

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ ім. А.М.ПІДГОРНОГО
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ ім. А.М.ПІДГОРНОГО

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ДЕГТЯРЬОВ КИРИЛО ГЕОРГІЙОВИЧ

УДК 629.76+534.1

ДИСЕРТАЦІЯ

**СТАТИЧНІ ТА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕМЕНТІВ
КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ З УРАХУВАННЯМ ЯВИЩ
ГІДРОПРУЖНОСТІ ТА ПЛАСТИЧНОСТІ**

05.02.09 – динаміка та міцність машин

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

 К.Г. Дегтярьов

Науковий керівник: Стрельнікова Олена Олександрівна, доктор технічних наук, професор

Харків – 2021

АНОТАЦІЯ

Дегтярьов К. Г. Статичні та динамічні характеристики елементів конструкцій ракетної техніки з урахуванням явищ гідропружності та пластичності. - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.02.09 – динаміка та міцність машин. – Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України. Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, Харків, 2021.

Проектування нових машинобудівних конструкцій з покращеними експлуатаційними характеристиками є актуальною проблемою сьогодення. Це вимагає ретельного аналізу міцнісних та динамічних характеристик як окремих вузлів та елементів, так і конструкції в цілому. Проведення натурного експерименту є коштовною і не завжди безпечною процедурою. Тому на теперішній час поширеними стають комп'ютерні експерименти, які дозволяють провести велику кількість віртуальних випробувань та на їх основі обрати оптимальний варіант конструктивного елементу.

Специфікою багатьох таких конструкцій є їх робота при взаємодії з водним середовищем. Внаслідок цього для визначення цих міцнісних характеристик необхідно розв'язувати задачі гідропружності, тобто визначати поля напружень, деформацій, а також частоти коливань, виходячи з того, що на пружне тіло діють сили тиску з боку рідини або газу.

Тому стає актуальним побудова уточнених моделей і методів розрахунку конструкцій, що враховують складну геометрію, вплив рідини або газу на напружено-деформований стан конструктивних елементів, частоти і форми їх власних коливань, можливість появи пластичних деформацій, які можуть спричинити небажане деформування, динамічну нестійкість конструкцій, та призвести до передчасного руйнування елементів конструкції.

Створення нових методів і математичних моделей для дослідження оболонок та оболонкових конструкцій ракетної техніки з урахуванням явищ гідро-пружності та пластичності дозволить розробити комп'ютерне забезпечення, яке дасть змогу оцінювати міцнісні та динамічні характеристики обладнання шляхом віртуального комп'ютерного експерименту. Застосування розроблених методів до розв'язання прикладних задач з визначення міцності, руйнівних навантажень та відстроювання від резонансних частот є актуальною практичною задачею, що й обумовило тему даної дисертаційної роботи.

Метою дисертаційної роботи є розроблення ефективних методів для аналізу міцнісних та динамічних характеристик та руйнівних навантажень на елементи тонкостінних конструкцій ракетно-космічної техніки при врахуванні ефектів пружності, пластичності, гідропружної взаємодії, плескань заповнювача в відсіках, різних рівнів заповнювача та перевантажень.

Об'єктом дослідження є процеси деформування оболонкових систем з урахуванням явищ пластичності та гідропружності. Предметом дослідження є міцнісні, динамічні характеристики та руйнівні навантаження на елементи оболонкових конструкцій.

В роботі вирішено науково-практичну задачу, що полягає в створенні методів визначення руйнівних навантажень оболонкових конструкцій з врахуванням пластичних деформацій матеріалу і розробці методів оцінки частот коливань баків з урахуванням ефектів гідропружності за різні умови експлуатації з використанням методів комп'ютерного моделювання.

В результаті виконаних досліджень отримано такі наукові та практичні результати.

На основі рівнянь руху суцільного середовища розроблено єдиний підхід до розв'язання крайових задач шляхом використання методу зважених нев'язок та побудови основних розв'язувальних співвідношень на основі методів скінченних та граничних елементів. В отриманих співвідношеннях використані різні залежності між напруженнями та деформаціями або швидкостями деформацій.

Побудовано неперервні і дискретні моделі для визначення частот і форм вільних коливань оболонкових конструкцій з відсіками, частково заповненими стисливою в'язкою рідиною, з урахуванням пружності стінок, плескань заповнювача, різних рівнів заповнення та перевантаження. Отримані скінченно-елементні та гранично-скінченно-елементні формулювання. Гранично-елементне формулювання застосовано до опису руху ідеальної нестисливої рідини. При застосуванні методу зважених нев'язок для побудови дискретної моделі на основі граничних елементів двічі здійснено інтегрування частинами; як базисні функції використані фундаментальні розв'язки рівняння Лапласа. Це призводить до необхідності розв'язання сингулярних інтегральних рівнянь. Окремо отримані гранично-елементні формулювання в термінах тиску та потенціалу швидкостей.

Проведені тестові розрахунки з визначення частот та форм коливань для жорстких та пружних сферичних та конічних оболонок, і надано співставлення з числовими та аналітичними результатами інших авторів.

Встановлено, що умови закріплення істотно впливають на частоти коливань усічених конічних оболонок. Важливим фактором виявляється також урахування пружності днища. Якщо днище пружне, то нижчі частоти відповідають саме деформованому днищу, і відносяться до першої гармоніки. У разі жорсткого днища нижчі частоти коливань відповідають 5-6 гармоніці.

Досліджено конструкцію другого ступеня ракети-носія з метою визначення власних частот конструкції та плескань вільної поверхні рідини за різних умов експлуатації. Побудовано залежності частот від рівня гравітації в польоті першого ступеня ракети-носія та залежно від часу польоту в польоті другого ступеня з урахуванням пружності стінок та різних рівнів перевантаження.

