталей енергетичних машин» (№ ДР 0115U001938). Результати роботи використовувалися на

Харківському державному авіаційному виробничому підприємстві (ХДАВП) згідно з договорами № 346-28 «Розробка управляючого устрою ЧПУ і виготовлення дослідного зразка для модернізації верстатів типу ФП-7МН» від 09.06.08 р., № V-3-2012 «Розробка алгоритмів математичного та комп'ютерного моделювання геометричних властивостей траєкторії формоутворення, які забезпечують режими високошвидкісної обробки на верстатах з ЧПУ» від 16.01.12 р. У зазначених науково-дослідних роботах автор приймав участь як виконавець. Результати, отримані при виконанні даних робіт, були базовими для підготовки та подання дисертації.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є створення моделі формоутворення складнопрофільних виробів при високошвидкісній обробці (ВШО) складнопрофільних деталей.

Для досягнення поданої мети в роботі було сформульовано і вирішено такі завдання:

- проведено аналіз існуючих методів моделювання формоутворюючих траєкторій при ВШО складнопрофільних виробів;
- розроблено математичну модель еліптичних/кругових формоутворюючих переміщень при ВШО;
- розроблено модель переміщення по B-сплайновій траєкторії при ВШО;
- розроблено модель переміщення по NURBS-траєкторії при ВШО;
- розроблено математичну модель S-образної зміни швидкості в режимах розгону і гальмування;
- створено математичну модель профіля швидкості переміщення зони формоутворення при русі по сплайновій траєкторії для оцінки дотримання обмежень, які накладаються обладнанням з ЧПУ при ВШО;
- розроблено метод кубічної B-сплайн апроксимації точково-заданих кривих з урахуванням сполучення сплайнів по 1-й і 2-й похідним;
- розроблено модель процесу формоутворення для обладнання з ЧПУ;
- створено алгоритм моделі нижнього рівня ПЧПУ і його програмну реалізацію.

Об'єктом дослідження є процес формоутворення складнопрофільних виробів машинобудування.

Предмет дослідження – математичні моделі та обчислювальні методи розв'язання задач інтерполяції, апроксимації та управління рухом при ВШО складнопрофільних виробів машинобудування.

Методи дослідження. Виконані дослідження базуються на загальних засадах теорії інтерполяції, апроксимації та математичного моделювання. Для побудови математичної моделі формоутворення використовувалися методи лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії, теорії сплайн-функцій, методи розв'язання різницевих рівнянь. Теорія формальних та алгоритмічних систем, сучасні технології створення комп'ютерних систем управління використовувалися при синтезі складу і структури програмно-інструментальних засобів.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в такому:

- вперше запропоновано модель аналітичного уявлення кожного сегмента неоднорідного раціонального В-сплайна (NURBS) у вигляді відношення поліномів з відомими коефіцієнтами, що забезпечує при ВШО виконання розрахунків менш ніж за 0,2 Тц (Тц – час циклу) при значенні дискретності переміщення 10^{-7} м;
- набув подальшого розвитку метод кубічної В-сплайн апроксимації точково-заданих кривих, який, на відміну від існуючих, дозволяє виконувати сполучення сплайнів по першим і другим похідним;
- отримали подальший розвиток S-образні математичні моделі зміни швидкості зони формоутворення шляхом її подання симетричною кривою, що складається з трьох ділянок, на кожній з яких враховано обмеження швидкості і прискорення;
- отримала подальший розвиток дворівнева модель формоутворюючих переміщень, що дозволило на порядок скоротити час розрахунків переміщення обладнання при ВШО в режимі реального часу.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблену модель структури дворівневого пристрою числового програмного управління (ПЧПУ) для забезпечення високошвидкісних режимів обробки виробів реалізовано у вигляді дворівневої системи ЧПУ, яку використано при модернізації обладнання. Реалізація розробленої моделі управління формоутворюючим обладнанням у вигляді комп'ютерних програм, захищених авторським свідоцтвом № 43077 від 26.03.2012, дозволила в 2,5 рази зменшити трудомісткість виготовлення серійних авіаційних деталей при обґрунтованості і забезпеченні вимог до їх якості.

Використання результатів роботи. Результати дисертаційної роботи прийняті у виробництво на ХДАВП і використовуються в навчальному процесі Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського «ХАІ».

Особистий внесок здобувача складають сформульовані і вирішені ним науково-технічні завдання, що включають в себе побудовані математичні моделі, які стали базовими при підвищенні ефективності застосування обладнання з ЧПУ при високосортній обробці складнопрофільних виробів машинобудівними підприємствами, а також нові конкретні результати, опубліковані здобувачем в 9 тезах доповідей без співавторів [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24].

14 статей і одне свідоцтво опубліковані здобувачем спільно з співавторами, і особистий внесок здобувача в цій роботі наступний:

[1] - виконано моделювання модифікованого кругового інтерполятора і подано його в програмному коді;

[2, 16] - подано розроблену ним математичну модель модифікованого кругового інтерполятора, яку реалізовано у програмному коді;

[3, 18] - описав розроблений ним метод стабілізації контурної швидкості;

[4, 19] - запропонував подати математичну модель кривої розгону у вигляді 3-х ділянок і аналітичне уявлення кожного з них, реалізував алгоритм у вигляді програмного коду, провів тестування та випробування на верстатному обладнанні виробничих цехів;

[5] - було запропоновано математичну модель еліптичного інтерполятора;

[6] - описано математичну модель В-сплайн інтерполяції, яку реалізовано у вигляді програмного коду, з використанням якого було виготовлено серійну складнопрофільну деталь на авіаційному підприємстві;

[7] - модифіковано загальний метод кубічної В-сплайн інтерполяції, реалізовано його у вигляді програмного коду для устаткування, що експлуатується з ЧПУ;

[8] - створено методику числового експерименту, виконано програмну реалізацію, отримано результати для аналізу числових експериментів

[9, 20] - запропоновано метод сполучення кривих при сплайн-апроксимації, який реалізовано у програмному коді, і проведено числові експерименти;

[10] - удосконалено методику обчислення довжини кривої траєкторії в режимі реального часу при формоутворенні;

[11, 22, 23] - запропоновано заміну NURBS-сплайнів на аналітичне подання при високошвидкісному формоутворенні складнопрофільних виробів;

[12, 21] - розроблено математичну модель NURBS інтерполятора, реалізовано її у вигляді програмного коду;

[13, 24] - розроблено структури математичної моделі об'єкта виробництва і описано процес лезової обробки в умовах промислового виробництва.

[14] - запропоновано компактне подання складнопрофільної траєкторії переміщення зони формоутворення для розв'язання технічної задачі;

[15] - розробка обчислювальних алгоритмів, програмування і тестування програм, виконання комп'ютерного моделювання;

[17] – розроблений стенд для тестування та коректування алгоритмів управління руху координат.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційних досліджень доповідалися на конференціях молодих вчених і спеціалістів ІПМаш НАН України «Сучасні проблеми машинобудування» (Харків, 2008, 2010, 2012, 2014), міжнародних конференціях «Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки» (Харків, 2008, 2010, 2013, 2018, 2019).

Публікації. Результати дисертації опубліковані в 24 роботах, з них 14 статей [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14] в журналах і збірниках, затверджених ДАК МОН України, дев'яти тезах доповідей [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24] і одному свідоцтві про реєстрацію авторського права на твір [15].

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел зі 123 найменувань на 11 сторінках. Повний обсяг дисертації становить 155 сторінок, основний текст – 129 сторінок, 60 рисунків, 12 таблиць та два додатки на 5 сторінках.

РОЗДІЛ 1

СУЧАСНИЙ СТАН І ПРАКТИКА ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ПРИ ФОРМОУТВОРЕННІ ДЛЯ ВЕРСТАТІВ З ЧПУ.

1.1 Основні моделі цифрових інтерполяторів для опису процесу формоутворення

Аналіз розвитку машинобудівного виробництва показує, що складна форма об'єктів виробництва і підвищення вимог до зростання продуктивності формоутворюючих операцій викликають потребу їх виконання виключно на обладнанні з ЧПУ [57, 63, 65, 71, 72, 73, 74, 76, 92, 93, 96, 117, 118, 119]. Зниження часу виробничого циклу в значній мірі пов'язано з скороченням часу виготовлення окремих деталей, що забезпечується збільшенням швидкості обробки. Реалізація високошвидкісної обробки диктує нові вимоги до технологічних параметрів: підвищення оборотів головного приводу до 10000 - 60000 об/хв. і подач 10 - 30 м/хв. [59, 78, 98, 111, 112]. Таким же чином змінюється і контурна швидкість, яка є також одним з найважливіших параметрів формоутворення на обладнанні з програмним управлінням [56, 60, 64, 67, 83, 84, 102, 104]. Істотне зростання величин перерахованих параметрів при необхідності забезпечення високої точності позиціонування робочих органів обладнання вимагає пошуку нових методів моделювання процесів формоутворення.

Одними з основних технологічних принципів організації ВШО є малий перетин матеріалу, що знімається, високі частоти обертання шпинделя і високі робочі подачі. Для досягнення необхідної точності обробки складнопрофільних поверхонь, особливо при фінішних операціях, потрібні часті проходи інструменту з невеликим кроком. Це призводить до того, що траєкторія інструменту часто являє собою складну багатоточкову полілінію, задану в керуючій програмі (КП) великою кількістю кадрів. Значне збільшення даних відбувається при програмуванні обробки складнопрофільних виробів [105], коли КП повинна нерозривно пов'язувати узгоджені переміщення елементів верстата

за 3, 5 і більше координатами при кроці 0,001 - 0,02 мм. Вимоги нерозривності в подачі керуючих сигналів від системи ЧПУ до приводів, які забезпечують до того ж великі швидкості робочих подач, призводить до того, що дані від ПЧПУ високошвидкісних верстатів до приводів повинні передаватися з більшою частотою і в значно більших обсягах, ніж при звичайній обробці на верстатах з ЧПУ.

Необхідність вирішення описаних вище проблем привела до реалізації сплайнової інтерполяції. Сьогодні сплайнову інтерполяцію мають більшість відомих на ринку систем ЧПУ [79], що демонструє таблиця 1.1.

Таблиця 1.1

Застосовувані типи інтерполяції в системах ЧПУ

№ з/п	Система ЧПУ	Тип інтерполяції	Макс. кількість осей	Спосіб завдання сплайнової інтерполяції
1	2	3	4	5
1	ACD CNC-System	Лінійна, кругова, A, B, CSPLINE	—	—
2	Allen Bradley	Лінійна, кругова, CSPLINE	—	—
3	Andronic 2060	Лінійна, кругова, ASPLINE	16	G30, мова Anlog C
4	Delta Tau ADV8100, PMAC	Лінійна, кругова, CSPLINE, NURBS	—	G1.1
5	D. Electron CNC Z32.NET	Лінійна, кругова, NURBS	3	—
6	Fogor 8070 CNC	Лінійна, кругова, поліноміальна, CSPLINE, ASPLINE	—	—
7	Fanuc 18i	Лінійна, кругова, евольвентної, NURBS	—	G06,2
8	NUM 1080 CNC	Лінійна, кругова, поліноміальна, CSPLINE, NURBS	9	G06, G48, G49, G104
9	HEIDENHAIN ITNC 530	Лінійна, кругова, CSPLINE	5	SPL
10	Machine Mate CNC, PA 8000	Лінійна, кругова, CSPLINE	5	M070,M071, G005, G006
11	Mitsubishi	Лінійна, кругова, NURBS		
12	Okuma	Лінійна, кругова, Super NURBS	—	
13	Siemens Sinumerik 840D	Лінійна, кругова, поліноміальна, NURBS, CSPLINE, ASPLINE	8	SPLINE, BSPLINE, ASPLINE
14	TwinCAT CNC	Лінійна, кругова, BSPLINE, CSPLINE	—	
15	Win PCNC v. 3.5	Лінійна, кругова, CSPLINE, NURBS, ASPLINE	3	SPLINE, BSPLINE, ASPLINE, G07, G08, G30

Нажаль, широке поширення сплайнової інтерполяції не привело до уніфікації форматів даних, що викликає певні труднощі при експлуатації обладнання.

Актуальність аналізу існуючих моделей інтерполяції дуже важлива при постановці завдання розробки нових моделей. У задачах моделювання формоутворення відомі десятки методів і алгоритмів інтерполяції, але протягом тривалого часу основну увагу було приділено алгоритмам цифрового інтегрування та оціночної функції, на базі яких будувалася більшість пристроїв ЧПУ класу NC. З появою мікропроцесорів почалися дослідження саме алгоритмів цих груп з метою їх програмної реалізації. З'явилися публікації [55, 61, 70, 87, 85, 91, 99], присвячені аналізу конкретних методів, їх алгоритмів і деяким порівняльним оцінкам, які з'ясували наступне:

- складність отримання високих швидкостей подач при інтерполяції з постійним кроком, в зв'язку з чим значно збільшився інтерес до алгоритмів інтерполяції зі змінним кроком;
- низька точність алгоритмів цифрового інтегрування першого порядку, що спонукало розробників шукати спеціальні алгоритми або застосовувати алгоритми високих порядків;
- труднощі загального підходу до аналізу показників алгоритмів при їх програмній реалізації, оскільки достовірні дані в цій частині можна отримати, лише обравши конкретний процесор.

Методи інтерполяції, що застосовуються в ЧПУ, діляться на два класи: з постійним кроком; зі змінним кроком або багаторозрядними приростами. У першому випадку крок інтерполяції дорівнює одиничному переміщенню (дискретний), а регулювання величини подачі виконується зміною частоти. У другому випадку величина кроку інтерполяції залежить від швидкості відпрацювання переміщень і інтервалу обчислень, який приймається постійним. Величина кроку може становити від часток до сотень дискрет. Основними недоліками інтерполяції з постійним кроком є труднощі забезпечення високої

швидкодії і велика інформаційна надмірність при використанні слідкуючих приводів подач. До переваг інтерполяції зі змінним кроком можна віднести високу швидкодію при відносно низькій швидкості обчислень, а недоліками є необхідність роботи з нецілими числами при лінійній і круговій інтерполяції.

За способом обчислень переміщень координат методи інтерполяції діляться на чотири групи:

- метод ЦДА (цифрового диференціального аналізатора);
- метод оціночної функції;
- різницевий метод;
- метод прямого обчислення збільшень.

У першому методі застосовується цифрове інтегрування диференціальних рівнянь рухів, заданих в параметричній формі. Він в основному використовується для лінійної і кругової інтерполяції. Метод оціночної функції заснований на розв'язанні алгебраїчних рівнянь, представлених в спеціальному вигляді. Для заданого виду руху складаються рівняння оціночних функцій, знаки яких визначають область знаходження поточної точки траєкторії руху щодо точного (теоретичного) положення.

У третьому методі збільшення по осях визначаються шляхом розв'язання різницевих рівнянь [58]. Метод використовується при інтерполяції функцій, виражених степеневими многочленами, і через досить високу складність і швидкість накопичення помилки обчислень великого поширення не отримав.

Сутність четвертого методу ясна з його назви, його застосування засноване на використанні комп'ютера. Принципово цим методом можна робити обчислення збільшень функцій будь-яких видів, використовуючи відповідні чисельні методи.

За виглядом реалізованого закону, як було зазначено вище, застосовуються:

- лінійна інтерполяція;
- кругова інтерполяція;

- інтерполяція степеневими функціями;
- сплайн-інтерполяція;
- спеціальні види інтерполяції.

У числовому програмному управлінні основне застосування знайшли лінійна і кругова інтерполяція. Для переважної більшості деталей загального і спеціального машинобудування до недавнього часу цього виявлялося достатньо. Крім того, для лінійно-кругових контурів відносно нескладною є побудова еквідистанти, так як в цьому випадку контур, еквідистантний заданому, теж буде складатися з ділянок прямих і дуг кіл. Для інших випадків еквідистанти представляють собою криві більш високих порядків в порівнянні з вихідними, внаслідок чого їх побудова і розрахунок викликає деякі труднощі [75, 54]. Застосування степеневі інтерполяції обмежується також невисокою точністю обчислень. Відомо, що при заданому числі розрядів обчислень довжина ділянки інтерполяції в цих випадках обмежується величиною накопиченої похибки, яка росте тим швидше, чим вище ступінь інтерполяційного многочлена [62].

В сучасних УЧПУ типу CNC (Computer Numerical Control) використовуються виключно алгоритми інтерполяції з багаторозрядними приростами. Серед них найбільш відомі алгоритми методів ЦДА та оціночної функції.

Методи ЦДА зі змінним кроком інтерполяції описують розрахунок переміщень по осях за певний постійний інтервал часу $T_{\text{Ц}}$. Величина переміщень по осях залежить від значення $T_{\text{Ц}}$, заданої швидкості відпрацювання контуру і параметрів інтерпольованої кривої. При цьому кроки по осях неоднакові, і їх ставлення відповідає реалізованому закону інтерполяції. При лінійній інтерполяції переміщення по осях за інтервалом $T_{\text{Ц}}$ розраховується за формулами [55, 87]:

$$\Delta X_i = \frac{V}{l} X_i T_{\text{Ц}},$$

$$\Delta Y_i = \frac{V}{l} Y_i T_{\text{Ц}}.$$

де: V - контурна швидкість;

l - довжина виконуваного лінійного кадру;

X_l, Y_l - довжина виконуваного лінійного кадру по осі X і Y відповідно.

У загальному випадку ΔX_i і ΔY_i - нецілі числа, некратні переміщенням Xl, Yl . Тому алгоритм повинен передбачати виділення цілої частини величин $\Delta X, \Delta Y$ і додаткові операції, що забезпечують досягнення кінцевої точки ділянки без помилки з якомога меншою зміною контурної швидкості. Для цього поряд з визначенням величин ΔX_i і ΔY_i проводиться розрахунок переміщень по контуру:

$$\Delta l = H = VT_{ц}.$$

Тоді число кроків n по контуру

$$n = \text{ent} \left[\frac{l}{H} \right],$$

$$l = nH + r_l,$$

де r_l – залишок від ділення на H , що має на увазі наявність спеціальної процедури виходу в кінцеву точку ділянки.

Найпростіший алгоритм кругової інтерполяції побудований на використанні методу Ейлера, що дає стосовно інтегрування при круговій інтерполяції такі вирази:

$$X_{i+1} = X_i \pm \Delta X_i; \quad \Delta X_i = \frac{H}{R} Y_i;$$

$$Y_{i+1} = Y_i \mp \Delta Y_i; \quad \Delta Y_i = \frac{H}{R} X_i.$$

Відомо [87, 62, 85], що точність інтерполяції за цим методом невисока. Зокрема, радіальна накопичена похибка

$$\delta R_k = \frac{H}{2} \alpha_k,$$

де α_k – центральний кут, що відповідає оброблюваній дузі кола.

Звідси випливає, що точність в одну дискрету при відпрацюванні дуги в межах $0 \div 2\pi$ може бути отримана при кроці інтерполяції $H \leq ld$. Тому

співвідношення мало придатне для кругової інтерполяції. Для цих цілей повинні використовуватися алгоритми другого і більш високих порядків.

В роботі [86] запропонований алгоритм лінійної і кругової інтерполяції з використанням методу оціночної функції. Його структура однакова при лінійній і круговій інтерполяції, і він розрахований на роботу з цілими числами. Оціночна функція при лінійній інтерполяції має вигляд

$$F_i = (X_i Y_i - Y_i X_i) H_i,$$

при круговій інтерполяції

$$F_i = X_i^2 + Y_i^2 - R^2,$$

де H_i – крок інтерполяції в i -му циклі.

Перевагою розглянутого алгоритму є відсутність операцій ділення. Внаслідок цього їх тривалість менше, ніж у алгоритмів ЦДА. Однак за своїми можливостями він не еквівалентний алгоритмам ЦДА. Його дія обмежена половиною одного квадранта, а зняття цього обмеження призводить до ускладнення алгоритму. Цей алгоритм не містить процедур виходу в кінцеву точку інтерполяції, додавання яких також помітно впливає на його показники. Алгоритм розрахований на роботу з цілими числами, що практично неможливо витримати при великому діапазоні швидкості подачі. Тому в реальних умовах при застосуванні алгоритмів оціночної функції доводиться користуватися масштабуванням. І, найнеприємніше, що застосування алгоритмів оціночної функції призводить до ускладнення розрахунків швидкості подачі, особливо при круговій інтерполяції, потрібні заходи щодо стабілізації контурної швидкості, які виконуються за допомогою операцій множення і ділення. Тому раніше ці недоліки змушували віддавати перевагу методам ЦДА. Але сьогодні недоліки методу ЦДА не дозволяють реалізувати зріслі вимоги до точності позиціонування в процесі формоутворення.

Відомі алгоритми кругової інтерполяції з параметричним завданням окружності [72]

$$X = R \cos \omega t, \text{ і } Y = R \sin \omega t,$$

де R – радіус кола;
 $\dot{\omega}$ – кутова швидкість обходу кола.

Використовуючи розкладання тригонометричних функцій в ряд Тейлора, можна отримати різні алгоритми кругової інтерполяції. Але всі вони мають методичну похибку, що приводить до накопичення залишків. Крім методичної похибки при програмній реалізації в мікропроцесорних системах виникає інструментальна похибка, пов'язана з обмеженою розрядністю подання збільшень ΔX и ΔY . Для зменшення цієї похибки необхідне, як і при лінійній інтерполяції, накопичення дробової частини збільшень, що значно ускладнює метод і знижує його привабливість.

Основною причиною різкого збільшення обсягу опису формоутворюючих переміщень верстата по складнопрофільним поверхням є заміна такої поверхні великою кількістю коротких лінійних і кругових кадрів в CAD / CAM системах при розробці відповідних КП. Формоутворення за такою КП вступає в протиріччя з необхідними умовами для реалізації ВШО через переважну кількість дуже коротких кадрів (довжиною 10-20 дискрет). Потреба в зміні такої постановки завдання привела до необхідності опису руху зони формоутворення нелінійно і круговими ділянками, а сплайнів – кривими, що вимагає розробки та налагодження відповідних моделей і алгоритмів формоутворюючих переміщень.

1.2 ОЦІНКА СПЛАЙНІВ З ПОЗИЦІЇ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ФОРМОУТВОРЕННЯ

Перші сплайн-функції, запропоновані І. Шонбергом у 1946 р. [47], були «зшиті» з частин кубічних многочленів. Надалі ця конструкція модифікувалася: збільшувалася ступінь поліномів, змінювалися умови «зшивання», а ідея залишалася незмінною.

Значний внесок у розробку сплайнової геометрії вніс П. Безьє - французький інженер і патентоволодар (але не першовідкривач) кривих Безьє і поверхонь Безьє, які в даний час широко використовуються в комп'ютерних

системах проектування і графічних редакторах [80]. Теорію кривих Безьє розробив, незалежно від нього, П. де Кастельжо. Вона широко застосовується в системах автоматизованого проектування і програмах комп'ютерної графіки [81]. Основну увагу розробників сплайнової геометрії було приділено точності моделювання геометрії об'єктів виробництва, надійності і простоті алгоритмів розрахунку [27, 29, 30, 31, 80].

Поліноміальний сплайн [44, 53, 66, 68, 69, 77, 94, 95, 116] представимо у вигляді узагальненого многочлена, базисними функціями якого і будуть фінітні сплайни порядку p . Такі фінітні (відмінні від нуля на деякому відрізку) базисні сплайни названі B -сплайнами (B -spline), на честь П'єра Без'є [80].

Загальний метод B -сплайн інтерполяції розроблений для кривої, заданої послідовністю точок $\overrightarrow{Q_K}(X_K, Y_K, Z_K)$, $K = 0, n$. Шукана інтерполяційна крива представляється у вигляді

$$\vec{C}(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \vec{P}_i,$$

де $N_{i,p}(u)$ – базисні функції ступеня p ;

$\vec{P}_i$ – контрольні точки, що утворюють контрольний полігон;

u – параметр, зазвичай певний в інтервалі $(0,1)$.

Базисні функції визначено такими виразами [66]:

$$N_{i,0}(U) = \begin{cases} 1, & U_i \leq U < U_{i+1} \\ 0, & U \notin (U_i, U_{i+1}) \end{cases}, \quad (1.1)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{U - U_i}{U_{i+p} - U_i} N_{i,p-1}(U) + \frac{U_{i+p+1} - U}{U_{i+p+1} - U_{i+1}} N_{i+1,p-1}(U).$$

Значення U_i повинні задовольняти вимозі

$$0 \leq u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_i \leq u_{i+1} \leq \dots \leq u_{n-1} \leq u_n \leq 1.$$

Базисні функції $N_{i,p}(u)$ визначаються також вузловим вектором

$$u = \left\{ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{p+1} \right\}.$$

Всього маємо $m+1$ вузол. Ступень кривої p , число контрольних точок $(n+1)$ і число вузлів $(m+1)$ пов'язані співвідношенням

$$m=n+p+1.$$

У системах управління сучасним обладнанням класу CNC передбачені різні види сплайн-інтерполяції. Крім наведених вище, знайшли застосування A -сплайни, C -сплайни, $NURBS$, $Super-NURBS$ та інші [25, 26, 28, 32, 34, 36, 39, 40, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 51, 52, 79, 103, 105, 106, 118, 119].

A -сплайни вимагають менших, ніж для B -сплайнів, витрат обчислювальної потужності, оскільки для обчислення однієї ділянки достатньо чотирьох точок. Вони, зазвичай, використовуються, коли координати заданих точок отримані оцифруванням результатів вимірювань на контрольно-вимірювальних машинах.

Рациональна сплайн-інтерполяція ($NURBS$ - *Non-Uniform Rational B-spline*) являє собою функцію відносини двох поліномів. Цей метод у своєму розпорядженні має додаткові параметри для управління формою контуру, що дуже важливо при моделюванні складних поверхонь. Інтерполяція $NURBS$ -сплайнами є хорошою альтернативою традиційній апроксимації хордами при обробці поверхонь довільної форми, наприклад штампів або прес-форм, особливо з високою швидкістю подачі, без втрати точності. Але цей метод вимагає значних обчислювальних потужностей, що не завжди можливо при управлінні процесом формоутворення в реальному режимі часу [35]. При обробці простих геометричних поверхонь ефективність застосування $NURBS$ -сплайнів знижується. Отже, $NURBS$ -сплайни не зможуть повністю витіснити, наприклад, кругову інтерполяцію.

Нещодавно застосування сплайнової інтерполяції виглядало досить екзотично і використовувалося лише в деяких системах. Сьогодні багато розробників почали приділяти цьому виду інтерполяції особливу увагу. Нажаль, широке поширення сплайнової інтерполяції не привело до уніфікації форматів

даних. У відсутності стандарту введення даних кожна фірма-виробник систем ЧПУ сама вирішує, чи розширювати набір G-кодів, чи для завдання сплайна використовувати команди власної макромови.

Застосування того чи іншого виду сплайн-інтерполяції з'ясовується за результатами його аналізу на предмет забезпечення стабільності контурної швидкості, задоволення обмежень за прискоренням і т.п.

1.3 ВИМОГИ ДО МОДЕЛЕЙ ОПИСУ ШВИДКОСТІ ПОДАЧІ ПРИ ВИСОКОШВИДКІСНИЙ ОБРОБЦІ

Для зменшення динамічних помилок в режимах розгону і/або гальмування приводів подач застосовують різні закони опису швидкості. Найбільш просто реалізується лінійний закон, при якому на всій ділянці зміни швидкості залишається постійним прискорення (рис. 1.1).

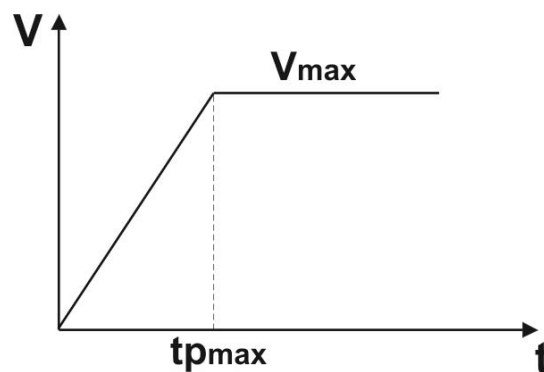


Рис. 1.1. Лінійний закон зміни швидкості

$$V(t) = a_l t, \quad V_{MAX} = a_l t_{pMAX}, \quad S_{pMAX} = 0,5 V_{MAX} t_{pMAX}.$$

При заданих V_{MAX} та t_{pMAX}

$$a_l = V_{MAX} / t_{pMAX} = const,$$

для обраного верстата.

У деяких системах [97] параметри лінійного закону розгону / гальмування задаються неявним чином для кожної осі, і на графіку швидкості визначаються, як тангенс кута нахилу α_l на ділянці розгону відповідно до рис. 1.2. Такий спосіб завдання параметрів лінійного закону не дає уявлення про значення основних

характеристик розгону / гальмування і тому вимагає виконання додаткових розрахунків, що для користувачів системи не завжди зручно.

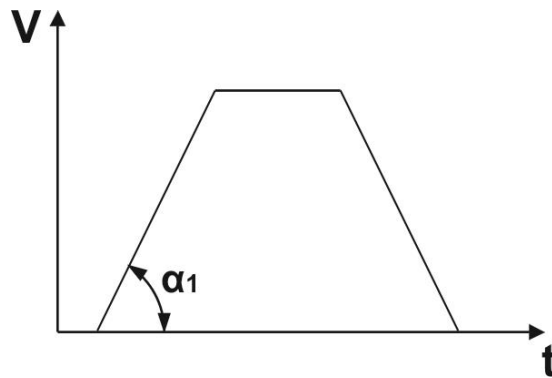


Рис. 1.2. Неявний спосіб завдання прискорення

Практика експлуатації ЧПУ показала, що при лінійній зміні контурної швидкості динамічні помилки і коливання системи є значними, і це змушує знижувати робочі швидкості подач для отримання необхідної якості обробки [108].

Дещо кращі результати дає експонентний закон опису швидкості, при якому вихід на сталу швидкість відбувається з нульовим або заданим невеликим прискоренням. Зміна швидкості виконується за законом

$$V(t) = V_k - (V_k - V_0)e^{-\alpha t},$$

де α - величина, обернена до постійної часу τ .

Якщо $V_0=0$, $V_k=V_{MAX}$, то при розгоні маємо

$$V(t) = V_{MAX} (1 - e^{-\alpha t}).$$

При гальмуванні від $V_0 = V_{MAX}$, $V_k=0$ відповідно отримаємо

$$V(t) = V_{MAX} e^{-\alpha t}.$$

Однак збільшення необхідного шляху розгону (гальмування) в порівнянні з лінійною моделлю, а також невизначеність закінчення, властива експоненціальному процесу, змушують обмежувати його застосування.

Для вирішення цієї проблеми було запропоновано використання S-образних законів розгону-гальмування [33, 41, 42, 109]. Крива зміни швидкості в загальному випадку має три ділянки. На першій ділянці зміна швидкості

виконується з наростаючим по абсолютній величині прискоренням від мінімального значення до максимально допустимого. Друга ділянка відповідає лінійній зміні швидкості з постійним прискоренням. На третій ділянці зміна швидкості виконується за нелінійним законом із зміною величини прискорення до мінімальної.

В системі NC-220 [97] крутизна прискорення на лінійній ділянці S-образного закону розгону/гальмування задається через коефіцієнт відповідно до рис. 1.3 наступним чином:

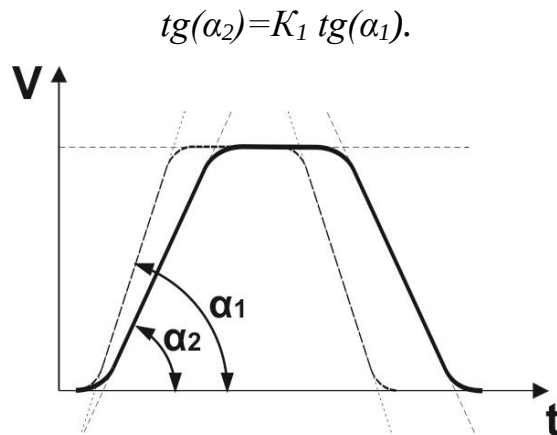


Рис. 1.3. Завдання характеристик розгону / гальмування при S-образному законі

Також коефіцієнтами задаються граничні значення швидкостей і прискорень на нелінійних ділянках. Такий неявний спосіб завдання основних характеристик розгону / гальмування ($t_{P_{MAX}}$, a_{MAX} , $\Delta V_{нелінійн}$) при реалізації цього закону і при експлуатації системи дуже незручний, оскільки вимагає виконання додаткових обчислень.

В системі WL4x [89] крім лінійного закону зміни швидкості рекомендований S-образний закон розгону/гальмування (рис. 1.4), що описано наступними математичними залежностями

$$v(t) = v_0 + \Delta v \varphi(X), \quad \Delta v = v_1 - v_0,$$

$$X = \frac{t - t_0}{\Delta t} \quad (0 \leq X \leq 1), \quad \Delta t = \frac{\Delta v}{C_a a_{MAX}}, \quad (1.2)$$

$$\varphi(X) = X, \quad (\text{рис. 1.4 а})$$

$$\varphi(X) = \begin{cases} 2X^2, & 0 \leq X \leq 0,5, \\ 1 - 2(1 - X)^2, & 0,5 \leq X \leq 1, \end{cases} \quad (\text{рис. 1.4 б}) \quad (1.3)$$

$$\varphi(X) = X^2(3 - 2X), \quad (\text{рис. 1.4 в}) \quad (1.4)$$

де v_0 та v_1 – значення швидкості відповідно в моменти t_0 та t_1 ,

Δt – тривалість розгону / гальмування,

a_{MAX} – максимальне прискорення,

C_a – коефіцієнт, що залежить від закону зміни швидкості $\varphi(X)$ ($C_a=1$ для закону (1.2);

$C_a=1/2$ для закону (1.3);

$C_a=2/3$ для закону (1.4).

Параметр $\varphi(X)$ може мати три значення:

- лінійний - закон зміни швидкості $\varphi(X)$ (1.2);
- S-образний параболічний - закон зміни швидкості $\varphi(X)$ (1.3);
- S-образний поліноміальний - закон зміни швидкості $\varphi(X)$ (1.4).

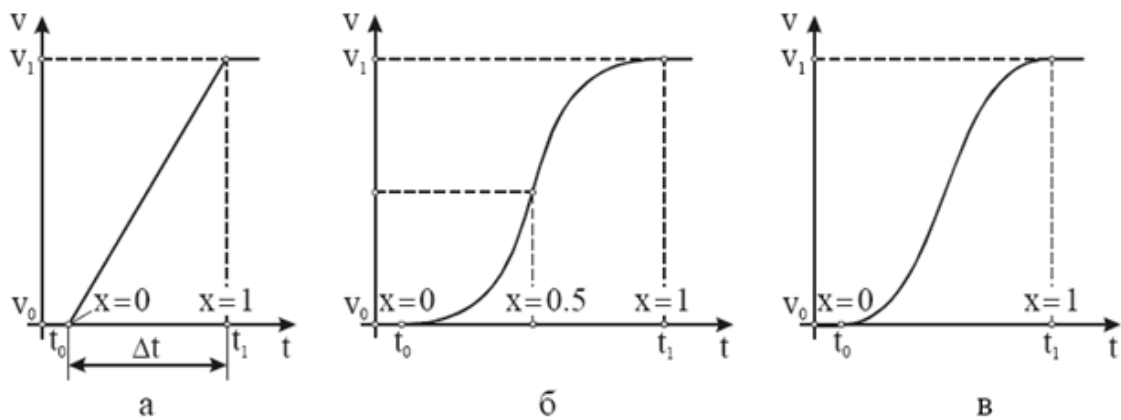


Рис. 1.4. Закони зміни швидкості системи WL4x

Як видно з представлених залежностей, коефіцієнти многочленів задані у вигляді числових значень і не залежать від керованого формоутворюючого обладнання. Крім того, ці залежності не включають основних характеристик розгону/гальмування (t_{PMAX} , a_{MAX} , $\Delta V_{неліній}$), що негативно позначається на якості опису фізичних процесів.

В системі FUNUC [37] S-образний закон розгону / гальмування

реалізований за такими принципами (рис. 1.5):

- задаються максимальні значення прискорень по кожній координатній осі, закон зміни прискорень трапецієвидний (опційно колоколоподібний);
- задаються тривалості нелінійних ділянок розгону / гальмування (t_b).

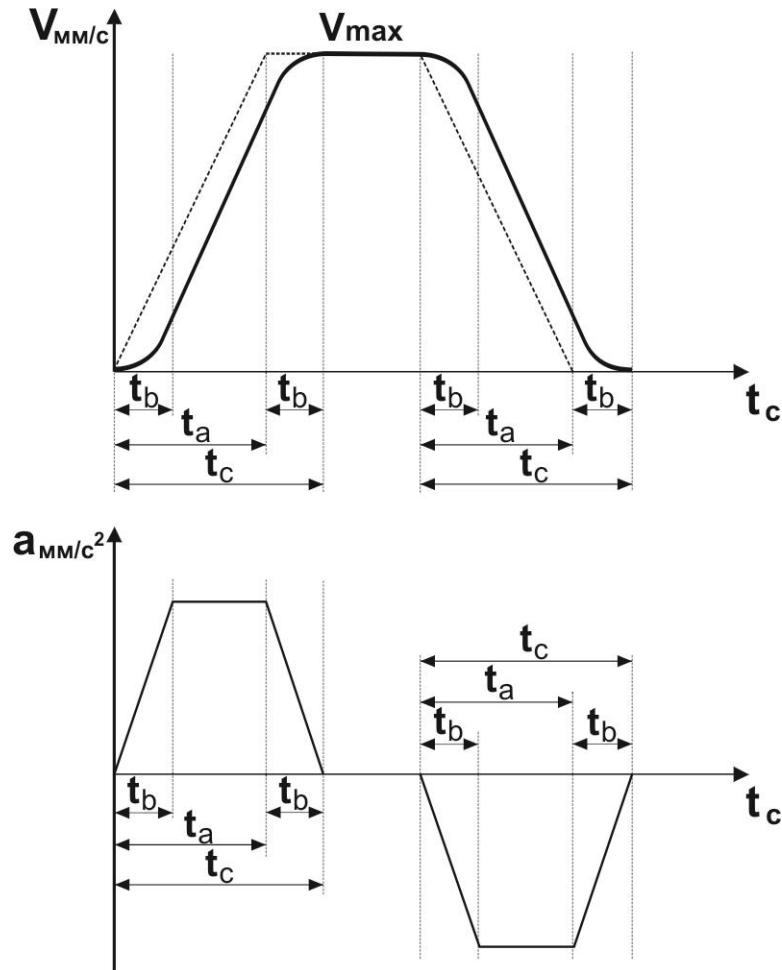


Рис. 1.5. Графік закону зміни швидкості системи FANUC

При цьому час t_a визначається заданою швидкістю подачі. Якщо мінімальна швидкість подачі перевищує певну величину, виконується прискорення/уповільнення перед інтерполяцією для досягнення необхідної швидкості. Зміна подачі на кожній осі відбувається так, щоб різниця між заданою і фактичною швидкістю по кожній осі була мінімальною. Практика реалізації описаної процедури призводить до досить складного алгоритму коректної його реалізації, що, безсумнівно, є недоліком запропонованого підходу.

В системі ЧПУ Sinumeric 840D / 840Di / 810D [49], [50] для формування гладких функцій зміни швидкості при розгоні / гальмуванні використовують поліноміальні функції і сплайни. Такий же підхід пропонується в роботах [33, 41, 42, 101, 108]. Оскільки розрахунок характеристик руху та інтерполяційні розрахунки не повинні перевищувати 25% тривалості часу циклу управління, то використання досить точної, але складної розрахункової моделі, наприклад, сплайна згладжування переходів неприпустиме через порушення рекомендованої тривалості тимчасового інтервалу розрахунку. Це може призвести до помилок в процесі обробки заготовки по КП.

Застосування в системах управління крім швидкостей і прискорень залежностей ривка від часу [108, 110, 113, 114, 115] вказує на доцільність використання кубічних або експоненційних залежностей на нелінійних ділянках S-образної кривої, що обумовлено необхідністю розрахунку похідних вищих порядків.

1.4 ВИСНОВКИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ НАПРЯМКІВ ДОСЛІДЖЕНЬ

Гостра потреба в моделюванні процесів формоутворення складнопрофільних об'єктів з високою швидкістю обробки, що виникає на сучасних машинобудівних підприємствах, безпосередньо впливає на склад такої моделі. Всі її модулі повинні бути взаємопов'язані в єдиній структурі. Керуюча програма містить укрупнений кодований опис всіх стадій формоутворюючих операцій технологічного процесу. Наведений вище аналіз моделей процесів формоутворення дозволяє зробити висновок про те, що не існує єдиного універсального способу математичного опису процесу формоутворення складнопрофільних об'єктів, тому для вирішення поставленого завдання необхідно застосовувати такі методи математичного моделювання: лінійна інтерполяція, кругова інтерполяція, B-сплайн інтерполяція і NURBS інтерполяція (рис. 1.6).

Крім того, вимоги до точності при виконанні високошвидкісної обробки вказують на необхідність моделювання відповідних динамічних характеристик процесу формоутворення. Оскільки на експлуатованому обладнанні можуть бути встановлені обмеження за швидкістю обробки (передачі) кадру КП і передачі сигналу управління до приводу, то при ВШО можливі обмеження по подачі, тобто ПЧПУ може неперервно управляти приводом лише до певної швидкості переміщення. Максимальну подачу, яку здатна забезпечити конкретна система ЧПУ, можна визначити за формулою

$$F_{\max} = \frac{\text{довжина переміщення в кадрі}}{\text{час обробки кадру}} \cdot 60.$$

З наведеного відношення випливає, що при переміщеннях 0,01 мм і часі обробки кадру 2 мс максимальну подачу обмежено значенням 0,3 м/хв.

Таким чином, при організації ВШО повинні враховуватися три фактори, пов'язані з моделюванням процесу формоутворення:

- забезпечення неперервного руху інструменту вимагає високої швидкості обробки даних (не менше 200 кадрів в секунду);
- повинна забезпечити перегляд даних як мінімум на 150-200 кадрів вперед з тим, щоб обчислити зміни величини подачі при підході інструменту до гострих кутів (або іншим подібним перешкодам) і відхід від них;
- підвищення якості поверхні і зниження навантажень на інструмент для плавної зміни величини подачі, оскільки причиною зниження якісних характеристик процесу є занадто різкі зміни прискорень.



Рис. 1.6. Склад моделі процесу формоутворення при ВШО

У застосовуваних сьогодні моделях формоутворення розрахунки швидкості та інтерполяційних координат виконуються за лінійними і круговими алгоритмами в реальному режимі часу і безпосередньо перед відправкою їх результатів на виконання приводами. Після отримання в розрахунковому модулі значень швидкості і прискорення в кожному такті необхідно виконати перевірку на задоволення отриманих параметрів обмеженням, які накладаються можливостями власне приводів і інших систем обладнання. При лінійній або круговій інтерполяції не викликає великих складнощів перевірка виконання цих обмежень.

При сплайн-інтерполяції ситуація інша. Оскільки на лінійних і кругових ділянках кривизна не змінюється, то зміна прискорення обумовлюється тільки його тангенціальною складовою, яка описується відповідними законами зміни контурної швидкості. Під час переміщення по сплайновій кривій постійно відбувається зміна її кривизни, і неможливо заздалегідь визначити точки траєкторії з максимальним значенням прискорення по кожній координатній осі для перевірки відповідності їх обмеженням [38, 82, 107].

Також слід зазначити високі вимоги до точності завдання і стабілізації контурної швидкості, що пред'являються до сучасного обладнання [120, 121].

Аналітичні дослідження на будь-якій ділянці сплайнової траєкторії не дають гарантованого результату, оскільки на ній є особливі точки, коли радіус дорівнює нескінченності (для прямолінійної траєкторії), і досліджувана функція має розрив. Тому необхідно знайти метод пошуку точок на сплайновій кривій з максимальними значеннями прискорень по кожній координатній осі.

Вимога виконання численних перевірок призводить до необхідності обчислення великої кількості параметрів, що виражається в організації складних розрахункових досліджень. Але, з іншого боку, отримані при цьому значення параметрів можуть бути використані при виконанні формоутворюючих переміщень по КП в реальному режимі часу. У цьому випадку обсяг розрахунків може бути значно знижений, що потребує менше часу для вирішення завдання

руху протягом поточного такту. Тому вимоги до обчислювальних потужностей при відпрацюванні КП можуть бути істотно зменшені зі збереженням гарантії отримання розв'язку задачі.

Таким чином, з'являється потреба у наявності великих обчислювальних потужностей при попередніх розрахунках інтерполяційних і динамічних характеристик. При виконанні ж програми в реальному режимі часу потреба в обчислювальній потужності може бути істотно знижена. Тому функціонально доцільно модель процесу формоутворення розділити на два рівні: верхній і нижній. Нижній рівень вирішує тільки завдання моделювання руху робочих органів і опису роботи всіх агрегатів верстата. Модель верхнього рівня реалізує зв'язок між оператором і ЧПУ, а також з інформаційною системою виробничого підрозділу.

Для обчислень на верхньому рівні пропонується використовувати РС-підсистеми, а на нижньому рівні – промисловий контролер. У РС-підсистемі найбільш доцільна операційна система Windows, а в контролері нижнього рівня - операційна система реального часу - DOS або UNIX. Системи на основі Windows і UNIX (Linux) сумісні в тому сенсі, що підтримують комунікаційні протоколи TCP/IP, і це дозволяє побудувати комунікаційне середовище, що об'єднує підсистеми [93, 100]. Включення до цього середовища прикладного рівня з функціями доступу до інтерфейсів окремих модулів створює віртуальну шину, відчутно допомагає низькорівневим послугам доступу. Об'єктна надбудова в шині формує глобальний сервер, тобто єдину для обох підсистем об'єктно-орієнтовану магістраль [90]. Локалізація завдань на кожному рівні повинна реалізовуватися за допомогою відповідних процесорних модулів. Двостороння організація мережі між основними рівнями забезпечує можливість передачі будь-якої інформації як на верхній рівень, так і на нижній, що дозволяє організувати діагностику всієї системи і налаштування окремих її модулів з пульта оператора ЧПУ.