Досліджено міцність посудин тиску при одночасній дії внутрішнього тиску і стискаючої сили на кришку бака. Розроблено методику визначення руйнівного навантаження. При цьому комп'ютерне віртуальне випробування відтворювало схему та методологію натурного експерименту. Запропоновано

різні скінченно-елементні розрахункові схеми з метою врахування конструктивних особливостей та можливості спрощення як віртуальної, так і натурної моделі бака. Результати розрахунку за уточненою тривимірною моделлю практично збігаються з результатами для спрощених моделей, що дозволило зробити висновок про можливість використання спрощених моделей не лише при віртуальних, а й при натурних випробуваннях.

Надано оцінку напружено-деформованого стану циліндричної оболонки з періодичною системою отворів, отримано руйнівні навантаження та визначений момент появи тріщини. За допомогою комп'ютерного моделювання здійснено вибір конструкції найменшої товщини, яка витримує задані інтенсивні короткочасні навантаження. Встановлено час появи початкової тріщини та визначено період зрощення дефектів у магістральну тріщину.

Статичний, динамічний напружено-деформований стан та руйнівні навантаження досліджено з урахуванням реальних діаграм навантаження за різними скінченно-елементними схемами.

Достовірність отриманих в роботі результатів підтверджується шляхом їх порівняння з даними експериментів, результатами інших авторів, а також шляхом подрібнення сітки при використанні методів скінченних та граничних елементів.

Одержані в дисертації результати можуть бути використані під час проектування та при експлуатації аерокосмічних та машинобудівних конструкцій. Створені в роботі математичні моделі, методи та числові алгоритми становлять розрахункову базу для аналізу напружено-деформованого стану, гідропружних коливань та визначення руйнівних навантажень на елементи конструкцій під впливом інтенсивних силових навантажень.

Ряд результатів та рекомендацій прикладних досліджень дисертаційній роботі надіслано до ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля».

Ключові слова: напружено-деформований стан, пластичне деформування, колювання, оболонкові системи, баки ракет-носіїв, гідропружна взаємодія, методи зважених нев'язок, методи скінченних і граничних елементів.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

1. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Науменко В.В., Тонконоженко А.М. Свободные и вынужденные колебания оболочек вращения, частично заполненных жидкостью. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2013. №1089. С. 39-49.
2. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Тонконоженко А.М. Компьютерное моделирование разрушающей нагрузки на топливный бак. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2014. Т. 24. №1105. С. 51-59.
3. Клименко Д.В., Тонконоженко А.М., Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Стрельникова Е.А., Внуков Е.В. Колебания жидкости в упругих оболочках с разным уровнем их заполнения. *Космическая техника. Ракетное вооружение*. 2015. №3. С. 24-29.
4. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Free vibrations of an elastic cylindrical shell coupled with liquid sloshing. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2015. Т.26. №1156. С. 63-75.
5. Degtyarev K.G., Glushich P., Gnitko V.I., Strelnikova E.A. Numerical simulation of free liquid-induced vibrations in elastic shells. *International Journal of Modern Physics and Applications*. 2015. Vol.1. №4. P. 159-168.
6. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Reduced

- boundary element method for liquid sloshing analysis of cylindrical and conical tanks with baffles. *Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*. 2016. Vol.1. №1. P. 14-27.
7. Ravnik J., Strelnikova E.A., Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Ogorodnyk U. BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in a double tank. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2016. Vol.67. P. 13–25. (SCOPUS)
 8. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. BEM and FEM analysis of the fluid-structure interaction in tanks with baffles. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, 2017. Vol.5. №3. P. 317-328. (SCOPUS)
 9. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Coupled BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, 2018. Vol.6. №6. P. 976–988. (SCOPUS)
 10. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. A comparative analysis of axisymmetric vibrations of conical and cylindrical fluid-filled elastic shells. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2018. Т.38. С. 33-41.
 11. Degtyarev K.G., Zaydenvarg O.L., Moskalenko R.P., Naumenko Y.V. Розрахункова модель для оцінки довговічності елементів конструкцій за наявності отворів та тріщин. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2019. Т.44. С. 34-42.
 12. Гнітько В.І., Дегтярьов К.Г., Мироненко М.Л. Метод дискретних особливостей у задачах коливань заповнювача паливних баків при перевантаженнях та в умовах низької гравітації. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи*

- управління». Харків: ХНУ, 2019. №41. С. 20-26.
13. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Кононенко Е.С., Тонконоженко А.М. Сравнение методов конечных и граничных элементов в задачах о колебаниях составной оболочки вращения с жидкостью. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2019. Т.42. С. 38-45.
 14. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V., Degtyarev K. Boundary element method in nonlinear sloshing analysis for shells of revolution under longitudinal excitations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2020. Vol.111. P. 78–87. (SCOPUS)
 15. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Moskalenko R.P., Strelnikova O.O. Расчетная модель для анализа долговечности элементов конструкций с дефектами. *Проблемы машиностроения*, 2020. Т.23. №1. С. 27-38.
 16. К.Г. Дегтярев, В.И. Гнитько, А.М. Тонконоженко. Метод скінченних елементів при визначенні руйнівного навантаження на перфоровану оболонку при короткочасних силових впливах. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2020. Т.48. С. 22-35.
 17. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Науменко В.В., Стрельникова Е.А. Математическая модель колебаний оболочки вращения с изменяющимся уровнем заполнения жидкостью. *Труды XV Международной научно-технической конференции МКММ-2014, посвященной 160-летию со дня рождения Анри Пуанкаре, Вестник Херсонского национального технического университета*, Херсон, 16-20 сентября 2014. №3(50). С. 21-25.
 18. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. BEM in free vibration analysis of elastic shells coupled with liquid sloshing. *Proc. of XXXVIII International Conference on Boundary Elements and Other Mesh*

- Reduction Methods*, New Forest (UK), 21-23 September 2015. Vol.61. P. 35-46.
19. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Karaiev, A.A., Strelnikova E.A. Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity. *Proc. of XLI International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, New Forest (UK), 11-13 September 2018, Vol.122. P. 13–25. (SCOPUS)
 20. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Karaiev A.O., Strelnikova E.A. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells. *Proc. of XLII International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, Coimbra (Portugal), 2-4 July 2019, Vol.126. P. 189–200. (SCOPUS)
 21. Клименко Д.В., Тонконоженко А.М., Стрельникова Е.А., Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Чоудхари Н. Компьютерное моделирование динамики топливных баков ракет-носителей на разных стадиях полета. Доповіді II міжнародної науково-технічної конференції «Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні». Харків: Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України. 2020.
<https://ipmach.kharkov.ua/wp-content/uploads/2020/10/28.pdf>

ABSTRACT

Degtyarev K.G. Static and dynamic characteristics of structure elements in space technologies considering plasticity and hydro-elasticity effects. – Manuscript.