Після виготовлення деталі виникає необхідність розв'язання оберненої задачі формоутворення для реалізації процедур контролю геометрії. Оброблюючий інструмент необхідно замінити вимірювальною головкою і отримати масив точок сканування поверхні об'єкта виробництва. Апроксимація цих точок дозволяє побудувати модель реального об'єкта (портрет) для порівняння його з еталонною моделлю, що і є сенсом операцій контролю. Оскільки для описів об'єктів в CAD-системах широко використовуються моделі на базі B-сплайнів, то і портрет виробу раціонально будувати з використанням цього класу апроксимацій. Отримання портрета виробу за допомогою сплайн-інтерполяції застосовується при відносно невеликому числі лінійних ділянок ($\sim 20 \div 30$), і вже використовується в системах ЧПУ [37, 43, 49]. КП ЧПУ, зокрема в авіабудуванні, можуть містити сотні і тисячі кадрів, і для їх модифікації використання сплайн-апроксимації може виявитися більш ефективним.

Також слід зазначити обмеження математичної моделі формоутворення викликані технічними особливостями ЧПУ і сучасними вимогами ВШО:

$$\delta_{\text{разр}} < 1 \text{ дискр.}, \quad (1.5)$$

$$T_{\text{ц}} \leq 1 \cdot 10^{-3} \text{ сек.}, \quad t_{\text{разр}} < 0,2 T_{\text{ц}}, \quad (1.6)$$

$$\Delta H \leq 10^{-3} \dots 10^{-4} \%, \quad (1.7)$$

де $\delta_{\text{разр}}$ – максимально допустимі розрахункові відхилення від заданої траєкторії;

$T_{\text{ц}}$ – час циклу управління ЧПУ;

$t_{\text{разр}}$ – час розрахунків в режимі реального часу;

ΔH – стабільність розрахованої контурної швидкості.

Виконаний аналіз стану моделей процесу формоутворення складнопрофільних об'єктів на обладнанні з програмним управлінням при ВШО дозволяє сформулювати наступні завдання дослідження:

1. Сформулювати вимоги до процесу формоутворення з позиції моделювання високошвидкісної обробки і обґрунтувати доцільність дворівневої структури моделі.
2. Розробити модель еліптичного / кругового інтерполятора для високошвидкісної обробки, що забезпечує необхідну точність незалежно від параметрів траєкторії і величин подач.
3. Розробити програмну реалізацію математичної моделі ВШО з використанням S-образного опису швидкості.
4. Розробити метод кубічної B-сплайн апроксимації точково-заданих кривих з урахуванням сполучення сплайнів по 1-й і 2-й похідним.
5. Розробити модель опису швидкості при русі по B-сплайн траєкторії з урахуванням обмежень величини прискорень приводів координат осей.
6. Розробити модель NURBS інтерполяції точково-заданих кривих.
7. Розробити структури моделі ЧПУ.
8. Розробити модель нижнього рівня ЧПУ.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЦИФРОВИХ ІНТЕРПОЛЯТОРІВ ПРИ ВШО

В даному розділі подано результати досліджень з розробки математичних моделей лінійної, еліптичної, В-сплайн і NURBS інтерполяції для високошвидкісного формоутворення із забезпеченням необхідної точності позиціонування і виходом в кінцеву точку. Викладено результати досліджень з розробки алгоритмів по сплайн- і NURBS інтерполяції та апроксимації. Виконано перевірку наведених математичних моделей як на тестових прикладах, так і на діючому обладнанні з ЧПУ. Основну увагу приділено порівняльній оцінці різних алгоритмів сплайн-інтерполяції з позицій використання їх в моделях процесів формоутворення на сучасному обладнанні. Результати даного розділу опубліковані в роботах [1, 2, 3, 5, 6, 7, 11, 12, 14, 16, 18, 21, 22].

2.1 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТОЧНОГО ЛІНІЙНОГО ІНТЕРПОЛЯТОРА

Математична модель лінійного інтерполятора [16, 122]:

$$\begin{aligned}
 X_{k+1}, Y_{k+1}, Z_{k+1} &= X_k, Y_k, Z_k + \Delta X_k, Y_k, Z_k; \\
 \Delta X_k, Y_k, Z_k &= \text{int} \left\{ \frac{Sx_i, Sy_i, Sz_i}{l_k} \right\}; \\
 Sx_i, Sy_i, Sz_i &= \text{Ost} \left\{ Sx_{i-1}, Sy_{i-1}, Sz_{i-1} \right\} + H \cdot l_{Xk}, l_{Yk}, l_{Zk}; \\
 \text{Ost} (Sx_i, Sy_i, Sz_i) &= Sx_i, Sy_i, Sz_i - \Delta X_k, Y_k, Z_k \cdot l_k;
 \end{aligned}$$

де

X_k, Y_k, Z_k – координати точок прямої;

$\Delta X_k, Y_k, Z_k$ – приріст координат точок прямої, при інтерполяції з кроком H по контуру;

l_k – довжина ділянки інтерполяції;

$\text{int}\{*\}$ – ціла частина виразу, що стоїть в дужках;

Ost – цілочисельний залишок кроку обчислень, початкове значення $\text{Ost}=0$.

Математична модель лінійної інтерполяції використовує метод ЦДА (цифрового інтегрування), при якому чергові значення координат обчислюються за співвідношенням

$$X_{i+1} = X_i + \frac{HX_k}{l_k}; Y_{i+1} = Y_i + \frac{HY_k}{l_k}; Z_{i+1} = Z_i + \frac{HZ_k}{l_k}, \quad (2.1)$$

де

X_k, Y_k, Z_k – координати кінцевої точки ділянки інтерполяції щодо його початку;

l_k – довжина ділянки інтерполяції;

H – крок інтерполяції $H = VT_u$;

V – програмована швидкість подачі, d/c ;

T_u – час циклу контролера ЧПУ, с.

Покажемо, що якщо точка (X_i, Y_i, Z_i) належить деякій прямій, то точка $(X_{i+1}, Y_{i+1}, Z_{i+1})$, отримана за співвідношенням (2.1), належить цій же прямій.

Дійсно, з рівняння прямої, що проходить через дві точки 1 і 2 (рис. 2.1)

$$\frac{X - X_1}{X_2 - X_1} = \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{Z - Z_1}{Z_2 - Z_1},$$

при позначенні $X_2 - X_1 = X_k, Y_2 - Y_1 = Y_k, Z_2 - Z_1 = Z_k$,

впливає, що

$$\begin{aligned} (X - X_1)Y_k - (Y - Y_1)X_k &= 0; \\ (Y - Y_1)Z_k - (Z - Z_1)Y_k &= 0; \\ (Z - Z_1)X_k - (X - X_1)Z_k &= 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

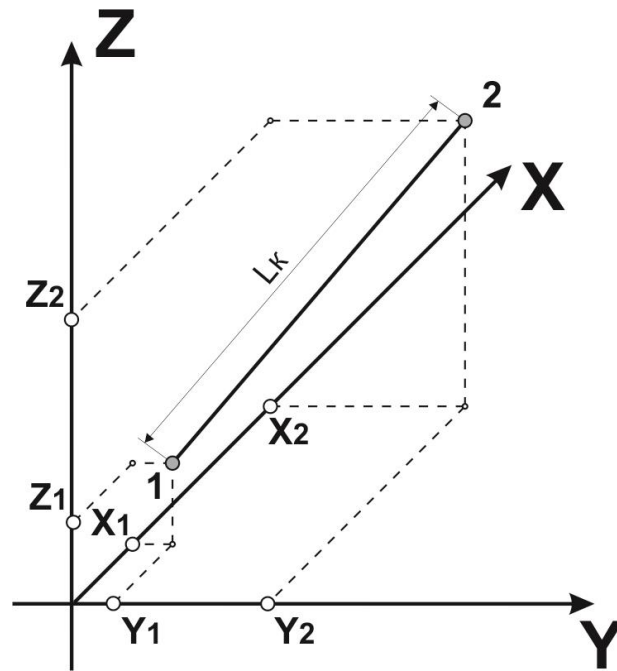


Рис. 2.1. Завдання прямої двома точками

Якщо координатам точки 1 надати збільшення

$$\Delta X = \frac{HX_k}{l_k}; \Delta Y = \frac{HY_k}{l_k}; \Delta Z = \frac{HZ_k}{l_k}, \quad (2.3)$$

то отримаємо

$$(X - X_1 - \frac{HX_k}{l_k})Y_k - (Y - Y_1 - \frac{HY_k}{l_k})X_k = (X - X_1)Y_k - \frac{HX_k}{l_k} - (Y - Y_1)X_k + \frac{HY_k}{l_k} = 0.$$

Аналогічні дії можна провести для 2-го і 3-го рівнянь системи (2.2). Таким чином, точка $(i + 1)$ дійсно належить заданій прямій, якщо її координати обчислені точно.

Більш того, метод ЦДА дозволяє також отримати постійну контурну швидкість, оскільки

$$V_k = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}, \quad (2.4)$$

а швидкість по осях

$$V_x = \frac{\Delta X}{T_u}, V_y = \frac{\Delta Y}{T_u}, V_z = \frac{\Delta Z}{T_u},$$

то, з огляду на (2.3) і те, що $H=VT_u$, отримаємо

$$V_k = \frac{V}{l_k} \sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2} = V_s ,$$

тобто контурна швидкість буде дорівнювати заданій швидкості і зберігатися протягом всієї ділянки інтерполяції.

У реалізації все трохи складніше, оскільки в пристроях ЧПУ збільшення і значення координат - величини цілочисельні щодо ціни кроку (дискрети), і всі обчислення округлюються до цілих значень дискрет.

Для виключення накопичення похибок і підвищення точності розрахунку до моделі додаються такі вирази:

$$\begin{aligned} S_{xi} &= Ost\{S_{xi-1}\} + HX_k, \Delta X_i = int\{S_{xi}/l_k\}, Ost\{S_{xi}\} = S_{xi} - \Delta X_i l_k, \\ S_{yi} &= Ost\{S_{yi-1}\} + HY_k, \Delta Y_i = int\{S_{yi}/l_k\}, Ost\{S_{yi}\} = S_{yi} - \Delta Y_i l_k, \\ S_{zi} &= Ost\{S_{zi-1}\} + HZ_k, \Delta Z_i = int\{S_{zi}/l_k\}, Ost\{S_{zi}\} = S_{zi} - \Delta Z_i l_k, \end{aligned} \quad (2.5)$$

де $int\{*\}$ – ціла частина виразу, що стоїть в дужках,

Ost – ціла частина виразу, що стоїть в дужках, $S_{x0} = S_{y0} = S_{z0} = 0$.

Окрім обчислень за співвідношеннями (2.5), на кожному кроці управління, що задається $T_{Ц}$, обчислюються поточні значення координат $X_i = X_{i-1} + \Delta X_i$;

$Y_i = Y_{i-1} + \Delta Y_i$; $Z_i = Z_{i-1} + \Delta Z_i$, приріст по контуру $\Delta l_i = \sqrt{\Delta X_i^2 + \Delta Y_i^2 + \Delta Z_i^2}$ і залишок збільшень по контуру $l_i = l_{i-1} - \Delta l_i$ (початкове значення $l_0 = l_k$).

На початку циклу обчислень виконується порівняння l_i з величиною $2H$. Якщо $l_i > 2H$, обчислення йдуть за основним алгоритмом. В іншому випадку чергові збільшення обчислюються як залишки координатних переміщень, тобто $\Delta X_i = X_k - X_{i-1}$, $\Delta Y_i = Y_k - Y_{i-1}$, $\Delta Z_i = Z_k - Z_{i-1}$, що і забезпечує точний вихід в кінцеву точку ділянки.

В силу цілочисленності збільшень координат ΔX_i , ΔY_i , ΔZ_i приріст по довжині контура за крок обчислень $\Delta l_i \neq H$.

Похибка кроку по контуру $\delta_H = \frac{\Delta l_i - H}{H}$ тим більша, чим менше значення H .

Описаний алгоритм працює і при $H < 1d$. У цьому випадку видача збільшень за координатами у вигляді поодиноких кроків виконується через

кілька циклів $T_{ц}$. Частоти одиничних кроків по координатам будуть визначатися співвідношеннями

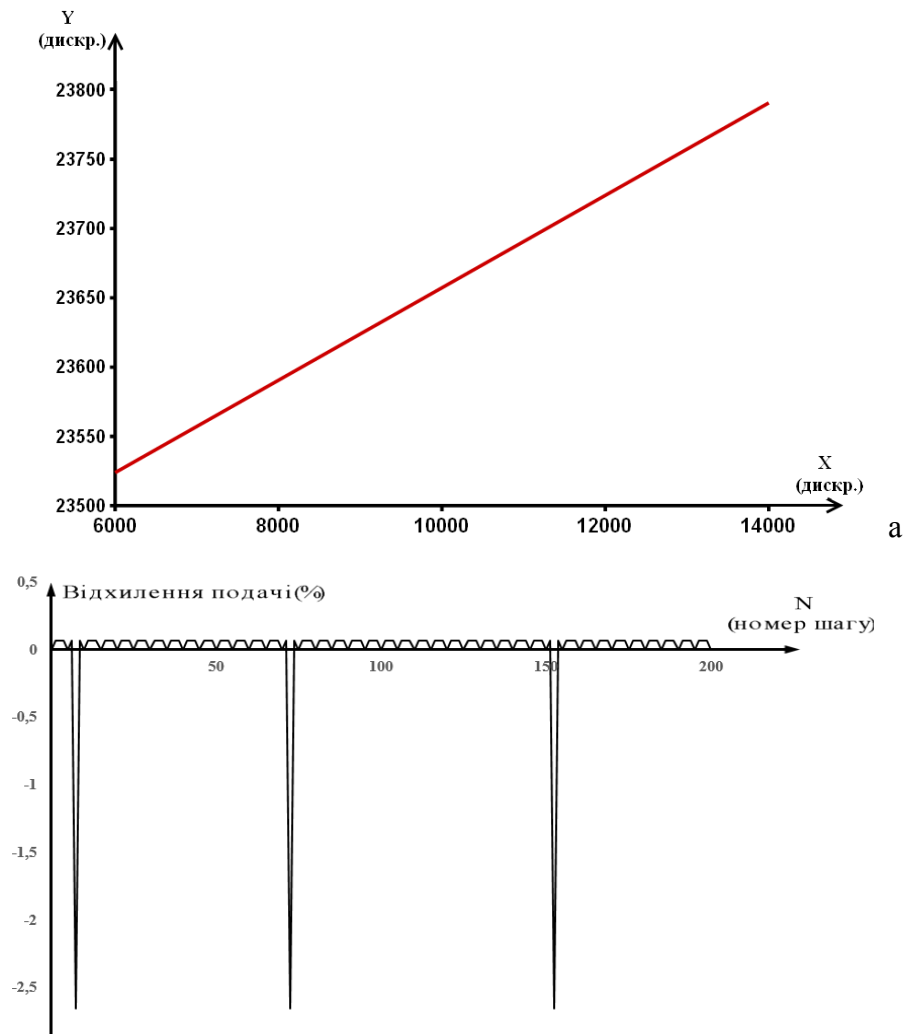
$$f_x = \frac{H}{T_{ц}} \frac{X_k}{l^*}, \quad f_y = \frac{H}{T_{ц}} \frac{Y_k}{l^*}, \quad f_z = \frac{H}{T_{ц}} \frac{Z_k}{l^*}.$$

При цьому частота f_k , яка визначає контурну швидкість, дорівнює

$$f_k = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2} = \frac{H}{T_{ц} l^*} \sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2} = \frac{H}{T_{ц}}.$$

Враховуючи, що $H=VT_{ц}$, отримаємо $f_k=V$, тобто забезпечується задана програмою швидкість по контуру.

Комп'ютерне моделювання показало, що при підвищенні величини подачі нестабільність контурної швидкості зменшується (рис. 2.2).



б

Рис. 2.2. Графік траєкторії (а) і відсоток відхилення подачі від заданої; (б) при русі по лінійній траєкторії зі швидкістю 1500 мм/хв

2.2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛІПТИЧНОГО ІНТЕРПОЛЯТОРА

У сучасних системах ЧПУ існує досить широкий набір видів інтерполяції, в тому числі і еліптична інтерполяція. Зокрема, такий вид інтерполяції мають системи Fanuc, найбільшої фірми-виробника пристроїв ЧПУ. Інтерес до цього виду інтерполяції, мабуть, обумовлений тим, що, крім прямого призначення, тобто завдання руху по дузі еліпса, еліптичні дуги, як елементи кривої зі змінним радіусом, можуть бути використані для апроксимації більш складних кривих. Є інформація про використання такого рішення фірмою Sharnoa (Ізраїль). На жаль, фірми-виробники пристроїв ЧПУ не розкривають своїх рішень, відносячи їх, мабуть, до “ноу-хау”.

В даному розділі подано математичну модель еліптичної інтерполяції, при розробці якої був використаний метод, що забезпечує точність в одну дискрету і достатню для практики стабільність контурної швидкості.

Математична модель використовує поєднання методів ЦДА (цифрового інтегрування) і ОФ (оціночної функції). Спочатку за методом ЦДА обчислюється приріст координат за цикл управління і подальші значення координат, а потім з використанням ОФ виконується корекція значень координат і їх приростів (рис. 2.3) так, щоб похибка в положенні поточної точки щодо точки, що належить еліпсу, не перевищувала однієї дискрети d (1.5).

Співвідношення алгоритму отримані з канонічного рівняння еліпса

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1, \quad (2.6)$$

де a – піввісь уздовж осі X ;

b – піввісь уздовж осі Y .

Рівняння (2.6) перетворено до виду

$$k^2 \cdot X^2 + Y^2 = k^2 \cdot a^2, \quad (2.7)$$

де $k = \frac{b}{a}$.

Прирости координат за цикл управління обчислюються за співвідношеннями

$$\Delta X = \text{int} \frac{H \cdot Y}{k \cdot a}, \Delta Y = -\text{int} \frac{H \cdot X}{a}, \quad (2.8)$$

де H – крок інтерполяції, $H = V \cdot T_{\text{ц}}$,

V – швидкість подачі,

$T_{\text{ц}}$ - тривалість циклу управління.

Співвідношення (2.8) складені для руху в першому квадранті за годинниковою стрілкою, при цьому крок H має знак "+", значення X і Y також додатні. Відповідно, при інших варіантах руху X , Y і H повинні бути взяті з відповідними знаками.

Неважко переконатися в тому, що якби значення ΔX та ΔY обчислювалися точно, то приріст по контуру за $T_{\text{ц}} - \Delta l = \sqrt{\Delta X_T^2 + \Delta Y_T^2} = H$, тобто забезпечувалася б постійна контурна швидкість. Насправді, в силу цілочисельності обчислень ΔX і ΔY , коливання контурної швидкості неминучі і тим значніші, чим менше величина H .

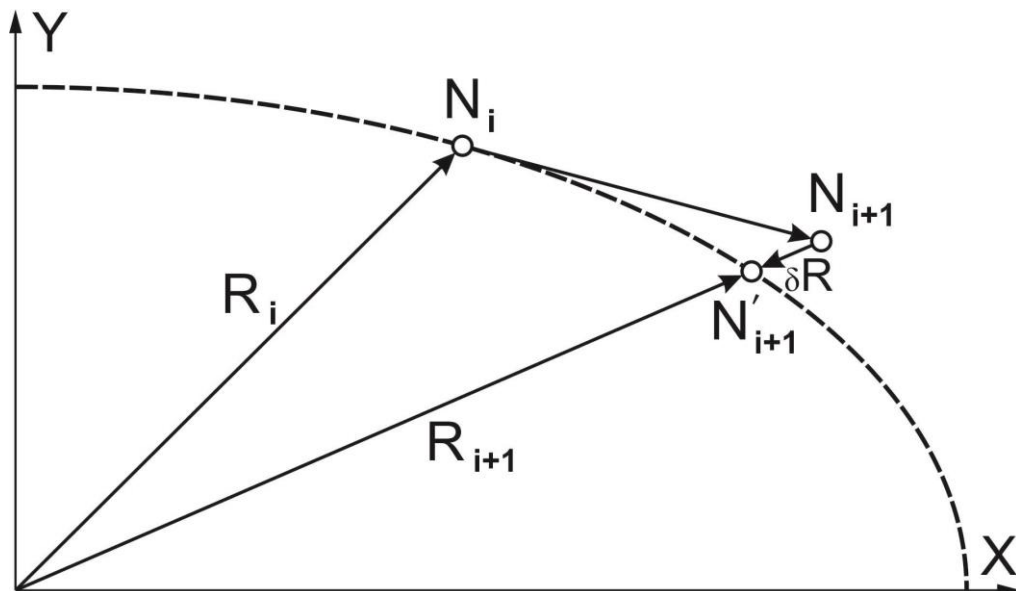


Рис. 2.3. Демонстрація дії математичної моделі модифікованого еліптичного інтерполятора

Прирости ΔX та ΔY зміщують точку M_i (рис. 2.3) в положення M_{i+1} , в загальному випадку – не на лінії еліпса. Для точки M_{i+1} обчислюється значення ОФ, загальний вираз якої впливає з (2.7)

$$U_i = k^2 \cdot X^2 + Y^2 - k^2 \cdot a^2. \quad (2.9)$$

Для точки M_{i+1} отримаємо

$$\begin{aligned} U_{i+1} &= k^2 \cdot (X + \Delta X)^2 + (Y + \Delta Y)^2 - k^2 \cdot a^2 = \\ &= U_i + 2 \cdot (k^2 \cdot X_i \cdot \Delta X + Y_i \cdot \Delta Y) + k^2 \cdot \Delta X^2 + \Delta Y^2; \end{aligned}$$

і далі

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X;$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \Delta Y.$$

Можна показати, що якщо $|U_{i+1}| \leq a$, то похибка положення точки M_{i+1} , виміряна вздовж радіуса вектора, R_{i+1} , не перевищує 1 дискрети.

Якщо $|U_{i+1}| \leq a$, то отримані значення X_{i+1} , Y_{i+1} , ΔX і ΔY вважаються точними і будуть використані для обчислень в наступному циклі і для видачі на приводи подач.

Якщо ж $|U_{i+1}| > a$, то виконується корекція вздовж радіуса R_{i+1}

$$R_{i+1} = \text{Re} \sqrt{X_{i+1}^2 + Y_{i+1}^2};$$

$$\delta R = -\frac{U}{a};$$

$$\delta X = \text{Re} \left(\frac{\delta R \cdot X_{i+1}}{k \cdot R} \right);$$

$$\delta Y = \text{Re} \left(\frac{\delta R \cdot Y_{i+1}}{R} \right);$$

$$U^* = U_{i+1} + 2(k^2 \cdot X_{i+1} \cdot \delta X + Y_{i+1} \cdot \delta Y) + k^2 \cdot \delta X^2 + \delta Y^2;$$

$$X = X_{i+1} + \delta X;$$

$$\Delta X = \Delta X_{i+1} + \delta X;$$

$$Y = Y_{i+1} + \delta Y;$$

$$\Delta Y = \Delta Y_{i+1} + \delta Y ,$$

де Re – округлення до цілого.

Отримані значення X , Y і U^* запам'ятовуються для використання в наступному циклі, а скориговані ΔX та ΔY видаються на приводи подач.

Для точного виходу в кінцеву точку ділянки інтерполяції пропонується замість стеження по контуру виконувати стеження за залишками переміщень по осях, тобто в кожному циклі після обчислення ΔX і ΔY визначаються

$$L_x = L_x - \Delta X ; \quad L_y = L_y - \Delta Y ,$$

(початкові значення L_x і L_y беруться рівними сумі переміщень по відповідній осі по всім квадрантам, через які проходить дуга еліпса).

Якщо хоча б одна з величин L_x , $L_y > 2H$, то чергові обчислення слід виконувати за основним алгоритмом. В іншому випадку приймається, а для виключення стрибка швидкості на останньому кроці інтерполяції обчислюється залишок контурного шляху $\Delta l = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$, поправковий коефіцієнт $c = \frac{\Delta l}{H}$, і вводиться затримка видачі прирощень величиною

$$T_3 = cT_{\text{ц}} .$$

На рис. 2.4 наведено повну схему алгоритму що реалізує математичну модель еліптичної інтерполяції, на рис. 2.5 – приклад інтерполяції еліпса з $a=200$, $b=100$ від точки $(0, 100)$. З рис. 2.6 випливає, що в межах точності розрахунку досягається повний збіг траєкторій, реалізованих за поданою математичною моделлю і за точним рівнянням еліпса. Це означає, що досягнута точність не гірше однієї дискрети. На прикладі рис. 2.7 продемонстровано, що подана математична модель інтерполяції забезпечує достатню для практики стабільність контурної швидкості при ВСО.

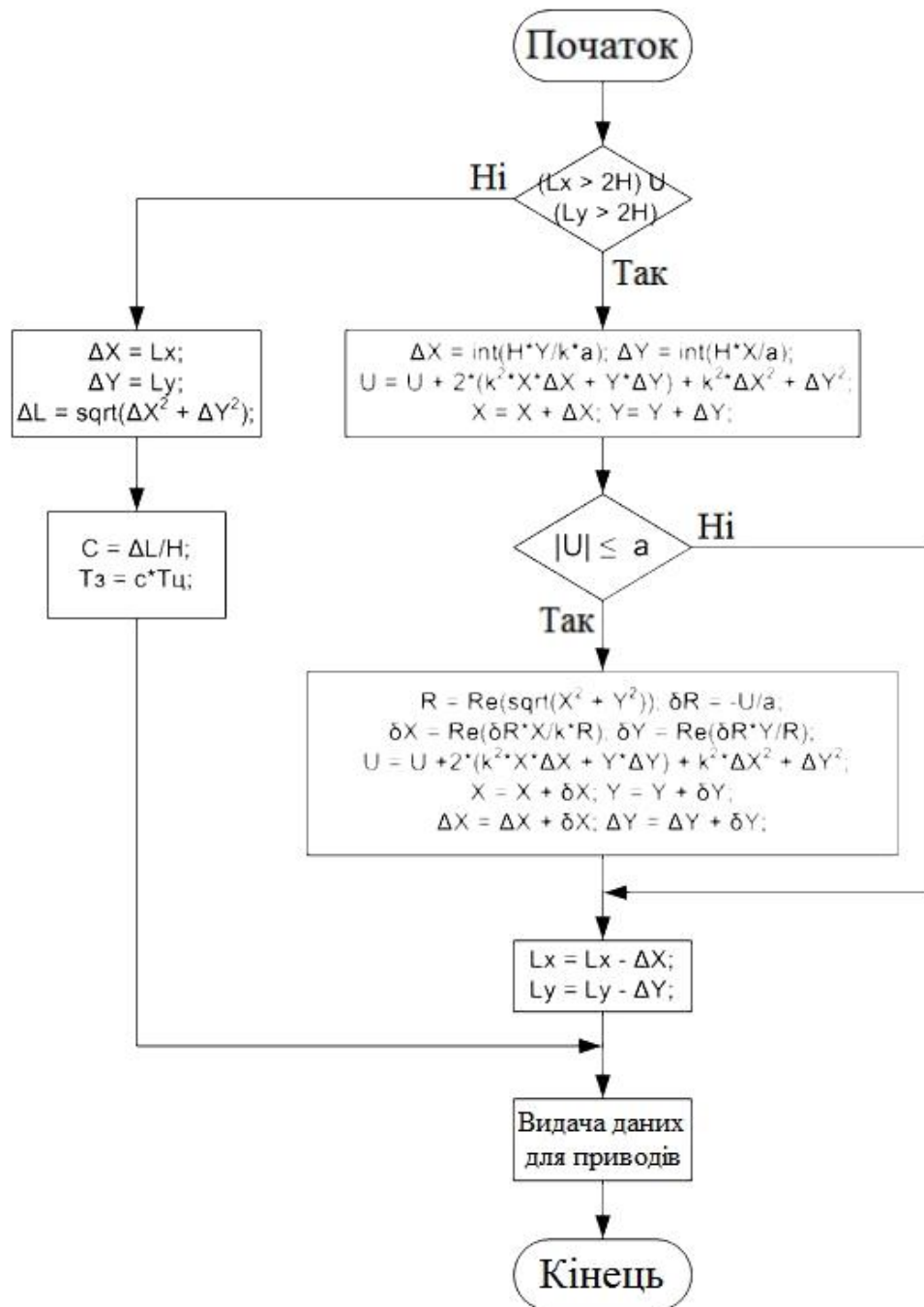


Рис. 2.4. Алгоритм еліптичної інтерполяції

Можна очікувати, що при значних збільшеннях відношення a/b збільшаться величини корекцій по осях. Це може призвести до помітних коливань контурної швидкості, оскільки величини корекції по осях будуть відрізнятися в K раз. Тому потрібно вживати заходи щодо стабілізації контурної швидкості. Зазначене питання вимагає додаткового дослідження.

Подана математична модель може бути застосована і для кругової інтерполяції. В такому випадку в алгоритмі слід покласти $K=1$, тоді $a=b=R$, де R – радіус кола. У схемі алгоритму при визначенні радіусної поправки замість величини a слід використовувати значення $2R$. При цьому з алгоритму виключається операція розрахунку поточного радіуса.

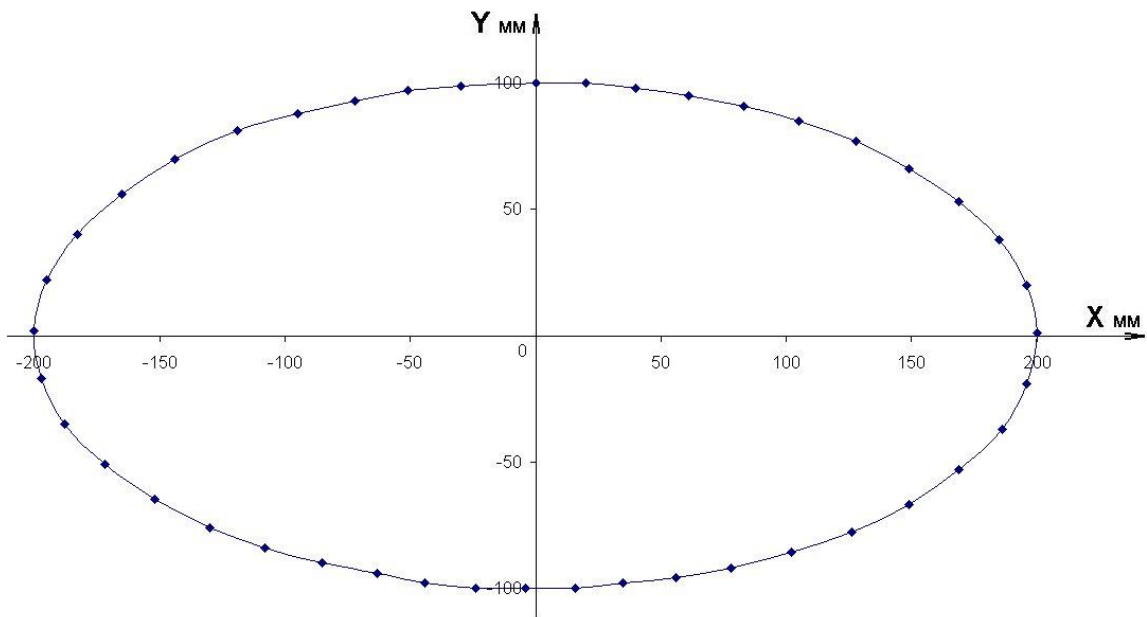


Рис. 2.5. Приклад інтерполяції еліпса з $a=200$, $b=100$

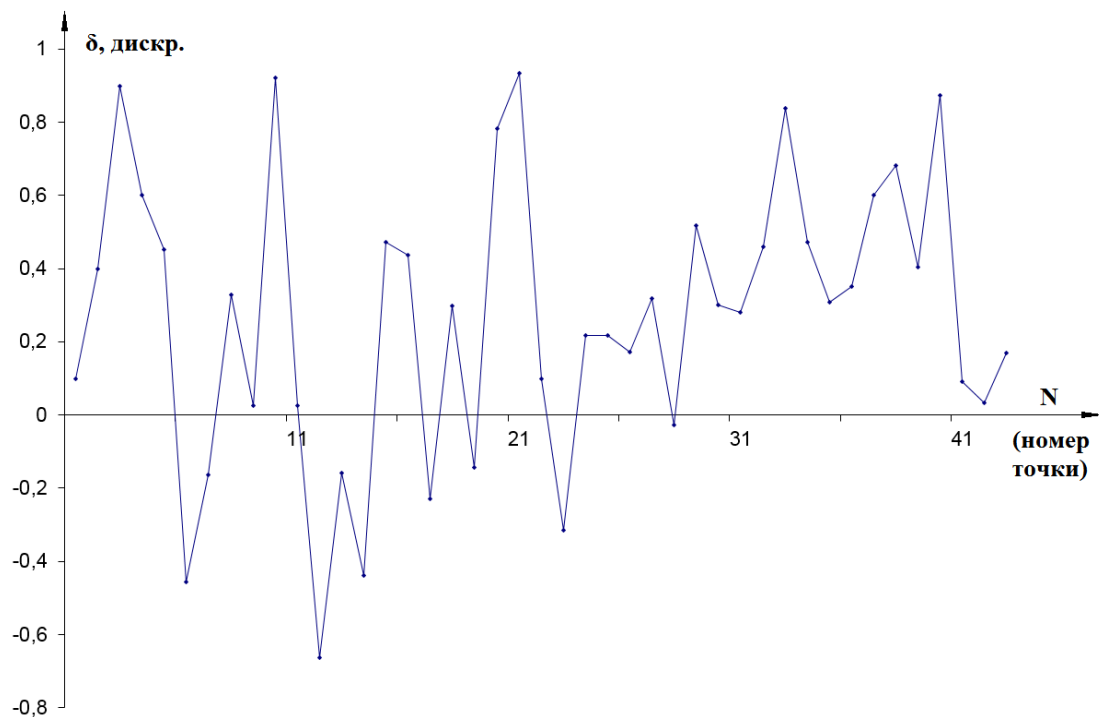


Рис. 2.6. Відхилення від аналітичної траєкторії при еліптичній інтерполяції

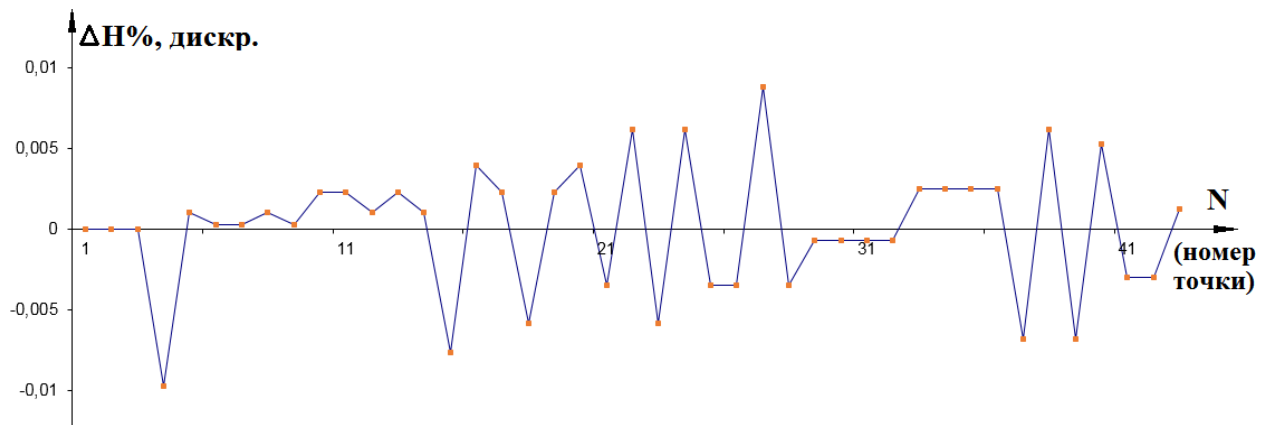


Рис. 2.7. Стабільність контурної швидкості при еліптичній інтерполяції

Для наочності демонстрації поданої математичної моделі в порівнянні з моделлю кругової інтерполяції [1, 2, 16] продемонстровано приклад інтерполяції кола діаметром 20000 дискрет (20 мм) і швидкістю руху $H=1000$ дискрет/такт, розрахований за допомогою моделі еліптичної інтерполяції (рис. 2.8). На рис. 2.9, рис. 2.10 показано, що математична модель еліптичної інтерполяції дозволяє проводити інтерполяційні розрахунки траєкторії кола з точністю і стабільністю контурної швидкості не гірше математичної моделі кругової інтерполяції [1].

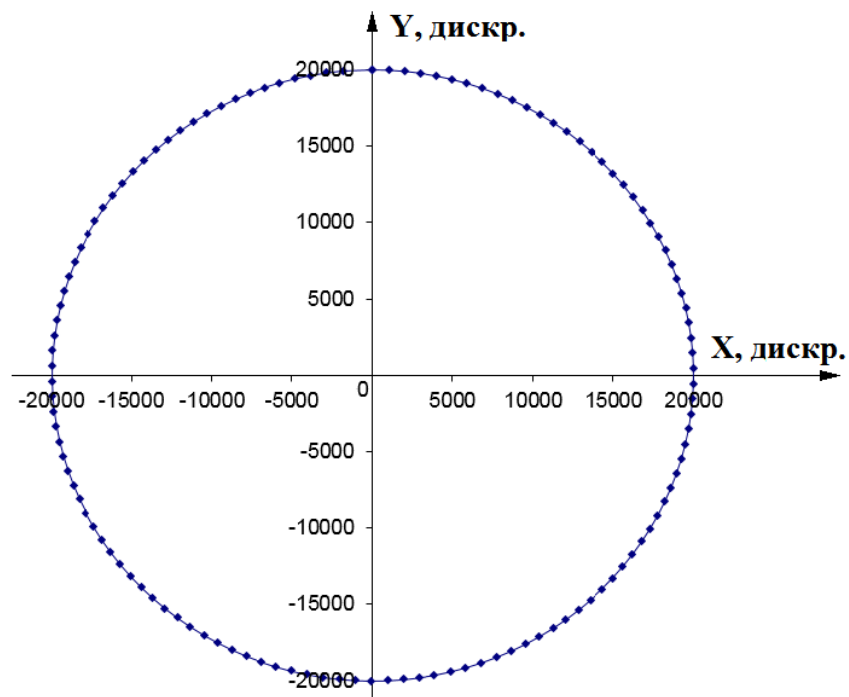


Рис. 2.8. Інтерполяція кола, розрахована за допомогою математичної моделі еліптичної інтерполяції

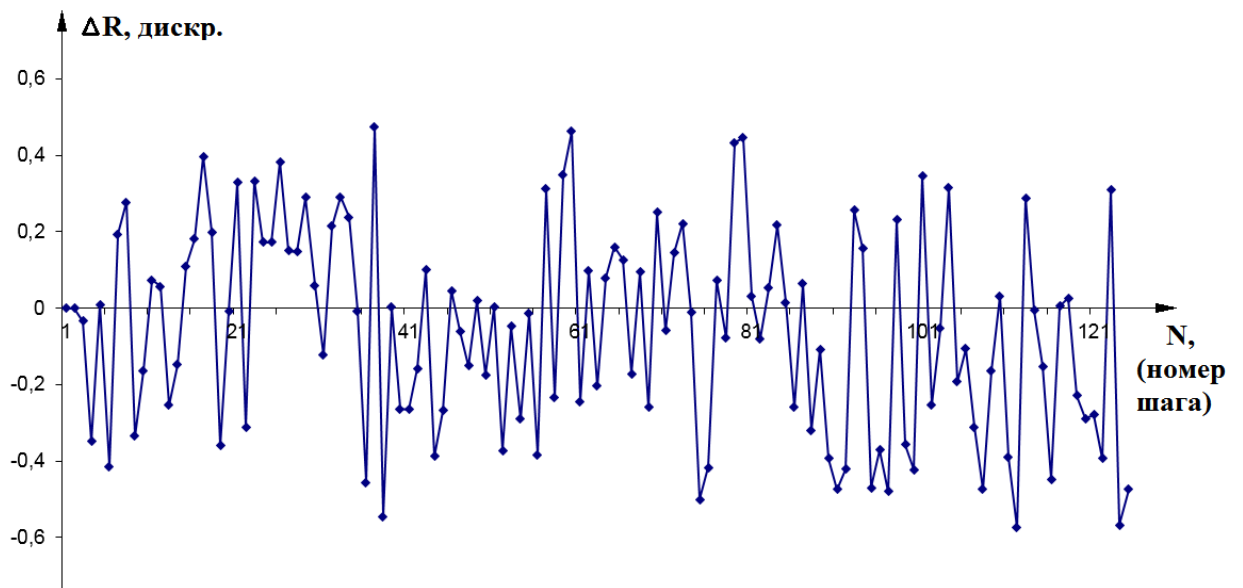


Рис. 2.9. Графік відхилення від радіуса кола рис. 2.8

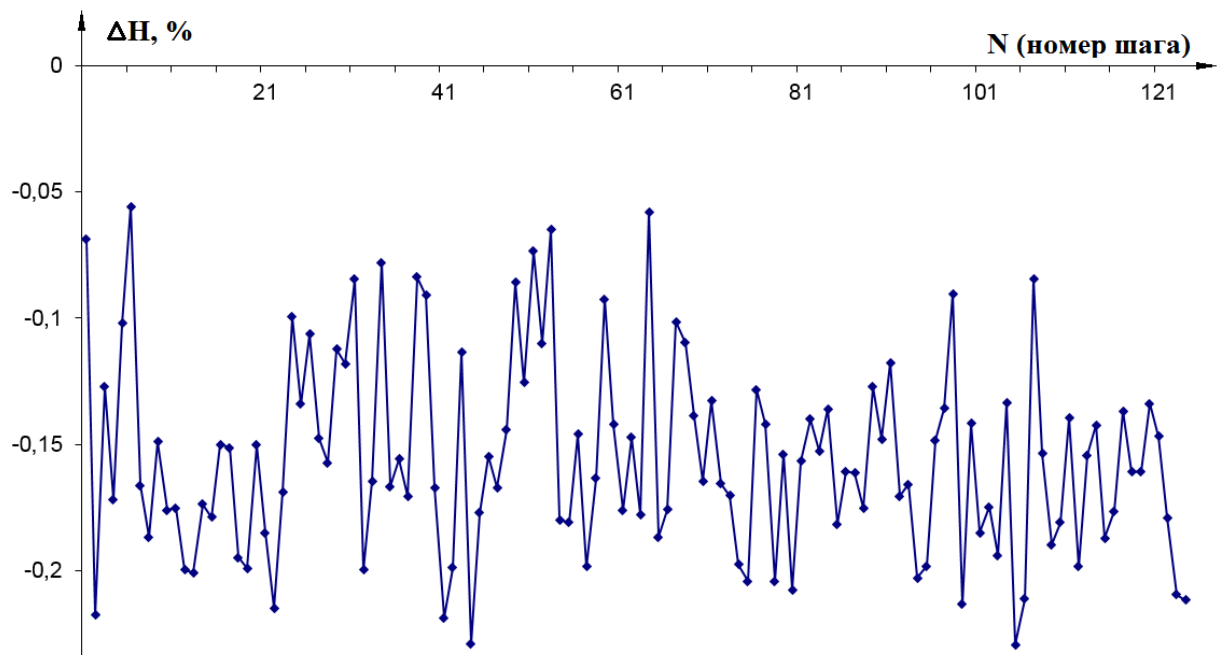


Рис. 2.10. Стабільність контурній швидкості при інтерполяції кола рис. 2.8

Аналітичний розгляд результатів моделювання показує, що забезпечується:

- багатоквADRантна еліптична та кругова інтерполяція з точним замиканням дуги;
- точність інтерполяції не гірше однієї дискрети практично у всьому діапазоні величин радіусів дуг окружностей, які задаються, і швидкостей подачі;

- достатня для практики стабільність контурної швидкості навіть при дуже малих подачах;
- точний вихід в кінцеву точку інтерполяції без зміни швидкості на останньому кроці.

2.3 МОДЕЛЬ В-СПЛАЙН ІНТЕРПОЛЯТОРА

Математична модель В-сплайн інтерполятора:

$$\begin{aligned}\Delta X_k, \Delta Y_k, \Delta Z_k &= X, Y, Z(U_{k+1}) - X, Y, Z(U_k); \\ X, Y, Z(U_k) &= \sum_{i=1}^n N_{i,p}(U_k) \cdot X_i, Y_i, Z_i; \\ X, Y, Z(U_{k+1}) &= \sum_{i=1}^n N_{i,p}(U_{k+1}) \cdot X_i, Y_i, Z_i; \\ N_{i,p}(U_k) &= \frac{U_k - U_i}{U_{i+p} - U_i} N_{i,p-1}(U_k) + \frac{U_{i+p+1} - U_k}{U_{i+p+1} - U_{i+1}} N_{i+1,p-1}(U_k); \\ N_{i,0}(U) &= \begin{cases} 1, & U_i \leq U < U_{i+1} \\ 0, & \text{по за інтервалу} \end{cases}, \\ U_{k+1} = U_k + \Delta U_k, \quad \Delta U_k &= \frac{H}{\sqrt{X'^2(U_k) + Y'^2(U_k) + Z'^2(U_k)}}, \\ U &= \left\{ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{p+1}, U_{p+1}, \dots, U_n, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{p+1} \right\}, \end{aligned}$$

де

U – параметр $U \in (0, 1)$;

U_i – вузли вузлового вектора;

$X, Y, Z(U_k)$, – координати сплайн кривої;

$\Delta X_k, \Delta Y_k, \Delta Z_k$ – приріст координат сплайн-кривої при інтерполяції з кроком H по контуру;

X_i, Y_i, Z_i – координати точок контрольного полігону;

k – номер поточної точки в міжвузловому інтервалі;

i – номер вузла;

p – ступень сплайна;

P_i – точка контрольного полігону;

$N_{i,p}(U)$ – базисні функції;

$\{U\}$ – вузловий вектор;

ΔU_k – приріст параметра, що відповідає значенню кроку h .