Thesis for Candidate of technical sciences degree in speciality 05.02.09 - Dynamics and Strength of Machines. – A. Pidhornyi Institute of Mechanical Engineering Problems of the NASU. A. Pidhornyi Institute of Mechanical Engineering Problems of the NASU, Kharkiv, 2021.

The design of new machine-building structures with improved performance is an urgent problem nowadays. This requires to carry out a careful analysis of the strength and dynamic characteristics of both individual components and elements, and the structure as a whole. Carrying out a field experiment is very expensive and not always safe procedure. Therefore, computer experiments are becoming widespread, that allow us to accomplish a large number of virtual tests and on their basis to choose the best option for the structural element.

The specificity of many such structures is their operation under interaction with the aquatic environment. Therefore, to determine these strength characteristics, it is necessary to solve the problem of hydroelasticity, i.e. to determine the fields of stresses, strains, and vibrations, based on the fact that the elastic body is subjected to pressure forces from the liquid or gas.

Therefore, it becomes important to develop refined models and methods of evaluating the structure characteristics that take into account complicated geometry, the influence of liquid or gas on the stress-strain state of structural elements, frequencies and modes of their own vibrations, the possibility of plastic deformations that can cause unwanted deformation, dynamic instability and lead to premature destruction of structural units.

Development of new methods and mathematical models for studying shells and shell structures of missile technology, taking into account the phenomena of hydro-

elasticity and plasticity, allows us to elaborate the computer software that will assess the strength and dynamic characteristics of equipment through virtual experiments. The application of the developed methods to solutions of applied problems to determine the strength, destructive loads, and tuning from resonant frequencies is the urgent practical task that has determined the topic of this dissertation.

The main objective of the dissertation is to develop effective methods for the analysis of strength and dynamic characteristics and destructive loads on elements of thin-walled structures of rocket and space technology, taking into account the effects of elasticity, plasticity, hydroelastic interaction, liquid sloshing in compartments, different levels of filling and overloads.

The object of research is the processes of deformation of shell systems taking into account the phenomena of plasticity and hydroelasticity. The subject of research is the strength, dynamic characteristics and destructive loads on the elements of shell structures.

The scientific and practical problem is solved in the thesis, which consists in developing methods for determining the destructive loads on shell structures taking into account plastic deformations of the material and elaborating methods for estimating tank vibration frequencies considering the effects of hydroelasticity under different operating conditions using computer simulation methods.

As a result of the researches performed the following scientific and practical results were obtained.

Based on the equations of motion of continuous mediums, the unified approach to solving boundary value problems has been developed by using the method of weighted residuals and constructing the main relations based on the technique of finite and boundary elements. Different dependences between stresses and strains or strain rates are used in the obtained relations.

Continuous and discrete models have been received to determine the frequencies and modes of free vibrations of shell structures with compartments partially filled with compressible viscous fluid, taking into account the elasticity of the walls, liquid sloshing, different levels of filling and overload. Finite-element and finite-

boundary-element formulations are obtained. The boundary-element formulation is applied to describing the motion of the ideal incompressible fluid. When using the method of weighted residuals to build a discrete model based on boundary elements, the integration by parts was performed twice, and the fundamental solutions of the Laplace equation were used as basic functions. This leads to the necessity of solving singular integral equations. Boundary-element formulations in terms of both pressure and velocity potential are obtained.

Test calculations to determine the frequencies and modes of vibrations for rigid and elastic spherical and conical shells, and a comparison with the numerical and analytical results of other authors are accomplished. It has been established that the conditions of fixation significantly affect the vibration frequencies of truncated conical shells. It is also important to take into account the elasticity of the bottom. If the bottom is elastic, then the lower frequencies correspond to the deformed bottom, and belong to the first harmonic. In the case of a rigid bottom, the lower oscillation frequencies correspond to 5th -6th wave numbers.

The second stage of the launch vehicle was studied in order to determine the natural frequencies of the structure and sloshing of the liquid free surface under different operating conditions. The dependences of frequencies on the level of gravity in the mission of the first stage of launch vehicle and depending on the flight time in the mission of the second stage are received taking into account the elasticity of the walls and different levels of overload.

The strength of pressure vessels under the simultaneous action of internal pressure and compressive force on the tank lid was studied. The method for determining the destructive load has been developed. At the same time, the computer virtual test reproduced the scheme and methodology of the field experiment. Various finite-element calculation schemes are proposed in order to take into account the design features and the possibility of simplifying both the virtual and full-scale field model of the tank. The results of the calculation on the refined three-dimensional model almost coincide with ones for simplified models, which allowed us to establish the possibility of using simplified models not only in virtual but also in field experiments.

The estimate of the stress-strain state of the cylindrical shell with a periodic system of holes is given, destructive loads are obtained and the initial moment of cracking is determined. With the help of computer simulation, the design of the smallest thickness that can withstand the specified intensive short-term loads was chosen. The time of appearance of initial cracks is established, and the period of defect fusion into the main crack is determined.

Static and dynamic stress-strain state and destructive loads are determined taking into account real load diagrams according to different finite element schemes.

The reliability of the results obtained in the work is confirmed by comparing them with experimental data, the results of other authors, as well as by grinding the grid using the methods of finite and boundary elements.

The results obtained in the thesis can be used during the design and operation of aerospace and engineering structures. The mathematical models, methods and numerical algorithms developed in the work constitute the calculation basis for the analysis of the stress-strain state, hydroelastic vibrations and determining destructive loads on structural elements under the intense force loads.

A number of results and recommendations of applied research of the thesis were sent to M.K. Yangel «Yuzhnoye State Design Office».

Key words: stress-strain state, plastic deformation, vibrations, shell systems, launch vehicle tanks, hydro-elastic interaction, methods of weighted residuals, finite and boundary element methods

LIST OF APPLICANT PUBLICATIONS

1. Гнитко В.И., Дегтярев К.Г., Науменко В.В., Тонконоженко А.М. Свободные и вынужденные колебания оболочек вращения, частично заполненных жидкостью. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2013. №1089. С. 39-49.
2. Гнитко В.И., Дегтярев К.Г., Тонконоженко А.М. Компьютерное моделирование разрушающей нагрузки на топливный бак. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2014. Т. 24. №1105. С. 51-59.
3. Клименко Д.В., Тонконоженко А.М., Гнитко В.И., Дегтярев К.Г., Стрельникова Е.А., Внуков Е.В. Колебания жидкости в упругих оболочках с разным уровнем их заполнения. *Космическая техника. Ракетное вооружение*. 2015. №3. С. 24-29.
4. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Free vibrations of an elastic cylindrical shell coupled with liquid sloshing. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2015. Т.26. №1156. С. 63-75.
5. Degtyarev K.G., Glushich P., Gnitko V.I., Strelnikova E.A. Numerical simulation of free liquid-induced vibrations in elastic shells. *International Journal of Modern Physics and Applications*. 2015. Vol.1. №4. P. 159-168.
6. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Reduced boundary element method for liquid sloshing analysis of cylindrical and conical tanks with baffles. *Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*. 2016. Vol.1. №1. P. 14-27.

7. Ravnik J., Strelnikova E.A., Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Ogorodnyk U. BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in a double tank. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2016. Vol.67. P. 13–25. (SCOPUS)
8. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. BEM and FEM analysis of the fluid-structure interaction in tanks with baffles. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, 2017. Vol.5. №3. P. 317-328. (SCOPUS)
9. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Coupled BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, 2018. Vol.6. №6. P. 976–988. (SCOPUS)
10. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. A comparative analysis of axisymmetric vibrations of conical and cylindrical fluid-filled elastic shells. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2018. Т.38. С. 33-41.
11. Degtyarev K.G., Zaydenvarg O.L., Moskalenko R.P., Naumenko Y.V. Розрахункова модель для оцінки довговічності елементів конструкцій за наявності отворів та тріщин. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2019. Т.44. С. 34-42.
12. Гнітько В.І., Дегтярьов К.Г., Мироненко М.Л. Метод дискретних особливостей у задачах коливань заповнювача паливних баків при перевантаженнях та в умовах низької гравітації. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2019. №41. С. 20-26.

13. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Кононенко Е.С., Тонконоженко А.М. Сравнение методов конечных и граничных элементов в задачах о колебаниях составной оболочки вращения с жидкостью. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2019. Т.42. С. 38-45.
14. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V., Degtyarev K. Boundary element method in nonlinear sloshing analysis for shells of revolution under longitudinal excitations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2020. Vol.111. P. 78–87. (SCOPUS)
15. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Moskalenko R.P., Strelnikova O.O. Расчетная модель для анализа долговечности элементов конструкций с дефектами. *Проблемы машиностроения*, 2020. Т.23. №1. С. 27-38.
16. К.Г. Дегтярев, В.И. Гнитько, А.М. Тонконоженко. Метод скінченних елементів при визначенні руйнівного навантаження на перфоровану оболонку при короткочасних силових впливах. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2020. Т.48. С. 22-35.
17. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Науменко В.В., Стрельникова Е.А. Математическая модель колебаний оболочки вращения с изменяющимся уровнем заполнения жидкостью. *Труды XV Международной научно-технической конференции МКММ-2014, посвященной 160-летию со дня рождения Анри Пуанкаре, Вестник Херсонского национального технического университета*, Херсон, 16-20 сентября 2014. №3(50). С. 21-25.
18. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. BEM in free vibration analysis of elastic shells coupled with liquid sloshing. *Proc. of XXXVIII International Conference on Boundary Elements and Other Mesh*

- Reduction Methods*, New Forest (UK), 21-23 September 2015. Vol.61. P. 35-46.
19. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Karaiev, A.A., Strelnikova E.A. Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity. *Proc. of XLI International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, New Forest (UK), 11-13 September 2018, Vol.122. P. 13–25. (SCOPUS)
 20. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Karaiev A.O., Strelnikova E.A. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells. *Proc. of XLII International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, Coimbra (Portugal), 2-4 July 2019, Vol.126. P. 189–200. (SCOPUS)
 21. Клименко Д.В., Тонконоженко А.М., Стрельникова Е.А., Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Чоудхари Н. Компьютерное моделирование динамики топливных баков ракет-носителей на разных стадиях полета. Доповіді II міжнародної науково-технічної конференції «Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні». Харків: Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України. 2020.
<https://ipmach.kharkov.ua/wp-content/uploads/2020/10/28.pdf>