B -сплайн крива в загальному випадку задається виразом

$$\vec{C}(U) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(U) \vec{P}_i, \quad (2.10)$$

де

$N_{i,p}(U)$ – базисні функції ступеня p ;

U – параметр, визначений в інтервалі $(0,1)$;

$\vec{P}_i$ – вектор контрольних точок;

U_i – точки вузлового вектора.

$$U = \left\{ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{p+1}, U_{p+1}, \dots, U_n, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{p+1} \right\}. \quad (2.11)$$

Вирази для координат X, Y, Z записуються у вигляді

$$X, Y, Z(U) = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(U) X, Y, Z(\vec{P}_i), \quad (2.12)$$

де $X, Y, Z(\vec{P}_i)$ – відповідні координати векторів контрольних точок.

Проведений аналіз розв'язання практичних завдань показав, що якщо $X(U)$ і $Y(U)$ представити у вигляді поліномів ступеня p , то кількість (і отже час) розрахунків вдасться значно знизити. Тоді, якщо $p=3$, то в межах i -го вузлового інтервалу, такого, що $U_i < U_{i+1}$, сплайн можна представити у вигляді

$$\begin{cases} X(U) = A_X U^3 + B_X U^2 + C_X U + D_X, \\ Y(U) = A_Y U^3 + B_Y U^2 + C_Y U + D_Y, \\ Z(U) = A_Z U^3 + B_Z U^2 + C_Z U + D_Z. \end{cases} \quad U \in (U_i, U_{i+1}) \quad (2.13)$$

Ці вирази в процесі інтерполяції дозволяють обчислити координати X, Y, Z з деяким кроком по параметру $h(U)$. Потім визначаються прирости координат, відповідні кроку $h(U)$, які задають переміщення по контуру Δl , тому що

$$\Delta l = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}. \quad (2.14)$$

У керуючій програмі задається швидкість подачі V , за якою розраховується крок інтерполяції по контуру $H_3 = VT_{\text{ц}}$.

Якщо $h_3 = \Delta l$ на всіх етапах інтерполяції, то контурна швидкість буде постійною уздовж всього контура сплайна.

Швидкості по координатам і контуру, як це впливає з виразів (2.13) і (2.14), становлять

$$\begin{aligned} V_x &= X'(U) \cdot h(U) = (3A_x U^2 + 2B_x U + C_x) \cdot h(U), \\ V_y &= Y'(U) \cdot h(U) = (3A_y U^2 + 2B_y U + C_y) \cdot h(U), \\ V_z &= Z'(U) \cdot h(U) = (3A_z U^2 + 2B_z U + C_z) \cdot h(U), \\ V_k &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \cdot h(U), \\ h(U) &= \frac{H_3}{l}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

де l – довжина контуру сплайн-кривої.

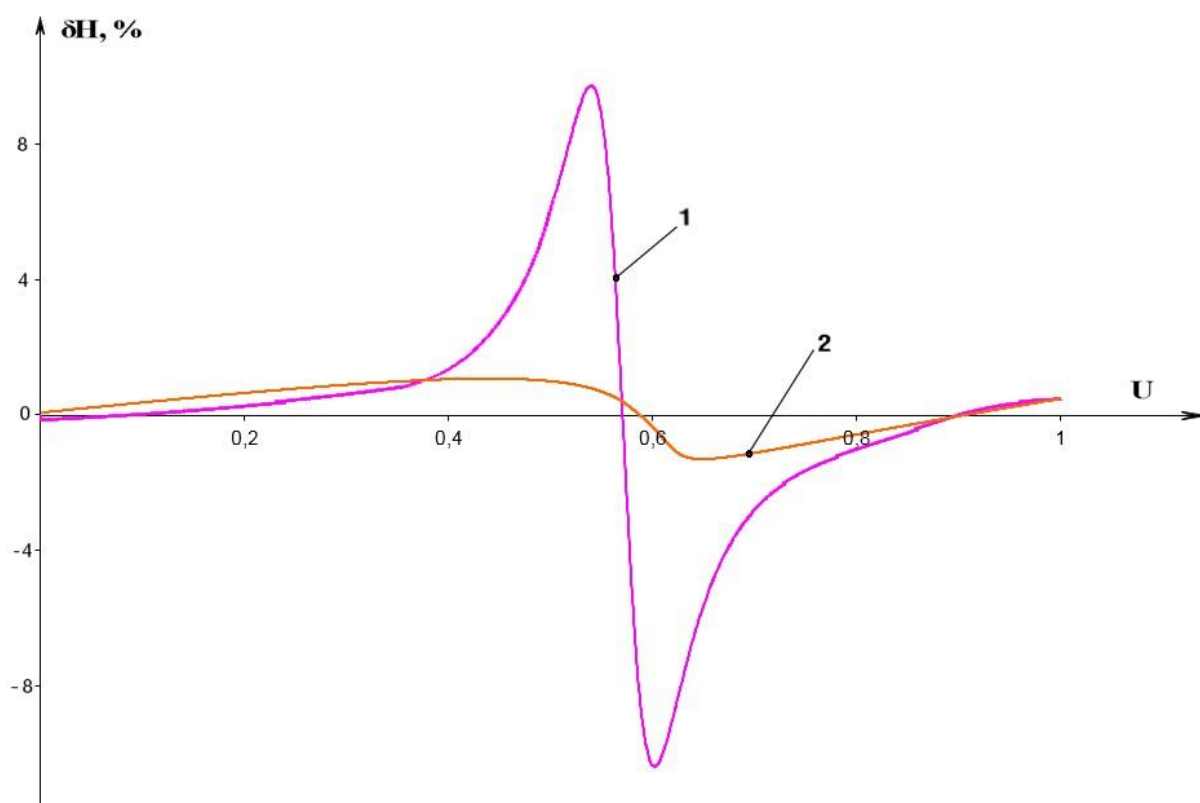
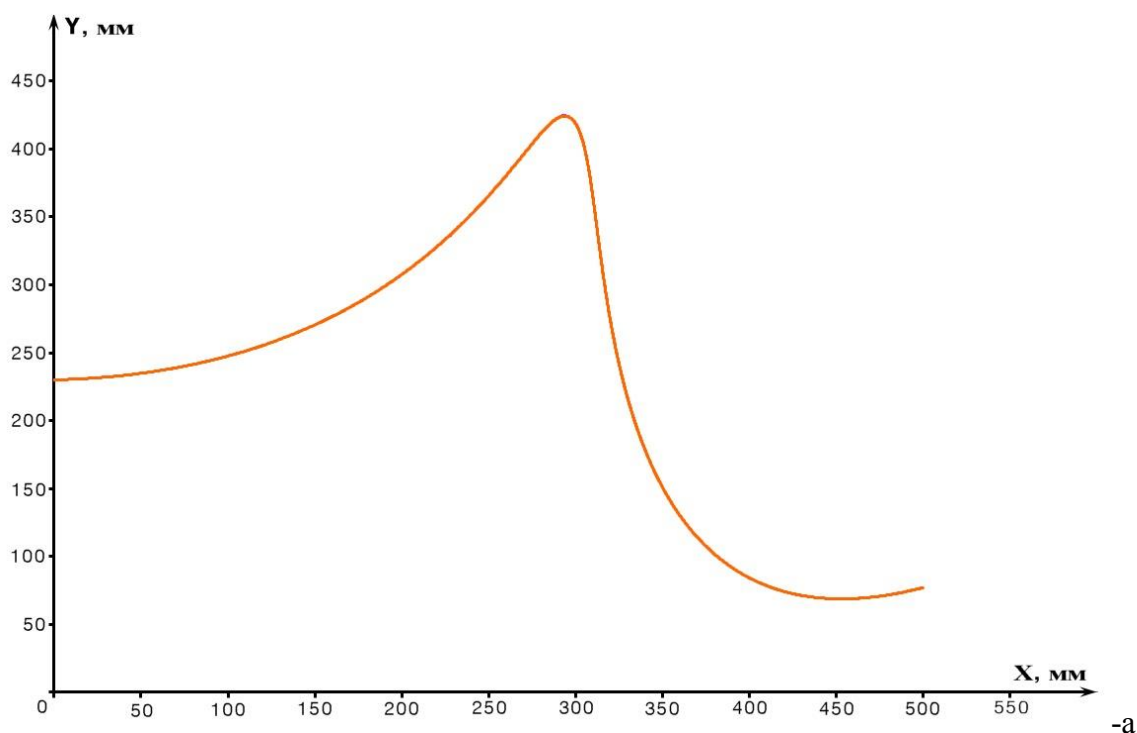
Якщо $h(U) = \text{const}$, то зміна контурної швидкості визначається поведінкою перших похідних осьових переміщень, які, як видно з виразів (2.15), можуть мати по 2 екстремуми в кожному вузловому інтервалі.

Аналітичне дослідження складових швидкості по осях не представляє труднощів. Легко показати, що осьові складові мають екстремальні значення в точках сплайна, де величина параметра U приймає значення

$$-\frac{B_x}{3A_x}, \quad -\frac{B_y}{3A_y}, \quad -\frac{B_z}{3A_z}.$$

Якщо такі значення параметра належать інтервалу (U_i, U_{i+1}) , для якого отримано вирази (2.14), то відповідна складова швидкості приймає екстремальне значення.

Що стосується контурної швидкості $V_k = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$, то її загальний аналіз представляє великі труднощі. Тому дослідження проводилися на ряді прикладів з розглядом кривих, отриманих за загальним і окремим методами сплайн-інтерполяції (рис. 2.11).



-б

Рис. 2.11. Нестабільність контурної швидкості при постійному кроці інтерполяції
 а) В-сплайн криві загального та приватного методів побудови;
 б) нестабільність контурної швидкості для В-сплайн кривих побудованих:
 1 – загальним методом; 2 – приватним методом

Тому при аналізі В-сплайн інтерполяції за загальним методом слід зазначити неможливість забезпечення стабільності контурній швидкості (рис. 2.11 а п.1). Для практики високошвидкісної обробки точність стабілізації контурної швидкості, при використанні приватного методу В-сплайн інтерполяції (рис. 2.11 б п.2), є кращою, але недостатньою, оскільки не задовольняє вимозі (1.7). Тому як до загального, так і до окремого методу В-сплайн інтерполяції необхідно вживати додаткові заходи для стабілізації контурної швидкості.

2.4 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ NURBS – ІНТЕРПОЛЯТОРА

Математична модель NURBS інтерполятора:

$$\begin{aligned}\Delta X, Y, Z(U_k) &= X, Y, Z(U_{k+1}) - X, Y, Z(U_k); \\ X, Y, Z(U_k) &= \frac{\sum_{i=1}^n N_{i,p}(U_k) \cdot w_i \cdot X_i, Y_i, Z_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(U_k) \cdot w_i}, \\ X, Y, Z(U_{k+1}) &= \frac{\sum_{i=1}^n N_{i,p}(U_{k+1}) \cdot w_i \cdot X_i, Y_i, Z_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(U_{k+1}) \cdot w_i}, \\ N_{i,p}(U_k) &= \frac{U_k - U_i}{U_{i+p} - U_i} N_{i,p-1}(U_k) + \frac{U_{i+p+1} - U_k}{U_{i+p+1} - U_{i+1}} N_{i+1,p-1}(U_k), \\ U_{k+1} &= U_k + \Delta U_k, \Delta U_k = \frac{H}{\sqrt{X'^2(U_k) + Y'^2(U_k) + Z'^2(U_k)}}, \\ U &= \left\{ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{p+1}, U_{p+1}, \dots, U_n, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{p+1} \right\},\end{aligned}$$

де

U – параметр $U \in (0, 1)$;

U_i - вузли вузлового вектора;

$X, Y, Z(U_k)$, - координати сплайн кривої;

$\Delta X_k, \Delta Y_k, \Delta Z_k$ - приріст координат сплайн-кривої при інтерполяції з кроком H по контуру;

x_i, y_i, z_i - координати точок контрольного полігону;

k – номер поточної точки в міжвузловому інтервалі;

i – номер вузла;

p – ступень сплайна;

P_i – точка контрольного полігону;

$N_{i,p}(U)$ – базисні функції;

$\{U\}$ – вузловий вектор;

ΔU_k – приріст параметра, що відповідає значенню кроку H .

Метод NURBS-інтерполяції точково-заданих кривих подібний до загального методу В-сплайн інтерполяції.

Завдання формулюється в такий спосіб. Задані: масив точок $\vec{Q}_k(x_k, y_k, z_k)$, $k = \overline{0, n}$, ваговий вектор $W(w_0, \dots, w_n)$, ступень кривої p . Потрібно визначити контрольні точки $\vec{P}_i(x_i, y_i, z_i)$, $i = \overline{0, n}$ таким чином, щоб NURBS-крива

$$\vec{C}(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i \vec{P}_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i}, \quad (2.16)$$

проходила через точки $\vec{Q}_k$, при цьому задовольнялися умови

$$\vec{P}_0 = \vec{Q}_0, \quad \vec{P}_n = \vec{Q}_n.$$

Тут $N_{i,p}(u)$ – базисні функції ступеня p , які визначаються так:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u \in (u_i, u_{i+1}) \\ 0, & \text{поза інтервалом} \end{cases}.$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (2.17)$$

u_i – вузли вузлового вектора

$$u = \left\{ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_n, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{p+1} \right\}.$$

NURBS-крива (2.16) може бути представлена у вигляді

$$\vec{C}(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) \vec{P}_i,$$

де $R_{i,p}(u)$ – раціональна базисна функція

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i}. \quad (2.18)$$

Для того, щоб крива (2.17) проходила через точки $\vec{Q}_k$, необхідно виконати умову

$$\vec{C}(\bar{u}_k) = \vec{Q}_k, k = \overline{0, n},$$

де $\bar{u}_k$ – значення параметра, що відповідає розподілу точки $\vec{Q}_k$. Тоді контрольні

точки $\vec{P}_i$ визначаються в результаті розв'язання системи рівнянь

$$\sum_{i=0}^n R_{i,p}(\bar{u}_k) \vec{P}_i = \vec{Q}_k, k = \overline{0, n}. \quad (2.19)$$

Тут невідомі точки $\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_{n-1}$, а $\vec{P}_0 = \vec{Q}_0$, $\vec{P}_n = \vec{Q}_n$, оскільки контрольні точки $\vec{P}_0$ і $\vec{P}_n$ NURBS-кривої завжди збігаються з початковим і кінцевим пунктом масиву відповідно.

Таким чином, для виконання завдання потрібно:

- визначити значення величин $\bar{u}_k$;
- визначити значення u_i внутрішніх вузлів вузлового вектора;
- розрахувати значення раціональних базисних функцій $R_{i,p}(\bar{u}_k)$ у точках $\bar{u}_k$;
- скласти і розв'язати систему рівнянь (2.19).

Послідовність розв'язання задачі.

1. Визначення значень $\bar{u}_k$, що відповідають розподілу точок $\vec{Q}_k$.

Використовується метод хорд.

$$\bar{u}_0 = 0; \quad \bar{u}_\kappa = \bar{u}_{\kappa-1} + \frac{d_\kappa}{d}; \quad \bar{u}_n = 1; \quad \kappa = \overline{1, n-1},$$

$$d_\kappa = \left| \vec{Q}_\kappa - \vec{Q}_{\kappa-1} \right|, \quad d = \sum_{\kappa=1}^n \left| \vec{Q}_\kappa - \vec{Q}_{\kappa-1} \right|.$$

2. Розрахунок внутрішніх вузлів вузлового вектора.

$$u_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} u_i, \quad j = \overline{1, n-p}.$$

3. Розрахунок значень базисних функцій $N_{i,p}(\bar{u}_k)$. Використовуються співвідношення (2.19).

4. Розрахунок значення функції

$$W(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i, \quad k = \overline{0, n}.$$

5. Розрахунок значень раціональних базисних функцій $R_{i,p}(\bar{u}_k)$ за формулою (2.18).

6. Складання системи рівнянь для визначення контрольних точок $\vec{P}_i$. Система рівнянь має такий вигляд:

$$\begin{pmatrix} \vec{P}_0 \\ \vec{P}_1 \\ \vec{P}_2 \\ \dots \\ \vec{P}_{n-1} \\ \vec{P}_n \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ R_{0,p}(\bar{u}_1) & R_{1,p}(\bar{u}_1) & \dots & R_{n,p}(\bar{u}_1) \\ R_{0,p}(\bar{u}_2) & R_{1,p}(\bar{u}_2) & \dots & R_{n,p}(\bar{u}_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{0,p}(\bar{u}_{n-1}) & R_{1,p}(\bar{u}_{n-1}) & \dots & R_{n,p}(\bar{u}_{n-1}) \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{Q}_0 \\ \vec{Q}_1 \\ \vec{Q}_2 \\ \dots \\ \vec{Q}_{n-1} \\ \vec{Q}_n \end{pmatrix}.$$

Дана система містить $(n+1)$ рівняння, в яких точки $\vec{P}_0$ і $\vec{P}_n$ відомі. З урахуванням їх значень система зводиться до $(n-1)$ невідомих контрольних точок $\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_{n-1}$

$$\begin{pmatrix} \vec{P}_1 \\ \vec{P}_2 \\ \dots \\ \vec{P}_{n-1} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} R_{1,p}(\bar{u}_1) & \dots & R_{n,p}(\bar{u}_1) \\ R_{1,p}(\bar{u}_2) & \dots & R_{n,p}(\bar{u}_2) \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{1,p}(\bar{u}_{n-1}) & \dots & R_{n,p}(\bar{u}_{n-1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \\ \dots \\ \vec{B}_{n-1} \end{pmatrix},$$

де $\vec{B}_k = \vec{Q}_k - R_{0,p}(\bar{u}_k) \vec{P}_0 - R_{n,p}(\bar{u}_k) \vec{P}_n$.

В результаті розв'язання системи рівнянь визначаються контрольні точки $\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_{n-1}$, які спільно з $\vec{P}_0$ і $\vec{P}_n$ утворюють контрольний полігон.

Далі залишається записати рівняння NURBS-кривої, і з заданим або обраним кроком обчислити її координати.

Розглянемо приклад побудови інтерполяційної кубічної NURBS-кривої за наступними даними.

$$\{\vec{Q}_k\} = \left\{ \left(\underbrace{0,0}_{\vec{Q}_0} \right), \left(\underbrace{20,60}_{\vec{Q}_1} \right), \left(\underbrace{60,40}_{\vec{Q}_2} \right), \left(\underbrace{100,60}_{\vec{Q}_3} \right), \left(\underbrace{120,0}_{\vec{Q}_4} \right) \right\}$$

$$W = (1, \quad 2 \quad 2, \quad 2, \quad 1) , \quad p = 3 , \quad n = 4 .$$

Визначення значень $\bar{u}_k$

$$\bar{u}_0 = 0; \quad \bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{d_k}{d}; \quad \bar{u}_n = 1; \quad k = \overline{1,4};$$

$$d_k = \left| \vec{Q}_k - \vec{Q}_{k-1} \right|, \quad d = \sum_{k=1}^n \left| \vec{Q}_k - \vec{Q}_{k-1} \right|,$$

$$d_1=63,2456, d_2=44,7214, d_3=44,7214, d_4=63,2456, d=215,934,$$

$$\bar{u}_1 = 0,2929 ; \quad \bar{u}_2 = 0,5 \quad \bar{u}_3 = 0,7071 .$$

Розрахунок внутрішніх вузлів вузлового вектора

$$u_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} \bar{u}_i, \quad j = \overline{1, n-p}.$$

В даному випадку $n-p = 1$ і вузловий вектор містить тільки 1 внутрішній вузол.

$$u_4 = \frac{1}{3}(\bar{u}_1 + \bar{u}_2 + \bar{u}_3) = 0.5 .$$

Вузловий вектор $U = (0,0,0,0, 0,5, 1, 1, 1, 1)$.

Розрахунок значень базисних функцій $N_{i,p}(\bar{u}_k)$. Використовуючи визначення базисних функцій (2.19), отримаємо

$$N_{3,0}(u) = \begin{cases} 1, & u \in (0, 0,5) \\ 0, & \text{поза інтервалом} \end{cases}$$

$$N_{4,0}(u) = \begin{cases} 1, & u \in (0,5, 1) \\ 0, & \text{поза інтервалом} \end{cases} .$$

Для базисних функцій 3-го ступеня отримаємо такі вирази:

$$\begin{aligned}
N_{0,3}(u) &= \begin{cases} -8u^3 + 12u^2 - 6u + 1, & u \in (0, 0,5) \\ 0, & \text{поза інтервалом} \end{cases} \\
N_{1,3}(u) &= \begin{cases} 14u^3 - 18u^2 + 6u, & u \in (0, 0,5) \\ -2u^3 + 6u^2 - 6u + 2, & u \in (0,5, 1) \end{cases} \\
N_{2,3}(u) &= \begin{cases} -8u^3 + 6u^2, & u \in (0, 0,5) \\ 8u^3 - 18u^2 + 12u - 2, & u \in (0,5, 1) \end{cases} \\
N_{3,3}(u) &= \begin{cases} 2u^3, & u \in (0, 0,5) \\ -14u^3 + 24u^2 - 12u + 2, & u \in (0,5, 1) \end{cases} \\
N_{4,3}(u) &= \begin{cases} 8u^3 - 12u^2 + 6u - 1, & u \in (0,5, 1) \\ 0, & \text{поза інтервалом} \end{cases} .
\end{aligned}$$

Значення базисних функцій $N_{i,3}(\bar{u}_k)$ приведені в таблиці 2.1. У цій же таблиці подані значення функції (п. 4),

$$W(\bar{u}) = \sum_{i=0}^4 N_{i,3}(\bar{u}_k) w_i ,$$

які необхідні для перерахунку функцій $N_{i,3}(\bar{u}_k)$ в раціональні базисні функції $R_{i,3}(\bar{u}_k)$ за формулою (2.18).

Таблиця 2.1

Результати розрахунків базисних функцій і раціональних базисних функцій

$\bar{U}_k$	$N_{0,3}$	$N_{1,3}$	$N_{2,3}$	$N_{3,3}$	$N_{4,3}$	W	$R_{0,3}$	$R_{1,3}$	$R_{2,3}$	$R_{3,3}$	$R_{4,3}$	$\sum Ri$
0	1,0	—	—	—	—	1	1,0	—	—	—	—	1
0,2929	0,0711	0,565	0,3137	0,05	—	1,929	0,0369	0,5959	0,3252	0,0521	—	1
0,5	—	0,25	0,5	0,25	—	2	—	0,25	0,5	0,25	—	1
0,7071	—	0,0503	0,3137	0,565	0,0711	1,929	—	0,0521	0,3252	0,5858	0,0369	1
1,0	—	—	—	—	1,00	1	—	—	—	—	1	1

Система рівнянь:

$$\begin{aligned}
0,5858 \vec{P}_1 + 0,3252 \vec{P}_2 + 0,0521 \vec{P}_3 &= \vec{Q}_1 - 0,039 \vec{P}_0 \\
0,25 \vec{P}_1 + 0,5 \vec{P}_2 + 0,25 \vec{P}_3 &= \vec{Q}_2 , \\
0,0521 \vec{P}_1 + 0,3252 \vec{P}_2 + 0,5858 \vec{P}_3 &= \vec{Q}_3 - 0,0369 \vec{P}_4
\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \vec{P}_1 \\ \vec{P}_2 \\ \vec{P}_3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0,5858 & , & 0,3252 & , & 0,0521 \\ 0,25 & , & 0,5 & , & 0,25 \\ 0,0521 & , & 0,3252 & , & 0,5858 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & , & 60 \\ 60 & , & 40 \\ 95,572 & , & 60 \end{pmatrix},$$

$$\vec{P}_1 = (-10,8, 108,679); \quad \vec{P}_2 = (60, -28,679); \quad \vec{P}_3 = (130,8, 108,679).$$

Тепер запишемо рівняння NURBS-кривої в такому вигляді:

$$\vec{C}(u) = \frac{F(u)}{W(u)},$$

де $F(u), W(u)$ многочлени ступеня p з відомими коефіцієнтами, постійними в межах сегмента кривої.

Для розглянутого прикладу:

Перший сегмент, $u \in (0, 0,5)$.

$$\begin{aligned} \vec{F}(u) &= N_{0,3} w_0 \vec{P}_0 + N_{1,3} w_1 \vec{P}_1 + N_{2,3} w_2 \vec{P}_2 + N_{3,3} w_3 \vec{P}_3 = (14u^3 - 18u^2 + 6u)2(-10,8, 108,679) \\ &+ (-8u^3 + 6u^2)2(60, -28,679) + 2u^3 2(130,8, 108,679). \end{aligned}$$

Звідси

$$\begin{aligned} F_x(u) &= -739,2u^3 + 1108,8u^2 - 129,6u, \\ F_y(u) &= 3936,592u^3 - 4256,592u^2 + 1304,14u, \\ W(u) &= -8u^3 - 12u^2 + 6u + 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X(0) &= 0, Y(0) = 0, W(0) = 1, \\ X(0,2929) &= 20, Y(0,2929) = 60, W(0,2929) = 1,9289, \\ X(0,5) &= 60, Y(0,5) = 40, W(0,5) = 2. \end{aligned}$$

Другий сегмент, $u \in (0,5, 1)$.

$$\begin{aligned} \vec{F}(u) &= N_{1,3} w_1 \vec{P}_1 + N_{2,3} w_2 \vec{P}_2 + N_{3,3} w_3 \vec{P}_3 + N_{4,3} w_4 \vec{P}_4 = (-2u^3 + 6u^2 - 6u + 2)2(-10,8, 108,679) \\ &+ (8u^3 - 18u^2 + 12u - 2)2(60, -28,679) + (-14u^3 + 24u^2 - 12u + 2)2(130,8, 108,679) \\ &+ (8u^3 - 12u^2 + 6u - 1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_x(u) &= -1699,2u^3 + 2548,8u^2 - 849,6u + 120, \\ F_y(u) &= -3936,592u^3 + 7553,184u^2 - 4600,74u + 984,148, \\ W(u) &= -8u^3 + 12u^2 - 6u + 3, \end{aligned}$$

$$X(u) = \frac{F_x(u)}{W(u)}, \quad Y(u) = \frac{F_y(u)}{W(u)},$$

$$X(0,5) = 60, Y(0,5) = 40, W(0,5) = 2,$$

$$X(0,7071) = 99,9942, Y(0,7071) = 59,9961, W(0,7071) = 1,928939,$$

$$X(1) = 120, Y(1) = 0, W(1) = 1.$$

На рис. 2.12, рис. 2.13 подано криву, обчислену з кроком $\Delta u=0,1$.

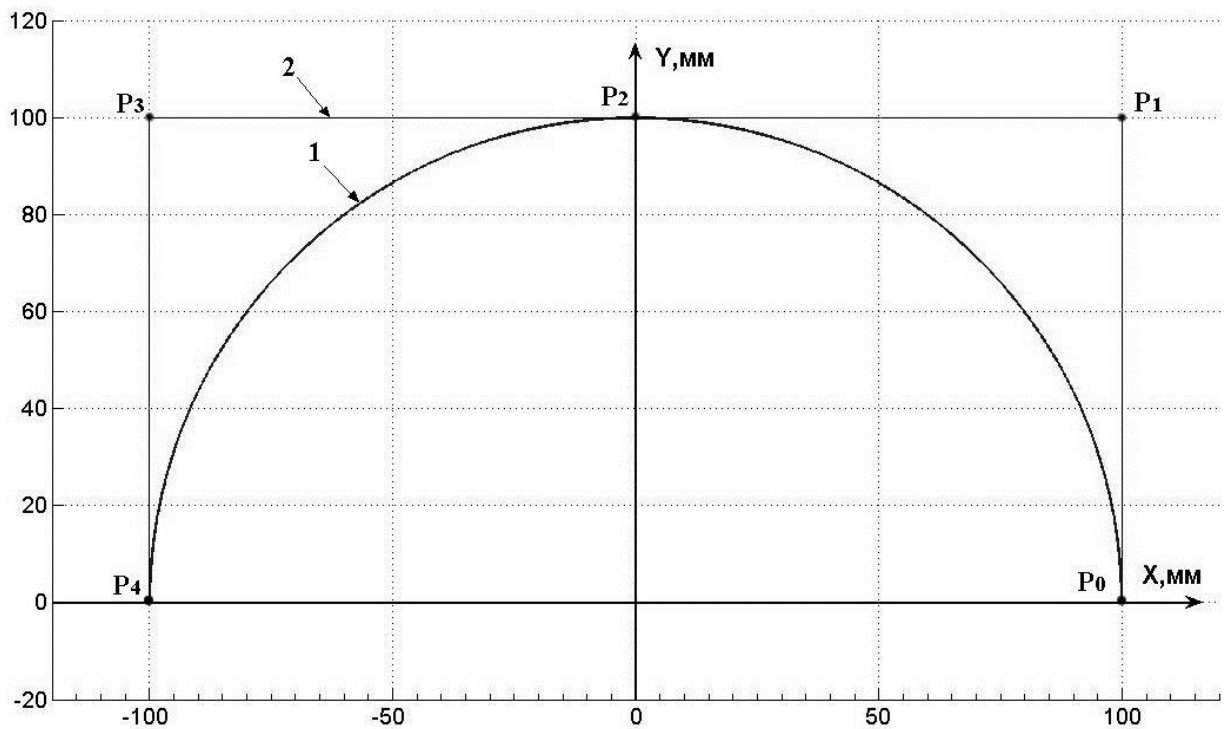


Рис. 2.12. Інтерполяційна крива (1) і контрольний полігон (2)

Перевіримо, як поведуться похідні координат. Знання похідних дозволяє спланувати швидкісний режим обробки кривої і управління з попередженням за складовими прискорення і ривка, а також обчислити довжину NURBS-кривої.

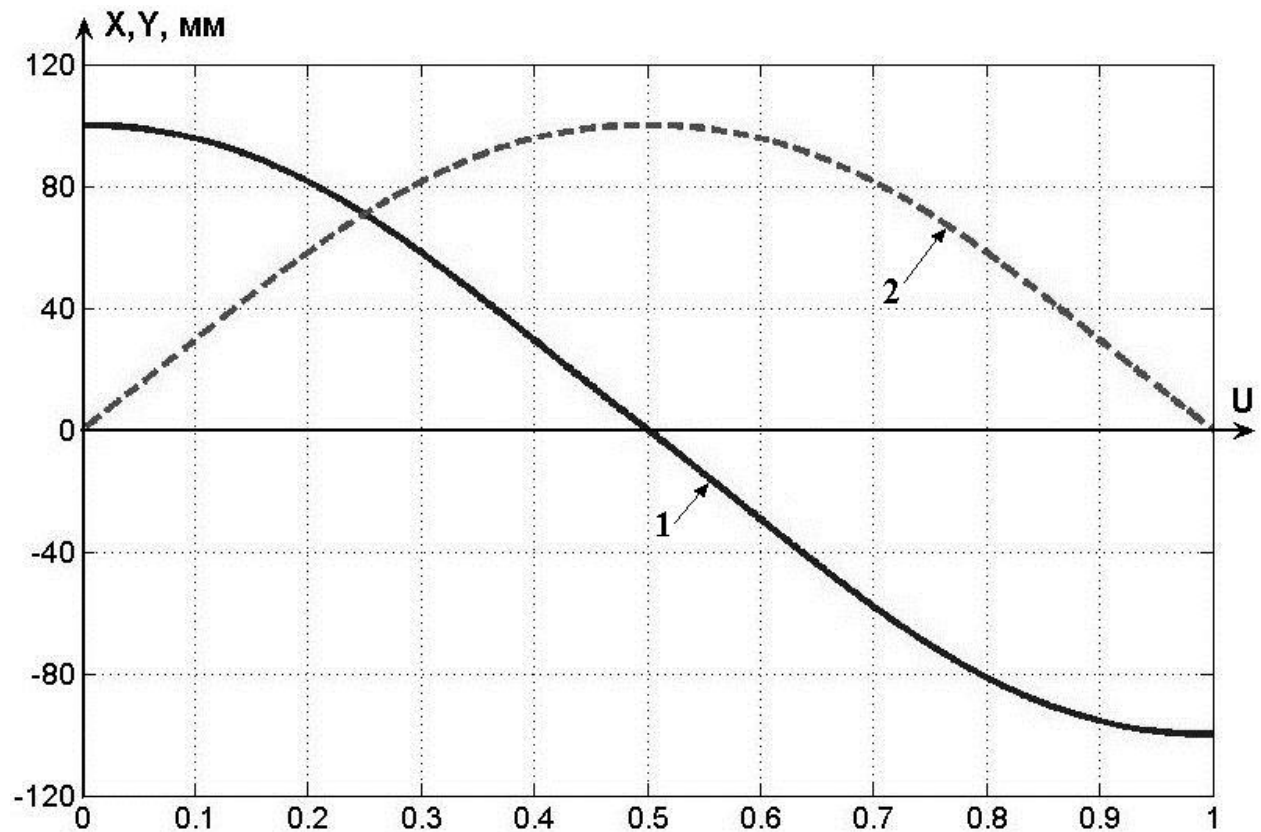


Рис. 2.13. Графіки координат X- (1), Y - (2) у функції параметра

Перші похідні координат $X'(u)$, $Y'(u)$ обчислюються за формулою

$$X', Y'(u) = \frac{F'_{x,y}(u) - w'(u)X, Y(u)}{w(u)}.$$

Перший сегмент, $u \in (0, 0,5)$.

$$F'_x(u) = -2217,6u^2 + 2217,6u - 129,6,$$

$$F'_y(u) = 22809,776u^2 - 8513,184u + 1304,148,$$

$$W(u) = 24u^2 - 24u + 6.$$

Другий сегмент, $u \in (0,5, 1)$.

$$F'_x(u) = -5097,6u^2 + 5097,6u - 849,6,$$

$$F'_y(u) = -11809,776u^2 + 15106,368u - 4600,74,$$

$$W(u) = -24u^2 + 24u - 6.$$

Обчислення величин $F'_{xy}(u)$, $W'(u)$, $Y'(u)$, $X'(u)$ зведені в таблиці 2.6.

Графік функцій $X'(u)$, $Y'(u)$ подано на рис. 2.14.

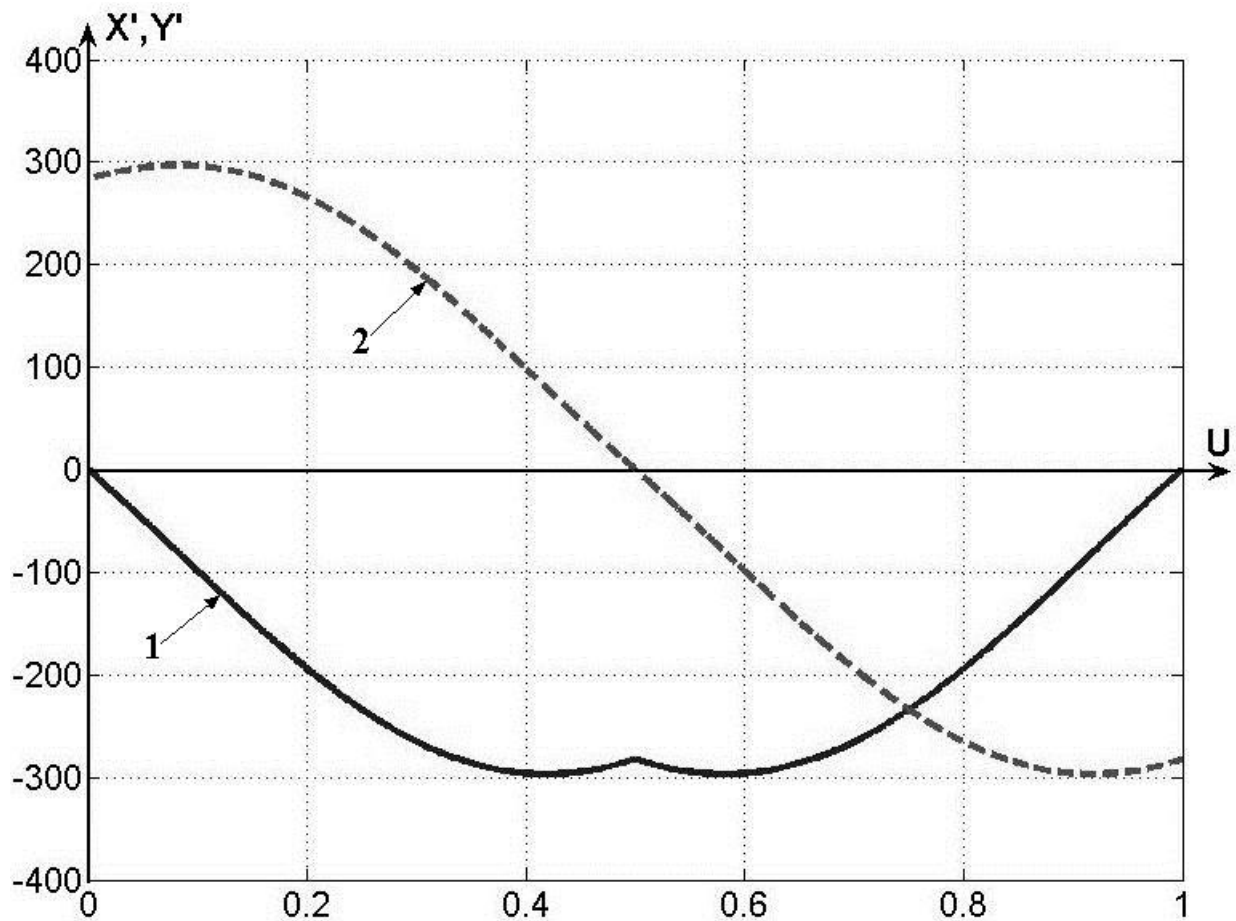


Рис. 2.14. Графік перших похідних $X'(u)$ – (1), $Y'(u)$ – (2)

Другі похідні координат $X''(u)$, $Y''(u)$ обчислюються за формулою:

$$X'', Y''(u) = \frac{F''_{x,y}(u) - w''(u)X, Y(u) - 2w'(u)X', Y'(u)}{w(u)}.$$

Перший сегмент, $u \in (0, 0,5)$.

$$F''_X(u) = -4435,2u - 2217,6,$$

$$F''_Y(u) = 23619,552u - 8513,184,$$

$$W(u) = 48u, -24.$$

Другий сегмент, $u \in (0,5, 1)$.

$$F''_X(u) = -10195,2u + 5097,6,$$

$$F''_Y(u) = 23619,552u + 15106,368,$$

$$W(u) = -48u, +24.$$

Обчислення величин $F''_{xy}(u)$, $W''(u)$, $Y''(u)$, $X''(u)$ зведені в таблиці 2.2.

Графік функцій $X''(u)$, $Y''(u)$ подано на рис. 2.15.

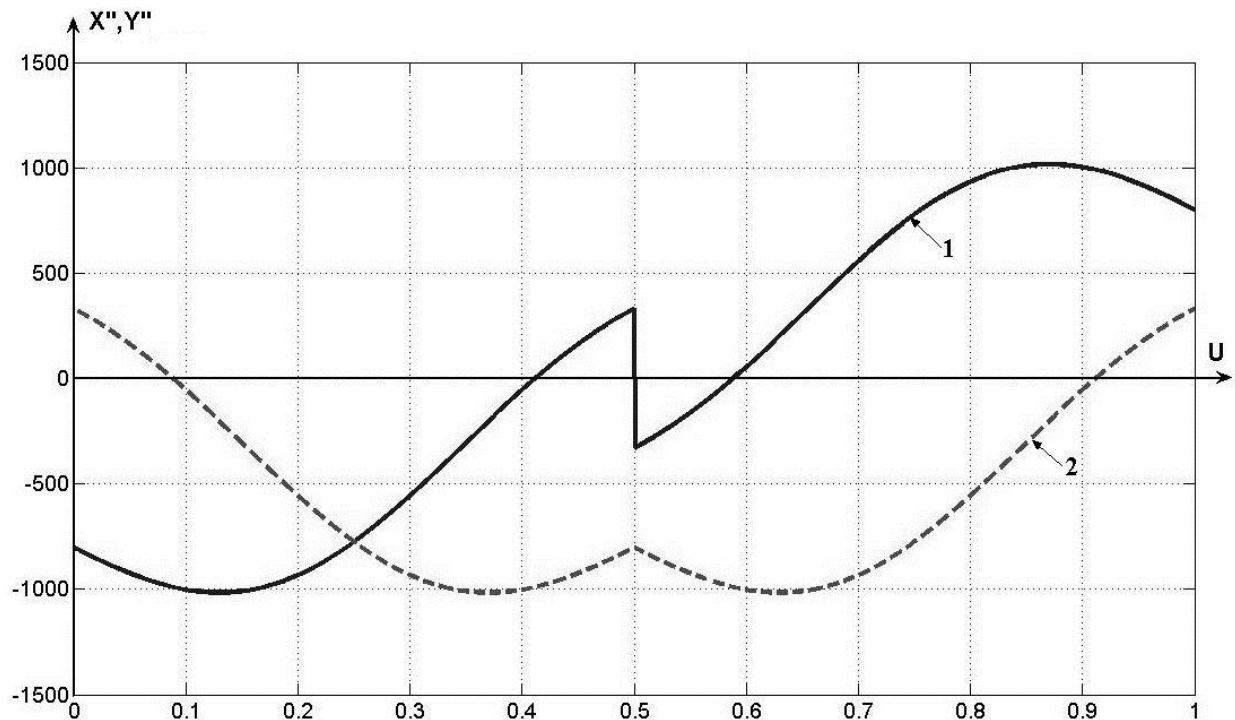


Рис. 2.15. Графік других похідних $X''(u)$ – (1), $Y''(u)$ – (2)

Треті похідні координат $X'''(u)$, $Y'''(u)$ обчислюються за формулою:

$$X''', Y''' = \frac{F'''_{x,y} - w''' X, Y - 3[w'' X', Y' + w' X'' Y'']}{w}.$$

Перший сегмент, $u \in (0, 0,5)$.

$$F''_x(u) = -4435,2, F''_y(u) = 23619,552, W'''(u) = 48u.$$

Другий сегмент, $u \in (0,5, 1)$.

$$F''_x(u) = -10195,2, F''_y(u) = -23619,552, W'''(u) = -48u.$$

Судячи з характеру кривих $X''(u), Y''(u)$ третя похідна координати Y матиме розрив у вузлі $u = 0,5$.

Обчислення $X'''(0,5)$ и $Y'''(0,5)$ дають такі результати.

У точці $u = 0,5$, що належить першому сегменту кривої,

$$\underline{X}'''(0,5) = -3657,6, \underline{Y}'''(0,5) = 10849,776$$

У точці $u = 0,5$, що належить другому сегменту кривої

$$X'''(0,5) = -3657,6, Y'''(0,5) = -10849,776.$$

Таким чином, крива $Y'''(u)$ дійсно має розрив в точці $u = 0,5$, що і підтверджує графік на рис. 2.16.

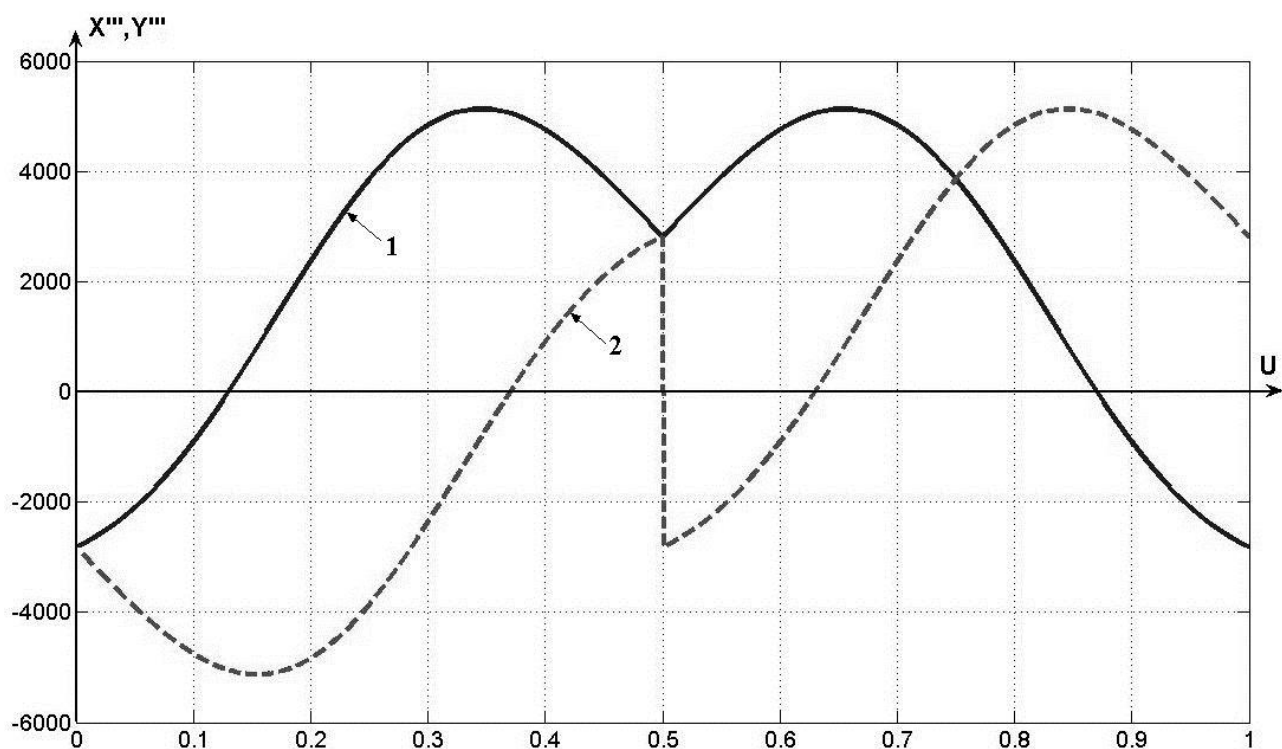


Рис. 2.16. Графік третіх похідних $X'''(u)$ – (1), $Y'''(u)$ – (2)

Слід зазначити, що для NURBS сплайнів також як і B-сплайнів існує необхідність додаткових заходів щодо стабілізації контурної швидкості, оскільки при NURBS інтерполяції з постійним кроком стабільність контурній швидкості не відповідає сучасним вимогам ВШО (1.7).