ЗМІСТ

Вступ.....	5
Розділ 1	ОГЛЯД СУЧАСНОГО СТАНУ ПРОБЛЕМ СТАТИЧНОЇ ТА ДИНАМІЧНОЇ МІЦНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ.....
	12
1.1	Міцність елементів конструкцій в умовах взаємодії з рідким або повітряним середовищем
	12
1.2	Методи визначення руйнівних навантажень на посудини високого тиску та паливні баки.....
	19
1.3	Дослідження динамічного НДС в перфорованих оболонкових конструкціях.....
	22
1.4	Висновки за розділом 1.....
	24
Розділ 2	ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ПАЛИВНОГО БАКА РАКЕТИ-НОСІЯ.....
	26
2.1	Теоретичне підґрунтя та основні розрахункові рівняння.....
	26
2.2	Аналіз точності та достовірності. Тестові задачі.....
	40
2.3	Вхідні дані по конструкції та навантаженням паливного відсіку другого ступеня ракети-носія.....
	50
2.4	Формулювання задачі визначення частот і форм коливань другого ступеня бака ракети-носія.....
	55
2.5	Побудова розрахункової геометричної моделі.....
	56
2.6	Створення скінченно-елементної моделі конструкції.....
	57
2.7	Числове дослідження частот коливань.....
	58
2.7.1	Частоти та форми коливань незаповненої оболонки.....
	58
2.7.2	Частоти плескань в польоті першого ступеня при незмінному рівні заповнення баків для КА (0,5т) та КА (5т).....
	61
2.7.3	Власні частоти конструкції з урахуванням пружності стінок в польоті першого ступеня при незмінному рівні заповнення баків для двох різних КА.....
	63

2.7.4	Частоти плескань в польоті другого ступеня, КА (0,5т).....	64
2.7.5	Власні частоти конструкції з урахуванням пружності стінок в польоті другого ступеня для КА (0,5т).....	66
2.7.6	Частоти плескань в польоті другого ступеня для КА (5т).....	67
2.7.7	Власні частоти конструкції з урахуванням пружності стінок в польоті другого ступеня для КА (5т).....	69
2.8	Висновки за розділом 2.....	70
Розділ 3	ВИЗНАЧЕННЯ РУЙНІВНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПАЛИВНИЙ БАК РАКЕТИ-НОСІЯ.....	72
3.1	Теоретичне підґрунтя та основні розрахункові рівняння.....	72
3.2	Моделювання руйнування оболонкової конструкції з використанням оболонкових скінченних елементів.....	78
3.2.1	Формулювання задачі про визначення руйнівного навантаження.....	79
3.2.2	Розрахункові моделі конструкції.....	81
3.2.3	Побудова скінченно-елементної моделі та реалізація процесу навантаження.....	82
3.2.4	Аналіз числових результатів.....	83
3.2.5	Порівняння з експериментальними даними.....	87
3.3	Моделювання руйнування оболонкової конструкції з використанням тривимірних скінченних елементів.....	88
3.3.1	Формулювання задачі визначення руйнівного навантаження.....	88
3.3.2	Побудова скінченно-елементної моделі та опис процесу навантаження.....	90
3.3.3	Аналіз числових результатів.....	91
3.3.4	Порівняння з експериментальними даними.....	94
3.3.5	Розрахунок руйнівного навантаження за уточненою моделлю....	95
3.4	Висновки за розділом 3.....	98

Розділ 4	СТАТИЧНІ ТА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРФОРОВАНИХ ОБОЛОНКОВИХ СИСТЕМ.....	99
4.1	Теоретичне підґрунтя та основні розрахункові рівняння.....	99
4.2	Циліндрична оболонка під дією рівномірно розподіленого навантаження. Тестова задача.....	101
4.3	Перфорована оболонкова конструкція.....	104
4.3.1	Постановка задачі та створення геометричної моделі.....	104
4.3.2	Створення скінченно-елементної моделі. Опис процесу навантаження.....	105
4.3.3	Аналіз результатів розрахунку.....	107
4.3.4	Розрахунки з метою посилення міцності конструкції	110
4.4	Висновки за розділом 4.....	112
	Висновки.....	113
	Список використаних джерел.....	115
	Додаток А	
	Перелік праць здобувача.....	128
	Додаток Б	
	Довідки про використання результатів досліджень.....	133

ВСТУП

Актуальність теми. У різних галузях інженерної практики, таких як авіабудування, хімічна промисловість, вітроенергетика, транспорт, енергетичне машинобудування та ракетна техніка широко застосовуються елементи тонкостінних конструкцій, що функціонують в умовах підвищених технологічних навантажень і мають відсіки, частково заповнені легкозаймистими або отруйними рідинами. До числа таких об'єктів відносяться паливні баки, цистерни, резервуари нафтоємностей, палива та ін.

Оцінка стану існуючого обладнання, проектування нових високоефективних машин і споруд з необхідним рівнем надійності, вимагає визначення механічного стану та міцнісних характеристик їх елементів. Ці дані дозволяють оцінити межу міцності конструкції при інтенсивних силових навантаженнях, зробити відстроювання від небажаних резонансних частот, виявити ще на стадії проектування найбільш небезпечні з точки зору концентрації напружень зони. Специфікою багатьох таких конструкцій є їх робота при взаємодії з водним середовищем. Внаслідок цього для визначення цих міцнісних характеристик необхідно розв'язувати задачі гідропружності, тобто визначати поля напружень, деформацій, а також частоти коливань, виходячи з того, що на пружне тіло діють сили тиску з боку рідини або газу.

Проведення натурних експериментів є кошовною та не завжди безпечною процедурою. Тому стає актуальним побудова уточнених моделей і методів розрахунку конструкцій, що враховують складну геометрію, вплив рідини або газу на напружено-деформований стан конструктивних елементів, частоти і форми їх власних коливань, можливість появи пластичних деформацій, які можуть спричинити небажане деформування, динамічну нестійкість конструкцій, та призвести до передчасного руйнування як окремих елементів, так і конструкції в цілому.

Створення нових методів і математичних моделей для дослідження оболонок та оболонкових конструкцій з урахуванням явищ гідропружності та

пластичності дозволить розробити комп'ютерне забезпечення, яке дасть змогу оцінювати міцнісні та динамічні характеристики обладнання шляхом віртуального експерименту. Застосування розроблених методів до розв'язання прикладних задач з визначення міцності, руйнівних навантажень, та відстроювання від резонансних частот є актуальною практичною задачею, що й обумовило тему даної дисертаційної роботи.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Основні задачі були розв'язані здобувачем як виконавцем комплексних тем науково-технічних досліджень Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, а саме:

– за держбюджетними науково-дослідними темами № 0111U001758 (ІІІ-67-16) «Аналіз та поліпшення динамічних міцнісних властивостей елементів перспективних енергетичних машин та ракетно-космічної техніки під дією навантажень різної фізичної природи», № ДР 0112U002490 «Розробка нових методів та засобів діагностування енергетичних машин та підвищення їх міцності та працездатності», ДЗ-71-2019 «Розроблення програмного забезпечення для аналізу динаміки та міцності корпусних композитних елементів з наноармуванням», № ДР 0111U001758 «Розробка наукових основ аналізу нестационарного динамічного напруженого стану елементів енергетичного та іншого обладнання з урахуванням пошкоджень»,

– за цільовою темою за програмою наукових досліджень НАН України «Надійність і довговічність матеріалів, конструкцій, обладнання та споруд» № 0116U005703 (ІІ-89-20);

– за договором про міжнародне співробітництво між Інститутом проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України та Вессекським технологічним інститутом (2014-2021 рр.),

– за господарськими договорами з ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля» «Розробка методів і програм розрахунку динамічного напруженого і граничного стану оболонкових конструкцій при високошвидкісних діях» (2015 р., № SCM YZH SP 03900), «Розробка методів і програм розрахунку

тривалості руйнування елементів кріплення БЕ при імпульсному навантаженні (2016 р., № GR2 YZH SPS 25900), «Перевірка працездатності і механічного стану систем кріплення БЕ при транспортуванні на основі комп'ютерного моделювання технологічних і експлуатаційних впливів» (2017 р., № ДР 0117U003630). № ДР 0114U003588 «Розрахункова оцінка вібрацій елементів аерокосмічних систем при силових та аеродинамічних навантаженнях», № ДР 0120U101241 «Підвищення ефективності елементів конструкцій ракетно-космічної техніки шляхом їх чисельного моделювання та оптимізації», № ДР 0117U000880 «Динамічна міцність елементів аерокосмічної та бронетанкової техніки під дією механічних навантажень»,

– за грантом МОН України «Сучасні обчислювальні методи для аналізу плескань в паливних баках з перегородками» в рамках спільних українсько-індійських проектів (2019-2021 рр.)

Мета і задачі дослідження.

Метою дисертаційної роботи є розроблення ефективних методів для аналізу міцнісних та динамічних характеристик та руйнівних навантажень елементів тонкостінних конструкцій ракетно-космічної техніки при врахуванні ефектів пружності, пластичності, гідропружної взаємодії, плескань заповнювача в відсіках.

Для досягнення зазначеної мети в роботі були сформульовані та розв'язані такі **основні наукові та прикладні задачі**:

– розробити й обґрунтувати загальний підхід до моделювання пружно-пластичного деформування елементів конструкцій, який дозволяє враховувати реальні діаграми навантаження, знаходити руйнівні навантаження при статичних та динамічних навантаженнях;

– побудувати неперервні та дискретні математичні моделі для визначення частот і форм вільних коливань системи «оболонкова конструкція - рідина» на основі методу зважених нев'язок з подальшим застосуванням методів скінченних та граничних елементів;

– провести аналіз точності та збіжності запропонованих методів;

– дослідити достовірність результатів числових досліджень, отриманих за розробленими моделями, шляхом їх порівняння з експериментальними даними, та результатами інших дослідників;

– застосувати розроблені математичні моделі та обчислювальні методи для розв’язання таких практичних задач:

- дослідити статичний та динамічний напружено-деформований стан та визначити руйнівні навантаження на сосуди високого тиску та паливні баки з урахуванням реальних діаграм навантаження за різними скінченно-елементними схемами;

- дослідити напружено-деформований стан циліндричної оболонки з періодичною системою отворів; надати прогноз руйнування конструктивних елементів, встановити момент часу, в який відбувається руйнування;

- знайти найменшу товщину перфорованої оболонки, при якій не відбувається руйнування за задані умови навантаження;

- провести серію розрахунків конструкції паливного баку другого ступеня ракети-носія для визначення власних частот конструкції та плескань вільної поверхні рідини за різні умови експлуатації з метою відстроювання від резонансних частот.

Об’єкт дослідження - процеси деформування оболонкових систем з урахуванням явищ пластичності та гідропружності.

Предмет дослідження - міцнісні, динамічні характеристики та руйнівні навантаження елементів оболонкових конструкцій.

Методи дослідження. Для розв’язання сформульованих задач використовувалися класичні методи й моделі механіки суцільного середовища. Дискретизація розв’язувальних співвідношень для аналізу деформування досліджуваних елементів конструкцій здійснювалася на основі методів скінченних та граничних елементів. Числові дослідження методом скінченних елементів здійснювалися у середовищі програмного комплексу ANSYS, у якому відтворювалися тривимірні комп’ютерні моделі елементів конструкцій, також був створений оригінальний програмний код, що реалізує метод

граничних елементів. Ліцензійне забезпечення програмного комплексу ANSYS підтримується Інститутом проблем машинобудування ім. А. Підгорного НАН України.

Наукова новизна одержаних результатів. Виконані в роботі дослідження дозволили одержати такі нові наукові результати:

- розроблено нові розрахункові моделі, засновані на методах скінченних та граничних елементів, для розрахунку напружено-деформованого стану елементів оболонкових конструкцій ракетної техніки та руйнівних навантажень з урахуванням реальної діаграми навантаження, ефектів пластичності, гідропружної взаємодії з урахуванням явища плескань;

- вперше досліджено руйнівні навантаження та визначено момент появи тріщини в перфорованих оболонкових конструкціях з циклічною системою отворів в умовах інтенсивного короткочасного навантаження з урахуванням пластичності;

- вперше визначені частоти і форми коливань оболонки, що складається з двох відсіків, частково заповнених стисливою в'язкою рідиною, при одночасному врахуванні пружності стінок, плескань рідини, змінних рівнів гравітації та заповнення оболонки.