Таблиця 2.2

Результати розрахунків похідних для кривої, поданої на рис. 2.12

u	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1.0
F_x	0	-2,61	12,5184	40,953	78,259	120	160,781	191,366	201,562	181,171	120
F_y	0	91,7855	122,0584	114,439	92,546	80	92,546	114,439	122,0584	91,7855	0
W	1	1,488	1,784	1,936	1,992	2	1,992	1,936	1,784	1,488	1
X	0	-1,7548	7,0168	21,153	39,285	59,997	80,7132	98,8462	112,9829	121,7548	120
Y	0	61,6837	68,4185	59,111	46,459	40	46,459	59,1111	68,41852	61,6837	0
F_x'	-129,6	69,984	225,216	336,096	402,624	424,8	373,824	220,896	-33,984	-390,816	-849,6
F_y'	1304,148	570,927	73,902	-186,927	-211,56	0	211,56	186,927	-73,902	-570,927	-1304,148
W'	6	3,84	2,16	0,96	0,24	0	-0,24	-0,96	-2,16	-3,84	-6
F_x''	2217,6	1774,08	1330,6	887,94	443,04	0	-1019,5	-2039,04	-3058,6	-4078,4	-5097,6
F_y''	-8513,184	-6151,2	-3789,3	-1427,3	934,6	0	934,6	-1427,3	-3789,3	-6151,2	-8513,184
W''	-24	-19,7	-14,4	-9,6	-4,8	0	-4,8	-9,6	-14,4	-19,7	-24
X'	-129,6	51,5601	117,7437	163,108	197,377	212,385	197,387	163,1138	117,7461	51,560	-129,599
X''	3772,8	903,4816	517,3217	401,275	269,705	0	-269,754	-401,3104	-517,3440	-903,494	-3772,79
X'''	-81677,04	-7923,018	-1702,895	-986,022	-1843,921	-3657,66	-1843,781	-985,8851	-1702,787	-7922,927	-81676,79
Y'	1304,148	224,5037	-41,4135	-125,864	-111,803	0	111,803	125,8646	41,4135	-224,503	-1304,148
Y''	-24162,96	-4496,699	-1471,491	-319,313	608,085	1648,296	608,085	-319,313	-1471,491	-4496,699	-24162,96
Y'''	552451,48	57387,18	15740,84	9337,26	9709,70	10849,77	-9709,70	-9337,26	-15740,84	-57387,18	-552451,4

2.5 ВИСНОВКИ ЗА РОЗДІЛОМ

Підводячи підсумки дослідження, проведеного в другому розділі, можна зробити такі висновки.

1. Розроблено математичну модель еліптичного інтерполятора, що дозволяє отримати точність в одну дискрету, незалежно від радіуса дуги і заданої швидкості інтерполяції. Отримано аналітичні залежності виразів координат інтерполяційної траєкторії. Показано, що поєднання функцій основного обчислення координат з їхньою корекцією по методу оціночної функції забезпечує отримання високої точності і високу стабільність контурної швидкості при великих подачах.

2. Розроблено математичну модель кубічної В-сплайн інтерполяції. Розглянуто загальний і окремий методи В-сплайн інтерполяції. Показано, що застосування окремого методу може забезпечити кращу стабільність контурної швидкості в межах $\pm 10\%$ при русі вздовж всієї сплайн-кривої, однак це не забезпечує достатню стабільність контурної швидкості для сучасних вимог ВШО.

3. Вперше запропоновано математичну модель аналітичного уявлення кожного сегмента NURBS-кривої у вигляді відношення поліномів з відомими коефіцієнтами, що значно спрощує і прискорює виконання інтерполяційних розрахунків і розрахунків з підтримки інтерполяції в реальному режимі часу в процесі формоутворення.

4. Запропоновано алгоритм загального методу NURBS-інтерполяції точково-заданих кривих, при обраних вагових коефіцієнтах, з врахуванням сегментів NURBS-кривої в аналітичному вигляді, що дозволяє отримати аналітичні вирази для похідних від координат переміщень. Такий підхід значно спрощує інтерполяційні та інші розрахунки в процесі моделювання формоутворення складнопрофільних об'єктів при забезпеченні необхідної точності і дотриманні обмежень за окремими параметрами.

РОЗДІЛ 3

МОДЕЛЮВАННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕСУ ФОРМОУТВОРЕННЯ

В даному розділі наведено результати моделювання швидкості при русі по сплайну і метод визначення його довжини. Також наведено результати дослідження моделей опису швидкості (лінійної і експонентної), і запропоновано S-образний закон з простим алгоритмом знаходження всіх основних його характеристик при виконанні інтерполяційних розрахунків. Виконано перевірку наведених моделей на тестових прикладах. Подано загальну модель опису швидкості подач і планування швидкісного режиму з урахуванням обмежень щодо прискорення. Результати даного розділу опубліковані в роботах [3, 4, 8, 10, 15, 18, 19].

3.1 ОБЧИСЛЕННЯ ДОВЖИНИ СПЛАЙН-КРИВОЇ І ОПИС ШВИДКОСТІ РУХУ ПО СПЛАЙНУ

Одним із завдань, вирішення якого є обов'язковим при моделюванні процесу формоутворення сплайн-інтерполяції, є визначення довжини сплайн-кривої. Знання довжини кривої необхідно, по-перше, для точного виходу в кінцеву точку сплайна, і, по-друге, для визначення точки початку гальмування при необхідності переходу на більш низьку швидкість.

Формат завдання сплайн-кривої не містить відомостей про довжину сплайна. Певне уявлення про довжину сплайн-кривої можна отримати, якщо обчислити суму довжин хорд, що з'єднують точки контрольного полігону.

Довжина ламаної лінії, що з'єднує точки $\{\vec{Q}_k\}$, обчислюється за формулою

$$L = \sum_{k=1}^m \left| \vec{Q}_k - \vec{Q}_{k-1} \right| < l_{SP},$$

де l_{SP} — довжина сплайн-кривої.

Однак оцінка довжини сплайна по контрольному полігону дає неточне значення, що не дозволяє виконати динамічні розрахунки для реалізації заданої подачі.

Для точного розрахунку довжини сплайна скористаємося формулою Сімпсона. У загальному випадку довжина (і-го) сегмента параметрично заданої кривої визначається інтегралом

$$l_i = \int_{u_i}^{u_{i+1}} \left\{ \sqrt{\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz}{du}\right)^2} \right\} du. \quad (3.1)$$

Інтеграл (2.10) не береться в елементарних функціях, і для його обчислення використовуємо формулу Сімпсона (парабол):

$$l = \int_{x_0}^{x_n} y dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n), \quad (3.2)$$

де

$$h = \frac{x_n - x_0}{n} \text{ - крок обчислень;}$$

$y_0, \dots, y_n$ – значення підінтегральної функції в точках $x_0, \dots, x_n$;

n – число інтервалів розбиття проміжку $(x_n - x_0)$, має бути парним.

У виразі (3.2) введемо позначення

$$\sqrt{\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz}{du}\right)^2} = dl(u), \quad (3.3)$$

Тоді формула (3.2) з урахуванням (3.3) приймає такий вигляд:

$$l_i = \int_{u_i}^{u_{i+1}} dl(u) du = \frac{u_{i+1} - u_i}{3 \cdot 2^k} (dl(u_0) + 4dl(u_1) + 2dl(u_2) + \dots + 2dl(u_{n-2}) + 4dl(u_{n-1}) + dl(u_n)),$$

$$n=2^k, k=1, 2, \dots \quad (3.4)$$

Основні труднощі при застосуванні формули (3.4) пов'язані з обчисленнями величин $dl(u_j)$.

Для спрощення обчислень похідних NURBS-сплайна в роботі [11] пропонується представити його в інтервалі шуканої довжини у вигляді

многочлена Ерміта 3 або 5 ступеня, і вже для нього застосовувати формулу (3.4). При цьому оцінка точності результату виконується згідно нерівності

$$(l_{2n} - l_n) < \varepsilon, \quad (3.5)$$

де

l_n – довжина, розрахована в попередній ітерації;

l_{2n} – довжина, розрахована в поточній ітерації;

ε – задане значення точності розрахунку.

Використовуючи методику, описану в [85], представимо кожен сегмент В-сплайн кривої у вигляді многочлена ступеня p . Зокрема, для кубічного В-сплайна вирази для координат будуть мати вигляд

$$X, Y, Z(U) = A_{X,Y,Z} u^3 + B_{X,Y,Z} u^2 + C_{X,Y,Z} u + D_{X,Y,Z}, \quad u \in (u_i, u_{i+1}). \quad (3.6)$$

За виразом (3.6) при відомих значеннях u_j достатньо просто виконується обчислення похідних $X'(u)$, $Y'(u)$, $Z'(u)$, а по ним - і значення $dl(u_j)$. Далі для розрахунку l за формулою (3.4) може бути використана одна з двох розрахункових схем.

1. Величина l розраховується для всієї В-сплайн кривої. В цьому випадку для 1 ітерації береться інтервал $(0, 1)$, який ділиться навпіл, і величина l розраховується за формулою

$$\begin{aligned} l_1 &= \frac{1}{6} (dl_0 + 4dl_1 + dl_2) \quad ; \\ dl_0 &= \sqrt{X'^2(0) + Y'^2(0) + Z'^2(0)} \quad ; \\ dl_1 &= \sqrt{X'^2(0,5) + Y'^2(0,5) + Z'^2(0,5)} \quad ; \\ dl_2 &= \sqrt{X'^2(1) + Y'^2(1) + Z'^2(1)} \quad . \end{aligned}$$

Далі кожен з субінтервалів ділиться навпіл, додатково розраховуються значення $dl(0,25)$ і $dl(0,75)$, і по (3.4) обчислюється l і т.д. При цьому треба стежити, в який з вузлових інтервалів потрапляють розрахункові точки, і використовувати відповідні цьому вузловому інтервалу коефіцієнти у виразах для координат X , Y , Z . При використанні цієї схеми незалежно від виду В-

сплайн кривої і вузлового вектора кроки обчислень завжди одні й ті ж: 0,5, 0,25, 0,125, 0,0625 і т.д. У цьому випадку значення коефіцієнтів A , B , C , D в виразах (3.6) для координат залишаються незмінними при розрахунку l_i в межах межузлового інтервалу.

2. Величина l розраховується для кожного i -го сегмента кривої (тобто в межах кожного вузлового інтервалу), а потім довжини сегментів

підсумовуються $l = \sum_{i=1}^{m+1} l_i$, де m – число внутрішніх вузлів вузлового вектора.

Оцінка точності в обох випадках виконується перевіркою нерівності (3.5). Практично розрахунок ведеться до отримання однакових значень l_n и l_{2n} , виражених в цілих дискретах.

Наведемо кілька прикладів, які демонструють застосування викладених положень.

Приклад 1. В-сплайн (рис. 3.1) заданий наступними даними: $p=3$, $U = (0,0,0,0, 0,5, 1,1,1,1)$.

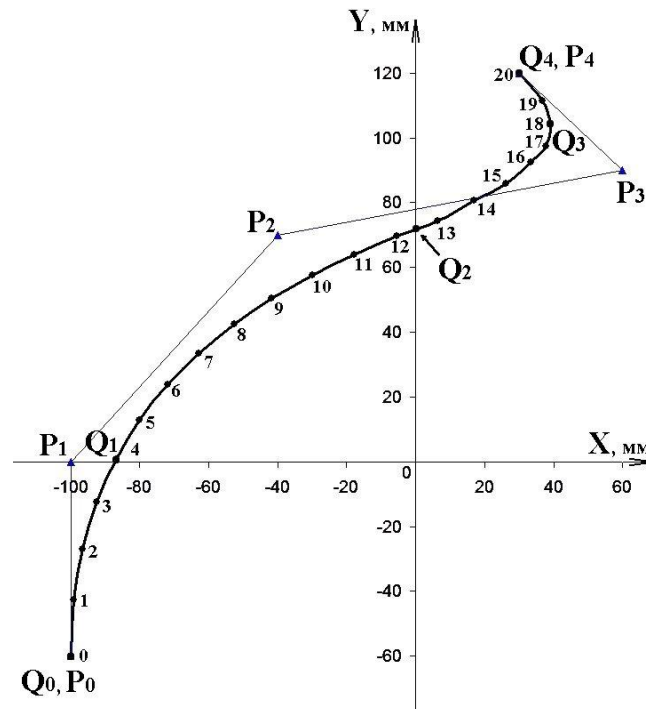


Рис. 3.1. В-сплайн крива з прикладу 1

$$\{\vec{P}_i\} = \{(-100, -60), (-100, 0), (-40, 70), (60, 90), (30, 120)\}.$$

Подання В-сплайна у вигляді полінома дає такі вирази:

$$X(u) = \begin{cases} -160u^3 + 360u^2 - 100 & , u \in (0, 0,5) \\ -720u^3 + 1200u^2 - 420u - 30 & , u \in (0,5, 1) \end{cases}$$

$$Y(u) = \begin{cases} 100u^3 - 300u^2 + 360u - 60 & , u \in (0, 0,5) \\ 260u^3 - 540u^2 + 480u - 80 & , u \in (0,5, 1) \end{cases}$$

Результати обчислення довжини кривої за формулою Сімпсона наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Результати ітерацій розрахунку довжини кривої рис. 3.1

n	h	l мм
2	0,5	286,002
4	0,25	254,16
8	0,125	248,737
16	0,0625	249,477
32	0,03125	249,462
64	0,015625	249,463

Пряма інтерполяція з кроком $h=0,015625$ дає значення $l=249,438$ мм.

Приклад 2. В-сплайн (рис. 3.2) заданий наступними даними: $p=3$, $U=(0,0,0,0, 0,5, 1,1,1,1)$.

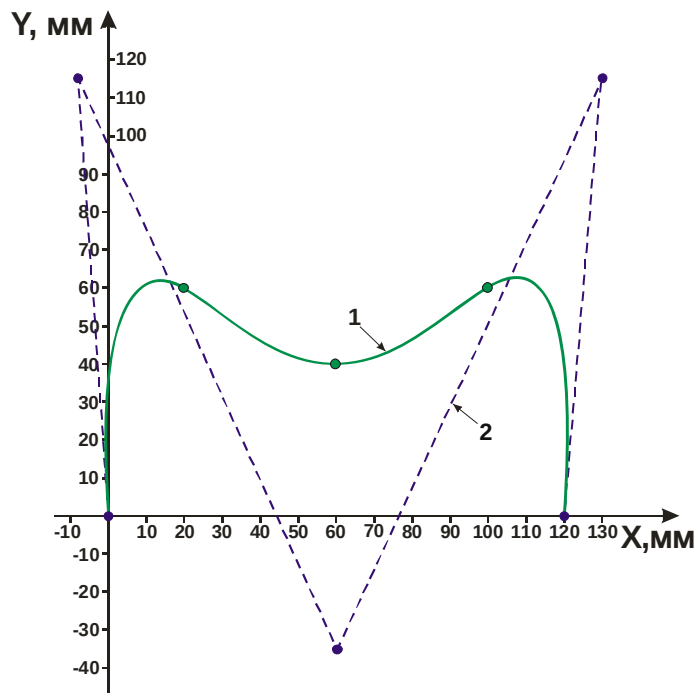


Рис. 3.2. В-сплайн крива з прикладу 2: 1 – В-сплайн крива;
2 – контрольний полігон

$$\{\vec{P}_i\} = \{(0, 0), (-9,5, 115,8), (60, -35,8), (129,5, 115,8), (120, 0)\}.$$

Вирази для координат:

$$X(u) = -354 u^3 + 531 u^2 - 57 u, u \in (0, 1)$$

$$Y(u) = \begin{cases} 2139,2 u^3 - 2299,2 u^2 + 694,8 u & , u \in (0, 0,5) \\ -2139,2 u^3 + 4118,4 u^2 - 2514 u + 534,8 & , u \in (0,5, 1). \end{cases}$$

Результати обчислення довжини кривої за формулою Сімпсона наведені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2

Результати ітерацій розрахунку довжини кривої рис. 3.2

n	h	l мм
2	0,5	371,378
4	0,25	252,226
8	0,125	253,049
16	0,0625	252,185
32	0,03125	252,584
64	0,015625	252,584

Інтерполяція з кроком $h=0,015625$ дає значення $l=252,561$ мм.

Приклад 3. Кубічний В-сплайн заданий вузловим вектором, що містить 23 внутрішніх вузла, і 26-ю контрольними точками. Вузловий вектор $U = (0,0,0,0, 0,0136, 0,0373, 0,0613, 0,0859, 0,1186, 0,2099, 0,3066, 0,3771, 0,4187, 0,4395, 0,4677, 0,5036, 0,5429, 0,5817, 0,6473, 0,7430, 0,7941, 0,8403, 0,8914, 0,9333, 0,9610, 0,9775, 0,9860, 1, 1, 1, 1)$ і точки контрольного полігону вказані на рис. 3.3. Опускаючи вираження координат, наведемо результати розрахунку довжини сплайн-кривої за формулою Сімпсона при $n=131072$, $l=2544444d$, при $n=262144$, $l=2544441d$ (d – дискрета), пряма інтерполяція з кроком $1/262144$ $l=2544450d$.

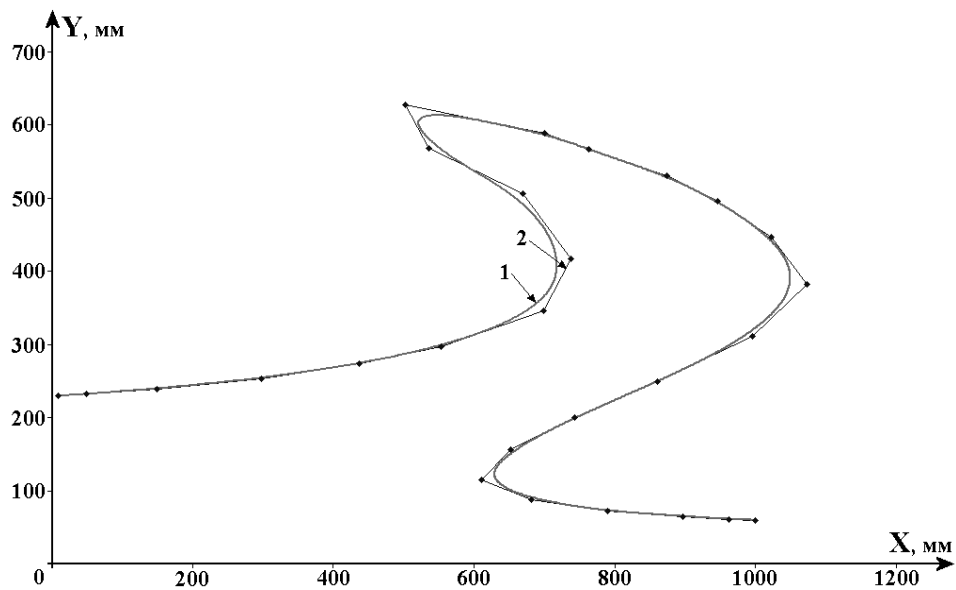


Рис. 3.3. В-сплайн крива з прикладу 3:

1 – В-сплайн крива; 2 – контрольний полігон

Також хочеться відзначити, що в результаті виконання дослідження було виявлено, що 2-й метод розрахунку довжини займає значно менше часу, ніж перший. У порівняльній таблиці 3.3 наведені дані, отримані при розрахунку довжини шляху кривої з прикладу 3 двома методами.

Таблиця 3.3

Результати ітерацій розрахунку довжини кривої рис. 3.3

Перший метод розрахунку довжини			
ϵ, d	сумарне число субінтервалів	час розрахунку, сек.	$L, \text{мм}$
10	524288	1,5665	2544,44433
1	8388562	11,4638	2544,44964
Другий метод розрахунку довжини			
ϵ, d	сумарне число субінтервалів	час розрахунку, сек.	$L, \text{мм}$
10	382	0,00056	2544,95303
1	538	0,00084	2544,45062

Причиною такої великої різниці в часі розрахунку є такі особливості представлених методів:

1. Другий метод веде ітераційний розрахунок по ділянках, і, отже, на вузловому інтервалі з найменшою кривизною або з різкою її зміною, розбиття на субінтервали ведеться до тих пір, доки не задовільниться умова (3.5) для даного інтервалу. Але при цьому інші вузлові інтервали не будуть зачіпатися. В той же час для першого методу ми будемо збільшувати кількість субінтервалів на всій кривій до тих пір, поки умова (3.5) не буде задовільнятися (рис. 3.4). Таким чином, для досягнення тієї ж точності розрахунку за допомогою першого методу необхідна більша кількість субінтервалів, ніж для другого методу, що не може не відбиватися на часі розрахунку.

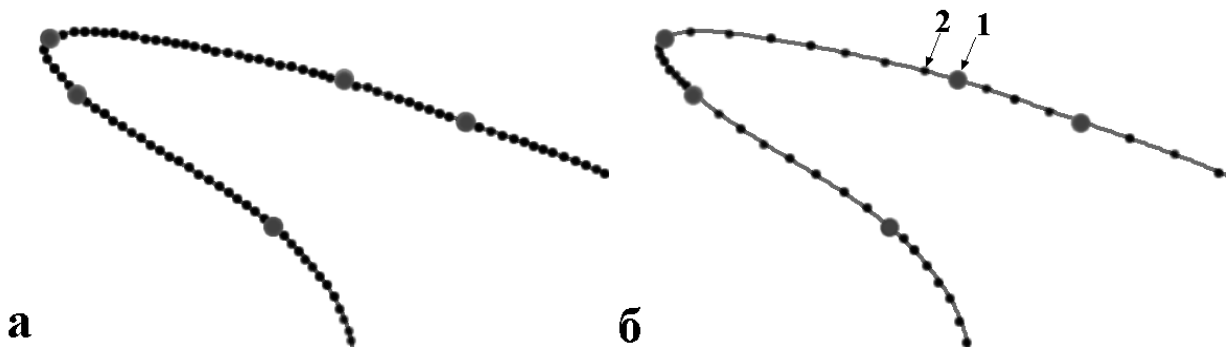


Рис. 3.4. Розбиття сплайнів на субінтервали при обчисленні довжини:
а - для першого розрахункового методу; б - для другого розрахункового методу;
1 - вузли сплайна; 2 - кордони субінтервалів.

2. Другий метод працює в межах одної вузлової ділянки, а потім підсумовує довжини ділянок. Отже, другий метод працює тільки з однією функцією всередині вузлового інтервалу, тоді як перший метод працює зі всією кривою і має справу зі стиками функцій. Внаслідок "жорсткого" розбиття на субінтервали, обов'язково будуть випадки, коли в один субінтервал потраплять 2 функції з різних вузлових інтервалів (рис. 3.5). При цьому розрахунок буде виконуватися тільки для однієї з двох функцій на цьому субінтервалі, що викличе додаткові похибки. Ці похибки будуть зменшуватися зі зменшенням довжини субінтервала. Отже, можна сказати, що чим більше буде вузлів в

вузловому векторі сплайна, тим більше ітерацій доведеться виконати за першим методом для досягнення необхідної точності розрахунку.

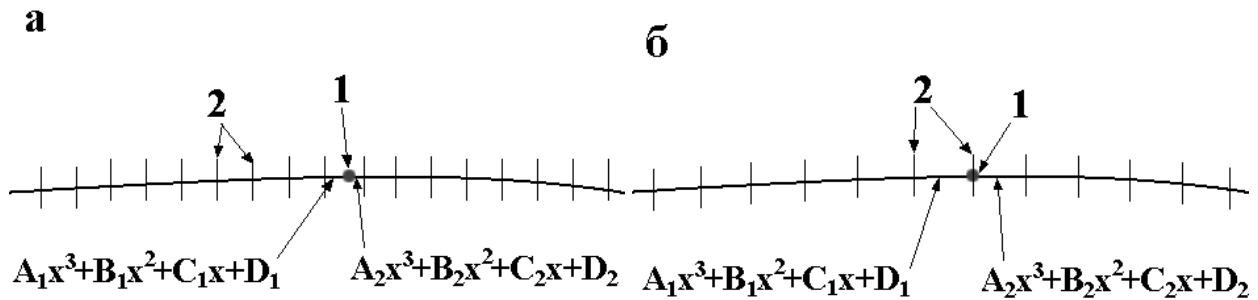


Рис. 3.5. Розподіл субінтервалів в районі вузлів сплайна:

а - для першого розрахункового методу; б - для другого розрахункового методу;
1 - вузли сплайна; 2 – межі субінтервалів.

При формоутворенні складнопрофільних об'єктів на фінішних етапах обробки дуже важливо забезпечити сталість контурної швидкості руху робочих органів обладнання. При моделюванні такого процесу формоутворення складнопрофільних об'єктів раціонально використовувати В-сплайн інтерполяцію. При цьому задаються вирази для координатних складових $X(U)$, $Y(U)$ і швидкість переміщення по контуру V . Призначається крок інтерполяції $H_z = VT_u$, де T_u – час циклу контролера ЧПУ, тобто тривалість такту управління, с.

Оскільки величини $X(U)$ і $Y(U)$ визначаються через параметр, то відповідно до заданого значення обчислюється величина кроку по параметру ΔU . Рівномірний крок $\Delta U = H/l$, як було показано в попередньому параграфі, призводить до великої коливальності контурної швидкості. Для стабілізації контурної швидкості потрібно попереднє визначення величини кроку по параметру. Осьові складові контурної швидкості

$$V_x = \frac{dX(U)}{dt} = \frac{dX(U)}{dU} \frac{dU}{dt} = X' \cdot \frac{dU}{dt},$$

$$V_y = \frac{dY(U)}{dt} = \frac{dY(U)}{dU} \frac{dU}{dt} = Y' \cdot \frac{dU}{dt}.$$

Звідси маємо:

$$dX(U) = X' dU ,$$

$$dY(U) = Y' dU .$$

Переходячи до приросту координат за цикл управління, отримаємо

$$\Delta X(U) = X' \Delta U ,$$

$$\Delta Y(U) = Y' \Delta U .$$

Тоді приріст по контуру за цикл управління

$$\Delta l = \sqrt{\Delta X(U)^2 + \Delta Y(U)^2} = \Delta U \sqrt{X'^2(U) + Y'^2(U)} .$$

Якщо вибрати

$$\Delta U = \frac{H}{\sqrt{X'^2(U) + Y'^2(U)}} , \quad (3.7)$$

то отримаємо $\Delta l = H$, тобто стабілізація швидкості буде досягнута, оскільки на кожному такті управління переміщення по контуру $\Delta l = H$. Результати обчислень будуть тим точніше, чим менше величина кроку ΔU (а наприкінці – і H). При великих значеннях H , внаслідок можливих значних розбіжностей на початку і кінці кроку, значення Δl може відрізнятися від H . Тому загальна процедура стабілізації швидкості повинна включати можливість коригування подібних випадків.

Виходячи з викладеного, алгоритм стабілізації контурної швидкості включає наступні операції:

1. На початку кожного циклу управління для поточного значення параметра U_i обчислюються значення $X'(U_i), Y'(U_i)$ і величина ΔU за формулою (3.7).

2. За виразами для $X(U_i), Y(U_i)$ обчислюються значення

$$X(U_{i+1}) = X(U_i + \Delta U) ,$$

$$Y(U_{i+1}) = Y(U_i + \Delta U) .$$

3. Визначаються збільшення по осях:

$$\Delta X = X(U_{i+1}) - X(U_i) ,$$

$$\Delta Y = Y(U_{i+1}) - Y(U_i) .$$

4. Обчислюється переміщення по контуру:

$$\Delta l = \sqrt{\Delta X_i^2 + \Delta Y_i^2}.$$

5. Визначається різниця:

$$\Delta H = \Delta l_i - H.$$

6. Якщо $\Delta H \leq \Delta H_{\text{доп}}$, ($\Delta H_{\text{доп}}$ – допустиме відхилення від H_3 , яке задається заздалегідь), то значення ΔX_i , $X(U_{i+1})$, ΔY_i , $Y(U_{i+1})$ зберігаються для передачі на приводи подач і подальших обчислень.

В іншому випадку виконується корекція кроку ΔU , для чого обчислюються $X'(U_{i+1})$, $Y'(U_{i+1})$, $\delta U = \frac{\delta H}{\sqrt{X'^2(U_{i+1}) + Y'^2(U_{i+1})}}$, коригується крок

$\Delta U_{\text{к}} = \Delta U + \delta U$ і відбувається повернення до п. 2 до виконання нерівності п. 6.

Точність обчислення контурної швидкості і вимоги до її стабільності, за літературними даними, в сучасних ЧПУ системах дуже значні, як було зазначено в (1.7). Тому слід очікувати, що, незважаючи на близькість точок U_{i+1} і $U_{i+1}^{\text{СК}}$, буде потрібно більше одного циклу корекції.

Для кривої, поданої на рис. 3.3, був проведений експеримент щодо стабілізації контурної швидкості за допомогою корекції кроку інтерполяції по параметру. Величина кроку для даних експериментів була обрана $\Delta U = 0.01$. Всього розглянуто три розрахункових випадки:

- інтерполяція з постійним кроком по параметру;
- інтерполяція з однією ітерацією корекції кроку по параметру;
- інтерполяція з двома ітераціями корекції кроку по параметру.

Результати розрахунків подано на рис. 3.6, рис. 3.7, рис. 3.8.

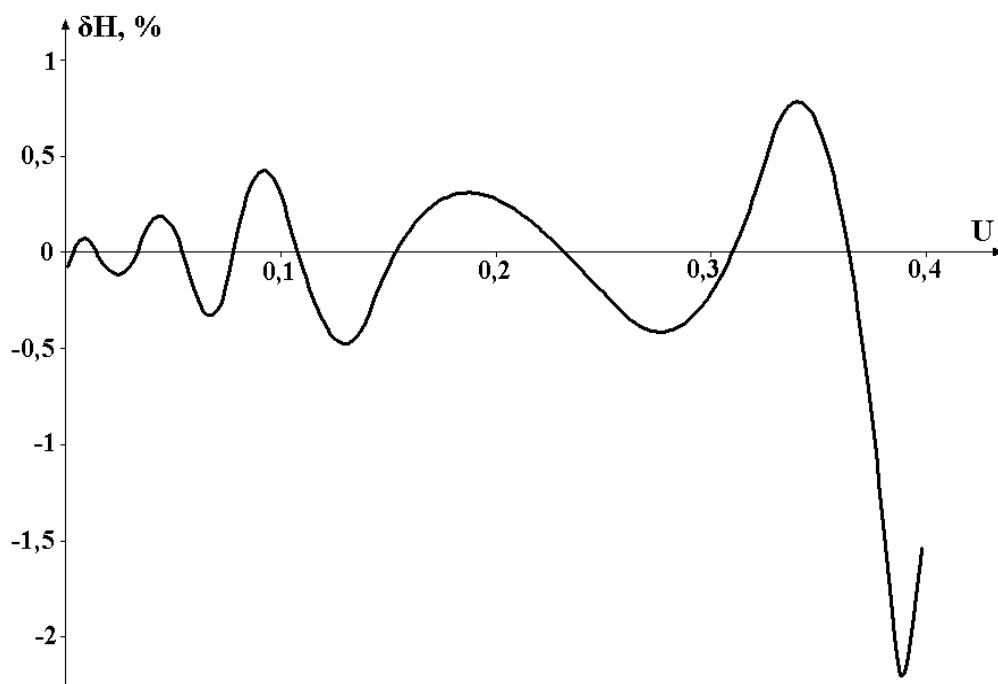


Рис. 3.6. Коливання контурної швидкості при інтерполяції з постійним значенням кроку по параметру

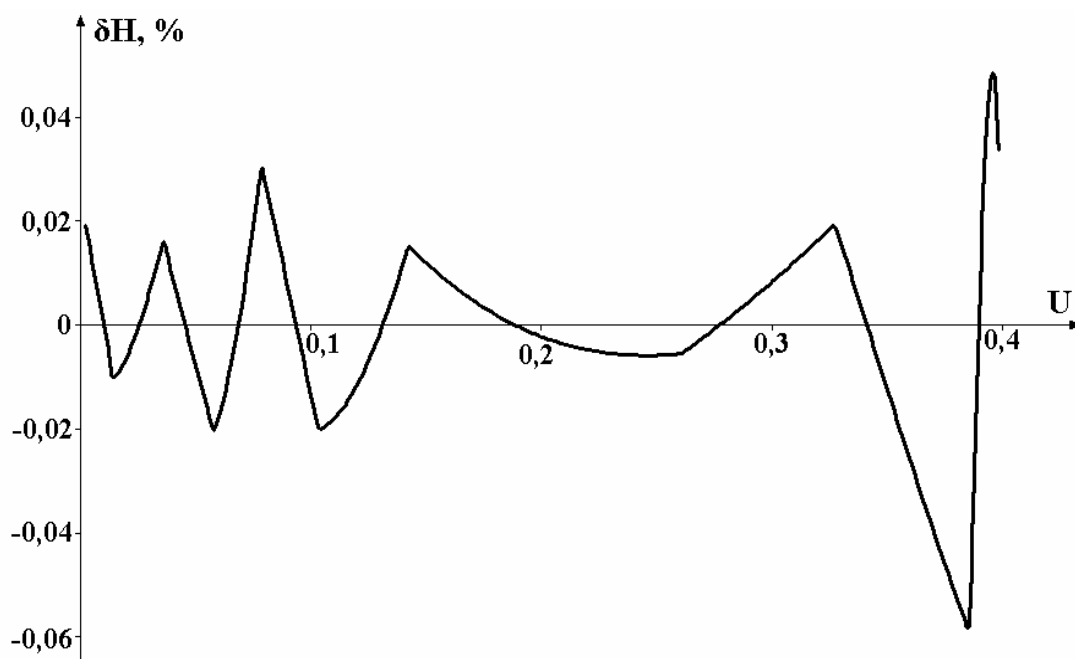


Рис. 3.7. Коливання контурної швидкості при інтерполяції з однією корекцією кроку по параметру

Як бачимо з рис. 3.7, однієї ітерації корекції кроку по параметру не завжди достатньо для задоволення вимоги щодо стабілізації контурної

швидкості. Тому слід виконувати декілька ітерацій корекції кроку по параметру.

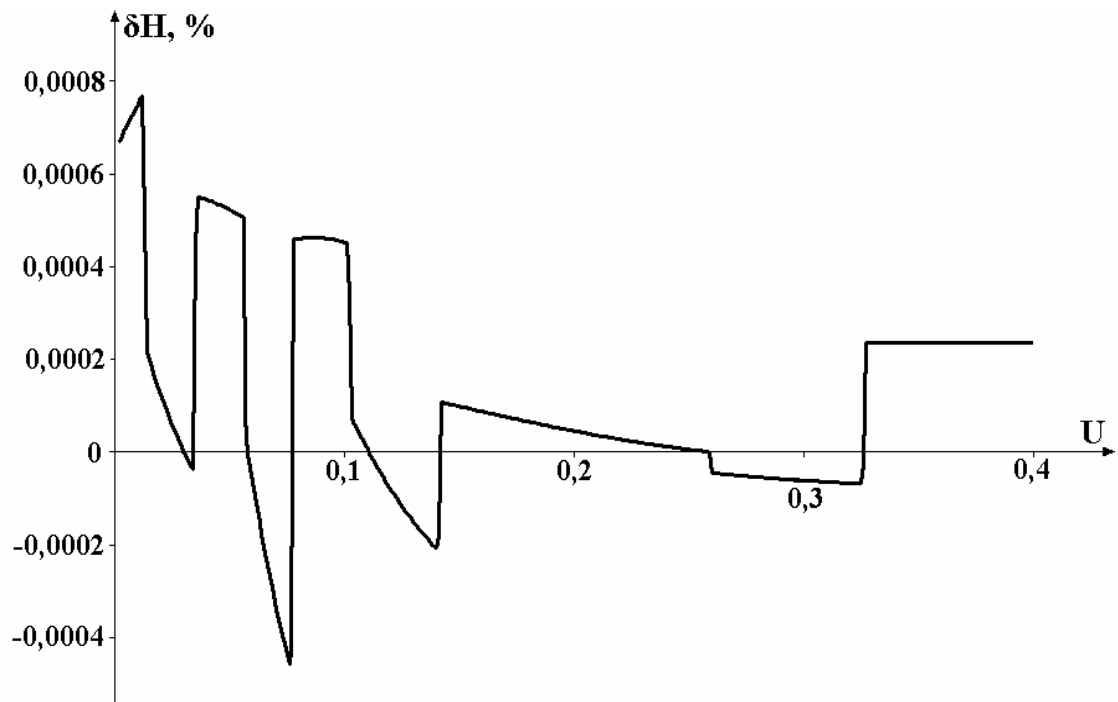


Рис. 3.8. Коливання контурної швидкості при інтерполяції з двома ітераціями корекції кроку по параметру

Як видно з графіків, запропонований метод корекції шагу інтерполяції достатньо просто забезпечує стабільність контурної швидкості, що відповідає умовам постановки завдання.

3.2 МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗМІНИ ШВИДКОСТІ ОРГАНІВ ФОРМОУТВОРЕННЯ В РЕЖИМАХ РОЗГОНУ І ГАЛЬМУВАННЯ

Обмеження розмірів будь-якої деталі своїми габаритами і суттєве збільшення подач не дозволяють організувати процес формоутворення виключно із заданою, постійною швидкістю. Обов'язково виникають ділянки розгону і гальмування.

Для вирішення цієї проблеми може виявитися корисним використання S-образних законів розгону-гальмування [41, 42]. Постановка завдання формоутворення при цьому має на увазі наявність математичної моделі, що

забезпечує простоту знаходження всіх основних характеристик такого руху при виконанні інтерполяційних розрахунків.

Реалізація такого підходу вимагає забезпечення однакових величин часу та шляху розгону-гальмування при використанні як лінійного, так і S-образного законів. Ця вимога здійснима за умови, що S-образна крива повинна бути симетричною відносно прямої, що з'єднує початкову та кінцеву точки графіка зміни швидкості (рис. 3.9). Реалізація описаного вище правила при відомих значеннях максимальної швидкості, часу переходу від нульової швидкості до максимальної, початковому і допустимому прискоренні приводу дозволяє розраховувати заздалегідь ділянки нелінійної зміни швидкості і сформувати таблицю потактових переходів. В такому випадку наочно демонструється значне спрощення алгоритму формування швидкості і скорочується обсяг обчислень при роботі по керуючій програмі в реальному режимі часу, що гарантує отримання задовільного вирішення поставленого завдання. Завдяки цьому виключаються динамічні удари на початку і кінці ділянок зміни швидкості і досить добре використовуються динамічні властивості приводів подач. Розрахунковий час програмної реалізації запропонованого алгоритму мінімізовано, що дозволяє підвищити частоту управління в системі до 1500 - 2000 Гц без збільшення обчислювальних потужностей контролера.

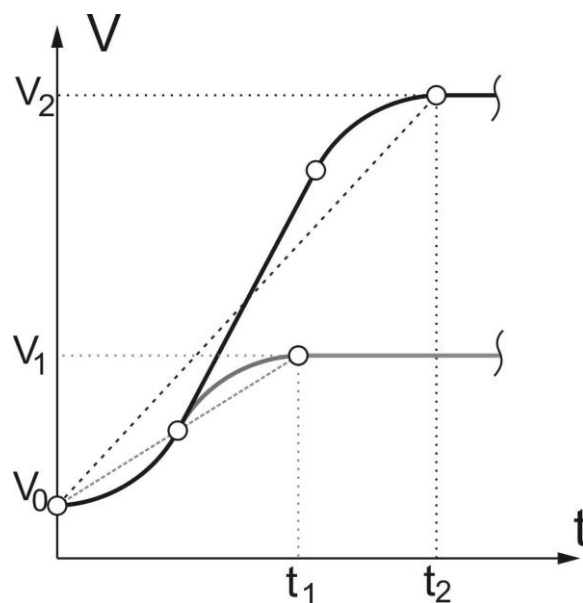


Рис. 3.9. Графіки розгону за S-образним законом

Для спрощення процедур розрахунку зміни швидкості в режимах розгону/гальмування був використаний принцип побудови симетричних S-образних кривих, який полягає в симетричному розташуванні цієї кривої відносно прямої, що з'єднує її початок і кінець (рис. 3.10). Такий підхід дозволяє значно скоротити час виконання розрахунків при високошвидкісній обробці заготовки в режимі реального часу.

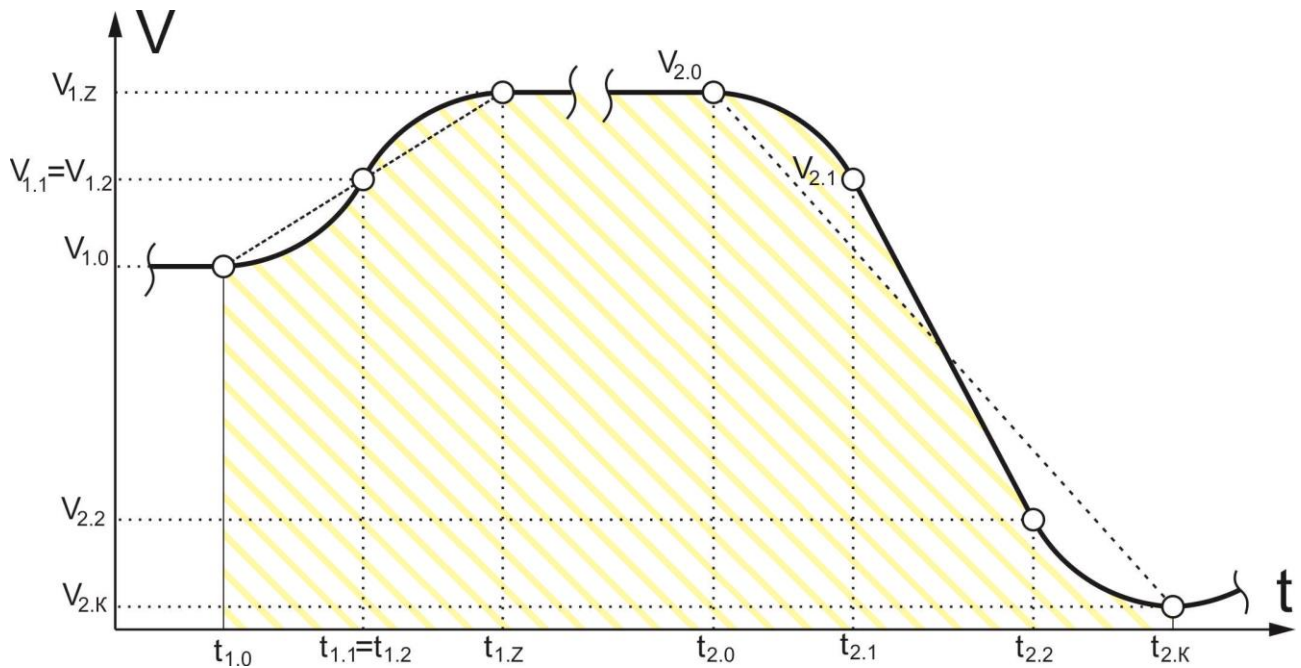


Рис. 3.10. S-образний закон зміни швидкості при розгоні і гальмуванні

Залежно від значення прискорення, формування зміни швидкості відбувається, як правило, на трьох ділянках. Зміна швидкості відбувається на першій ділянці (перший режим на рис. 3.10 – режим розгону, другий – гальмування) з ростом значення від мінімального a_0 до максимально допустимого робочого значення a_p прискорення. На другій ділянці відбувається зміна швидкості з прискоренням a_p , постійним за своїм значенням. На третій ділянці – зміни прискорення, коли його величина змінюється від a_p до a_k .

Таким чином, в початковому режимі і при закінченні процесу розгону / гальмування прискорення мінімальні. Це сприяє зменшенню діючих перевантажень і забезпечує зростання стійкості керованості двигунами. Крім

того, така модель зміни швидкості покращує динаміку процесу, оскільки відсутні вібрації і коливання робочих органів, виключаються ударні навантаження, плавно змінюються напруження в системі верстат-пристосування-інструмент-деталь. Вихід на задану постійну швидкість відбувається з максимально можливим прискоренням, час же всього процесу розгону / гальмування при цьому є мінімальним.

Моделювання нелінійних ділянок $V(t)$ можливо реалізувати з використанням різноманітних функціональних залежностей для початкової і кінцевої ділянок, як для варіанту з трьома ділянками, так і для варіантів з двома ділянками.

Для забезпечення дії досить простих і зрозумілих правил має сенс прийняти умову однаковості законів формування нелінійних ділянок. Тоді зміна швидкості при трьох ділянках описується співвідношенням

$$V_1 - V_0 = V_K - V_2 ,$$

а при двох ділянках повинна бути справедливою наступна залежність:

$$V_1 - V_0 = V_K - V_1 .$$

Кінцеве прискорення a_K в кінці другої нелінійної ділянки дорівнює початковому прискоренню a_0 на початку першої ділянки.

Прийняття таких простих правил дозволяє внести певну однозначність при моделюванні закону зміни швидкості, що, в свою чергу, дає можливість спростити процедури з управління швидкістю на виробничому обладнанні. У даній роботі пропонується до розгляду 3 закони зміни швидкості: кубічний, квадратичний та експонентний.

Крива зміни швидкості має 3 ділянки (див. рис. 3.15), де застосовані такі співвідношення:

- кубічний закон:

$$V(t) = V_0 + a_0 t \pm b_1 t^3, 0 \leq t \leq t_1,$$

- квадратичний закон:

$$V(t) = V_0 + a_0 t \pm c_1 t^2, \quad 0 \leq t \leq t_1,$$

- експонентний закон:

$$V(t) = V_0 + \frac{a_0}{\alpha_1} \cdot (e^{\alpha_1 t} - 1), \quad 0 \leq t \leq t_1.$$

В цьому і наведених далі співвідношеннях верхній знак ($\pm$) позначає режим розгону, а нижній відноситься до режиму гальмування; a_0 – береться зі знаками; b_1, c_1, α_1 – константи, що підлягають визначенню.

На ділянці 2 для всіх законів

$$V(t) = V_1 + a_1(t - t_1), \quad t_1 \leq t \leq t_2.$$

V_1, a_1 – швидкість і прискорення, що досягаються в кінці ділянки 1, тобто в момент часу t_1 , a_1 береться зі знаком.

На ділянці 3:

- поліном третього ступеня:

$$V(t) = V_k \mp a_1(t_p - t) \mp b_2(t_p - t)^3, \quad t_2 \leq t \leq t_3;$$

- поліном другого ступеня:

$$V(t) = V_2 + a_1(t - t_2) \mp c_2(t - t_2)^2, \quad t_2 \leq t \leq t_3;$$

- експонента:

$$V(t) = V_2 + \frac{a_1}{\alpha_2} (1 - e^{-\alpha_2(t-t_2)}), \quad t_2 \leq t \leq t_3.$$

де V_2 – швидкість в кінці другої ділянки, тобто в момент часу t_2 ;

b_2, c_2, α_2 – константи, що підлягають визначенню.

На рис. 3.11 наведено графік S-образного закону зміни швидкості від $V_0=0$ до $V_{max}=40$ мм/с (2400 мм/хв) для експоненціального (1), кубічного (2) і квадратичного (3) законів при однакових початковому a_0 , максимальному a_p прискореннях і часі розгону t_p ($a_0=3$ мм/с², $a_p=60$ мм/с², $t_p=1$ с).

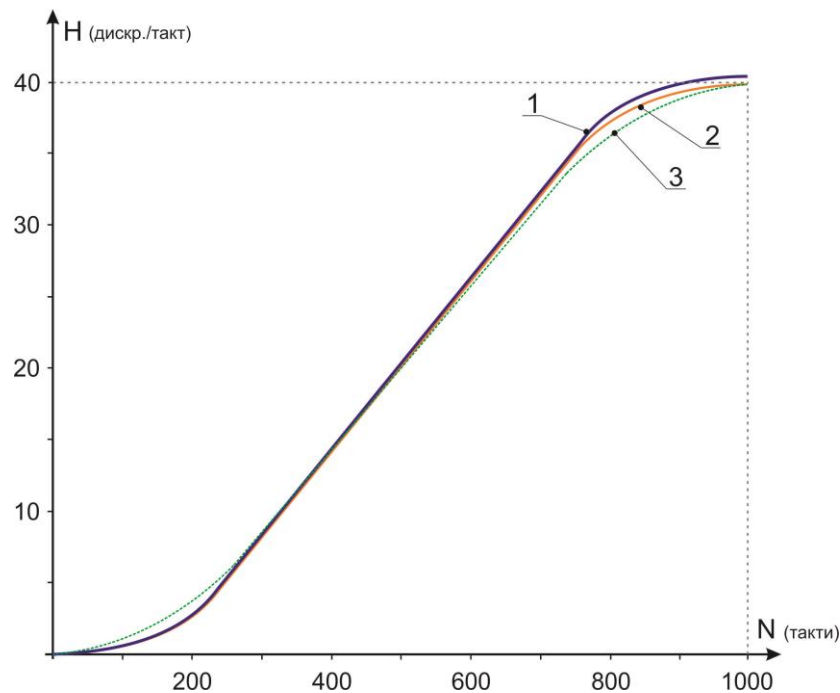


Рис. 3.11. Графік S-образного закону зміни швидкості для експоненціального (1), кубічного (2) і квадратичного (3) законів

Для всіх трьох розглянутих законів протяжність шляху розгону або гальмування збігається з довжиною цього шляху при лінійному законі зміни швидкості. Цей прийом значно спрощує розрахункові процедури при застосуванні будь-яких законів, як і для розглянутих тут експоненціального, кубічного і квадратичного.

У разі прийняття постійними законів зміни швидкості для початкової і кінцевої ділянок, коли значення V_0 і V_k вже визначено, тривалість першої і третьої ділянок залишається без змін, а зміні піддається протяжність прямолінійної ділянки.

Подані на рис. 3.11 результати розрахунків змін швидкості вказують на те, що в жодного з розглянутих законів немає явних переваг перед іншими. Тому вибір можна реалізувати із застосуванням додаткових критеріїв, наприклад, простота або складність реалізації обраної залежності.

При цьому слід врахувати, що прийняті вище попередні умови формування моделі кривої зміни швидкості і використання поняття ΔV_{KP}

дозволяють значно спростити розрахунок тривалості всіх трьох ділянок для різних законів.

Подані вище залежності дозволяють моделювати зміни швидкості при розгоні або гальмуванні робочих органів обладнання, але при цьому кожен раз враховується застосовуваний в обладнанні контролер, його характеристики, прийнята тривалість циклу управління, ціна дискретності і багато інших характеристик обладнання та процедур розрахунку. Слід звернути особливу увагу на ці зауваження при застосуванні досить складних методів інтерполяції (наприклад, сплайн-інтерполяції). Крім того, зміну швидкості може бути задано і оператором, тому необхідно організувати оперативну перевірку коректності такої зміни швидкості внаслідок зміни крутизни оброблюваного контуру [40, 41]. І тим не менше, практика застосування запропонованого підходу дозволяє стверджувати про ефективність запропонованої моделі зміни швидкісного режиму при розгоні / гальмуванні в процесі високошвидкісної обробки, що забезпечує якісну реалізацію процесу формоутворення.

3.3 ВИЗНАЧЕННЯ ШЛЯХУ РОЗГОНУ-ГАЛЬМУВАННЯ І ПРОБЛЕМА ПОГОДЖЕННЯ ШВИДКОСТЕЙ У КАДРАХ КЕРУЮЧОЇ ПРОГРАМИ

При виконанні розгону і/або гальмування за S-образним законом додатково потрібен аналіз – по якій траєкторії (з 3-ма або 2-ма ділянками) буде здійснюватися зміна швидкості $H_k - H_0 > \Delta H_{кр}$, де $\Delta H_{кр}$ – граничне значення перепаду швидкостей, вище якого зміна швидкості відбуватиметься по кривій з трьома ділянками $\Delta H_{кр} = const$. Тоді число тактів і шлях розгону відповідно дорівнюють

$$n_p = 2n_1^* + \frac{H_k - H_0 - \Delta H_{кр}}{a_p T_u^2},$$

де n_1^* - число тактів розгону, по повній нелінійній ділянці 1, ($n_1^* = const$);

a_p – прискорення на лінійній ділянці, d/T c.

$$S_p = 0.5(H_0 + H_k)n_p \quad (\text{дискрет}). \quad (3.8)$$

$H_k - H_0 \leq \Delta H_{кр}$. Розгін виконується по кривій з двома ділянками.

При $H_k - H_0 = \Delta H_{кр}$, $n_p = 2n_1^*$.

При $H_k - H_0 < \Delta H_{кр}$

$$n_p = \frac{2}{T_w} \sqrt[3]{\frac{H_k - H_0}{2bT_u}},$$

де b – параметр S-образного закону ($b = \text{const}$).

Шлях розгону обчислюється за формулою (3.8).

Як і для розглянутих раніше законів управління швидкістю, далі вирішується питання про можливість виконання розгону (при $S_p \leq l_k$) або перепризначення величини H_k (при $S_p > l_k$).

Однак тут є деякі особливості. Оскільки швидкість H_k , що досягається на довжині l_k , є невідомою, то невідомо, за яким саме законом (з трьома або двома ділянками) буде виконуватися розгін.

Тому перевіряється додатково умова

$$\Delta S = l_k - (2H_0 + \Delta H_{кр})n_1^* > 0. \quad (3.9)$$

При виконанні умови (3.9) - три ділянки, в іншому випадку - дві. Далі відшукування величин n_p , t_p , і S_p проводиться за допомогою описаної вже алгоритмічної процедури.

$H_0 > H_k$, випадок гальмування.

Тут також виконується оцінка розрахункового випадку і відбувається вибір закону, по якому буде виконуватися гальмування:

$H_0 - H_k \leq \Delta H_{кр}$ – дві ділянки;

$H_0 - H_k > \Delta H_{кр}$ – три ділянки.

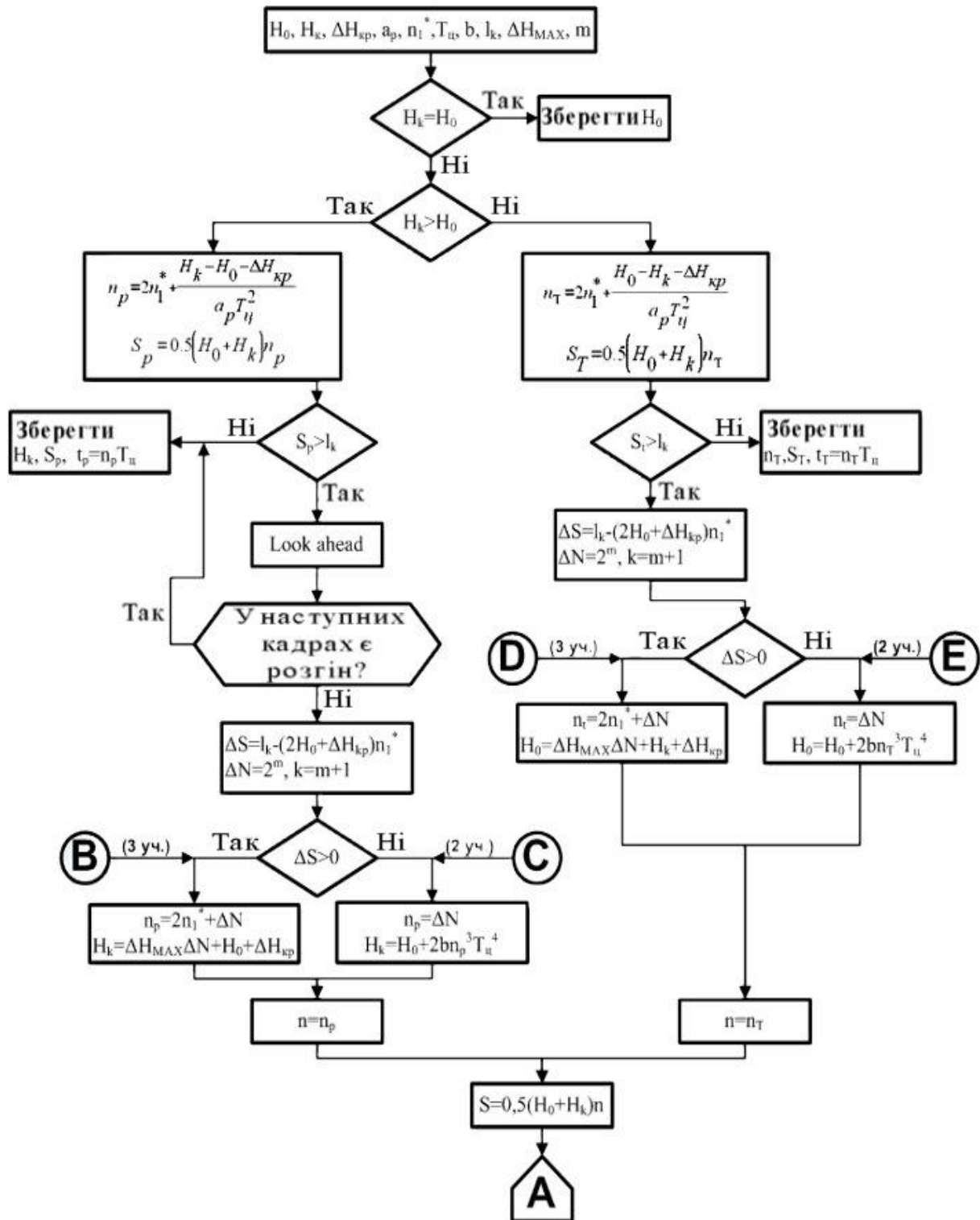
Далі, визначивши n_T и S_T ,

$$n_p = 2n_1^* + \frac{H_0 - H_k - \Delta H_{кр}}{a_p T_u^2},$$

$$S_T = 0.5(H_0 + H_k)n_T,$$

Порівнюємо S_T і l_k . При $S_T \leq l_k$ – гальмування можливе, при $S_T > l_k$ потрібно перепризначення величини H_0 . Можливе значення H_0 знаходимо за допомогою алгоритмічної процедури, аналогічної розглянутій раніше.

Схема алгоритму керування швидкістю при S-образному закону наводиться нижче (рис. 3.12).



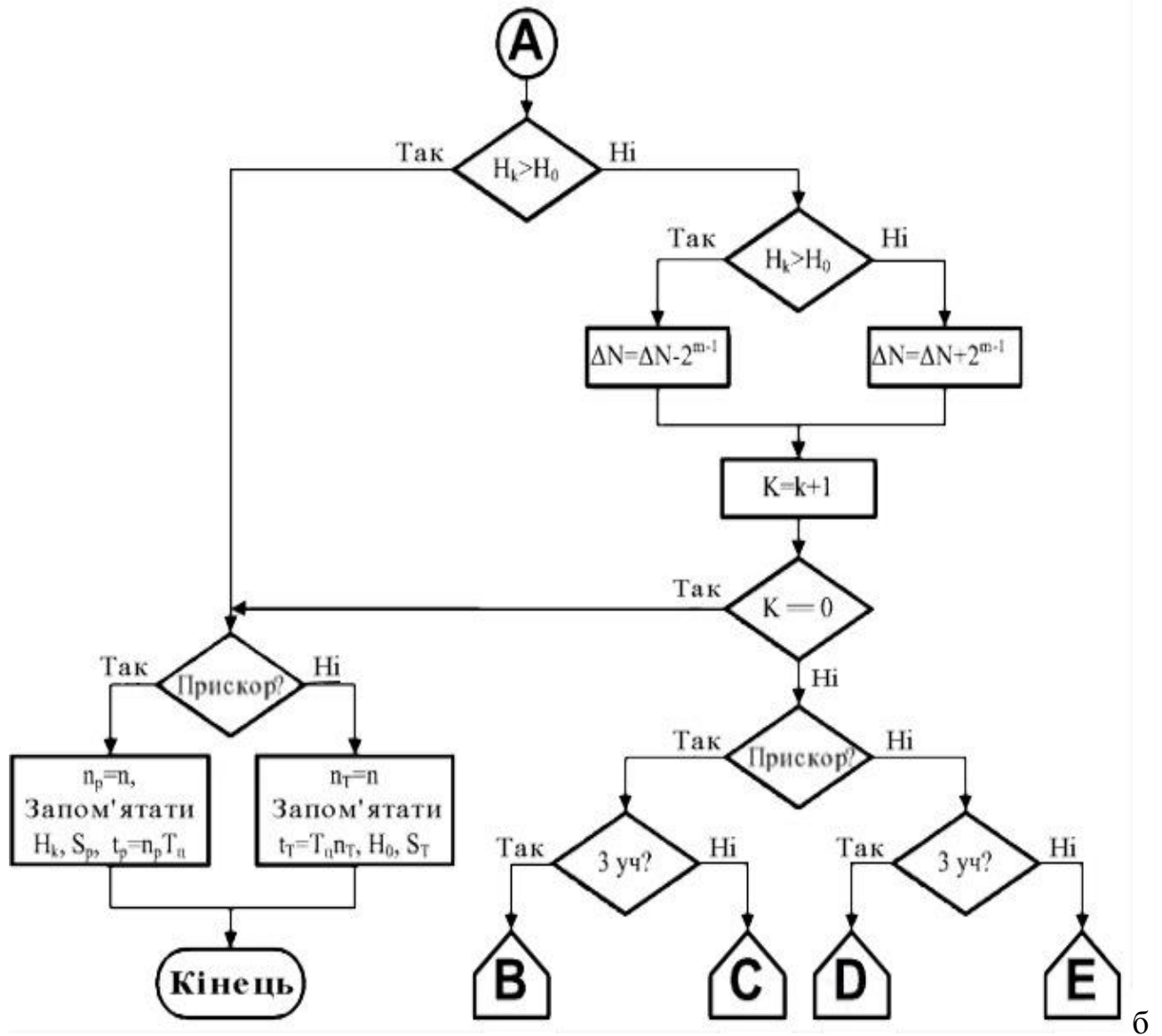


Рис. 3.12. Пояснення до S-образного закону управління швидкістю

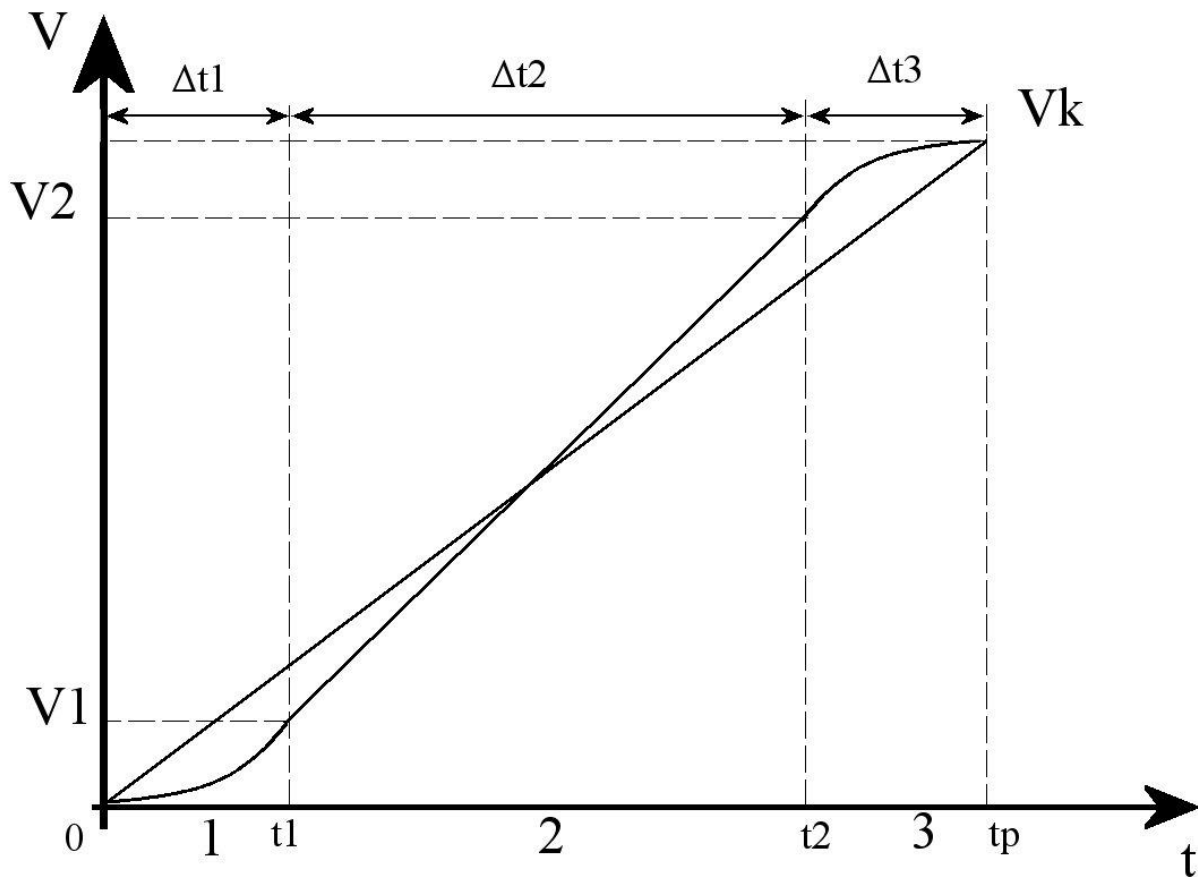


Рис. 3.13. Побудова симетричного графіка

Крива включає три ділянки:

- 1 – нелінійна зміна швидкості з наростаючим прискоренням;
- 2 – лінійна зміна швидкості з допустимим прискоренням a_p ;
- 3 – нелінійна зміна швидкості з від’ємним прискоренням.

Для отримання симетричного графіка (рис. 3.13) будемо вимагати, щоб

$$V_1 = V_k - V_2 \quad \text{і} \quad \Delta t_1 = \Delta t_3.$$

Якщо на нелінійній ділянці застосований 1 кубічний закон зміни швидкості

$$V(t) = V_0 + a_0 t + b t^3,$$

то для прискорення на цій ділянці отримаємо:

$$a(t) = \frac{dV(t)}{dt} = a_0 + 3b t^2.$$

У точці t_1 , коли прискорення досягає значення a_p , матимемо

$$a_p = a_0 + 3b \Delta t_1^2.$$

Для визначення параметрів закону задамо:

V_{MAX} – максимальна швидкість подачі (d/c);

t_{pMAX} – час розгону від $V_0=0$ до $V=V_{MAX}$;

a_0, a_p – початкове та допустиме прискорення приводу подачі (d/такт c);

k_1 – коефіцієнт, що виражає відношення тривалості ділянки 1 Δt_1 при розгоні до V_{MAX} к тривалості всього розгону t_{pMAX} , тобто $\Delta t_1^* = k_1 t_{pMAX}$.

Тоді параметр b визначиться виразом $b = \frac{a_p - a_0}{3k_1^2 t_{pMAX}^2} d$ (d – ціна дискрети в мм).

Значення швидкості в точці t_1 :

$$V_1 = k_1 a_0 t_{pMAX} + b k_1^3 t_{pMAX}^3 = k_1 a_0 t_{pMAX} + \frac{a_p - a_0}{3k_1^2 t_{pMAX}^2} k_1^3 t_{pMAX}^3 = \frac{2a_0 + a_p}{3} k_1 t_{pMAX}.$$

Записавши вираз для V_{MAX} через V_1 і V_2 , отримаємо для k_1

$$k_1 = \frac{3(a_p t_{pMAX} - V_{MAX})}{4t_{pMAX}(a_p - a_0)}.$$

Нехтуючи величиною a_0 в порівнянні з a_p , отримаємо відношення до лінійного закону:

$$\frac{a_p}{a_l} = \frac{3}{3 - 4k_1},$$

де a_l – прискорення при лінійному розгоні до V_{MAX} за той же час t_{pMAX} .

Оскільки $0 \leq k_1 \leq 0,5$, то $1 \leq \frac{a_p}{a_l} \leq 3$.

Звідси випливає, що якщо відношення $\frac{a_p}{a_l} = k_s$ задано, то $k_1 = \frac{3(k_s - 1)}{4k_s}$, тобто довільний вибір k_1 виключається.

Можна також стверджувати, що якщо з яких-небудь причин динамічні властивості приводів недовикористовуються при лінійному законі управління швидкістю, то з переходом на S-образний закон підбором k_1 і k_s можна отримати параметри переходу (час і шлях) від однієї швидкості до іншої, рівнозначні лінійному закону.

Критичне значення перепаду швидкостей, при якому вироджується лінійна ділянка $V(t)$, $\in \Delta V_{\text{крит}} = 2V_1 = 2 \frac{2a_0 + a_p}{3} k_1 t_{p\text{MAX}}$, при обраних $a_0, a_p, k_1, t_{p\text{MAX}} = \text{const}$ для обраного приводу.

Приклади.

Як приклад, розглянемо застосування лінійного, S-образного і експоненціального законів управління приводами подач верстата ФП-7МН.

Характеристика приводів верстата:

Максимальні подачі	-	2400 мм/хв.
Максимальне прискорення	-	30 мм/с ²
Максимальний час розгону до V_{MAX}		
при лінійному законі управління	-	2 с
Ціна дискрети	-	0,01 мм
Час циклу контролера ЧПУ	-	0,002 с

Лінійний закон.

Максимальна швидкість $V_{\text{MAX}}=2400/(60 \times 0,01)=4000$ д/с, $H_{\text{MAX}}=V_{\text{MAX}}T_u=4000 \times 0,002=8$ д/Т.

Максимальне прискорення $a_{\text{MAX}}=30/0,01=3000$ д/с².

Максимальне число тактів розгону-гальмування $n_{p\text{MAX}}=t_{p\text{MAX}}/T_u=2/0,002=1000$ Т.

Приріст кроку за такт $\Delta H = \frac{H_{\text{MAX}}}{n_{p\text{MAX}}} = 0,008$ д / Т .

Шлях розгону при зміні швидкості від $V=0$ до V_{MAX} $S_p = \frac{H_{\text{MAX}}}{2} n_{p\text{MAX}} = 4000$ д .

Значення чинного при лінійному розгоні прискорення

$a_{\text{л}}=V_{\text{MAX}}/t_{p\text{MAX}}=4000/2=2000$ д/с².

Припустимо, що в i -му кадрі була задана швидкість $H_i=2.55$ д/Т, а в $(i+1)$ -му – $H_{i+1}=5,2$ д/Т.

Довжина $(i+1)$ -го кадру $l_{i+1}=1000$ д.

Визначимо необхідну кількість тактів розгону

$$n_p = \frac{H_{i+1} - H_i}{a_{\text{л}} T_{\text{у}}^2} = \frac{5,2 - 2,55}{2000 \times 0,002^2} = 332 \text{ Т} .$$

Необхідний шлях розгону

$$S_p = \frac{H_{i+1} + H_i}{2} n_p = 1287 \text{ д} .$$

Оскільки $S_p > l_{i+1}$, то розігнатися до швидкості $H=5,2 \text{ д/Т}$ в $(i+1)$ -му кадрі не представляється можливим. Якщо після перегляду наступного кадру з'ясується, що цього зробити не можна і далі, то величина H_{i+1} повинна бути перепризначена. Величина обчислюється за формулою

$$H_{\text{дон } (i+1)} = \sqrt{2 a_{\text{л}} l_{\text{к}} T_{\text{у}}^2 + H_i^2} = 4,744 \text{ д / Т} .$$

Число тактів розгону для досягнення $H_{\text{дон } (i+1)}$

$$n_p = \frac{H_{\text{дон } (i+1)} - H_i}{a_{\text{л}} T_{\text{у}}^2} = 274 \text{ Т} .$$

Необхідний шлях розгону

$$S_p = \frac{H_{\text{дон } (i+1)} + H_i}{2} n_p = 999,28 \text{ д} .$$

Корисно взяти H_{i+1} дещо менше $H_{\text{дон } (i+1)}$, тоді розгін буде напевно виконаний до закінчення відпрацювання $(i+1)$ -го кадру.

Тепер припустимо, що $H_i=6,82 \text{ д/Т}$, $H_{i+1}=1,64 \text{ д/Т}$, $l_{i+1}=2210 \text{ д}$. Необхідну кількість тактів гальмування

$$n_i = \frac{H_i - H_{i+1}}{a_{\text{л}} T_{\text{у}}^2} = 648 \text{ Т} .$$

Оскільки $S_T > l_{i+1}$, то величина H_i повинна бути перепризначена. Допустиме значення $H_{\text{дон } (i)}$

$$H_{\text{дон } i} = \sqrt{2 a_{\text{л}} T_{\text{у}}^2 l_{i+1} + H_{i+1}^2} = 6,168 \text{ д / Т} .$$

Уточнюємо n_T і S_T .

$$n_T = \frac{H_{\text{дон } (i)} - H_{i+1}}{a_{\text{л}} T_{\text{у}}^2} = 566 \text{ Т} ,$$

$$S_T = \frac{H_{\text{дон } (i)} + H_{i+1}}{2} n_T = 2210 \text{ д} .$$

Корисно величину H_i призначити дещо менше $H_{don(i)}$. Тоді на шляху l_{i+1} швидкість напевно буде знижена до значення H_{i+1} .

Експоненціальний закон.

Задамо $a_{MIN}=1\text{мм/с}^2=100\text{ d/с}^2$; $V_{don}=4000\text{ d/с}$.

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{a_{MAX} - a_{MIN}}{V_{don}} = 0,725, \\ V_{MAX} &= \frac{a_{MAX} V_{don}}{a_{MAX} - a_{MIN}} = 4138\text{ d / с}, \\ t_{pMAX} &= \frac{V_{don}}{a_{MAX} - a_{MIN}} \ln \frac{a_{MAX}}{a_{MIN}} = 4,69\text{ с}, \\ n_{pMAX} &= \frac{t_{pMAX}}{T_w} = 2345\text{ T}, \quad m = 11.\end{aligned}$$

Шлях розгону від $V=0$ до $V=V_{don} - S_p = V_{MAX} \left[t_{pMAX} - \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t_{pMAX}}) \right] = 13406\text{ d}$.

Шлях гальмування від $V=V_{don}$ до $V=0 - S_T = \frac{1}{\alpha} V_{don} (1 - e^{-\alpha t_{pMAX}}) = 5302\text{ d}$.

Значення $H_{MAX}=V_{MAX}T_u=8,276\text{ d/T}$. $n_\alpha = \frac{1}{\alpha T_w} = 690\text{ T}$.

Припустимо, що потрібно виконати розгін від $H_i=2,55\text{ d/T}$ до $H_{i+1}=5,2\text{d/T}$, довжина кадру $L_{i+1}=1000\text{d}$. (попередній приклад).

Необхідна кількість тактів розгону

$$n_p = n_\alpha \ln \frac{H_{MAX}}{H_{MAX} - H_{MIN} + H_i} = 267\text{ T}.$$

Необхідний шлях розгону

$$S_p = H_{MAX} \left[n_p - n_\alpha \left(1 - e^{-\frac{n_p}{n_\alpha}} \right) \right] + H_0 n_p = 1058\text{ d} > l_{i+1},$$

і розгін до $H=5,2\text{ d/T}$ неможливий. Якщо це не можна зробити і в наступних кадрах, то H_{i+1} треба перепризначити.

Процес пошуку допустимого значення H_{i+1} за допомогою алгоритмічної процедури подано в таблиці 3.4.

Таблиця 3.4.

Демонстрація роботи алгоритму розрахунку для пошуку значення H_{i+1}

№ кроку	m	n_p	S_p	H_{i+1}	Порівняння S_p і l_k	$\Delta n = \pm 2^{n-1}$
1	11	2048	16755		$S_p > l_k$	-1024
2	10	1024	6670		$S_p > l_k$	-512
3	9	512	2551		$S_p > l_k$	-256
4	8	256	1001	5,115	$S_p > l_k$	-128
5	7	128	419		$S_p < l_k$	+64
6	6	192	691		$S_p < l_k$	+32
7	5	224	842		$S_p < l_k$	+16
8	4	240	920		$S_p < l_k$	+8
9	3	248	960		$S_p < l_k$	+4
10	2	252	981		$S_p < l_k$	+2
11	1	254	991		$S_p < l_k$	+1
12	0	255	996	5,104	$S_p < l_k$	кінець

Тут час t_p відшукується з точністю до 1 такту управління і з двох величин 255 і 256 тактів доцільніше вибрати меншу. Принципово можна взяти будь-яку величину <256 , але занадто велике відхилення загрожує збільшенням часу відпрацювання програми. Відзначимо також, що в процесі пошуку підрахунок H_{i+1} необов'язковий. Необхідне значення H_{i+1} підраховується після завершення пошуку.

Отже, в даному випадку отримуємо:

$$H_{\partial.i+1}=5,104 \text{ d/T}, t_p=255T_u=0,51 \text{ с}, S_p=996d.$$

У разі лінійного закону

$$H_{\partial.i+1}=4,744 \text{ d/T}, t_p=274T_u=0,548 \text{ с}, S_p=1000d.$$

Тепер розглянемо гальмування від $H_i=6,82 \text{ d/T}$ до $H_{i+1}=1,64 \text{ d/T}$ при $l_{i+1}=2210d$.

Підрахуємо необхідне число тактів і шлях гальмування від

$$n_T = n_\alpha \ln \frac{H_i}{H_{i+1}} = 690 \ln \frac{6,92}{1,64} = 983 T,$$

$$S_T = n_\alpha H_i \left(1 - e^{-\frac{n_T}{n_\alpha}} \right) = 3574 \text{ d} .$$

Оскільки $S_T > l_{i+1}$, то потрібно призначення нового H_i .

Використовуючи розглянуту алгоритмічну процедуру пошуку, почавши з $n_T=2048$ (2^{11}), знаходимо: при $n_T=747$, $S_T=2209\text{d}$, при $n_T=748$, $S_T=2214\text{d}$. Відповідно $H_i(747)=4,892 \text{ d/T}$, $H_i(748)=4,849 \text{ d/T}$.

Прийняв $H_i=4,892 \text{ d/T}$, отримаємо $t_T=747T_u=1,494 \text{ с}$. При лінійному законі $H_{i\text{дон}}=6,168 \text{ d/T}$ і $t_T=1,132 \text{ с}$.

S-образний закон.

Визначимо параметри S-образного закону для даного прикладу.

$$\begin{aligned} \Delta V_{KP} &= \frac{2a_p}{3} k_1 t_{p\text{MAX}} = 1000 \text{ d / c} \\ \Delta H_{KP} &= \Delta V_{KP} T_u = 2 \text{ d / T} \\ n_1^* &= \frac{k_1 t_{p\text{MAX}}}{T_u} = 250 \text{ T} \end{aligned}$$

Розгін від $H_i=2,55\text{d/T}$ до $H_{i+1}=5,2 \text{ d/T}$: $\Delta H = H_{i+1} - H_i = 2,65 \text{ d/T} > \Delta H_{KP} = 2\text{d/T}$.

Таким чином, в даному випадку розгін повинен виконуватися по кривій з трьома ділянками.

$$\text{Число тактів розгону: } n_p = 2n_1^* + \frac{H_{i+1} - H_i - \Delta H_{KP}}{a_p T_u^2} = 554 \text{ T} .$$

$$\text{Шлях розгону } s_p = 0,5(H_{i+1} + H_i)n_p = 2147 \text{ d} .$$

Перевіряємо умову (3.9): $\Delta s = l_{i+1} - (2H_i + \Delta H_{KP})n_1^* = -775$, яка не виконується.

Допустима $H_{\partial i + l}$ досягається при розгоні по кривій з двома ділянками.

Тоді $n_{\text{рдо}} = 2n_1^*$, і в якості першого наближення призначаємо $n_T^{(1)} = 2^8 = 256 \text{ T}$.

$$\begin{aligned} H_{i+1}^{(1)} &= H_i + 2bT_u^4 n_T^{(1)3} = 4,7 \text{ d / T} \\ S_p^{(1)} &= 0,5(H_{i+1} + H_i)n_T^{(1)} = 928 \text{ d} . \end{aligned}$$

Далі, використовуючи вже знайому алгоритмічну процедуру, знаходимо:

- при $n_p=266\text{T}$, $H_{\partial i+l}=4,96\text{d/T}$, $S_p=999\text{d}$;
- при $n_p=267\text{T}$, $H_{\partial i+l}=4,986\text{d/T}$, $S_p=1006\text{d}$;

- прийнявши $n_p=266T$, отримаємо $t_p=0,532$ с, $H_{\partial i+1}=4,96d/T$, $S_p=999d$.

Тепер розглянемо випадок гальмування від $H_i=6,82d/T$ до $H_{i+1}=1,64d/T$ при $l_{i+1}=2210d$.

$$\Delta H = H_i - H_{i+1} = 5,18 d/T > \Delta H_{KP},$$

тобто гальмування повинно виконуватися по кривій з трьома ділянками.

Число тактів гальмування

$$n_E = 2n_1^* + \frac{H_i - H_{i+1} - \Delta H_{KP}}{a_p T_u^2} = 765 T.$$

Шлях гальмування:

$$S_T = 0,5(H_{i+1} + H_i)n_T = 3236 d > l_{i+1} = 2210 d.$$

Оскільки $S_T > l_{i+1}$, то для того, щоб в кінці i -го кадру мати швидкість $1,64d/T$, вихідна швидкість повинна бути перепризначена (тут видно необхідність перегляду КП від кінця до початку).

Перевіряємо умову (3.9): $\Delta S = l_{i+1} - (2H_{i+1} + \Delta H_{KP})n_1^* = 858 d$.

Гальмування слід виконувати по кривій з 3-ма ділянками.

Тоді в якості першого наближення слід взяти $n_T^{(1)} > 2n_1^* = 2^9 = 512$.

Початкова швидкість гальмування при цьому розраховується за формулою

$H_i^{(k)} = H_{i+1} + \Delta H_{KP} + a_p (n_T^{(k)} - 2n_1^*)$, де $H_i^{(k)}$ - шукана величина швидкості; $n_i^{(k)}$ - прийняте число тактів гальмування.

У першій ітерації отримуємо $H_i^{(1)} = 3,784 d/T$, $S_T^{(1)} = 1389 d < l_{i+1}$. Застосувавши вже знайому алгебраїчну процедуру, знаходимо:

при $n_T=638T$, $H_i=5,296d/T$, $S_T=2213d$;

при $n_T=637T$, $H_i=5,284d/T$, $S_T=2205d$.

Повний цикл пошуку вимагає 10 ітерацій, в результаті знаходимо необхідну величину швидкості $H_i = 5,284 d/T$ і час гальмування до $H_{i+1}=1,64 d/T$ $t_T=n_T T_u=1,274$ с, при цьому необхідний гальмівний шлях $S_T=2205d < l_{i+1}$.

Наприкінці слід зазначити, що якщо при перевірці умови (3.9) виявиться, що $\Delta S < 0$, то гальмування буде виконуватися по кривій з 2-ма ділянками,

початкове наближення $n_T^{(1)} = 2^m$, (m – старший розряд двійкового розкладу числа $2n_1^*$), величина швидкості підраховується за формулою $H_i^{(k)} = H_{i+1} + 2bT_y^4 n_T^{(k)3}$, необхідний шлях гальмування $s_T^{(k)} = 0,5(H_{i+1} + H_i^{(k)})n_T^{(k)}$ із застосуванням тієї ж алгоритмічної процедури.

3.4 ОПИС РЕАЛІЗАЦІЇ S-ОБРАЗНИХ РОЗГОНУ І ГАЛЬМУВАННЯ В БІБЛІОТЕЦІ ПРОГРАМ «S-CONTROL»

Бібліотека програм «S-Control» [15] призначена для реалізації S-образного профілю швидкості за умови плавної зміни швидкості з метою забезпечення зменшення динамічних навантажень при зміні подачі в кадрах КП.

Бібліотека програм застосовується для вирішення наступних завдань:

- планування профілю швидкості в кадрах КП;
- розрахунок поточної швидкості;
- розрахунок змін профілю швидкості, пов'язаних з втручанням оператора.

Формування профілю швидкості здійснюється за трьома її значеннями – початковою, заданою, кінцевою, і довжиною шляху в кадрі. Розрахунок цих значень швидкостей виконується для всієї КП поза даної бібліотеки програм. При цьому враховуються геометричні властивості елементів траєкторії і динамічні характеристики виконавчих органів обладнання.

При формуванні S-образного профілю швидкості для кадру, користуються такими правилами:

- початкова, задана і кінцева величини швидкості мають додатне значення;
- задана швидкість більше або дорівнює поточній, а в разі її зниження оператором в кадрі може мати вигляд, представлений на рис. 3.14, б;
- задана швидкість повинна бути більше або дорівнювати кінцевій;

- кінцева швидкість не повинна дорівнювати 0. В тих випадках, коли в кінці кадру необхідно виконати повну зупинку, кінцева швидкість дорівнює мінімальній швидкості, для процедури виходу в кінцеву точку.

На рис. 3.14 показаний загальний вигляд профілю швидкості (рис. 3.14, а) (Speed Path Table – SPT) і окремий випадок зміни швидкості в кадрі оператором (рис. 3.14, б).

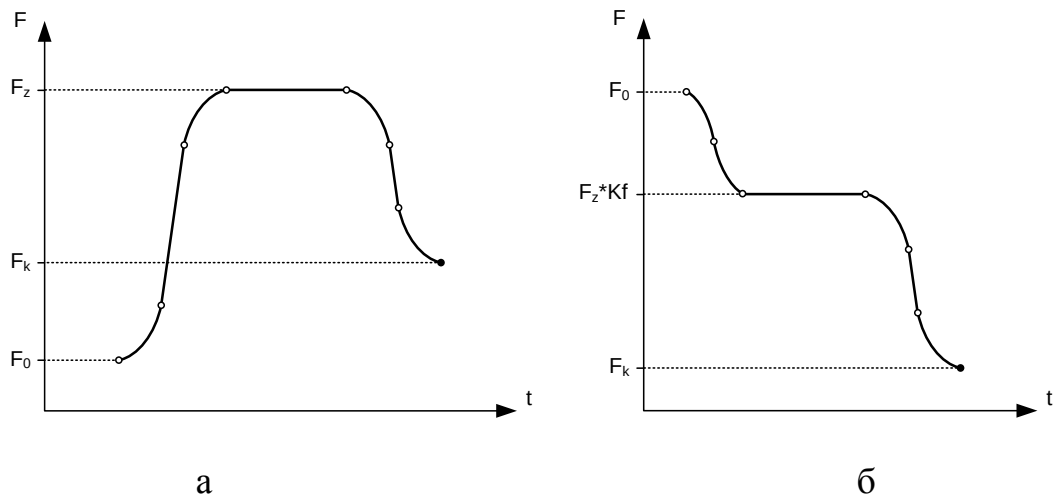


Рис. 3.14. Профіль швидкості для кадру (SPT):

а) загальний випадок; б) окремий випадок при зміні відсотка подачі

Для реалізації плавної зміни швидкості використовуються наступні типи ділянок:

SP_E – кінець ділянки із змінним профілем швидкості – термінатор;

SP_Z – ділянка без зміни профілю швидкості;

SP_A – лінійна ділянка розгону (постійне прискорення);

SP_A1 – перша нелінійна ділянка розгону (прискорення зростає);

SP_A2 – друга нелінійна ділянка розгону (прискорення зменшується);

SP_C – ділянка постійної швидкості;

SP_B – лінійна ділянка гальмування (постійне прискорення);

SP_B1 – перша нелінійна ділянка гальмування (модуль прискорення зростає);

SP_B2 – друга нелінійна ділянка гальмування (модуль прискорення зменшується);

SP_W – очікування зняття блокування швидкості.

На рис. 3.15 подано профіль швидкості з позначенням відповідних ділянок (Speed Path – SP).

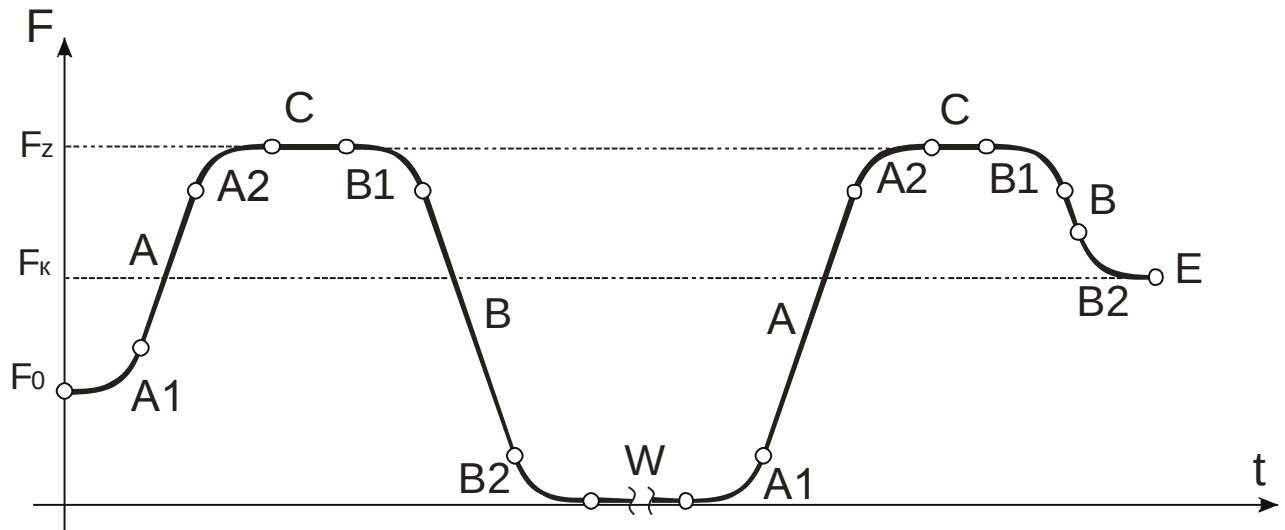


Рис. 3.15. Типи ділянок SP, представлені на профілі швидкості з її блокуванням

Формування SPT для кадру виконується при ініціалізації інтерполяції **InitG()**. При заповненні SPT, функція **Init_SPT()** виконує розрахунок довжин ділянок траєкторії (SP) і порівняння з довжиною кадру. Якщо сумарна довжина SP перевищує довжину кадру, то виконується перерахунок заданої швидкості в кадрі за допомогою функції **Calc_New_Fn()**. В цьому випадку SPT заповнюється заново. Причиною нестачі шляху може бути як підвищений відсоток подачі оператором в поточному кадрі, так і зміни подачі в попередніх кадрах.

Інформація про SPT в кадрі зберігається у вигляді масиву SP, кожен елемент якого являє собою масив даних, призначених для обчислення тактової швидкості на поточній ділянці. рис. 3.16 демонструє порядок заповнення SP.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A1	A	A2	C	B1	B	B2	W	A1	A	A2	C	B1	B	B2	E
$F_0 + \Delta$	$F_z - \Delta$	F_z	-	$F_z - \Delta$	Δ	0	-	Δ	$F_z - \Delta$	F_z	-	$F_z - \Delta$	$F_k + \Delta$	F_k	-
L0	L1	L2	-	L4	L5	L6	-	L8	L9	L10	-	L12	L13	L14	-

Рис. 3.16. Графічне представлення зберігання інформації профілю SPT, наведеного на рис. 3.15. Перший елемент в стовпчиках – номер SP в SPT; другий – тип елемента траєкторії; третій – швидкість в кінці SP; четвертий – довжина ділянки SP; Δ – перепад швидкості на нелінійній ділянці

Після формування SPT розрахунок тактових швидкостей реалізує функція **Calc_Fn()**. Розрахунки виконуються при інтерполяції – **RunG()**.

Функція **Calc_Fn ()** виконує наступні дії:

- розраховує тактову швидкість;
- контролює перехід між ділянками профілю швидкості;
- викликає автомат контролю блокування швидкості **HD_CD()**;
- викликає автомат контролю відсотка подачі **HD_KF()**.

Якщо в процесі обробки кадру не змінився відсоток подачі оператором і не було включено блокування швидкості, то SPT залишається незмінним. У такому випадку розрахунок подачі ведеться в штатному режимі. В іншому випадку виконується оцінка нових швидкостей і зміна SPT. Побудови починаються від поточного елемента SP (рис. 3.17). Цей перерахунок виконується у функціях **HD_CD()** або **HD_KF()**, в залежності від дій оператора.

Механізм зміни SPT аналогічний його ініціалізації. Для зміни SPT використовуються ті ж функції, що і для її заповнення, але з іншими параметрами. Зміну SPT виконано у вигляді циклу з контролем довжини шляху.