Обґрунтованість і достовірність отриманих результатів дисертаційної роботи забезпечується шляхом співставлення з даними розрахунків інших дослідників, відомими аналітичними розв'язками та експериментальними даними, а також доведенням збіжності числового методу.

Практичне значення одержаних результатів. Одержані в дисертації результати можуть бути використані під час проектування, та при експлуатації аерокосмічних та машинобудівних конструкцій. Створені в роботі математичні моделі, методи та числові алгоритми становлять розрахункову базу для аналізу напружено-деформованого стану, гідропружних коливань та визначення руйнівних навантажень на елементи конструкцій під впливом інтенсивних силових навантажень.

Ряд результатів та рекомендацій прикладних досліджень дисертаційній роботі використано на ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля».

Апробація результатів дисертації. Основні результати досліджень доповідалися та дістали схвалення на міжнародних конференціях, симпозіумах і наукових семінарах:

– XV Міжнародній науково-технічній конференції МКММ-2014, присвяченій 160-річчю з дня народження Анрі Пуанкаре (Херсон, 2014);

– XXXVII, XXXVIII, XLI, XLII International Conference on Boundary Elements and other Mesh Reduction Methods (United Kingdom 2014, 2015, 2018, 2019);

– XVII, XVIII Міжнародних симпозіумах «Методи дискретних особливостей в задачах математичної фізики» (МДОЗМФ – Харків, 2015, 2017);

– V, VII Міжнародних конференціях «Космические технологии: настоящее и будущее» (Дніпро, 2015, 2019);

– I, II Міжнародних науково-технічних конференціях «Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні» (Харків, 2018, 2020).

У повному обсязі дисертація доповідалася на засіданні науково-технічної проблемної ради «Математичне моделювання. Механіка деформівного твердого тіла. Динаміка та міцність машин» Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України під керівництвом члена-кореспондента НАН України Ю. Г. Стояна.

Публікації та особистий внесок здобувача. Основні результати дисертаційної роботи опубліковано в 21 науковій роботі, з яких 6 включені до міжнародної бази Scopus, 16 статей у наукових виданнях України та іноземних держав, та 5 публікацій у матеріалах міжнародних конференцій і симпозіумів.

Дисертаційна робота є результатом завершених наукових досліджень автора, які було виконано в Національному технічному університеті «ХПІ» та Інституті проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України в період з 2013 по 2020 роки.

Основні результати теоретичних та розрахункових досліджень, що виносяться на захист, отримано самостійно.

У роботах, що написані у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає у наступному: [1, 13 – 15] – проведено тестові розрахунки та надано аналіз отриманих результатів, прийнято участь у постановці задач та формулюванні висновків; [11 – 12, 16 – 17] – проведено числовий аналіз елементів конструкцій та отримані руйнівні навантаження [2, 4 – 7, 18 – 20] – розроблено розрахункові методики визначення нестационарного напружено-деформованого стану та проведено розрахунки; [3, 8 – 10, 21] – запропоновано розрахункові моделі, здійснено числові розрахунки.

Структура та обсяг дисертацій. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел з 121 найменування на 13 сторінках та 2 додатків на 9 сторінках, а також містить 69 рисунків та 22 таблиці. Загальний обсяг роботи складає 135 сторінок, включаючи 110 сторінок основного тексту.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД СУЧАСНОГО СТАНУ ПРОБЛЕМ СТАТИЧНОЇ ТА ДИНАМІЧНОЇ МІЦНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ

Розділ присвячено вивченню існуючих методів та досліджень, що відносяться до проблем статичного навантаження, власних коливань і динамічного деформування під дією імпульсного навантаження тонкостінних, товстостінних оболонок обертання і оболонок обертання середньої товщини, а також проблемам коливань конструкцій з відсіками, що містять рідину.

1.1 Міцність елементів конструкцій в умовах взаємодії з рідким або повітряним середовищем

Проблема коливань конструкцій з відсіками, що містять рідину, знаходиться в центрі уваги дослідників протягом декількох останніх десятиліть.

Перші роботи в цьому напрямку з'явилися на початку 60-х років минулого століття. Одна з них була опублікована в 1969 році [22]. У ній проведено аналіз плескань рідини в циліндричних баках при різних рівнях гравітації на основі аналітичних методів. Частоти коливань вивчалися в залежності від числа Бонда. Ґрунтовний аналіз досліджень по динаміці рідини в посудинах і резервуарах був наданий Р. Ібрагімом в монографії [23]. В [24] для обчислення сил тиску рідини в призматичних і циліндричних резервуарах застосована нелінійна теорія, з урахуванням зміни форми вільної поверхні за часом.

Відзначимо, що числові методи вивчення руху рідини з вільною поверхнею знаходять широке застосування в багатьох інженерних додатках [25, 26]. У повністю (або практично повністю) заповнених баках вільна поверхня не може здійснювати сильних осциляцій. Це відповідає початку польоту ракети-носія. Однак, на подальших стадіях польоту, коли рівень

рідкого заповнювача падає, ефект плескання стає домінуючим. Неодноразово зазначалося, що потужні плескання можуть призвести до порушення польотної траєкторії, як це сталося, наприклад, при запусках ракети-носія Фалькон 1 (Falcon 1) в 2006, 2007 і 2008 роках [27]. Наступною важливою проблемою при вивченні коливань паливних баків є вивчення зв'язаних гідропружних коливань рідини, що взаємодіє з пружними стінками бака.

Незважаючи на наявні теоретичні досягнення, проблема коливань пружних контейнерів і баків з рідиною залишається в центрі уваги багатьох наукових шкіл.