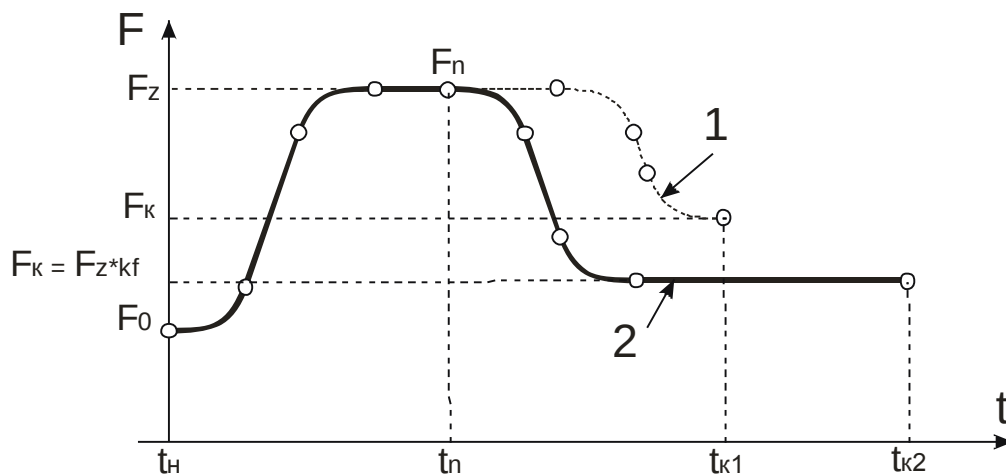


Рис. 3.17. Зміна SPT в процесі обробки кадру, t_n – момент часу зміни % подачі.

1 – траєкторія, сформована при ініціалізації кадру;

2 – траєкторія, сформована після зменшення відсотка подачі.

Загальна схема роботи і використання функцій бібліотеки програм «S-Control» представлена на рис. 3.18.

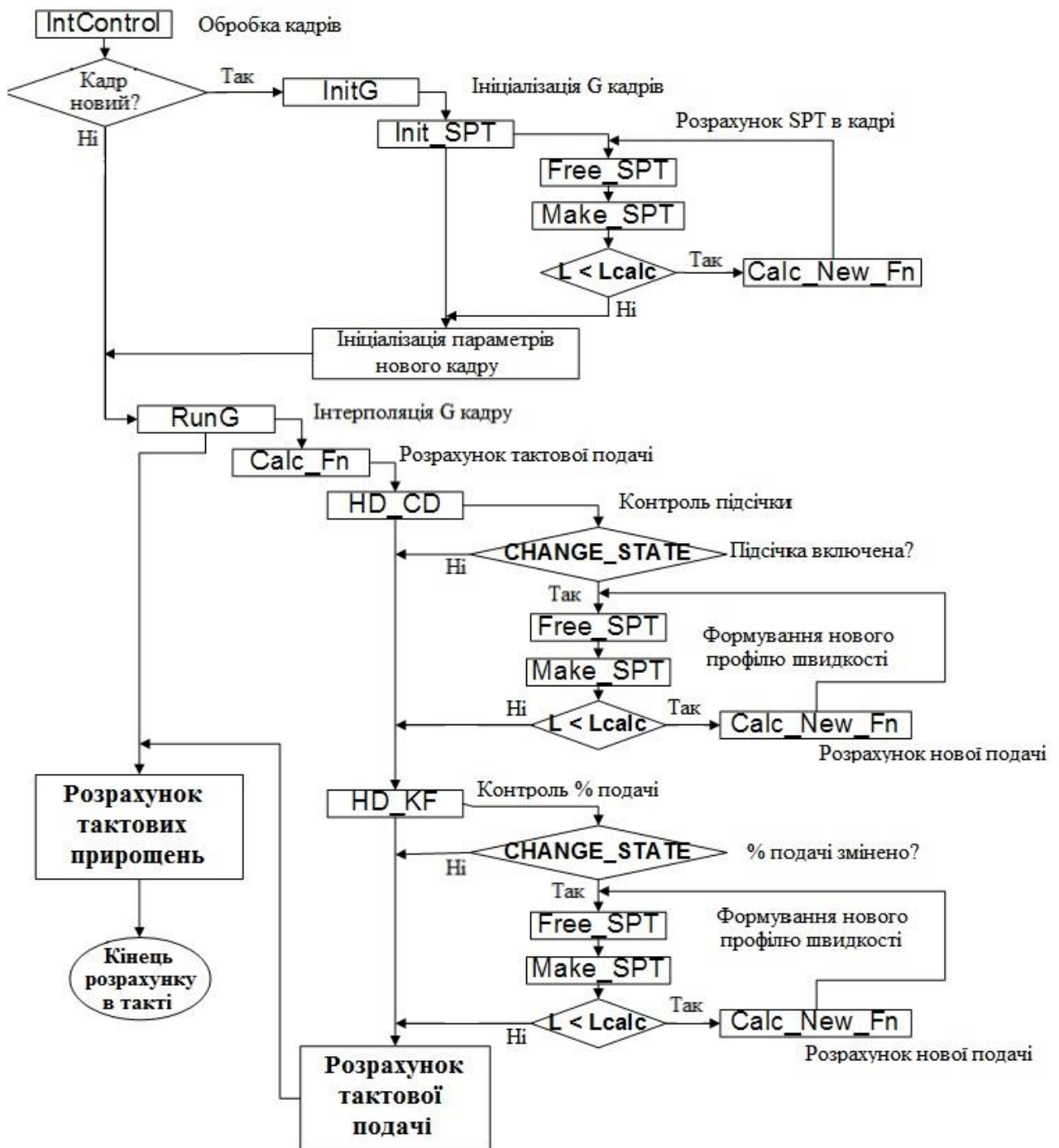


Рис. 3.18. Загальна схема роботи «S-Control»

Також слід зазначити, що така організація дозволяє реалізувати зміну швидкості за S-образною залежністю не тільки при синхронному русі, але і при

асинхронному, який використовується для прискореного переміщення в безпечній зоні.

3.5 ПЛАНУВАННЯ ШВИДКІСНОГО РЕЖИМУ З УРАХУВАННЯМ ОБМЕЖЕНЬ ЩОДО ПРИСКОРЕННЯ

Рух по сплайну породжує два види прискорень: тангенціальне і нормальне. Величина першого з них визначається заданою швидкістю і значеннями других похідних осьових переміщень, величина другого – квадратом швидкості і радіусом кривизни контуру. Звідси випливає, що потрібен аналіз величин прискорень в точках сплайна, де другі похідні осьових переміщень максимальні, і тих точках, де радіуси кривизни мінімальні [8].

Розглянемо B -сплайн 3-го ступеня, представлений на вузловому інтервалі у вигляді многочлена (2.13) (обмежимося розглядом плоскої кривої, хоча результати можуть бути поширені і на тривимірний випадок). Вирази для других похідних:

$$\begin{aligned} X''(U) &= 6 A_x U + 2 B_x, \\ Y''(U) &= 6 A_y U + 2 B_y. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Лінійні функції (3.32) досягають екстремальних значень на межах інтервалів визначення. Тому максимальне прискорення буде мати місце на кордонах інтервалу. Якщо крок по параметру вибирати за співвідношенням (3.7), то величина тангенціального прискорення в точці U_i складе

$$a(U_i) = \Delta U_i \sqrt{X''^2(U_i) + Y''^2(U_i)}. \quad (3.33)$$

Оскільки має виконуватися $a(U_i) \leq a_{MAX}$, то використовуючи (3.7) и (3.33), отримаємо

$$V_{доп}^{(t)}(U_i) = \frac{a_{MAX} \sqrt{X''^2(U_i) + Y''^2(U_i)}}{\sqrt{X''^2(U_i) + Y''^2(U_i)}} \quad (3.34)$$

де $V_{доп}^{(t)}(U_i)$ – допустима величина швидкості, до значень якої прискорення в точці U_i не перевищить a_{MAX} .

Позначимо

$$s(U_i) = \sqrt{X'^2(U_i) + Y'^2(U_i)},$$

$$w(U_i) = \sqrt{X''^2(U_i) + Y''^2(U_i)}.$$

З (3.34) видно, що $\min V_{\text{дон}}^{(t)}(U_i)$ має місце тільки в тих точках, де мінімальним є відношення

$$\frac{s(U_i)}{w(U_i)} = \min. \quad (3.35)$$

Це означає, що при русі по сплайну можливі ситуації, коли при малих швидкостях діють прискорення, близькі до максимально допустимих. Звідси впливає необхідність попереднього аналізу поведінки похідних від осьових переміщень і визначення допустимої швидкості на вузлових інтервалах сплайна. Тоді, прийнявши достатньо великий крок по параметру і виконавши обчислення $V_{\text{дон}}^{(t)}(U_i)$ в кожному вузловому інтервалі, матимемо повну картину допустимої швидкості руху по сплайну з урахуванням обмежень по осьовим прискоренням.

Тепер звернемося до обчислення нормального прискорення. Як відомо, його величина визначається залежністю

$$a_n = \frac{V^2}{R},$$

де V – лінійна швидкість в даній точці кривої;

R – радіус кривизни в цій же точці.

Для плоских кривих, заданих параметрично, маємо

$$R = \frac{\sqrt{(X'^2 + Y'^2)^3}}{X'Y'' - Y'X''}. \quad (3.36)$$

Не складає великих труднощів провести прямі обчислення величини радіуса за (3.36), тим більше, що необхідні значення похідних були отримані на попередніх етапах аналізу. Але, оскільки обчислення за формулами (3.33), (3.34) виконувалися з достатньо великим кроком, то існує небезпека, що мінімальне значення R не знайдено.

З геометрії побудови сплайна видно, що максимальна кривизна сплайна має місце на ділянках, прилеглих до вершин гострих кутів, утворених лініями контрольного полігону. Координати точок контрольного полігону входять в формат завдання сплайна. Тоді достатньо визначити найменший гострий кут полігону, параметризувати координати вершини цього кута, і для отриманого значення параметра (наприклад, U_k) обчислити радіус кривизни сплайна. Далі, надаючи параметру U_k невеликі збільшення $\pm\Delta U$ поблизу вузлової точки, відшукати R_{MIN} , а потім і a_H в цій точці.

Якщо $a_H < a_{MAX}$, то все раніше виконане залишається в силі. В іншому випадку знаходимо

$$V_{\partial\partial n}^{(H)}(U_i) = \sqrt{a_{MAX} R_{MIN}}, \quad (3.37)$$

визначаємо вузловий інтервал, якому належить точка U_k , і використовуючи дані попереднього аналізу, виконаємо порівняння

$$V_{\partial\partial n}^{(t)}(U_k) \leq V_{\partial\partial n}^{(H)}(U_k). \quad (3.38)$$

При виконанні умови (3.38) допустима швидкість на ділянці, що примикає до U_k , залишається рівною $V_{\partial\partial n}^{(t)}(U_k)$, а в іншому випадку – замінюється на величину $V_{\partial\partial n}^{(H)}(U_k)$.

Покажемо застосування розроблених положень на прикладі сплайна, поданого на рис. 3.19.

$$U = \{0, 0, 0, 0, 0, 5, 1, 1, 1, 1\},$$

$$\{\vec{P}_i\} = \{(0,0), (-9.5, 115.8), (60, -35.8), (129.5, 115.8), (120, 0)\}.$$

Подання сплайна у вигляді полінома третього ступеня дає такі вирази:

$$\begin{aligned} X(U) &= -354 U^3 + 531 U^2 - 57 U, & U \in (0, 1) \\ Y(U) &= \begin{cases} 2139.2 U^5 - 2299.2 U^2 + 694.8 U, & U \in (0, 0.5) \\ -2139.2 U^3 + 4118.4 U^2 - 2514 U + 534.8, & U \in (0.5, 1) \end{cases} \end{aligned} \quad (3.39)$$

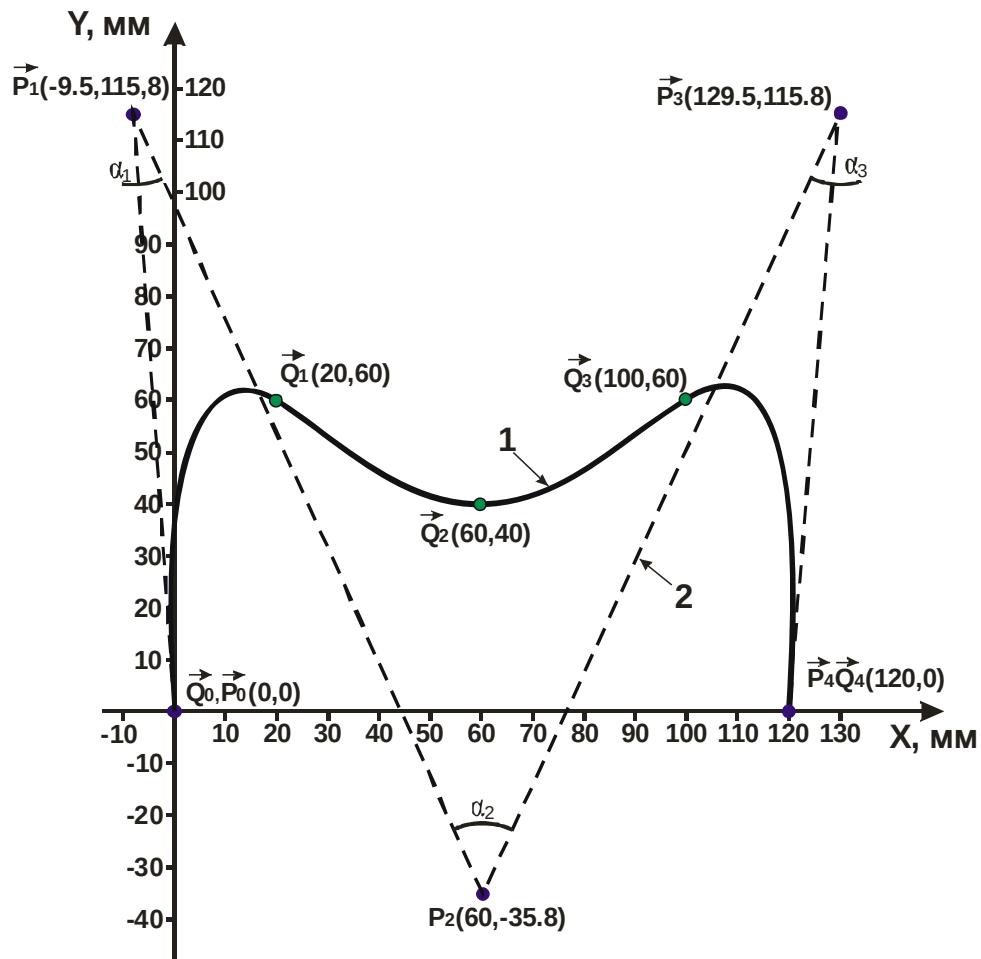


Рис. 3.19. Сплайн і контрольний полігон:

1 - В-сплайн крива, 2 - контрольний полігон

Обчисливши вирази (3.39) в точках $U=0$, $U=0.5$, $U=1$, прийнявши $a_{MAX}=100 \text{ мм/с}^2$ і використовуючи (3.34), отримаємо

$$V_{дон}^{(t)}(0) = V_{дон}^{(t)}(1) = 14.77 \text{ мм / с},$$

$$V_{дон}^{(t)}(0.5) = 11.46 \text{ мм / с}.$$

Пам'ятаючи про зауваження (3.35) призначаємо $\Delta U = 0.1$, і з цим кроком виконуємо необхідні обчислення. Таблиця 3.5 містить результати розрахунків. Як видно з таблиці, $\min V_{дон}$ відповідає $\min(S(U)/W(U))$ і знаходиться на ділянці з найбільшою кривизною, де радіус кривизни $\sim 6.4 \text{ мм}$.

Таблиця 3.5

Значення швидкостей і прискорень

U	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$S(U)$	697	302	117.3	197.6	230.3	208.5	230.3	197.6	117.3	302	697
$W(U)$	4720	3422	2129	860	577	1820	577	860	2129	3422	4720
S/W	0.148	0.091	0.058	0.264	0.43	0/115	0.43	0.264	0.058	0.091	0.148
$V_{don},$ мм/с	14.77	8.83	5.51	22.98	39.91	11.46	39.91	22.98	5.51	8.83	14.77
$R, \text{ мм}$	712	72	6.42	98.7	92.8	23.7	92.8	98.7	6.42	72	712
$a_H,$ мм/с ²	0.31	1.08	4.74	5.35	17.16	5.53	17.16	5.35	4.74	1.08	0.31

На цих ділянках вже при швидкості ~ 5.5 мм/с величина тангенціального прискорення досягає ~ 100 мм/с². Найбільш сприятливими для швидкісного режиму є ділянки сплайна при $U = (0.3 \div 0.4)$, ($X = 20 \div 40$) и $U = (0.6 \div 0.7)$ ($X = 80 \div 100$), де допустима швидкість досягає значень $(23 \div 40)$ мм/с.

На рис. 3.20 наведені криві: допустимої швидкості $V_{don}(U)$, обчисленої за (3.34), при якій $|a_r| \leq a_{max} = 100 \text{ мм/с}$; осьові складові тангенціального прискорення $a_x(U)$, $a_y(U)$; модуль нормального прискорення, що відповідають значенням $V_{don}(U)$.

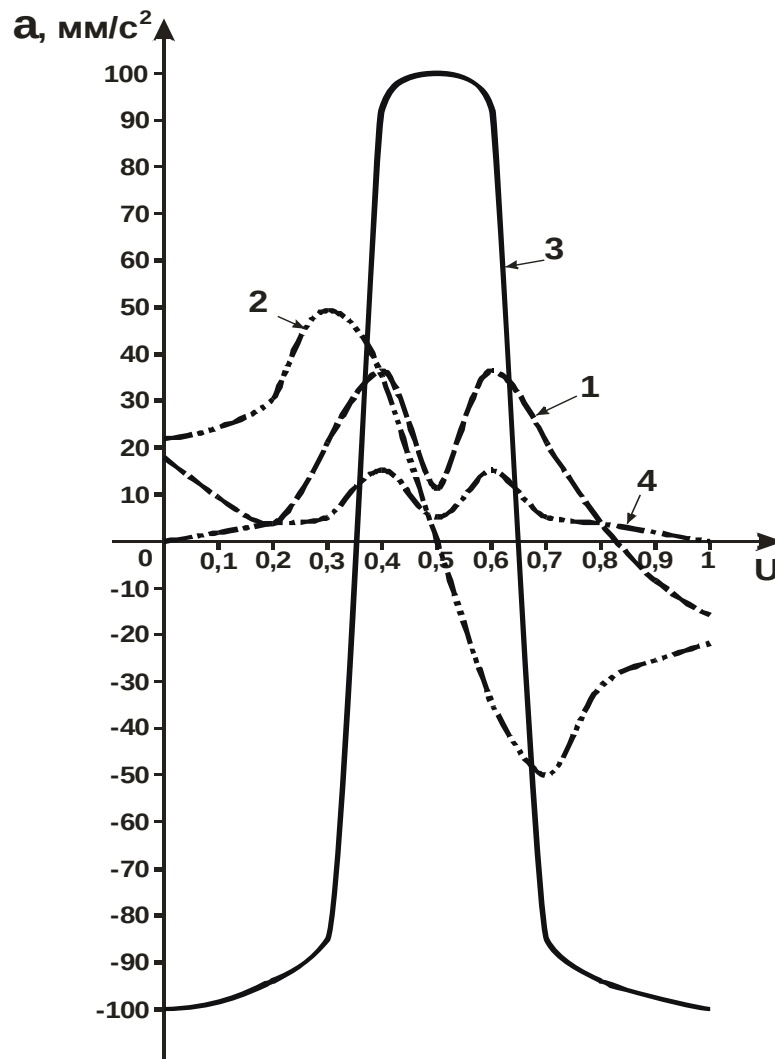


Рис. 3.20. 1 - графік зміни допустимої швидкості; 2 - осьові складові тангенціального прискорення $a_x(U)$; 3 - $a_y(U)$; 4 - модуль нормального прискорення a_H

Зазначимо, що $a_H = 17.16 \text{ мм/с}^2 \ll a_{MAX}$ має місце при швидкості $\sim 40 \text{ мм/с}$ і не збігається з точками, де радіус кривизни мінімальний. Пояснюється це тим, що в точках, близьких до R_{MIN} ($U=0.1953$, $X=6.484$, $Y=63.933$) и ($U=0.8047$, $X=117.516$, $Y=63.933$) вже при $V \approx 5 \text{ мм/с}$, тангенціальне прискорення близьке до a_{MAX} .

Точки з R_{MIN} визначені в такий спосіб.

З рис. 3.19 видно, що мінімальні кути утворені лініями полігону з вершинами $\vec{P}_1$ і $\vec{P}_3$. Параметризація координат вершин виконується за методом хорд.

Обчислюємо:

$$d_i = \left| \vec{P}_i - \vec{P}_{i-1} \right|, i = \overline{1,4}$$

$$d = \sum_{i=1}^4 d_i, \overline{U}_0 = 0,$$

$$\overline{U}_i = \overline{U}_{i-1} + \frac{d_i}{d}; \overline{U}_4 = 1.$$

Отримуємо $\overline{U}_0 = 0$, $\overline{U}_1 = 0.2053$, $\overline{U}_2 = 0.5$, $\overline{U}_3 = 0.7947$, $\overline{U}_4 = 1$.

Обчислюємо значення похідних (таблиця 3.6) в точках $U=0.2053$ і $U=0.7947$.

Таблиця 3.6

Значення похідних

U	X'	Y'	X''	Y''	R_{mm}
0.2053	116.27	21.24	625.94	-1963.33	-6.835
0.7947	116.27	-21.24	-625.94	-1963.33	-6.835

Надаючи параметру U збільшення ± 0.01 , знаходимо точки з $R_{MIN} = -6.315$ мм при $U_{1m} = 0.1953$ і $U_{2m} = 0.8047$. У цих точках допустима швидкість обмежена значенням ~ 8 мм / с, і тоді $a_H \approx 10$ мм/с.

Таким чином, при русі по даному сплайну основні обмеження швидкості обумовлені дією осьових складових тангенціального прискорення, а допустима швидкість руху повинна регулюватися в межах $5.5 \div 40$ мм/с.

У розглянутому прикладі можлива наступна версія управління швидкістю:

- постійна швидкість $V = 5.5$ мм/с, повний час обробки ≈ 46 с;
- з управлінням за графіком зміни $V_{don}(U)$ (рис. 3.21), $t_{обp} \approx 22$ с.

Рішення про вибір режиму залежить від вимог техпроцесу, функціональних можливостей пристрою ЧПУ і, в кінцевому підсумку, залишається за технологом.

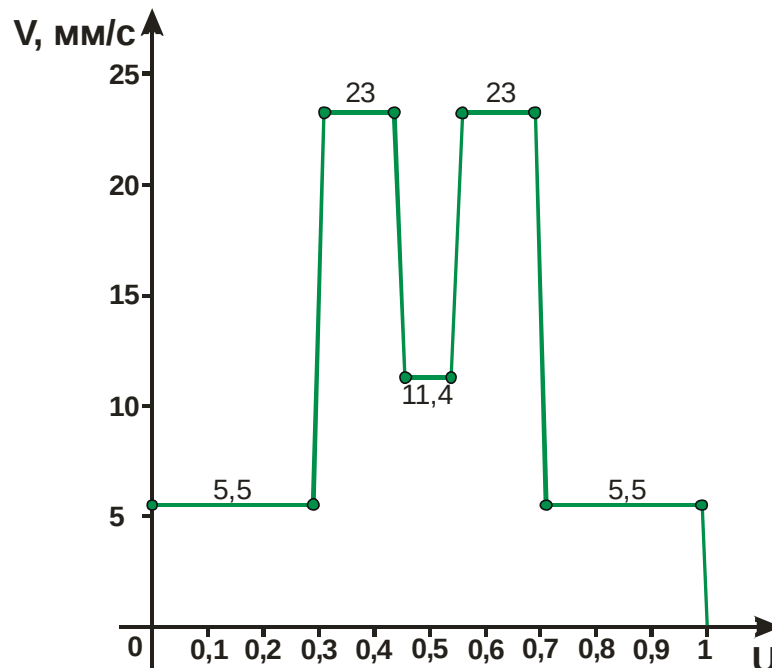


Рис. 3.21. Можливий графік управління швидкістю при русі по сплайну рис. 3.19

3.6 ЗАГАЛЬНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ШВИДКОСТІ ПОДАЧ

Моделі швидкості подач в процесі формоутворення часто повинні задовольняти досить суперечливим вимогам. З одного боку, це вимоги процесів формоутворення, такі, як контурна швидкість, точність позиціонування, величина знімання матеріалу та ін. З іншого боку, на ці вимоги накладаються обмеження приводів обладнання. Відповідно при підготовці керуючої програми до виконання потрібно виконати попередні розрахунки для виключення можливих стрибків швидкостей і прискорень. Але такі розрахунки вимагають значних ресурсів часу, і виконувати їх для всього об'єкта виробництва в режимі реального часу неможливо. У світовій практиці для вирішення цієї проблеми широко використовується метод "look ahead" що в буквальному перекладі означає "дивись вперед". Цей метод заснований на випереджальному розрахунку швидкостей, динаміки і інтерполяційних збільшень, що дозволяє

сформувати заділ інтерполяційних збільшень на кілька сотень тактів вперед. Такий підхід дозволяє обчислити профіль швидкості і траєкторію руху інструменту і завчасно "знати" про ділянки гальмування і розгону. Це вимагає застосування складного математичного апарату (особливо для В-сплайн і NURBS інтерполяції) і потужного контролера. Крім того, такий підхід не дозволяє в повній мірі реалізувати стратегії обробки, що застосовуються в сучасній високошвидкісній обробці. Формоутворення механічною обробкою при серійному виробництві відбувається при обов'язковому врахуванні критеріїв якості, продуктивності і економічності. Розробка процесів обробки, які одночасно задовольняють цим вимогам при численній номенклатурі деталей і широкій гамі застосовуваних матеріалів, є досить складним завданням. Тому її розбивають на етапи із заздалегідь визначеною стратегією виконання кожного з них, що створює необхідні умови для моделювання процесів формоутворення. Відповідальні та складні корпусні деталі обробляються з поділом технологічного процесу на наступні стадії обробки:

- чернову;
- напівчистову;
- чистову.

Для кожної стратегії задаються конкретні параметри обробки і їх обмеження, такі, як частота обертання шпинделя, швидкість подачі, крок між проходами, глибина врізання, мінімальний радіус заокруглення в кутах, точність опису криволінійної траєкторії прямими переміщеннями і багато інших. Крім того, часто такі стратегії обробки реалізуються складними траєкторіями руху інструменту, які забезпечуються одночасним підсумовуванням переміщень за всіма координатними осями верстата.

Чорнова обробка.

Сучасні стратегії повинні забезпечувати високу продуктивність чорнової обробки. Наприклад, застосування з цією метою вихорової траєкторії дозволяє збільшити продуктивність обробки. Для реалізації такої стратегії чорнової обробки використовується цілісний твердосплавний інструмент, здатний

забезпечити глибоке фрезерування всією робочою довжиною бічної поверхні. Забезпечується підтримка постійної швидкості видалення матеріалу, завдяки чому навантаження на інструмент змінюється плавно, без різких ударних стрибків. Це дозволяє збільшити подачі, термін експлуатації інструменту і ресурс верстата.

Дана стратегія при виконанні моделювання дозволяє мінімізувати величину припуску. Оптимізація контурної швидкості розвантажувальних операцій виконується, виходячи з максимальної швидкості видалення матеріалу, за умови відсутності різкої зміни величини і напрямку сил різання.

Напівчистова обробка.

На цьому етапі забезпечується сталість припуску перед чистовими операціями, оскільки при сталості навантаження вигин інструменту – практично незмінна величина, яку можна прогнозувати і враховувати при обробці. Оптимізація контурної швидкості виконується, виходячи з критерію отримання постійної величини припуску за максимально короткий час. Для досягнення сталості навантаження на інструмент при постійній зміні припуску (після чорнової обробки) необхідно змінювати величину подачі. На цьому етапі мінімізація часу вторинна, оскільки якість деталі після обробки в значній мірі визначається постійністю величини припуску перед чистовою обробкою. Саме цю мету переслідує стратегія напівчистої обробки.

Практична реалізація цієї стратегії вимагає створення додаткових засобів, які змінюють силу різання під час обробки. Зміни подачі задаються в КП відповідно до коливань жорсткості технологічної системи. Зміну сили різання в цьому випадку зручно здійснювати за рахунок регулювання поздовжньої подачі. На верстатах з ЧПУ такі зміни подачі по довжині оброблюваної заготовки попередньо внесені до КП. До недоліків методу управління пружними переміщеннями технологічної системи слід віднести вплив зміни поздовжньої подачі на шорсткість поверхні. При збільшенні поздовжньої подачі шорсткість оброблюваної поверхні зростає, тому при коливаннях поздовжньої подачі шорсткість поверхні стає неоднорідною. Але в багатьох

випадках цей недолік не є суттєвим, оскільки сталість шорсткості поверхні забезпечується на наступних етапах обробки.

Чистова обробка.

Для чистової обробки дуже важливо забезпечити задану точність і мікрорельєф поверхні. Оскільки на попередніх етапах сформовано припуск постійної висоти, то для задоволення перерахованих вимог необхідно забезпечити сталість контурної швидкості, яка при постійній величині припуску забезпечить постійне значення пружного відхилення інструменту в процесі формоутворення, що відповідно впливає на точність одержуваного розміру. Сталість контурної швидкості також сприяє якості поверхневого шару обробленого виробу.

Виходячи з проведеного аналізу стратегій формоутворення, можна виділити наступні етапи при моделюванні процесів формоутворення з використанням ВШО:

1. Отримання максимуму швидкості подачі, з плавним регулюванням подачі (виходячи з критерію максимального знімання матеріалу при чистовій обробці);
2. Управління швидкістю для отримання постійного навантаження на ріжучий інструмент при змінному зніманні матеріалу (виходячи з критерію отримання максимальної точності припуску при напівчистовій обробці);
3. Отримання постійної швидкості (виходячи з вимог до макро- і мікрорельєфу одержуваних поверхонь при чистовій обробці [13, 24]).

Реалізація вищеописаних стратегій процесів формоутворення значно розширює функціональні можливості математичного моделювання і дозволяє виконати:

1. Аналіз геометрії траєкторії переміщення інструменту і її елементів на можливість реалізації при заданих подачах;
2. Аналіз можливості реалізації розгону - гальмування в кожному кадрі програми при заданих подачах і динамічних характеристиках приводів;

3. Аналіз і розрахунок параметрів подачі в кадрі заданої тієї чи іншої стратегії обробки з урахуванням попередніх пунктів.

Виконання цих функцій паралельно з процесом формоутворення в режимі реального часу не представляється можливим через недоліки обчислювальних потужностей промислових контролерів. Особливо це актуально для кадрів В-сплайн і NURBS інтерполяції. Тому такі і подібні завдання необхідно виконувати завчасно для всієї КП. Такий підхід, в свою чергу, розбиває моделювання процесу формоутворення на два етапи (рис. 3.22). На першому необхідно виконати попередній аналіз, розрахунки і підготовку керуючої програми до виконання в режимі реального часу. Тут виконується від 85 до 95% обсягу всіх необхідних розрахунків.

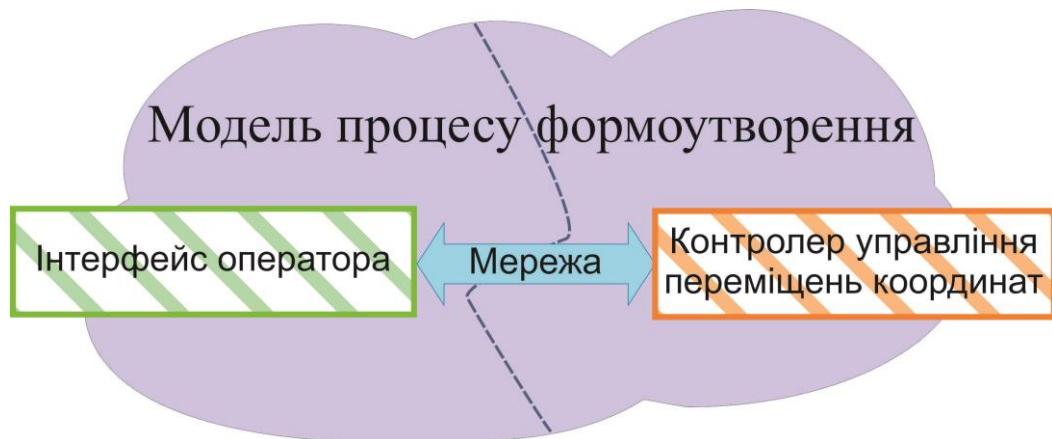


Рис. 3.22. Поділ функцій моделі процесів формоутворення і СЧПУ на два рівня

Решта завдання (розрахунок тактової подачі, відстеження значення «% подачі» і реакція на нього) виконуються на другому етапі в реальному режимі часу, їх реалізація не вимагає значних апаратних і часових витрат. Реалізація такого підходу представлена в алгоритмічному вигляді на рис. 3.23.

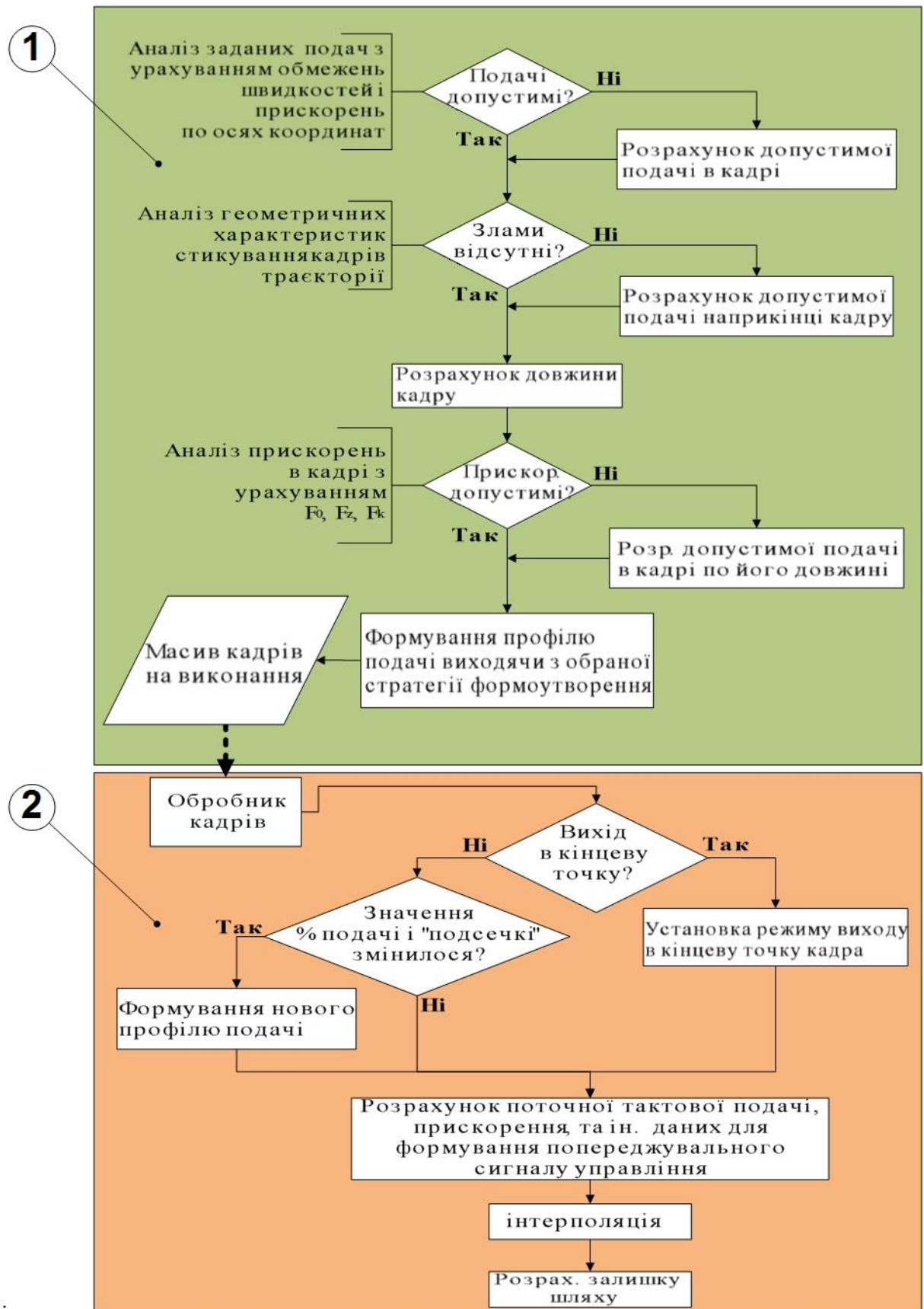


Рис. 3.23. Розподіл функцій управління подачі за етапами.

1 - етап попередніх розрахунків (верхній рівень);

2 - розрахунки виконуються в режимі реального часу (нижній рівень).

3.7 ВИСНОВКИ ЗА РОЗДІЛОМ

Підводячи підсумки досліджень, проведених в третьому розділі, можна зробити наступні висновки:

1. Розроблено алгоритми моделювання швидкості за S-образними законами, що дозволяє поліпшити динаміку систем в перехідних режимах. Показано, що вибір симетричної форми S-образної кривої, а також параметрів цих кривих, дозволяє скоротити обсяги розрахунків у режимах розгону і гальмування приводу при забезпеченні вимог точності.

2. Розроблено методику обчислення кроку інтерполяції по заданій контурній швидкості при русі по сплайн-кривій, що забезпечує точність кроку $10^{-4} \dots 10^{-5}$, і, таким чином, можливість стабілізації контурної швидкості при ВШО на рівні 0,01 ... 0,001%.

3. Розроблено методику попередньої оцінки швидкісного режиму при русі по B-сплайн траєкторії, що дозволяє встановити значення допустимих величин швидкості на всіх ділянках сплайна з урахуванням обмежень по величинам прискорень приводів подач верстата, вибрати безпечний режим і розглянути варіанти, що забезпечують необхідну продуктивність обладнання і якість виготовлення деталі.

4. Розроблено метод обчислення довжини сплайн-кривої, заснований на її поданні у вигляді многочлена в межах кожного сегмента сплайна і використанні формули для чисельного інтегрування, що забезпечує достатню для практики точність при організації процедур гальмування і виході в кінцеву точку сплайна при скороченні часу розрахунку в 12-15 разів.

РОЗДІЛ 4

ПОБУДОВА ДВОРІВНЕВОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ФОРМОУТВОРЕННЯ ТА ЇЇ ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ

У цьому розділі наведено структуру програмної реалізації дворівневої моделі процесу формоутворення при ВШО, описано завдання, які вирішуються на кожному рівні, і алгоритм роботи моделі нижнього рівня. Подано результати досліджень з розробки моделі блоку управління швидкістю і методика В-сплайн апроксимації. Реалізацію отриманих результатів роботи виконано в ПЧПУ АВІ.04, які використовуються при модернізації формоутворюючого обладнання. Результати розділу опубліковані в роботах [9, 17, 20, 23].

4.1 СТРУКТУРНА СХЕМА ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ФОРМОУТВОРЕННЯ

Проведений попередній аналіз вимог до моделі формоутворення привів до висновку про доцільність побудови дворівневої моделі (рис. 4.1). На верхньому рівні вирішуються завдання отримання вихідних даних і попередня підготовка цієї інформації. Серед них слід виділити модуль розрахунку таблиці швидкостей розгону-гальмування і транслятор. Таблиця швидкостей для S-образного закону розгону-гальмування (див. підрозділ 3.2) зберігається в спеціальному файлі на верхньому рівні (рис. 4.1). Під час запуску системи таблиця копіюється на нижній рівень і завантажується в спеціальну структуру даних. Якщо виникає необхідність зміни типу закону, то виконується перерахунок таблиці на верхньому рівні. Потім файл передається на нижній рівень, де відбувається оновлення даних в структурі.

Транслятор відповідає за перетворення КП у внутрішній формат даних (TSK). У разі В-сплайн і NURBS інтерполяції транслятор також виконує всі розрахунки з обчислення коефіцієнтів поліномів, що виражає залежність координат всередині вузлового інтервалу від параметра U , на кожному вузловому інтервалі. Також в цьому блоці виконується розрахунок коефіцієнтів гальмівних шляхів, оптимізація швидкості для кожного кадру КП. Виконання

цих розрахунків на верхньому рівні дозволяє значно скоротити обсяг обчислень і перевірок обмежень на нижньому рівні, який безпосередньо управляє агрегатами обладнання в режимі реального часу.

У TSK файлі для кожного кадру передається: його номер, тип G-функції з її обов'язковими параметрами, задана швидкість F_z з перевіркою всіх обмежень, швидкість в кінці кадру F_k з перевіркою всіх обмежень, довжина кадру S і довжина гальмівного шляху S_t .

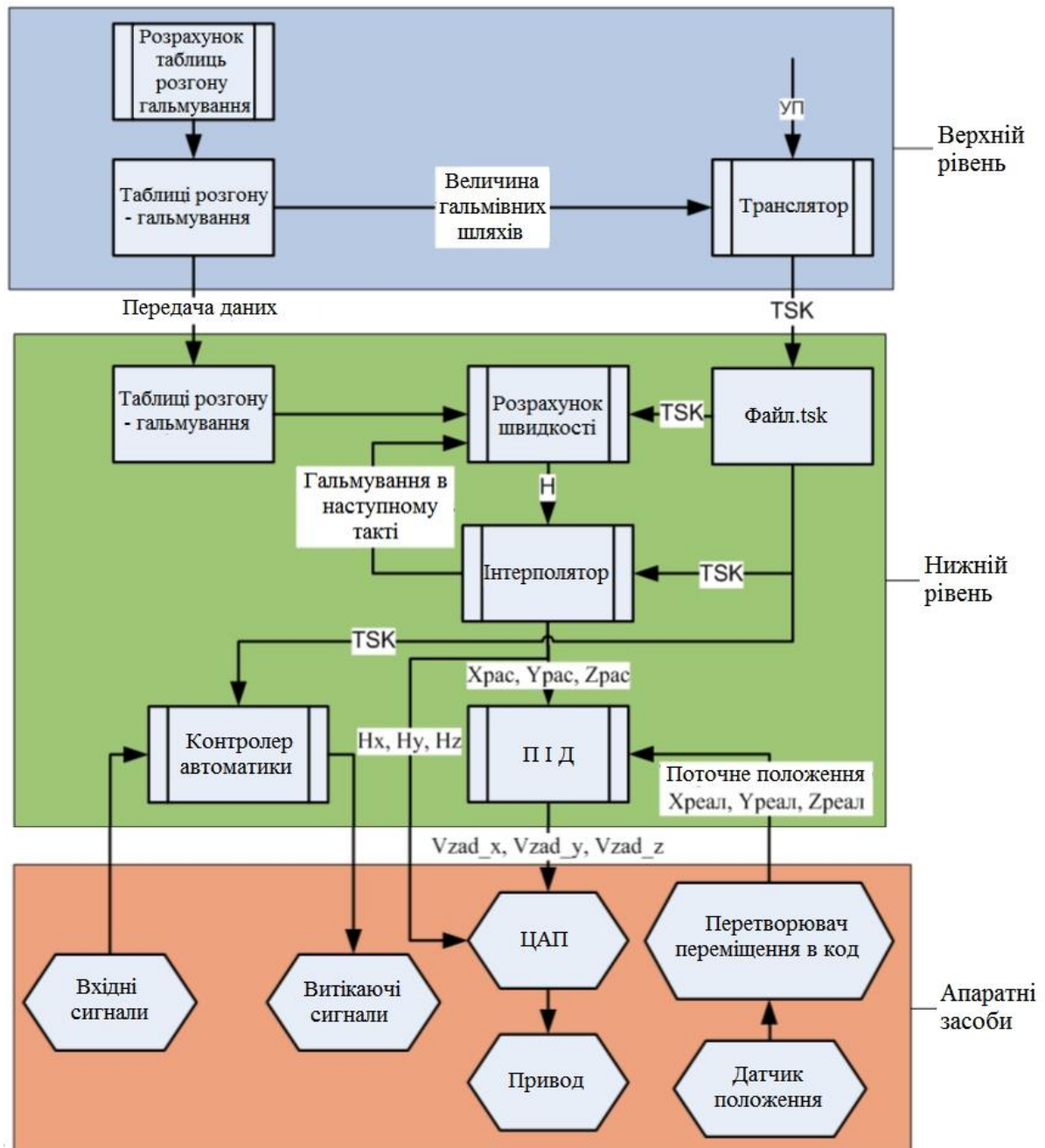


Рис. 4.1. Схема розподілу завдань і взаємодії між рівнями моделі процесу формоутворення

На нижньому рівні виконуються наступні процедури: розрахунок контурної швидкості, інтерполяція і розрахунок динамічних складових, розрахунок впливів ПДД-регулятора, а також формування і передача завдання на цифро-аналоговий перетворювач (ЦАП).

Розрахунок контурної швидкості виконується для кожного такту на підставі даних, отриманих з верхнього рівня (TSK файл, таблиці швидкостей, відсоток подачі - % F). У цьому блоці відслідковується поточний стан системи вибору відповідного варіанту: розгін, гальмування, рух з постійною швидкістю. Отримане значення контурної швидкості буде передаватися до блоку інтерполяції.

Блок інтерполяції використовує дані з TSK файлу (тип G-функції і її параметри) і блоку розрахунку контурної швидкості (контурна швидкість F_n).

У блоці інтерполяції визначаються:

- тип руху (лінійна, кругова, сплайн тощо ...);
- коефіцієнти участі координат в русі (K_x , K_y , K_z);
- тактовий приріст шляху по координатам (ΔX , ΔY , ΔZ);
- розрахунковий поточний стан ($X_{рас}$, $Y_{рас}$, $Z_{рас}$);
- розрахункові поточні швидкісні складові (H_x , H_y , H_z);
- приріст шляху по контуру (ΔL);
- залишок шляху (L);
- факт гальмування на наступному такті і установка відповідного прапора;
- закінчення інтерполяції і вихід в задану точку;
- пакети з поточними швидкісними і динамічними складовими (H_x , H_y , H_z) для формування попереджувального сигналу на ЦАП.

4.2 МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ФОРМОУТВОРЕННЯ НИЖНЬОГО РІВНЯ

Модель нижнього рівня забезпечує виконання всіх необхідних розрахунків для узгоджених дій робочих органів обладнання. Потрібна інформація надходить з верхнього рівня моделі і від датчиків обладнання (див. рис. 4.1). Однією з основних функцій моделі нижнього рівня є організація взаємодії між прикладними завданнями в ході їх виконання. Перелік основних завдань цієї моделі:

- перевірка станів пристроїв автоматів обладнання на наявність помилок;
- моделювання станів електроприводів обладнання, що містить в собі зчитування значень положення з перетворювача сигналів датчиків зворотного зв'язку, обчислення помилки, виклик обробника автомата приводу, обчислення реакції ПД, розрахунок і видача завдання швидкості;
- підготовка кадрів до виконання, що означає запуск автомата підготовки TSK кадрів, заповнення таблиці профілю швидкості в кадрі, підготовка інтерполяції;
- розрахунок в кожному такті ривка, прискорення, швидкості;
- розрахунок інтерполяційних збільшень і заповнення інтерполяційного буфера;
- обробка датчиків автоматики обладнання;
- формування інформаційного блоку;
- обмін даними з верхнім рівнем;
- обробка даних пульта оператора.

Взаємодію між завданнями реалізовано наступним чином:

- організований системний таймер з частотою, що в 1000 разів перевищує тактову частоту нижнього рівня (НР), по накопиченню в лічильнику 1000 переривань виставляє прапор переривання;
- по числу переривань в лічильнику оцінюється час до кінця такту.

Аналіз вирішуваних завдань дозволив розділити їх на два види (рис. 4.2):

- завдання високого пріоритету – обов'язково виконуються на кожному такті, з жорсткою послідовністю;
- завдання змінного пріоритету. Послідовність цих завдань може змінюватися в залежності від потреби, в певних випадках вони можуть бути перенесені на наступний такт;
- всі обчислювальні процеси програмного забезпечення виконуються протягом такту з 20% запасом часу, а в екстрених ситуаціях деякі завдання з низьким пріоритетом необхідно відкладати на наступний такт;
- забезпечити зберігання та передачу даних для виконуючих пристроїв через буфер.

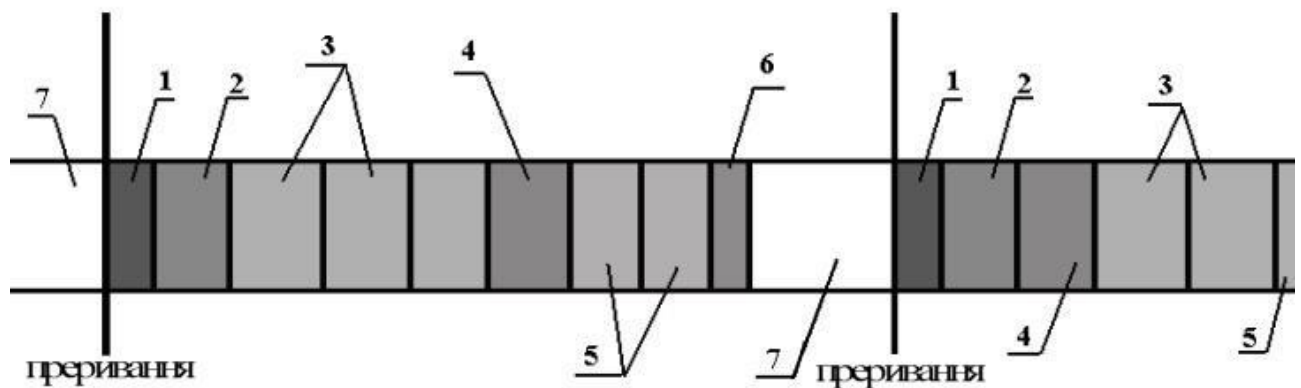


Рис. 4.2. Циклограма такту: 1,2 - завдання високого пріоритету,
3, 4, 5, 6 - завдання змінного пріоритету,
7 - вільний час або час очікування переривання.

На рис. 4.3 представлена схема організації завдань НР протягом одного такту. Перше і друге завдання (перевірка станів пристроїв автоматів на наявність помилок і управління приводами) мають високий пріоритет і виконуються на початку такту. Послідовність виконання інших завдань визначається диспетчером задач, для чого використовується пріоритет завдання. Залежно від типу завдання і його пріоритету диспетчер виконує виклик протягом такту. Після виконання завдання диспетчер перевіряє залишок часу. Як тільки всі завдання будуть виконані або залишок часу буде нижче допустимого значення, диспетчер завершує роботу і чекає переривання, якщо у

черзі немає відкладених раніше завдань. Ті завдання, які не були виконані в поточному такті, будуть відкладені на наступний.

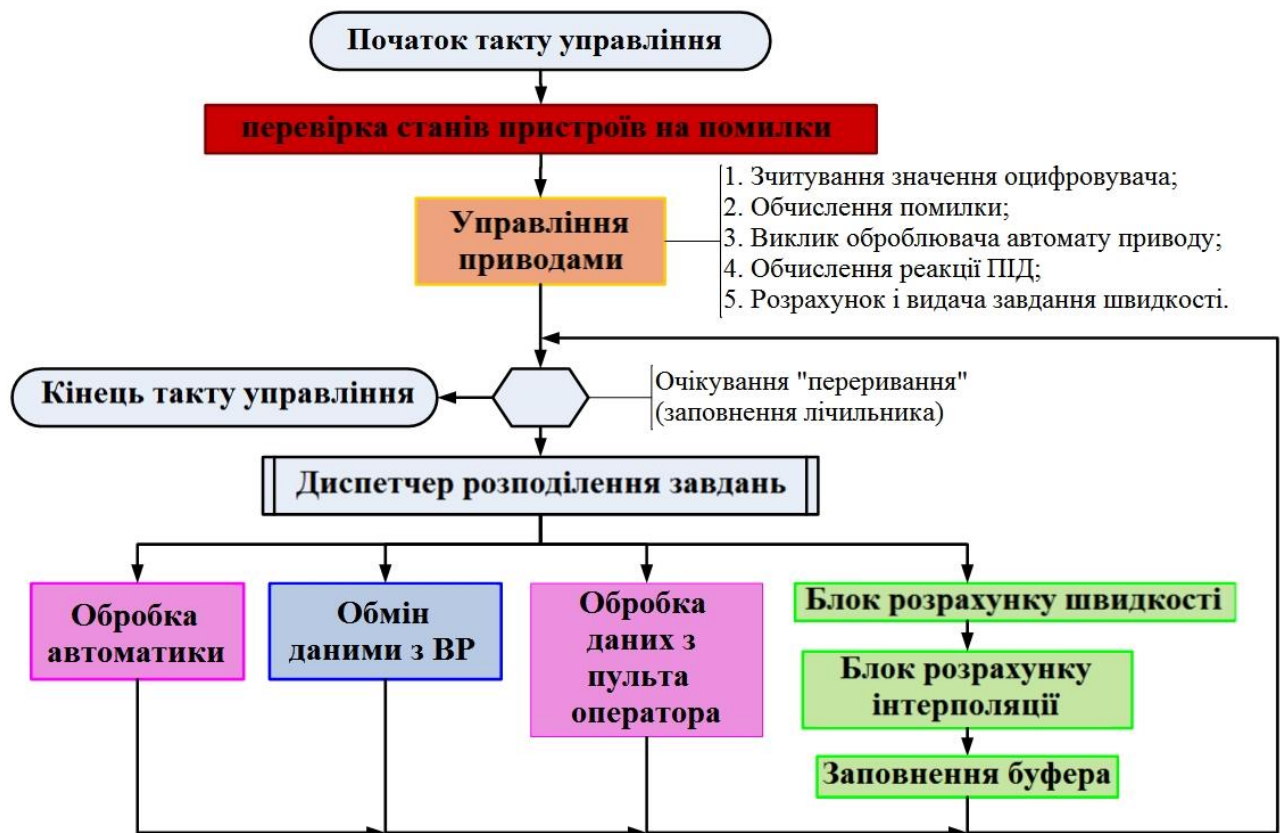


Рис. 4.3. Організація виконання завдань на НР протягом такту

Для забезпечення постійного часу циклу і максимальної продуктивності черговість виконання завдань може змінюватися в залежності від:

- значення пріоритету завдання в поточному такті;
- кількості циклів завдання, виконаних в поточному такті;
- оціночного часу виконання завдання.

4.3 ПРИСТРІЙ ЧПУ ABI.04 І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДНОЇ ПЕРЕВІРКИ ЗАПРОПОНОВАНИХ РІШЕНЬ

Аналіз формоутворюючих процесів на авіаційних підприємствах (ХДАВП, ДП «Антонов») показав, що подачі на експлуатованих верстатах з ЧПУ при виготовленні основної номенклатури деталей з легкооброблювальних металів (типу Д16) знаходяться в межах 140 ... 420 мм/хв, хоча паспортні характеристики дозволяють вести обробку на подачах до 1800 мм/хв. Причина

полягає в експлуатації застарілих систем управління, які не забезпечують необхідну точність позиціонування і стійкість управління приводами подач. Тому одним з перспективних напрямів удосконалення процесів формоутворення на такому обладнанні є збільшення контурної швидкості при забезпеченні необхідної точності позиціонування інструменту. Це призводить до необхідності модернізації та використання математичних моделей процесів формоутворення, представлених вище.

Було виконано обстеження трьохкоординатного вертикально-фрезерного верстата ФП-7СМН5 (ХДАВП, м. Харків, цех 42), який призначено для обробки складнопрофільних деталей з алюмінієвих сплавів типу Д16Т, В-95, титанових сплавів і жароміцних сталей по КП. Потім виконано модернізацію верстата ФП-7СМН5 шляхом заміни системи ЧПУ «Луч-43» на АВІ.04 типу CNC (рис. 4.4), в математичному забезпеченні якої використані розроблені алгоритми кругової, еліптичної та лінійної інтерполяції, S-образний закон зміни швидкості, B-сплайн і NURBS інтерполяції, а також B-сплайн апроксимації [9, 20]. Також виконано заміну індуктивних вимірювальних систем на дискретні оптичні.



Рис. 4.4. Верстат ФП-7СМН5 після модернізації з системою ЧПУ АВІ.04

Взаємозв'язок між системами верхнього і нижнього рівнів, а також з об'єктом управління і оператором зображено на структурній схемі системи ЧПУ АВІ.04 (рис. 4.5).

Основними структурними блоками системи ЧПУ АВІ.04 є:

- підсистема ЧПУ верхнього рівня (ВР), що забезпечує можливість введення і редагування КП, вибір режиму роботи верстата, введення і редагування параметрів системи. До складу підсистеми ВР ЧПУ входять пульт оператора, комп'ютер і модулі ЧПУ верхнього рівня;
- підсистема НР ЧПУ, яка безпосередньо управляє автоматикою верстата і електроприводами за допомогою програмно-апаратних модулів вводу-виводу. Основні модулі нижнього рівня: блок живлення; модуль обробки сигналів зворотного зв'язку ІТО-05; модуль вхідних дискретних сигналів ІМДЕ-802; модуль вихідних сигналів ІМДА-803; модуль інтерфейсів ІМС-01; модуль ІТУ-05 - ЦАП; контролер нижнього рівня.

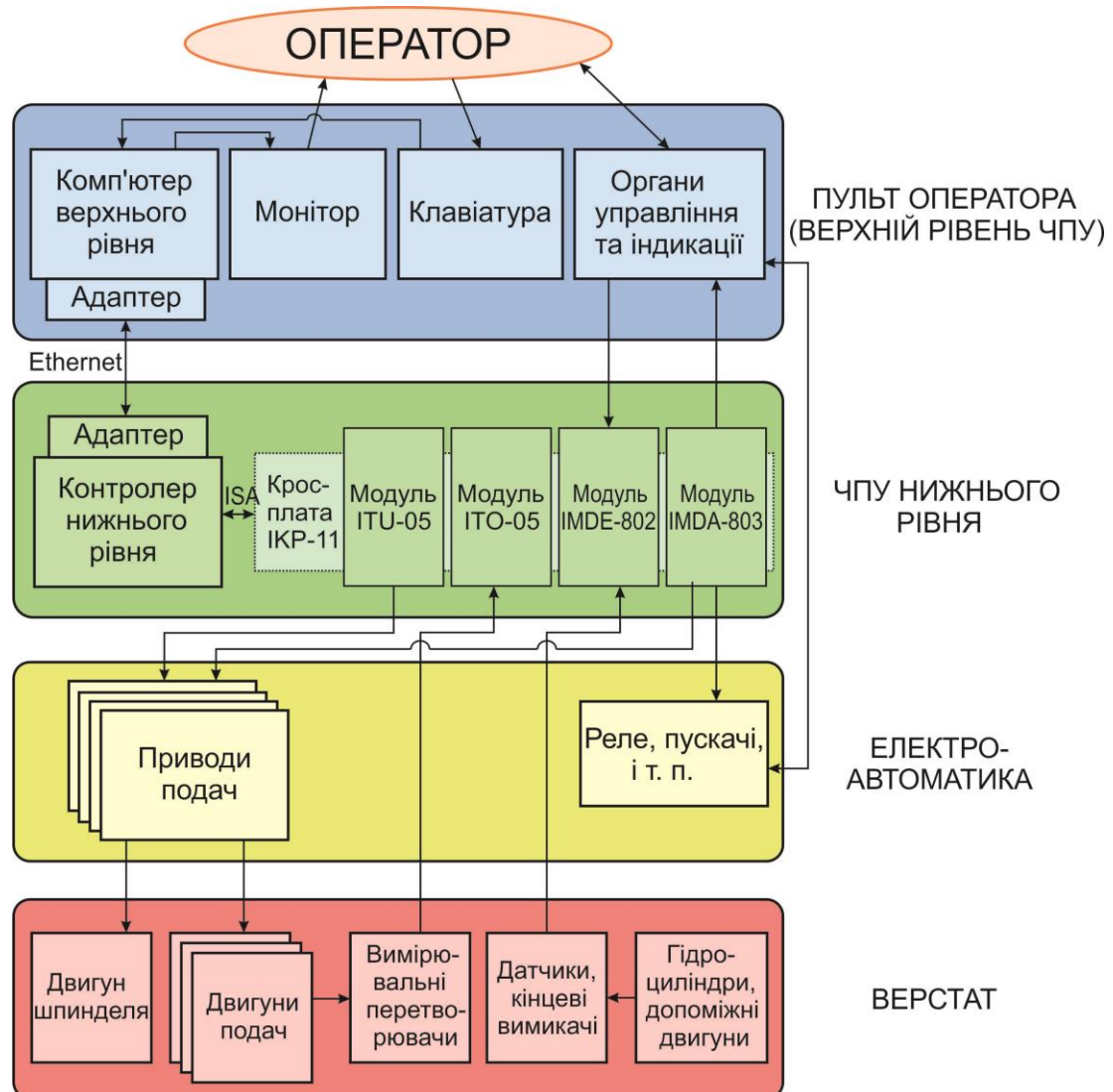


Рис. 4.5. Структурна схема системи ЧПУ AVI.04

Оцінка можливостей модернізованого обладнання виконувалася при виготовленні деталей серійного виробу - пасажирського літака АН-148,

центроплан якого збирався на авіазаводі. В якості об'єкта виробництва було обрано кришку люка-лазу (148.00.1080.054). Важлива умова перед початком модернізації - використання раніше розробленої КП для системи ЧПУ «Луч-43». Тому в розглянутій задачі КП була незмінною, вихідною інформацією.

На рис. 4.6 подано кришку люка-лазу (148.00.1080.054), яку виготовлено на модернізованому верстаті ФП-7СМН5.

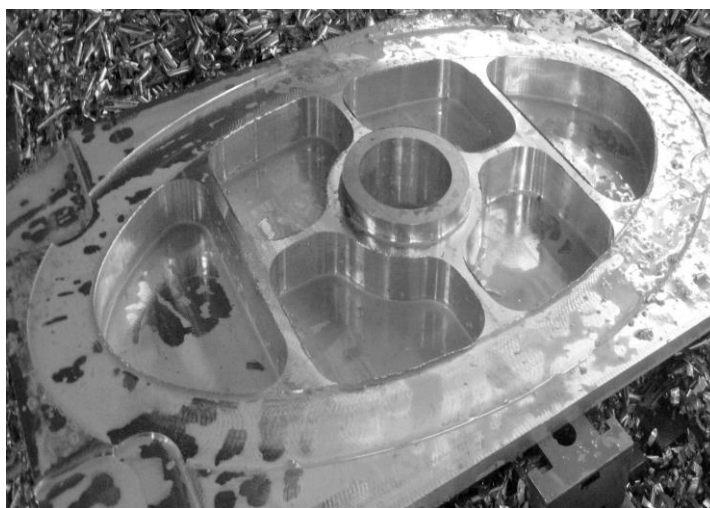


Рис. 4.6. Процес виготовлення кришки люка-лазу (148.00.1080.054.000) на модернізованому верстаті ФП-7СМН5

Оцінка технологічних можливостей модернізованого верстата виконувалася шляхом порівняння виготовлення кришки люка-лазу (148.00.1080.054.000) спочатку на верстаті з вихідною комплектацією, а потім - після його модернізації (рис. 4.7). Певне уявлення про досягнуті технологічні параметри дає таблиця 4.1.

Таблиця 4.1

Порівняння технологічних параметрів обробки люка-лазу

Параметри	Вихідна комплектація верстата	Модернізований верстат	Порівняння
Максимальна робоча подача, мм/хв.	250	750	$\frac{F_{y-м}}{F_{и-м}} = 3,0$
Максимальна швидкість холостого ходу, мм/хв.	1000	2500	$\frac{F_{y-хх}}{F_{и-хх}} = 2,5$
Час обробки деталі по 19 програмам	580 мин 11 с	206 мин	$\frac{\sum T_{исх}}{\sum T_{уск}} = 2,8$

Таким чином, час виготовлення деталі за прискореною програмою зменшено в 2,8 рази.

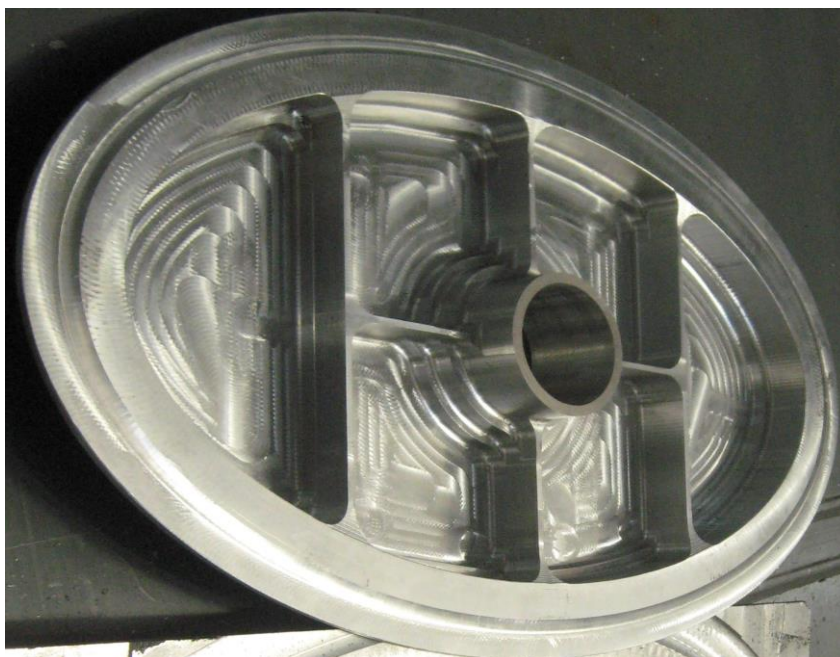


Рис. 4.7. Кришка люка, виготовлена за прискореною КП

Наступним етапом тестування в умовах випуску серійної продукції було виготовлення кронштейна 148.00.1001.003.000. На рис. 4.8 представлений фрагмент однієї з формоутворюючих операцій.

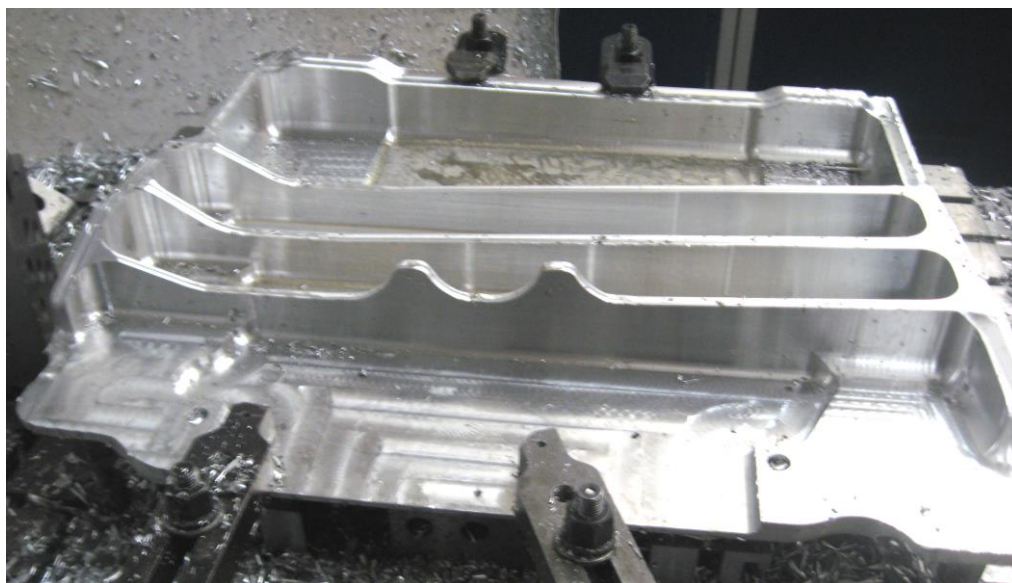


Рис. 4.8. Процес виготовлення серійного кронштейна на верстаті ФП-7СМН5

Для отримання об'єктивної картини тестування проводилося шляхом виготовлення двох кронштейнів 148.00.1001.003.000. Один з них виготовлявся на обладнанні вихідної комплектації, другий на обладнанні після його модернізації. Про результати тестування дає уявлення таблиця 4.2.

Таблиця 4.2

Порівняння технологічних параметрів обробки кронштейна

Параметри	Вихідна УП	Прискорена КП	Порівняння
Максимальна робоча подача, мм/хв	250	1800	$\frac{F_{y-m}}{F_{u-m}} = 7,2$
Максимальна швидкість холостого ходу, мм/хв	1000	2400	$\frac{F_{y-xx}}{F_{u-xx}} = 2,4$
Час обробки деталі по 25 програмам	2273 хв. 10 с	683 хв.	$\frac{\sum T_{исх}}{\sum T_{уск}} = 3,3$

Таким чином, максимальна робоча подача збільшилася до 1800 мм/хв., а максимальна швидкість холостого ходу зросла до 2400 мм/хв. Час формуютьючих операцій при виготовленні деталі (рис. 4.9) після модернізації обладнання зменшено в 3,3 рази.



Рис. 4.9. Виготовлений серійний кронштейн 148.00.1001.003.000 на верстаті ФП-7СМН5 після його модернізації

4.4 ОБРОБКА КУСКОВО-ЛІНІЙНИХ МАСИВІВ ДАНИХ ШЛЯХОМ В-СПЛАЙН АПРОКСИМАЦІЇ ЗІ СПОЛУЧЕННЯМ СПЛАЙНІВ ЗА ПОХІДНИМИ

Завдання апроксимації зі сполученням В-сплайн кривих часто зустрічається на практиці моделювання процесу формоутворення. До недавнього часу більшість систем ЧПУ мали можливість задавати переміщення тільки по лінійним і круговим траєкторіям, тому КП для обробки складних об'єктів розраховуються шляхом кусково-лінійної апроксимації вихідних кривих. В результаті КП містить величезну кількість кадрів лінійного переміщення на малі величини в кожному з них, що практично виключає застосування високошвидкісної обробки, яка на даний час все більше входить в практику машинобудування. Застосування сплайн-кривих дозволяє вирішити задачу модифікації КП, що містять велику кількість лінійних кадрів, шляхом сплайн-апроксимації. Однак алгоритми сплайн-апроксимації набагато складніше алгоритмів сплайн-інтерполяції і вимагають більшої обчислювальної потужності для реалізації. Практика показала, що з ростом числа вузлів сплайна час розрахунку при апроксимації збільшується в степеневій залежності, що далеко не завжди прийнятно в ЧПУ. До того ж, при попередній обробці масивів кадрів нерідко виникають ситуації, коли окремі кадри КП треба залишити без зміни. Тоді виникає необхідність мати кілька сплайн-кривих, сполучених між собою, в тому числі і по похідним. При сполученні кривих по першій і другій похідним зберігається C^2 -неперервність сполучених кривих, що забезпечить відсутність стрибків по швидкості і прискорення в точці сполучення в процесі обробки на верстаті з ЧПУ.

Нехай заданий масив точок $\{\vec{Q}_k\}, k = \overline{0, \dots, m}$, обрані допустима точність апроксимації δ , ступінь апроксимуючої кривої p і число контрольних точок $(n + 1)$ першої ітерації. Вважаємо, що $p > 1, n \geq p, n < m$.

Потрібно знайти В-сплайн криву

$$\bar{C}(U) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(U) \bar{P}_i, U \in [0,1], \quad (4.1)$$

яка задовольняє умовам

$$\bar{Q}_0 = \bar{C}(0), \quad \bar{Q}_m = \bar{C}(1), \quad (4.2)$$

$$\sum_{k=1}^{m-1} \left| \bar{Q}_k - \bar{C}(U_k) \right|^2 = \min. \quad (4.3)$$

У загальному випадку крива $\bar{C}(U)$ не проходить через точки $\bar{Q}_k$, і її точки $\bar{C}(U_k)$ не є найближчими до точок $\bar{Q}_k$.

Для побудови кривої $\bar{C}(U)$ потрібно знайти вузловий вектор (2.11), визначити ненульові базисні функції $N_{i,p}(U)$ і, використовуючи критерій найменших квадратів (4.3), скласти систему рівнянь, що пов'язують відомі точки $\bar{Q}_k$ з невідомими точками контрольного полігону $\bar{P}_i$. В результаті розв'язання системи рівнянь будуть знайдені точки $\{\bar{P}_i\}$, $i = \overline{1, n-1}$ (точки $\bar{P}_0, \bar{P}_n$ визначені умовою (4.2)).

Далі слід визначити відхилення

$$\varepsilon_k = \left| \bar{Q}_k - \bar{C}(U_k) \right|, k = 1, \dots, m-1,$$

і перевірити умову

$$\varepsilon_k \leq \delta. \quad (4.4)$$

Якщо умова (4.4) не виконується, слід збільшити число контрольних точок n і виконати чергову ітерацію. Якщо ж все ще $\varepsilon_k < \delta$, можна зменшити число контрольних точок і виконати чергову ітерацію. Закінчення ітераційного процесу може бути зумовлене різними правилами, в тому числі і отриманням оптимального числа точок полігону.

Алгоритм розв'язання задачі в межах однієї ітерації включає наступні кроки.

1. Розрахунок параметрів $\bar{U}_k$. Використовується метод хорд.

$$\bar{U}_0 = 0; \quad \bar{U}_\kappa = \bar{U}_{\kappa-1} + \frac{\left| \bar{Q}_\kappa - \bar{Q}_{\kappa-1} \right|}{d}; \quad \bar{U}_n = 1; \quad \kappa = \overline{1, n-1},$$

$$d = \sum_{\kappa=1}^n \left| \vec{Q}_{\kappa} - \vec{Q}_{\kappa-1} \right|. \quad (4.5)$$

2. Розрахунок внутрішніх вузлів вузлового вектора. Вводиться допоміжний параметр h

$$h = \frac{m+1}{n-p+1}, \quad (4.6)$$

і далі, внутрішній вузол

$$U_{j+p} = (1 - \alpha_j) \overline{U}_{i-1} + \alpha_j \overline{U}_i, \quad j = \overline{1, n-p},$$

$$i = \text{int}(jh), \quad \alpha_j = jh - i.$$

3. Обчислюються значення базисних функцій

$$N_{i,p}(\overline{U}_k), \quad i = \overline{0, n}, \quad k = \overline{0, m},$$

за формулами

$$N_{i,0}(U) = \begin{cases} 1, & U_i \leq U < U_{i+1} \\ 0, & \text{поза інтервалом} \end{cases},$$

$$N_{i,p}(U) = \frac{U - U_i}{U_{i+p} - U_i} N_{i,p-1}(U) + \frac{U_{i+p+1} - U}{U_{i+p+1} - U_{i+1}} N_{i+1,p-1}(U).$$

4. Обчислюються допоміжні вектори $\vec{R}_k$, введення яких обумовлено процесом оптимізації за критерієм (4.3)

$$\vec{R}_k = \vec{Q}_k - N_{0,p}(\overline{U}_k) \vec{Q}_0 - N_{n,p}(\overline{U}_k) \vec{Q}_m, \quad k = 1, \dots, m-1.$$

Тоді

$$\vec{Q}_k - \vec{C}(\overline{U}_k) = \vec{Q}_k - \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\overline{U}_k) \vec{P}_i = \vec{R}_k - \sum_{i=0}^{n-1} N_{i,p}(\overline{U}_k) \vec{P}_i.$$

Позначивши

$$f = \sum_{k=1}^m \left| \vec{Q}_k - \vec{C}(\overline{U}_k) \right|^2,$$

і враховуючи, що ця функція досягає свого мінімуму при $\frac{\partial f}{\partial P_l} = 0, \quad (l = \overline{1, \dots, n-1}),$

після перетворень отримаємо

$$\sum_{i=1}^{n-1} \left(\sum_{k=1}^{m-1} N_{i,p}(\overline{U}_k) N_{i,p}(\overline{U}_k) \right) \vec{P}_i = \sum_{k=1}^{m-1} N_{i,p}(\overline{U}_k) \vec{R}_k.$$

5. Надаючи l значення від 1 до $n-1$, отримуємо систему рівнянь

$$\begin{pmatrix} \vec{P}_1 \\ \vec{P}_2 \\ \dots \\ \vec{P}_{n-1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1,n-1} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n-1,1} & A_{n-1,2} & \dots & A_{n-1,n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \\ \dots \\ \vec{B}_{n-1} \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

де

$$A_{l,i} = \sum_{k=1}^{m-1} N_{l,p}(\vec{U}_k) N_{i,p}(\vec{U}_k), \quad \vec{B}_l = \sum_{k=1}^{m-1} N_{l,p}(\vec{U}_k) \vec{R}_k,$$

$$l = 1, \dots, n-1, i = 1, \dots, n-1,$$

l – номер рядка, i – номер стовпця, він же – індекс вектора $\vec{R}_k$.

Розв'язання системи (4.7) дає значення координат контрольних точок $\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_{n-1}$, які в сукупності з векторами $\vec{P}_0 = \vec{Q}_0$ и $\vec{P}_n = \vec{Q}_m$ утворюють контрольний полігон.

6. Обчислюються значення координат точок $\vec{C}(\vec{U}_k)$ відповідно до (4.1)

$$\vec{C}(\vec{U}_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\vec{U}_k) \vec{P}_i, \quad k = \overline{1, m-1}.$$

7. Обчислюються відхилення $\vec{C}(\vec{U}_k)$ від точок $\vec{Q}_k$

$$\varepsilon_k = \left| \vec{Q}_k - \vec{C}(\vec{U}_k) \right|,$$

і перевіряються умови (4.4).

За результатами порівняння приймається рішення про продовження або припинення ітерацій.

У практиці сучасного ЧПУ-орієнтованого виробництва часто зустрічається завдання апроксимації зі сполученням В-сплайн кривих. Зокрема, апроксимація КП складається з величезного числа кадрів лінійно-кругового переміщення малих довжин. Масив таких кадрів практично виключає застосування високошвидкісної обробки, яка в даний час все більше входить в практику машинобудування.

Нижче розглянуто метод В-сплайн апроксимації, що дозволяє створити пару сплайн-кривих третього ступеня по першій і другій похідним. Алгоритм заснований на використанні загального методу В-сплайн апроксимації, до якого виконані необхідні доповнення.

Нехай заданий вихідний масив точок $\{\vec{Q}_k\}$, розбитий на ряд секцій, для кожної з яких потрібно знайти апроксимуючу кубічну В-сплайн криву.

Для першої секції по розглянутому вище алгоритму знаходимо апроксимуючу В-сплайн криву

$$\vec{C}_1(U) = \sum_{i=0}^{n_1} N_{i,3}(U) \vec{P}_i,$$

(n_1 – число контрольних точок, $N_{i,3}(U)$ – базисні функції 3-го ступеня для В-сплайн кривої першої секції). Тепер слід знайти значення похідних в кінцевій точці 1-ї секції з тим, щоб надати їм значення похідних в точці, що співпадає з кінцевою, але у той же час є початковою для 2-ї секції. Це неважко зробити, якщо сегменти В-сплайна представлені у вигляді многочленів. Тоді для останнього сегмента першої секції матимемо

$$\begin{aligned} X(U) &= A_X^{(n_1)} U^3 + B_X^{(n_1)} U^2 + C_X^{(n_1)} U + D_X^{(n_1)}, \\ Y(U) &= A_Y^{(n_1)} U^3 + B_Y^{(n_1)} U^2 + C_Y^{(n_1)} U + D_Y^{(n_1)}, \\ U &\in (U_{n_1}, 1), \end{aligned} \quad (4.8)$$

n_1 – індекс останнього сегмента першої секції.

Взявши похідну по параметру U від (4.8) і з огляду на те, що в кінцевій точці сплайна 1-ої секції $U = 1$, отримаємо

$$\begin{aligned} X'(1) &= 3A_X^{(n_1)} + 2B_X^{(n_1)} + C_X^{(n_1)}, \\ X''(1) &= 6A_X^{(n_1)} + 2B_X^{(n_1)}, \\ X'''(1) &= 6A_X^{(n_1)}, \\ Y'(1) &= 3A_Y^{(n_1)} + 2B_Y^{(n_1)} + C_Y^{(n_1)}, \\ Y''(1) &= 6A_Y^{(n_1)} + 2B_Y^{(n_1)}, \\ Y'''(1) &= 6A_Y^{(n_1)}, \\ C_1'(1) &= [X'(1), Y'(1)], \\ C_1''(1) &= [X''(1), Y''(1)], \\ C_1'''(1) &= [X'''(1), Y'''(1)]. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Отримані в (4.9) значення похідних прирівнюємо до значень похідних в початковій точці 2-ї секції, для якої $U=0$, тобто вимагаємо, щоб виконувалися рівності

$$\begin{aligned}
C_1'(1) &= C_2'(0), \\
C_1''(1) &= C_2''(0), \\
C_1'''(1) &= C_2'''(0).
\end{aligned}
\tag{4.10}$$

Тепер розглянемо перший сегмент 2-ї секції. Для кубічного В-сплайна він визначений чотирма базисними функціями $N_{0,3}(U)$, $N_{1,3}(U)$, $N_{2,3}(U)$, $N_{3,3}(U)$ і чотирма векторами контрольних точок $\vec{P}_0, \vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$, тобто

$$\vec{C}_2(U) = \sum_{i=0}^3 N_{i,3}(U) \vec{P}_i, U \in (0, U_4). \tag{4.11}$$

Врахування похідних при знаходженні апроксимуючої кривої 2-ї секції вимагатиме збільшення розмірності вузлового вектора і додавання контрольних точок. При врахуванні всіх трьох похідних виявиться, що перший сегмент 2-ї секції повністю визначений значеннями похідних, отриманих в (4.10) і додатковими вузлами вузлового вектора, що вводяться для врахування похідних. Покажемо, що значення векторів $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ можуть бути визначені через $\vec{P}_0, C_2'(0), C_2''(0), C_2'''(0)$.

Для цього базисні функції $N_{i,3}(U)$ запишемо у вигляді

$$N_{i,3}(U) = a_i U^3 + b_i U^2 + c_i U + d_i. \tag{4.12}$$

Тоді для $\vec{C}_2(U)$ із (4.11) отримаємо

$$\vec{C}_2(U) = \sum_{i=0}^3 (a_i U^3 + b_i U^2 + c_i U + d_i) \vec{P}_i. \tag{4.13}$$

Послідовно застосовуючи рекурентне співвідношення

$$N_{i,p}(U) = \frac{U - U_i}{U_{i+p} - U_i} N_{i,p-1}(U) + \frac{U_{i+p+1} - U}{U_{i+p+1} - U_{i+1}} N_{i+1,p-1}(U), \tag{4.14}$$

для базисних функцій $N_{i,3}(U)$ 1-го сегмента отримаємо

$$\begin{aligned}
N_{0,3}(U) &= a_0 U^3 + b_0 U^2 + c_0 U + d_0, \\
N_{1,3}(U) &= a_1 U^3 + b_1 U^2 + c_1 U, \\
N_{2,3}(U) &= a_2 U^3 + b_2 U^2, \\
N_{3,3}(U) &= a_3 U^3, \quad U \in (0, U_4).
\end{aligned}
\tag{4.15}$$

Якщо число вузлів вузлового вектора 2-ї секції дорівнює n_2 , то вузловий вектор запишеться у вигляді

$$U = \{0, 0, 0, 0, U_4, U_5, U_6, \dots, U_{n_2}, 1, 1, 1, 1\}. \quad (4.16)$$

Тоді, використовуючи (4.12), (4.14), (4.15) і (4.16), маємо

$$\begin{aligned} a_0 &= -\frac{1}{U_4^3}, b_0 = \frac{3}{U_4^2}, c_0 = -\frac{3}{U_4}, d_0 = 1, \\ a_1 &= \frac{1}{U_4^3} + \frac{1}{U_4^2 U_5} + \frac{1}{U_4 U_5^2}, b_1 = -\frac{3}{U_4^2} - \frac{3}{U_4 U_5}, c_1 = \frac{3}{U_4}, d_1 = 0, \\ a_2 &= -\frac{1}{U_4^2 U_5} - \frac{1}{U_4 U_5^2} - \frac{1}{U_4 U_5 U_6}, b_2 = \frac{3}{U_4 U_5}, c_2 = 0, d_2 = 0, \\ a_3 &= \frac{1}{U_4 U_5 U_6}, b_3 = 0, c_3 = 0, d_3 = 0. \end{aligned} \quad (4.17)$$

З (4.13) при $U=0$ отримуємо

$$\vec{C}_2(0) = d_0 \vec{P}_0 = \vec{P}_0.$$

Диференціюючи (4.13) по U і врахувавши значення C_0 і C_1 з (4.17), отримуємо

$$\vec{C}_2'(0) = -\frac{3}{U_4} \vec{P}_0 + \frac{3}{U_4} \vec{P}_1,$$

звідки

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_0 + \frac{U_4}{3} \vec{C}_2'(0). \quad (4.18)$$

Взявши другу похідну від (4.13) по U і використовуючи співвідношення (4.15)

для $\vec{C}_2''(0)$, маємо

$$\vec{C}_2''(0) = 2b_0 \vec{P}_0 + 2b_1 \vec{P}_1 + 2b_2 \vec{P}_2.$$

З урахуванням b_i із (4.17) для $\vec{P}_2$ отримаємо

$$\vec{P}_2 = \frac{U_4 U_5}{6} \vec{C}_2''(0) + \left(1 + \frac{U_5}{U_4}\right) \vec{P}_1 - \frac{U_5}{U_4} \vec{P}_0. \quad (4.19)$$

Взявши третю похідну від (4.13), маємо

$$\vec{C}_2'''(U) = 6 \sum_{i=0}^3 a_i \vec{P}_i.$$

Врахувавши значення a_i із (4.17), для $\vec{P}_3$ отримаємо

$$\vec{P}_3 = \frac{U_4 U_5 U_6}{6} \vec{C}_2''(0) + \frac{U_5 U_6}{U_4^2} (\vec{P}_0 - \vec{P}_1) + \left(\frac{U_6}{U_4} + \frac{U_6}{U_5} \right) (\vec{P}_2 - \vec{P}_1) + \vec{P}_2.$$

Таким чином, показано принципову можливість сполучення кубічних В-сплайнів за трьома похідними.

Практично необхідно взяти до уваги дві обставини.

1. Кубічний В-сплайн є неперервною функцією з класу C_2 , і на кордонах сегментів всередині сплайна третя похідна зазнає розриву. Тому добиватися сполучення двох кубічних В-сплайнів по 3-й похідній безглуздо.

2. Сполучення В-сплайнів по 1-й і 2-й похідним зумовлює положення векторів $\vec{P}_1$ і $\vec{P}_2$, які будуть виключені з процедури оптимізації при побудові апроксимуючої кривої. Це означає, що точність апроксимації може погіршитися. В таких випадках можливе виникнення ситуацій, коли задана точність не буде досягнута.

Тепер повернемося до змін і доповнень алгоритму апроксимації з урахуванням необхідності сполучення секцій по 1-й і 2-й похідним. Нехай 2 секція повинна охоплювати масив точок $\{\vec{Q}_k\}, k = \overline{0, m/2}$, задані ступінь апроксимуючої кривої p і точність апроксимації δ , вибрано кількість контрольних точок першої ітерації $n/2$, задані значення $\vec{C}_2'(0)$ и $\vec{C}_2''(0)$.

Операції першого кроку алгоритму залишаються такими самими, як і в звичайній сплайн апроксимації, тобто величини $\vec{U}_k$ розраховуються за співвідношенням (4.5).

Допоміжний параметр h з виразу (4.6) розраховується за формулою

$$h = \frac{m/2 + 1}{n/2 - p + 1 + q_1 + q_2},$$

де

$$q_1 = \begin{cases} 1, \text{ є сполучення} & \text{по 1-й похідній} \\ 0, \text{ немає сполучення} & \text{по 1-й похідній} \end{cases},$$

$$q_2 = \begin{cases} 1, \text{ є сполучення} & \text{по 2-й похідній} \\ 0, \text{ немає сполучення} & \text{по 2-й похідній} \end{cases}.$$

Параметри α_j , що визначають внутрішні вузли вузлового вектора

$$\alpha_j = jh - i, \quad i = \text{int}(jh), \quad j = 1, \dots, n - p + q_1 + q_2.$$

Внутрішні вузли вузлового вектора

$$U_{j+p} = (1 - \alpha_j) \bar{U}_{i-1} + \alpha_j \bar{U}_i.$$

Вузловий вектор має вигляд

$$U = \left\{ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{p+1}, U_{p+j}, \dots, U_{n_2+q_1+q_2}, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{p+1} \right\}.$$

Обчислюються значення базисних функцій

$$N_{i,p}(\bar{U}_k), \quad i = \overline{0, n_2 + q_1 + q_2}, \quad k = \overline{0, m_2}.$$

Обчислюються вектори $\vec{P}_1$ і $\vec{P}_2$ згідно співвідношень (4.18) і (4.19).

Обчислюються вектори $\vec{R}_k$ з урахуванням того, що $\vec{P}_1$ і $\vec{P}_2$ повинні бути виключені з процедури оптимізації:

$$\vec{R}_k = \vec{Q}_k - N_{0,p}(\bar{U}_k) \vec{P}_0 - q_1 N_{1,p}(\bar{U}_k) \vec{P}_1 - q_2 N_{2,p}(\bar{U}_k) \vec{P}_2 - N_{n_2+q_1+q_2,p}(\bar{U}_k) \vec{Q}_{m_2},$$

$$k = \overline{1 + q_1 + q_2, m_2 - 1}.$$

Система рівнянь (4.7) набуває такого вигляду:

$$\begin{pmatrix} (1 - q_1) \vec{P}_1 \\ (1 - q_2) \vec{P}_2 \\ \vec{P}_3 \\ \vec{P}_{n_2-1+q_1+q_2} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} (1 - q_1) A_{11} & (1 - q_1) A_{12} & \dots & (1 - q_1) A_{1, n_2-1+q_1+q_2} \\ (1 - q_1) A_{21} & (1 - q_2) A_{22} & \dots & (1 - q_2) A_{2, n_2-1+q_1+q_2} \\ (1 - q_1) A_{31} & (1 - q_2) A_{32} & \dots & A_{3, n_2-1+q_1+q_2} \\ (1 - q_1) A_{n_2-1+q_1+q_2, 1} & (1 - q_2) A_{n_2-1+q_1+q_2, 2} & \dots & A_{n_2-1+q_1+q_2, n_2-1+q_1+q_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - q_1) \vec{B}_1 \\ (1 - q_2) \vec{B}_2 \\ \vec{B}_3 \\ \vec{B}_{n_2-1+q_1+q_2} \end{pmatrix},$$

де

$$A_{l,i} = \sum_{k=1}^{m_2-1} N_{l,p}(\bar{U}_k) N_{i,p}(\bar{U}_k), \quad \vec{B}_l = \sum_{k=1}^{m_2-1} N_{l,p}(\bar{U}_k) \vec{R}_k,$$

$$l = \overline{1 + q_1 + q_2, n_2 + q_1 + q_2 - 1}, \quad i = \overline{1 + q_1 + q_2, n_2 + q_1 + q_2 - 1}.$$

В результаті розв'язання системи визначаються вектори контрольних точок, що утворюють контрольний полігон. Подальші кроки залишаються без змін. Розглянута схема придатна і для обчислень при відсутності сполучення за похідною. В цьому випадку параметри $q_1 = 0$ і $q_2 = 0$, і схема набуває вигляду, який подано в першій частині даного розділу.

Наведемо приклад, який ілюструє викладені положення.

Нехай заданий масив, що містить N точок,

$$\{\vec{Q}_k\} = \{(0,0), (50,310), (100,440), (200,600), (400,800), (600,900), (700,950), (800,980), (900,990), (1000,1000), (1100,990), (1200,980), (1300,950), (1400,900), (1600,800), (1800,600), (1900,440), (1950,310), (2000,0)\},$$

розбитий на 2 секції:

1-я секція - 10 точок від (0,0) до (1000,1000);

2-я секція - 10 точок від (1000,1000) до (2000,0).

Точка $Q_9(1000,1000)$ - загальна точка двох секцій, і в ній повинно бути отримане сполучення по 1-й і 2-й похідним. Результати розрахунків зведені в таблицю 4.3.

Таблиця 4.3

Результати розрахунків В-сплайн апроксимації для першої секції

№	$\bar{U}_k$	$N_{0,3}$	$N_{1,3}$	$N_{2,3}$	$N_{3,3}$	$\sum N_{i,3}$	$\vec{Q}_k$	$\vec{R}_k$	$\vec{C}(\bar{U}_k)$	ε_k
0	0	1,0	—	—	—	1,00	0,0	—	0, 0	0
1	0,2	0,512	0,384	0,096	0,008	1,00	50,310	42,302	45,3; 312	9,3
2	0,29	0,358	0,439	0,179	0,024	1,00	100,440	76,416	100,3; 440,9	0,94
3	0,41	0,205	0,428	0,298	0,069	1,00	200,600	131,531	263,3; 599	3,4
4	0,59	0,069	0,298	0,428	0,205	1,00	400,800	195,595	405,4; 794,5	7,7
5	0,73	0,02	0,16	0,432	0,388	1,00	600,900	312,512	593,7; 906,7	9,2
6	0,8	0,008	0,096	0,384	0,512	1,00	700,950	188,438	695,9; 948	4,1
7	0,87	0,002	0,044	0,295	0,659	1,00	800,980	141,321	801; 977,9	2,4
8	0,94	$2 \cdot 10^{-4}$	0,01	0,159	0,831	1,00	900,990	69,159	907,9; 995,4	9,6
9	1,0	—	0,00	—	1,00	1,00	1000,1000	—	1000; 1000	0

На закінчення наведемо графік апроксимуючої кривої (рис. 4.10), графіки перших похідних $x'(u), y'(u)$ для 1-ї та 2-ї секцій (рис. 4.11) і графіки других похідних $x''(u), y''(u)$ для 1-ї та 2-ї секцій (рис. 4.12).

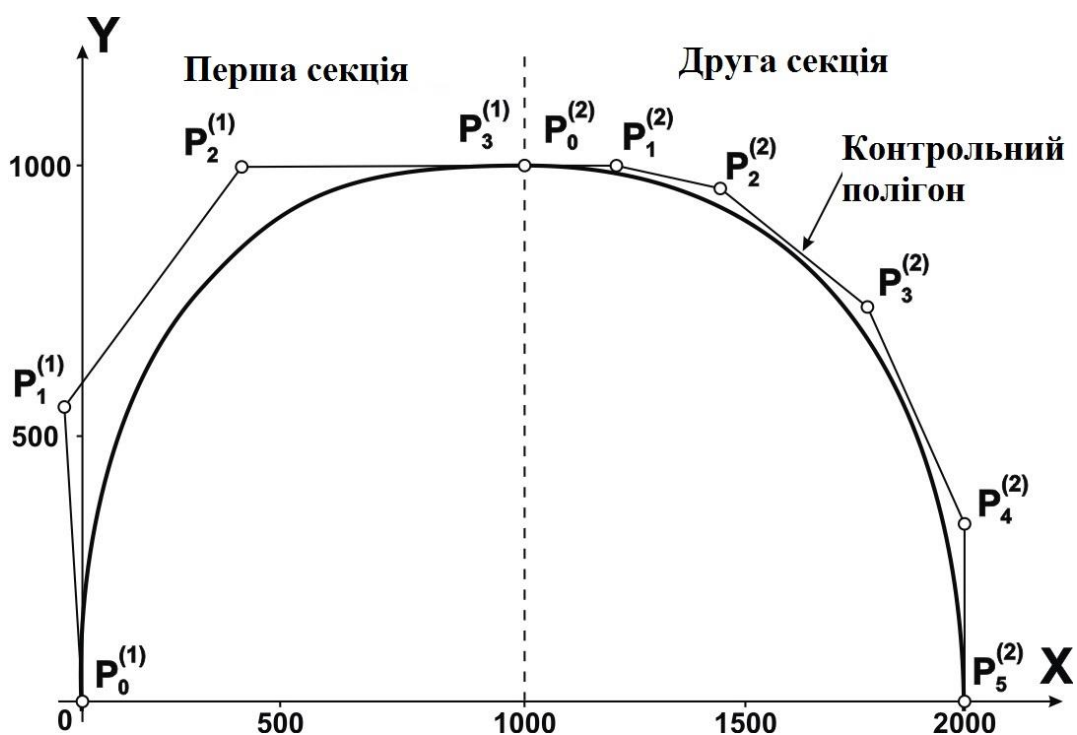


Рис. 4.10. Апроксимуюча В-сплайн крива і контрольний полігон

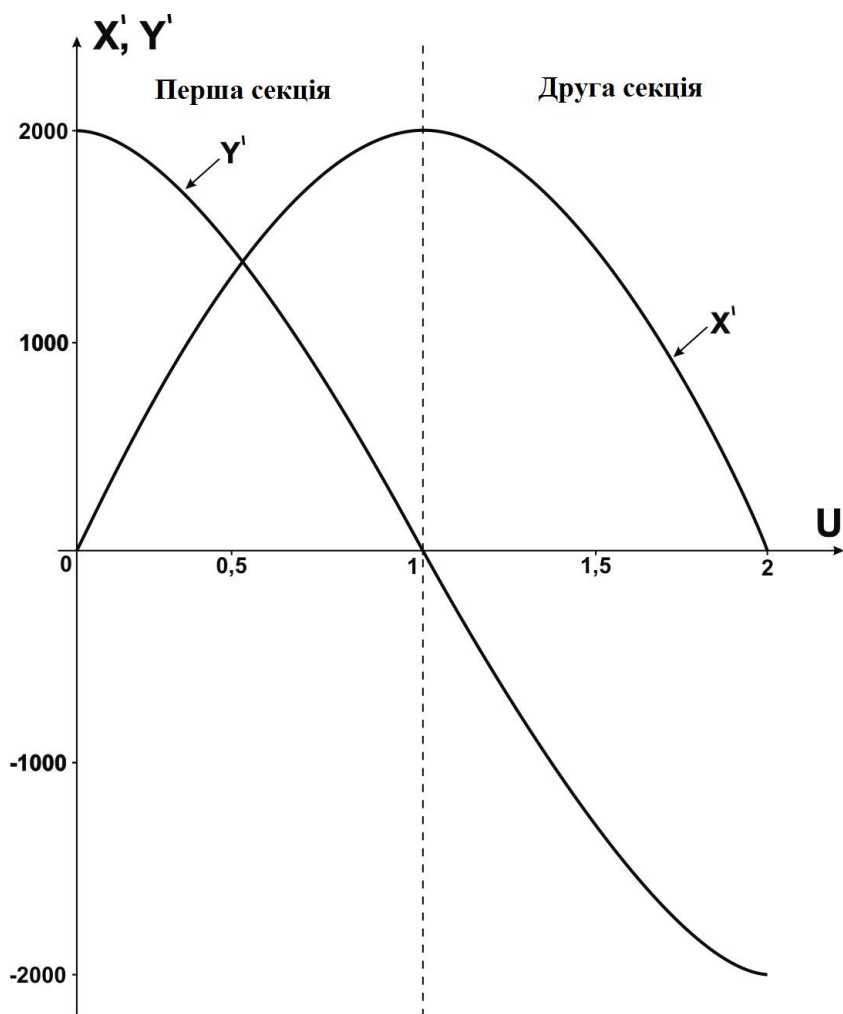


Рис. 4.11. Графіки перших похідних переміщень по осях X і Y

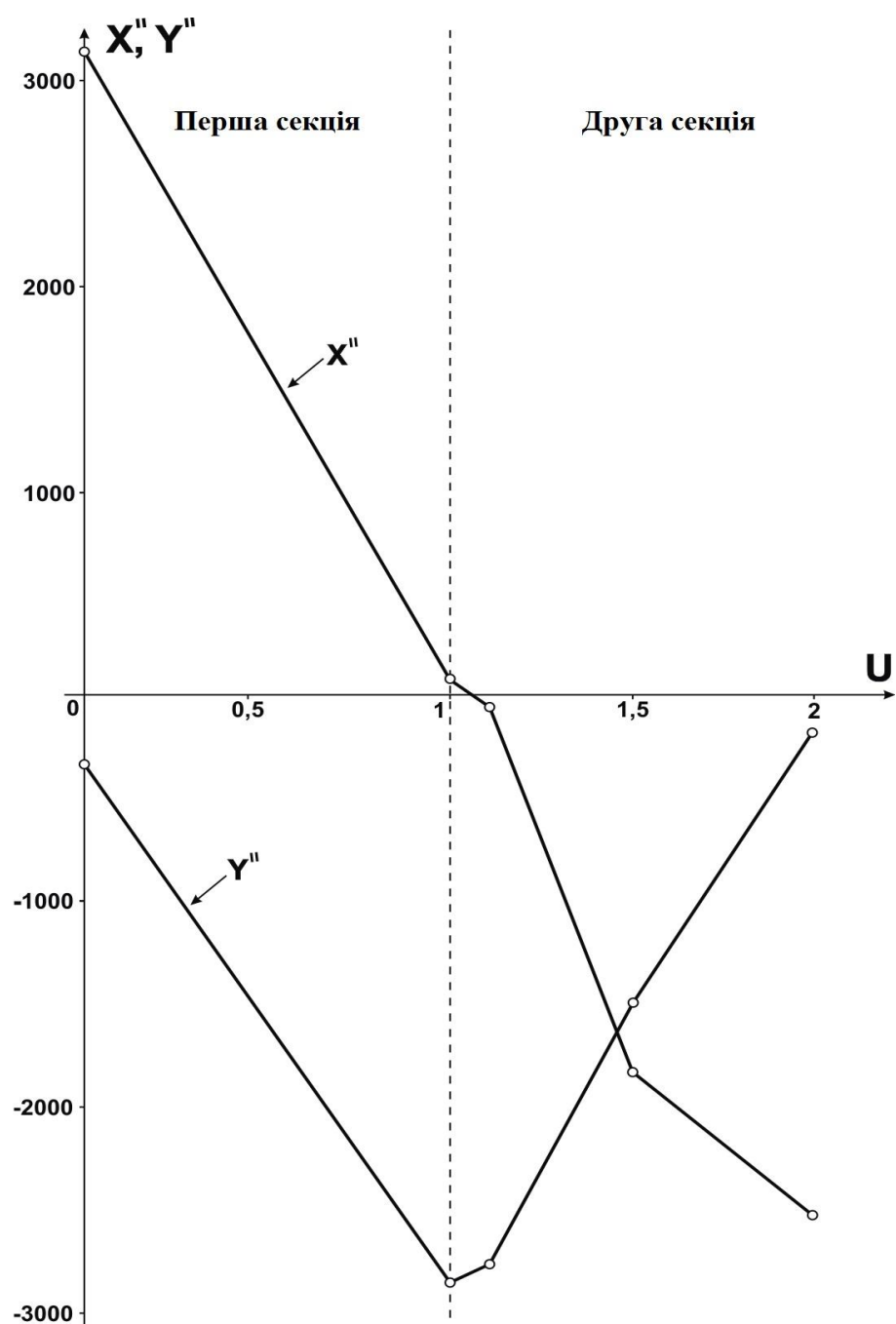


Рис. 4.12. Графіки других похідних переміщень по осях X'' і Y''

4.5 ВИСНОВКИ ЗА РОЗДІЛОМ

Підвівши підсумки досліджень, проведених в четвертому розділі, можна зробити наступні висновки:

1. Розроблено структуру програмної реалізації моделі процесу формоутворення для забезпечення високошвидкісних режимів обробки складнопрофільних виробів, що привело до дворівневої схеми моделі.

2. На верхньому рівні виконуються попередні обчислення, розрахунок параметрів S-образної зміни швидкості, вибір базисних функцій сплайнів кривих, розрахунок таблиць поліноміальних коефіцієнтів, виконання апроксимаційних розрахунків для формування портрета геометрії деталі при виконанні процедур контролю. Наявність такої інформації дозволяє виконати перевірку дотримання всіх обмежень параметрів режимів системи для всієї КП, що надходить на виконання.

3. На нижньому рівні моделі процесу формоутворення виконуються розрахунки з підготовки даних для управління формоутворюючим обладнанням, що дозволяє реалізувати лінійну, кругову, еліптичну, B-сплайн і NURBS інтерполяцію в реальному режимі часу при високошвидкісній обробці. Важливою характеристикою моделі є можливість забезпечення сталості контурної швидкості при чистовій обробці з відхиленням від заданого значення $\pm 10^{-3}\%$. При цьому гарантується врахування всіх обмежень параметрів формоутворюючого обладнання і, зокрема, його приводів.

4. Розроблено метод B-сплайн апроксимації точково-заданих кривих, що дозволяє виконувати сполучення сплайнів по 1-й і 2-й похідним, що має велике значення в практиці обробки КП і в процесах механічної обробки на верстатах з ЧПУ.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ ЗА РОБОТОЮ

Найбільш важливими є наступні результати роботи:

1. Вперше отримано модель аналітичного уявлення кожного сегмента NURBS-кривої у вигляді відношення поліномів з відомими коефіцієнтами, що значно спрощує і прискорює виконання інтерполяційних розрахунків і розрахунків з підтримки інтерполяції в процесі формоутворення.

2. Модифіковано метод кубічної В-сплайн апроксимації точково-заданих кривих і розроблено методику сполучення кубічних В-сплайнів по 1-й і 2-й похідним при апроксимації, що має велике значення в практиці обробки керуючих програм і при вирішенні завдань контролю відповідності портрета виробу аналітичному еталону.

3. Набув подальшого розвитку метод обчислення кроку інтерполяції при русі по сплайн-кривій, що дозволяє отримати стабільність контурної швидкості в межах від 10^{-3} до $10^{-40}\%$, і таку ж точність обчислення кроку інтерполяції.

4. Модифіковано математичну модель еліптичного інтерполятора, що забезпечує можливість розрахунку кругових траєкторій. Це дозволило істотно розширити спектр розв'язуваних завдань формоутворення в умовах сучасного машинобудівного виробництва.

5. Отримала подальший розвиток математична модель управління швидкістю за S-образними законами. Розроблено бібліотеку програм "S-Control", призначену для планування зміни швидкості в кадрі, розрахунку поточної подачі і розрахунків змін швидкості, пов'язаних із втручанням оператора. Зареєстровано авторське право на комп'ютерну програму "S-Control".

6. Розроблено структуру моделі процесу формоутворення для забезпечення високошвидкісних режимів обробки складнопрофільних виробів, що призвело до необхідності поділу її на два рівня. Розподілено завдання між верхнім і нижнім рівнями, що дозволило реалізувати їх у вигляді програмного

коду. Доведено, що такий поділ дозволяє в повному обсязі реалізувати управління обладнанням при високошвидкісній обробці.

Достовірність запропонованих математичних моделей, алгоритмів і програмного забезпечення, яке їх реалізує, а так само отриманих за їх допомогою наукових положень і результатів обчислювальних досліджень, висновків і рекомендацій підтверджується практикою при модернізації і подальшій експлуатації обладнання з ЧПУ на ХДАВП.

Впровадження на практиці розроблених комп'ютерних програм дає можливість істотно скоротити терміни і матеріальні витрати для створення виробу.

Таким чином, мету роботи було досягнуто, про що свідчить підвищення ефективності процесів формоутворення при застосуванні нових математичних моделей, методів і комп'ютерних систем, які їх реалізують, що підтверджено теоретичними дослідженнями і практичними результатами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И., Олещук Н. В. Анализ модифицированного кругового интерполятора. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2009. № 3. С. 76-78.
2. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Компьютерное моделирование модифицированного кругового интерполятора. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2009. № 1. С. 54-59.
3. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. В-сплайн интерполятор со стабильной контурной скоростью для систем ЧПУ. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 2. С. 26-31.
4. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Реализация S-образных законов управления скоростью подач в устройстве ЧПУ АВИ.04. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 1. С. 8-11.
5. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Алгоритм эллиптической интерполяции. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2010. Вып. 45. С. 141-146.
6. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Корректная постановка задачи формообразования при реализации В-сплайн интерполяции. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 5, 6. С. 33-39.
7. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Кубическая В-сплайн интерполяция точно-заданных кривых (модификация общего метода). Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2011. № 2. С. 73-78.
8. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Предварительная оценка скоростного режима при движении по траектории, описываемой В-сплайном. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2011. № 6. С. 10-15.
9. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Сплайн-аппроксимация с сопряжением кривых по производным. Проблемы машиностроения. 2012. №2. С. 45-55.

10. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Вычисление длины В-сплайн кривой. Проблемы машиностроения. 2012. Т. 15, № 5–6. С. 65-69.
11. Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. и др. Аналитическое представление NURBS-кривых для операций реального времени в системах ЧПУ. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2012. №6. С. 36-46.
12. Бычков И. В., Мялица А. К., Бычков Н. И., Григорович А. М. Кинематические свойства траекторий, описанных NURBS сплайнами. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2019. Вып. 85. С. 83-95.
13. Бычков И. В., Лосев А. В., Бычков Н. И., Григорович А. М. Состояние проблемы промышленной чистоты машин и механизмов. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2017. Вып. 76. С. 57 – 67.
14. Бичков І. В., Бичков М. І. Адаптація В-сплайн інтерполятора для дворівневих ЧПК. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. 2019. №204. С. 75-77
15. Свідоцтво № 42968 про реєстрацію авторського права на твір. Комп'ютерна програма «S-Control» / І. В. Бичков, М. І. Бичков (Україна). Заявлено № 43077 от 26.01.2012. Опубл. 26.03.2012.
16. Бычков Н. И. Компьютерное моделирование модифицированного линейного и кругового интерполятора. Сучасні проблеми машинобудування: зб. тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів, присв. 90-річному юбілею НАН України. 3 – 6 листопада 2008 р. Харків, ІПМаш НАН України, 2008. С. 36.
17. Бычков Н. И. Отладочный стенд для проверки и корректировки алгоритмов управления СЧПУ. Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: зб. тез. доп. Міжнар. наук.-техн. конф. Харків, 23, 24 квітня 2008 р. Харків. Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2008. С. 77.
18. Бычков Н. И. Исследования колебаний контурной скорости при реализации В-spline интерполяции. Проблеми створення та забезпечення

життєвого циклу авіаційної техніки: зб. тез. доп. Міжн. наук.-техн. конф. Харків, 21, 22 квітня 2010 р. Харків: Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2010. С. 130.

19. Бычков Н. И. Моделирование S-образных законов управления скоростью подач в устройствах ЧПУ. Сучасні проблеми машинобудування: зб. тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 8 – 11 листопада 2010 р. Харків: ІПМаш НАН України, 2010. С. 28.

20. Бычков Н. И. Применение сплайн-аппроксимации для решения задач формообразования на оборудовании с ЧПУ. Сучасні проблеми машинобудування: тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 5 – 8 листопада 2012 р. ІПМаш НАН України, 2012. С. 30.

21. Бычков Н. И. Моделирование формообразующих движений NURBS-кривыми. Сучасні проблеми машинобудування: тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 17 – 20 листопада 2014 р. Харків, ІПМаш НАН України, 2014. С. 22.

22. Бычков Н. И. Аналитическое представление NURBS-кривых в системах ЧПУ. Проблемы создания и обеспечения жизненного цикла авиационной техники: тезисы докладов Междунар. науч.-техн. конф. Харьков, 2013 г. Харьков: Харьков. нац. аэрокосмический ун-т "ХАИ", 2013. С. 70.

23. Бычков Н. И. Аппроксимация и коррекция NURBS-кривых посредством весовых коэффициентов. Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: тези доп. Міжнародної наук.-техн. конф. Харків, 2018 р. Харків: Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2018. С. 42.

24. Бычков Н. И. Применение NURBS-интерполяции для минимизации ликвидов при чистовой лезвийной обработке деталей. Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки»: тези доп. Х.: Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харк. авіац. ін-т», 2019. С. 41.

25. Akima H. A method of univariate interpolation that has the accuracy of a third-degree polynomial / H. A. Akima// ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS). – 1991. – Vol.17. – No.3. – P. 341 – 366.
26. Akima H. On estimating partial derivatives for bivariate interpolation of scattered data/ H. A. Akima// Rocky Mountain J. – 1984. – No. 14. – P. 41 – 52.
27. Amirouche M L. A Computer-Aided Design and Manufacturing / M. L. Amirouche //.– NJ.: Co. Prentice-Hall, 1993. – 537 p.
28. Ashley S. Manufacturing Firms Face the Future /S.Ashley// Mechanical Engineering. – 1997. – Vol. 119. – P. 70 – 74.
29. Barsky B.A. Geometric continuity of parametric curves: Construction of geometrically continuous splines / B.A. Barsky, T.D. DeRose // IEEE Comput. Graph, and AppL. – 1990. –Vol. 10. – No. 1. – P. 60 – 68.
30. Bezier P.The Mathematical Basis of the UNISURF CAD System / P.Bezier //.– London: Butterworths, 1986. – 56 p.
31. Boehm W. Bezier patches on quadrics /W. Boehm and D.Hansford // NURBS for Curve and Surface Design. – Philadelphia: SIAM. – 1991. – P. 1 – 14.
32. Bulter J. Trajectory planning for high speed multiple axis contouring systems /J. Bulter, M. Tomizuka // Proceedings of the American Control Conference. – 1989. – P. 87 – 94.
33. Chen Y.D. A Discretion Algorithm of S-Curve Acceleration and Deceleration / Y.D. Chen, H.X. Wei, T.M. Wang // Key Engineering Materials. – 2011. – V. 450. – P 470. – 473.
34. Cheng M.Y. Real-time NURBS command generators for CNC servo controllers / M.Y. Cheng, M.C. Tsai, J.C. Kuo // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2002. – No. 42 (7). – P. 801 – 813.
35. Emami M.M. A look-ahead command generator with control over trajectory and error for NURBS curve with unknown arc length / M.M. Emami, B. Arezoo // Computer -Aided Design. – 2010. – No. 43. – P. 625 – 632.

36. Fast real-time NURBS path interpolation for CNC machine tools / W.T. Lei, M.P. Sung, L.Y. Lin, J.J. Huang // Intern. J. Machine tools and Manufacture. – 2007. – Vol. 47. – P. 1530 – 1541.
37. GE Fanuc Automation. Series 16i/160i/160is-MB. Series 18i/180i/180is-MB5. Series 18i/180i/180is-MB. Operator's Manual. – Fanuc. – 2002. – 1257 p. Ресурс доступен: [http:// www.fanuc.com](http://www.fanuc.com).
38. Gofuku S. Point-tangent/point-normal B-spline curve interpolation by geometric algorithms / S. Gofuku, S. Namura, T. Maekawa // Computer - Aided Design. – 2009. – No. 41. – P. 412 – 422.
39. Greiner H. A survey on univariate data interpolation and approximation by splines of given shape / H. Greiner // Math. Comput. Model. – 1991. – No. 15. – P. 97 – 106.
40. Adaptive interpolation scheme for NURBS curves with the integration of machining dynamics/ X. Liu, F. Ahmad, K. Yamazaki, M. Mori // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2005. – No. 45. – P. 433 – 444.
41. Meckl P.H. Optimized s-curve motion profiles for minimum residual vibration / P.H. Meckl, P.B. Arestides, M.C. Woods // Proceedings of the American Control Conference Philadelphia. – Pennsylvania, 1998. – P. 2627 – 2631.
42. Nguyen K.D. Planning algorithms for s-curve trajectories / K.D. Nguyen, I-M. Chen, T.-C Ng // Advanced intelligent mechatronics IEEE: ASME international conference 4 – 7 Sept. 2007. – Las Vegas, 2007. – P. 1 – 6.
43. PC-based Controller with Real-time Look-ahead NURBS Interpolator / H.T.Yau¹, J.B.Wang, C.Y. Hsu, C.H. Yeh // Computer-Aided Design & Applications. – 2007. – Vol. 4. – No. 1 – 4. – P. 331 – 340.
44. Piegle L. The NURBS book / L. Piegle, W. Tiller. – Berlin, Heidelberg, New York: Springer. – 1997. – 578 p.
45. Prautzsch H. A fast algorithm to raise the degree of spline curves / H. Prautzsch, B. Piper // Comput. Aid. Geom. Des. – 1991. – Vol. 8. – P. 253 – 265.

46. Schaback R. Adaptive rational splines / R. Schaback // Constr. Approx. – 1990. – No. 6. – P. 167 – 179.
47. Schoenberg I.J. Contributions to problem of approximation of equidistant data by analytic functions / I. J. Schoenberg // Quart. Appl. Math., Parts A and B. – 1946. – No. 4. – P 45 – 99, 112 – 141.
48. Seymour C. Interactive shape preserving interpolation by curvature continuous rational cubic splines / C. Seymour, K. Unsworth // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 1999. – Vol. 102. – No. 1. – P. 87 – 117.
49. Sinumeric 840D/840Di/810D Руководство по программированию. Расширенное программирование. – SIEMENS. – 2001. – 650 с. Ресурс доступен: <http://www.siemens.com>.
50. Sinumerik 840D/840Di/810D Руководство по программированию Основы (PG). – SIEMENS. – 2001. – 496 с. Ресурс доступен: <http://www.siemens.com>.
51. Tiller W. Knot-removal algorithms for NURBS curves and surfaces / W. Tiller // Computer-Aided Design. – 1992. – Vol. 24. – No. 8. – P. 445 – 453.
52. Tsai M. C. A real-time NURBS surface interpolator for precision three-axis CNC machining / M. C. Tsai, C. W. Chenga, M. Y. Cheng // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2003. – Vol. 43. – No. 12.– P. 1217 – 1227.
53. Альберг Дж. Теория сплайнов и её приложение / Альберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж.– М.: Мир, 1972. – 318 с.
54. Байков В. Д. Алгоритмы расчета и коррекции эквидистанты в пространстве / В. Д. Байов, С. Н. Ваншенкин // Оборуд. с числ. прогр. упр. М.: ВНИИТЭИ. – 1980. – Вып.10. – С. 1 – 2.
55. Байков В. Д. Решение траекторных задач в микропроцессорных системах ЧПУ / Байков В. Д., Вашкевич С. Н. – Л.: Машиностроение, 1986. – 100 с.
56. Баканов М. В. Информационные микромашины следящих и считывающих систем / Баканов М. В., Лыска В. М., Алексеев В. В. – М.: Советское радио, 1977. – 88 с.

57. Балакшин Б. С. Самонастраивающиеся станки / Балакшин Б. С. – М.: Машиностроение, 1970. – 416 с.
58. Бахвалов Н. С. Численные методы / Бахвалов Н. С. – М.: Наука, 1973. – 632 с.
59. Боровский Г. В. Развитие машиностроения России на основе технологического перевооружения / Боровский Г. В. – М.: ИТО, 2009. – 216 с.
60. Брускин Д. Э. Электрические машины и микромашины // Брускин Д. Э., Зорохович А. Е., Хвостов В. С. – М.: Высш. школа, 1971. – 432 с.
61. Вашкевич С. Н. Алгоритмы для решения задач формообразования в микроцессорных системах ЧПУ / Вашкевич С. Н. // Станки и инструмент. – М.: СТИН. – 1981. – № 11. – С. 29 – 30.
62. Воронов А. А. Цифровые аналоги для систем автоматического регулирования / Воронов А. А., Гарбузов А. Р., Ермилов Б. Л. – М.-Л.: АН СССР, 1960. – 196 с.
63. Гжиров Р. И. Программирование обработки на станках с ЧПУ / Гжиров Р. И., Серебrenицкий П. П. – Л.: Машиностроение, 1990. – 588 с.
64. Гудвин Г. К. Проектирование систем управления / Гудвин Г. К., Грабе С. Ф., Сальгадо М. Э. – М.: БИНОМ, 2004. – 911 с.
65. Гусев И. Т. Устройства числового программного управления / Гусев И. Т., Елисеев В. Г., Маслов А. А. – М.: Высшая школа, 1986. – 266 с.
66. Де Бор К. Практическое руководство по сплайнам / Де Бор К. – М.: Радио и связь, 1985. – 304 с.
67. Дорф Р. Современные системы управления / Дорф Р., Бишоп Д. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 832 с.
68. Завьялов Ю. С. Сплаины в инженерной геометрии / Ю. С. Завьялов, В. А. Леус, В. А. Скороспелов // – М.: Машиностроение, 1985. – 221 с.
69. Завьялов Ю. С. Сплаины в инженерной геометрии / Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. – М.: Наука, 1980. – 352 с.

70. Зурахинский В. И. Способы построения алгоритмов интерполяции плоских кривых / В. И. Зурахинский // Станки и инструмент. – М.: СТИН. – 1986. – № 11. – С. 27 – 29.
71. Киселев В. М. Фазовые системы числового управления станками / Киселев В. М. // – М.: Машиностроение, 1976. – 352 с.
72. Коровин Б. Г. Системы программного управления промышленными установками и робототехническими комплексами./ Коровин Б. Г., Прокофьев Г. И., Рассудов Л. Н. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 352 с.
73. Косовский В. Л. Программное управления станками и промышленными роботами / Косовский В. Л. – М.:Высш. шк. 1986. – 287 с.
74. Кузнецов Ю. Н. Станки с ЧПУ / Кузнецов Ю. Н. – К.: Высшая школа. – 1991. – 278 с.
75. Левин Б. К. Методы автоматического расчета эквидистанты / Левин Б. К., Мальчик А. Ю. – Способы подг. программ и интерполяторы для конт. сист. ЧПУ.– М.: Машиностроение. – 1970. – С. 130 – 142.
76. Лещенко В. А. Станки с числовым программным управлением (специализированные) / Лещенко В. А. – М.: Машиностроение, 1979. – 592 с.
77. Ли К. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / Ли К. – С.Пб.: Питер, 2004. – 560 с.
78. Лукина С.В. Особенности высокоскоростной обработки с использованием сборных торцовых фрез / С.В. Лукина, Ю.Б. Гуляев // Инженерный журнал. – М.: Спектр. – 2005. – №8. – С. 27 – 31.
79. Мартинов Г. М. Сплайн-контур в системе ЧПУ / Г. М. Мартинов, Л. И. Мартинова // Стружка. – М.:СТАНКИН. – 2007.– №16. – С. 74 – 77.
80. Математика и САПР: в 2-х кн. / Жермен-Лакур П., Жорж П.Л., Безье П. и др. – М.: Мир, 1989. – Кн. 2 – 264 с.
81. Математика и САПР: в. 2-х кн. / Шенен П., Коснар М., Кастельжо П.и др. – М.: Мир. – 1988. – Кн. 1. – 204 с.
82. Миллер Е. В. Основы теории электроприводов / Миллер Е. В.. – М.: Росвузиздат, 1963. – 344 с.

83. Нешутила А. В. Теория автоматического регулирования / Нешутила А. В. – М.: Высшая школа, 1978. – 400 с.
84. Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования/ Попов Е.П., Бесерский В.А.//. – М.: Наука. – 1975. – 768 с.
85. Раисов Ю. А. Способы анализа алгоритмов круговой интерполяции / Ю. А. Раисов, А. Н. Сухер, А.Г. Середкин // Станки и инструменты. – М.: СТИН.– 1982. – №10. – С. 9 – 11.
86. Ратмиров В. А. Основные алгоритмы мультипроцессорных систем ЧПУ / В. А. Ратмиров, Б. К. Левин // Станки и инструмент – М.: СТИН.– 1978. – № 9. – С. 27 – 29.
87. Ратмиров В. А. Основы программного управления станками / Ратмиров В. А. – М.: Машиностроение, 1978. – 240 с.
88. Ратмиров В. А. Управление станками гибких производственных систем / В. А. Ратмиров // . – М.: Машиностроение, 1987. – 272 с.
89. Руководство по вводу в эксплуатацию систем ЧПУ типа WL4x версии 3.xx. Описание параметров системы. – West Labs. – 2005. – 36 с. Также доступен в <http://www.wl.com.ua>.
90. Рыбалко А.П. Распределенная сетевая система числового программного управления (СЧПУ) с применением компьютера / А.П.Рыбалко, В.И.Кокарев, С.А.Рыбалко // Инженерный журнал. – М.: Спектр. – 2005. – №8. – С. 14 – 16.
91. Сосонкин В. Л. Процессорные устройства ЧПУ станками. Обзор / Сосонкин В. Л. – М.: НИИМАШ, 1980.– 104 с.
92. Сосонкин В. Л. Системы автоматического управления станками / Сосонкин В. Л., Михеев Ю. Е. – М.:Машиностроение, 1978. – 264 с.
93. Сосонкин В. Л. Системы числового программного управления / Сосонкин В. Л., Мартинов Г. М. – М.: Логос, 2005. – 296 с.
94. Стечкин С. Б. Сплаины в вычислительной математике. / Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н. – М.: Наука, 1976. – 248 с.

95. Стечкин С. В. Сплаины в вычислительной математике / Стечкин С. В., Субботин Ю. В. – М.: Наука, 1976. – 248 С.
96. Устройства числового программного управления металлообрабатывающими станками и преобразователи перемещений / Г. Г. Смолко, В. М. Гуревич, В. А. Ратмиров и др. – М.: ВНИИТЭМР, 1988. – 136 с.
97. Устройство числового программного управления NC-110, NC-200, NC-210, NC-220. Руководство по функциям расширения. – Балт-Систем. – 2006. – 58 с.
98. Шпилев А.М. Формирование эффективных траекторий движения режущего инструмента при высокоскоростной механической обработке / А.М. Шпилев, С.В. Биленко // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. – 2010. – № 1. – С. 44 – 49.
99. Букреев В.Г. Обзор методов интерполяций дискретных траекторий движения электромеханических систем / Букреев В.Г., Гусев Н.В. – М., 2003. – 31 с. – Деп. в ВИНТИ 28.01.03, № 166-B2003.
100. Сосонкин В.Л. Концепция числового программного управления мехатронными системами: анализ современного мирового уровня архитектурных решений в области ЧПУ / Сосонкин В.Л., Мартинов Г.М. // Мехатроника, автоматизация, управление. – М.: Новые технологии. – 2002. – № 7. – С. 11 – 17.
101. Букреев В.Г. Программно-аппаратный комплекс для исследования интерполяции траекторий движения многокоординатных электроприводов / В.Г. Букреев, Н.В. Гусев, М.В. Коваленко // Современные технологии автоматизации. – М.: СТА-ПРЕСС. -2007. – № 1. – С. 46 – 53.
102. Заруднев А.С. Повышение производительности мехатронных комплексов лазерной обработки на основе зависимостей контурной погрешности от параметров движения исполнительных систем / А.С. Заруднев, Ю.В. Илюхин //

Известия Самарского научного центра РАН. – Самара: СамНЦ РАН, 2007. – Т. 9. – № 3. – С. 758 – 764.

103. Псарев С.А. Воспроизведение устройством ЧПУ В-сплайна (NURBS) / С.А. Псарев, П.Г. Мазеин // Известия Челябинского научного центра. – Челябинск: НЦ УрО РАН. – 2002. – Вып.1 (14). – С. 32 – 35.

104. Псарев С.А. Моделирование геометрических погрешностей, вносимых системой ЧПУ в решение траекторной задачи / С.А. Псарев // Известия Челябинского научного центра. – Челябинск: НЦ УрО РАН. – 2006. – Вып.2 (32). – С. 52 – 56.

105. Боровков И.С. Параметры ограничений криволинейных траекторий движения инструмента / И. С. Боровков, М. Ю. Бородин, Ю. Н. Жуков // Известия Челябинского научного центра. – Челябинск: НЦ УрО РАН. – 2008. – вып. 1 (39). – С. 45 – 49.

106. Завьялов Ю.С. Сплайны в инженерной геометрии / Завьялов Ю.С. , Леус В.А., Скороспелов В.А. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.

107. Мартинов Г. М. Алгоритмы опережающего просмотра Look-ahead в современных системах ЧПУ и параметры его настройки / Г.М. Мартинов // Стружка. – М.:СТАН КИН. - 2007.– №18. – С. 52 – 54.

108. Гусев Н.В. Разработка программно-алгоритмического обеспечения цифровых систем управления следящими электроприводами / Н.В. Гусев // Энергетика и энергосбережение: Труды Всероссийской конф.-конкурс. отбора инновац. проек. студентов и аспирантов, (Томск, 26 – 29 сентября 2006 г.). – Томск: ТНУ. – 2006. – С. 15 – 22.

109. Le H.L. Motion Profile Design to Reduce Residual Vibration of High-Speed Positioning Stages / H.L. Le, M.D. Gong, Z.M. Lin // Mechatronics. – 2009. – V. – 14. – P. 264 – 269.

110. Lambrechts P. Trajectory planning and feedforward design for electromechanical motion systems / P. Lambrechts, M. Boerlage, M. Steinbuch // Control Engineering Practice. – 2005. – № 13. – P. 145 – 157.

111. Вишенкова О.В. Выбор на основе волновой теории резания оптимальных режимов высокоскоростной обработки материалов точением / О. В. Вишенкова // Журнал технической физики. – СПб.: Наука. – 2006. – Том. 76. – Вып. 1 . – С. 40 – 53.
112. Гладун А. Д. Письмо в ЖТФ / А. Д. Гладун, О.В. Вишенкова // Журнал технической физики. – СПб.: Наука. – 2005. – Том. 31. – Вып. 4 . – С. 37 – 44.
113. Model-based feedforward for motion systems / M. Boerlage, M. Steinbuch, P. Lambrechts, M.van de Wal // Control Applications, Proceedings of 2003 IEEE Conference 23-25 June. – Istanbul, 2003. – V. 2 . – P. 1158 – 1163.
114. Third-order trajectory planning for high accuracy point-to-point motion / H. Mu, Y. Zhou, S. Yan, A. Han // Front. Electr. Electron. Eng. China. – 2009/ – № 4 (1). – P. 83 – 87.
115. Chang B.H. Trajectory Design considering Derivative of Jerk for Head-positioning of Disk Drive System with Mechanical Vibration / B.H. Chang, Y. Hori // Proc. of the American Control Conference. – 2003. – P. 4335 – 4340.
116. Yeh S.S. A Scheme for Interpolating NURBS Curves on NC Machines / S.S. Yeh, J.T. Sun // Computer-Aided Design & Applications. – 2007. – V. 4. – N. 1 – 4. – P. 31 – 40.
117. Аніщенко М.В. Системи Числового програмного керування / Аніщенко М.В. – Харків: Підручник НТУ «ХПИ», 2012. – 312 с.
118. A NURBS interpolation method with minimal feedrate fluctuation for CNC machine tools / H. Liu, Q. Liu, S. Zhou, C. Li // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2015. – Vol/ 78. – No 5. – P. 1241 – 1250.
119. Chen M. Augmented Taylor's expansion method for B-spline curve interpolation for CNC machine tools [M Chen, Z. Wansheng, X. Xi]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015. – Vol/94. – P. 109-119.
120. Heng M. Design of a NURBS Interpolator with minimal feed fluctuations and continuous feed modulation capability / M. Heng, K. Erkorkmaz // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2010. Vol. 50(3). – P. 281-293.

121. Lei W.T. Fast real-time NURBS path interpolation for CTC machine tools / W.T. Lei, M.P. Sung, ДюНю Lin, J.J. Huang // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2007. Vol. 47– P. 1530-1541.
122. Раисов Ю. А. Точный линейно-круговой интерполятор для систем формообразования в машиностроении / Ю. А. Раисов, И. В. Бычков, В. В. Комбаров // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2007. – № 1. – С. 12 – 18.

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

- [1] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И., Олещук Н. В. Анализ модифицированного кругового интерполятора. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2009. № 3. С. 76-78.
- [2] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Компьютерное моделирование модифицированного кругового интерполятора. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2009. № 1. С. 54-59.
- [3] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. В-сплайн интерполятор со стабильной контурной скоростью для систем ЧПУ. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 2. С. 26-31.
- [4] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Реализация S-образных законов управления скоростью подач в устройстве ЧПУ АВИ.04. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 1. С. 8-11.
- [5] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Алгоритм эллиптической интерполяции. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2010. Вып. 45. С. 141-146.
- [6] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Корректная постановка задачи формообразования при реализации В-сплайн интерполяции. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2010. № 5, 6. С. 33-39.
- [7] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Кубическая В-сплайн интерполяция точно-заданных кривых (модификация общего метода). Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2011. № 2. С. 73-78.
- [8] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Предварительная оценка скоростного режима при движении по траектории, описываемой В-сплайном. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2011. № 6. С. 10-15.
- [9] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Сплайн-аппроксимация с сопряжением кривых по производным. Проблемы машиностроения. 2012. №2. С. 45-55.

- [10] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. Вычисление длины В-сплайн кривой. Проблемы машиностроения. 2012. Т. 15, № 5–6. С. 65-69.
- [11] Раисов Ю. А., Бычков И. В., Бычков Н. И. и др. Аналитическое представление NURBS-кривых для операций реального времени в системах ЧПУ. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2012. №6. С. 36-46.
- [12] Бычков И. В., Мялица А. К., Бычков Н. И., Григорович А. М. Кінематические свойства траекторий, описанных NURBS сплайнами. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2019. Вып. 85. С. 83-95.
- [13] Бычков И. В., Лосев А. В., Бычков Н. И., Григорович А. М. Состояние проблемы промышленной чистоты машин и механизмов. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. сб. науч. тр. Харьков, НАКУ "ХАИ", 2017. Вып. 76. С. 57 - 67.
- [14] Бичков І. В., Бичков М. І. Адаптація В-сплайн інтерполятора для дворівневих ЧПК. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. 2019. №204. С. 75-77.
- [15] Бычков Н. И. Компьютерное моделирование модифицированного линейного и кругового интерполятора. Сучасні проблеми машинобудування: зб. тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів, присв. 90-річному юбілею НАН України. 3 – 6 листопада 2008 р. Харків, ІПМаш НАН України, 2008. С. 36.
- [16] Бычков Н. И. Отладочный стенд для проверки и корректировки алгоритмов управления СЧПУ. Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: зб. тез. доп. Міжнар. наук.-техн. конф. Харків, 23, 24 квітня 2008 р. Харків. Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2008. С. 77.
- [17] Бычков Н. И. Исследования колебаний контурной скорости при реализации В-spline интерполяции. Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: зб. тез. доп. Міжн. наук.-техн. конф. Харків, 21, 22 квітня 2010 р. Харків: Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ", 2010. С. 130.

- [18] Бычков Н. И. Моделирование S-образных законов управления скоростью подач в устройствах ЧПУ. Сучасні проблеми машинобудування: зб. тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 8 – 11 листопада 2010 р. Харків: ІПМаш НАН України, 2010. С. 28.
- [19] Бычков Н. И. Применение сплайн-аппроксимации для решения задач формообразования на оборудовании с СЧПУ. Сучасні проблеми машинобудування: тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 5 – 8 листопада 2012 р. ІПМаш НАН України, 2012. С. 30.
- [20] Бычков Н. И. Аналитическое представление NURBS-кривых в системах ЧПУ. Проблемы создания и обеспечения жизненного цикла авиационной техники: тезисы докладов Междунар. науч.-техн. конф. Харьков, 2013 г. Харьков: Харьков. нац. аэрокосмический ун-т "ХАИ", 2013. С. 70.
- [21] Бычков Н. И. Моделирование формообразующих движений NURBS-кривыми. Сучасні проблеми машинобудування: тез. доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. Харків, 17 – 20 листопада 2014 р. Харків, ІПМаш НАН України, 2014. С. 22.
- [22] Бычков Н. И. Аппроксимация и коррекция NURBS-кривых посредством весовых коэффициентов. Проблемы створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки: тези доп. Міжнародної наук.-техн. конф. Харків, 2018 р. Харків: Харків. нац. аерокосмічний ун-т "ХАИ", 2018. С. 42.
- [23] Бычков Н. И. Применение NURBS-интерполяции для минимизации ликвидов при чистовой лезвийной обработке деталей. Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки»: тези доп. Х.: Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харк. авіац. ін-т», 2019. С. 41.
- [24] Свідоцтво № 42968 про реєстрацію авторського права на твір. Комп'ютерна програма «S-Control» / І. В. Бичков, М. І. Бичков (Україна). Заявлено № 43077 от 26.01.2012. Опубл. 26.03.2012.

ДОДАТОК Б

АКТИ ВИКОРИСТАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи
Національного аерокосмічного університету
ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

В.В. Павліков
«__» _____ 2024 р.

АКТ

Про використання результатів дисертаційної роботи провідного інженера ППМаш НАН України Бичкова М. І. «Математичне моделювання формоутворюючих процесів при високошвидкісній обробці» в навчальному процесі Національного аерокосмічного університету «ХАІ»

Результати дисертаційної роботи Бичкова Н.І. під вищенаведеною назвою використовуються в навчальному процесі кафедри технології виробництва літальних апаратів. В курсі лекцій дисципліни «САПР у технологічній підготовці виробництва літальних апаратів» розглядаються методи опису об'єктів виробництва з використанням сплайн-функцій для описів процесів інтерполяції та апроксимації, що забезпечує можливість ефективної реалізації високошвидкісної механічної обробки складно-профільних деталей авіаційного виробництва.

Розроблені здобувачем алгоритми сплайн-інтерполяції та їх програмна реалізація використовуються у складі формоутворюючого обладнання в навчальному процесі при виконанні студентами випускних робіт магістрів.

Професор кафедри технології виробництва

літальних апаратів, д.т.н.

 В. Ф. Сікульський

В.о. декана літакобудівного факультету,

д.т.н., професор

 Ю. А. Воробйов

«Затверджено»

Директор департаменту технічного контролю
та сертифікації Харківського державного
авіаційного виробничого підприємства



Веретенніков Б.В.

Акт впровадження результатів кандидатської дисертації

Бичкова Миколи Ігоровича присвяченій математичному моделюванню
формотворчого процесу при високошвидкісній обробці складнопрофільних
деталей

Цей акт складено про те, що результати кандидатської дисертації Бичкова Миколи Ігоровича прийнято до впровадження у ХДАВП. В рамках технологічної підготовки виробництва центроплана літака Ан-148 виконані роботи з модернізації верстатів типу ФП-7 шляхом установки дворівневої СЧПК АВІ.04. З боку виконавців значна частина математичного забезпечення і програмної його реалізації була виконана Бичковим М.І.

Результати дисертаційної роботи Бичкова М.І. мають прикладне значення і будуть використовуватись у виробництві літаків транспортної категорії, які мають деталі складнопрофільних форм. Впровадження результатів дисертації дозволить підвищити продуктивність виробництва, зменшити обсяг ручної праці та підвищити якість продукції.

Головний механік

Трушев В.А.