Феномен плескань може бути описаний як рух вільної поверхні рідини, що міститься в резервуарі, під дією раптово прикладеного навантаження. Н. Olsen запропонував в [28] класифікацію коливань вільної поверхні рідини в резервуарах, виділивши три основні форми плескань: а) поздовжні плескання, б) вертикальні плескання в) обертальні плескання. Плескання - це феномен, який виявляється в широкому діапазоні промислових додатків: в контейнерах для зберігання зрідженого газу, паливних баках ракет і літаків, в резервуарах вантажних танкерів.

Як свідчить огляд літературних джерел, саме частково заповнені резервуари схильні до дії особливо сильних плескань. Потужний рух рідини зазвичай створює високий локалізований тиск на стінки резервуара, що в свою чергу може призвести до часткового або повного руйнування конструкції, або викликати втрату стійкості. Проектування таких резервуарів вимагає ретельного дослідження поведінки рідини в них за різні умови експлуатації. Плескання є наслідком впливу зовнішніх сил, що викликані прискоренням (раптовим уповільненням або зупинкою) рухомого об'єкта, що містить рідину. Особливої уваги заслуговує вивчення локальних максимумів розподілу тиску на стінках резервуара, які можуть принаймні вдвічі перевищувати значення відповідних величин в незаповненому резервуарі внаслідок лише дії прикладеного зовнішнього навантаження [29]. У вантажних танкерах проблема плескань стоїть особливо гостро: навіть малі рухи контейнера можуть

призвести до значних коливань поверхні рідини, що вимагає вивчення стійкості.

Ряд досліджень, присвячених проблемам плескань рідини в резервуарах, знайшов своє відображення в ґрунтовних оглядах [23, 30].

Перші роботи в цій галузі з'явилися в 1960-х роках і були пов'язані з вивченням плескань рідкого палива в баках ракетноносіїв. Оскільки ракетна техніка використовує рідке паливо, стало очевидним, що характер поведінки рідини в паливному баку має істотний вплив на динаміку польоту. Це призвело до сплеску інтересу до проблем коливань рідини в резервуарі на початку 60-х років минулого століття, особливо після початку космічних програм СРСР та NASA (Gemini and Apollo programs). До цих досліджень відносяться роботи Г. Абрамсона [31 - 33].

У [34] Chwang і Wang застосували нелінійну теорію для визначення сили тиску на стінки кругових і призматичних резервуарів, що рухаються з прискоренням. Було виявлено, що на початковій стадії руху під дією імпульсного навантаження хвилі на вільній поверхні не виникають, а вся маса рідини переходить на одну сторону контейнера. Далі, в роботах Г. Попова [35, 36] в двовимірному формулюванні вивчено вплив прискорення і кривизни вільної поверхні при русі рідини в прямокутних контейнерах, і доведено, що динамічні характеристики резервуару суттєво залежать від відношення рівня заповнення до ширини контейнера. У цих роботах показано, що максимальна висота підйому спостерігається в квадратних контейнерах з рівнем заповнення 30 – 60%, а максимальні зусилля виникають при рівні заповнення в межах 75 - 93%.

Ye та Birk в [37] досліджували розподіл тиску на стінках горизонтальної циліндричної судини безпосередньо після впливу ударного навантаження при рівні заповнення рідиною до 95%. Дослідження показало, що тиск на стінки резервуара зростає разом зі збільшенням рівня заповнення. Faltinsen в [38] вивчав короткочасні навантаження на резервуари з рідиною і описав п'ять різних фаз руху рідини з різними амплітудами. Chen і Chiang в [39] провели

числовий експеримент для двовимірного прямокутного резервуара з жорсткими стінками при дії горизонтального і вертикального прискорення. У цій роботі розглядалася нев'язка нестислива рідина, враховувався нелінійний характер руху. Тут також показано, що основна частота коливань істотно залежить від ширини резервуара і рівня заповнення. Ефекти в'язкості досліджувалися в [40] Faltinsen і Rognebakke. Ними виявлено, що в'язкість проявляється при малих амплітудах і високому рівні заповнення. Однак, Bass в [41] встановив, що ефектами в'язкості можна знехтувати при великих амплітудах плескання.

Традиційні підходи, що використовуються для оцінки навантажень при плесканнях, включають лінійну і нелінійну теорію потенціалу, натурний експеримент і експеримент на модельних зразках. В останні роки робляться спроби застосування методів обчислювальної механіки рідини (Computational Fluid Dynamics, CFD). До цих робіт слід віднести [42]. Тут також показано, що власні частоти коливань істотно залежать від рівня заповнення. Проте, методи і теорія потенціалу мають деякі обмеження і не здатні дати аналіз систем при явищах фрагментації рідини або злиття її окремих частин.

До теперішнього часу розроблено велику кількість математичних моделей плескання рідини в резервуарі. Зупинимося тут на деяких з них.

У різних додатках є достатнім застосовувати спрощені моделі для опису руху рідини в рухомому (наприклад такому, що коливається) резервуарі. Перевага цих моделей полягає в тому, що вони дозволяють описати плескання з достатньою точністю, використовуючи при цьому найпростіші рівняння, і дати швидко попередню оцінку динамічних характеристик. При цьому в окремих випадках вдається отримати аналітичні розв'язки. Однак відзначимо, що аналітичні розв'язки придатні лише для опису плескань з невеликою амплітудою в контейнерах простої геометричної форми. Такі дослідження не можуть бути узагальнені на плескання з великою амплітудою в контейнерах складної форми, з конструкційними перегородками та іншими пристроями [43].

Нелінійні рухи вільної поверхні можна вивчати тільки за допомогою числових методів. У деяких випадках результати, отримані за спрощеними

двовимірними моделями, можуть бути застосовані до опису поведінки рідини в тривимірній постановці. Однак такий перехід видається проблематичним. Faltinsen в [44] встановив, що збудження коливань, навіть на нижчій частоті вільних коливань рідини в двовимірному резервуарі, може призвести до того, що рух стане нестійким, потім істотно тривимірним, і навіть хаотичним. У [45, 46] Faltinsen провів серію досліджень тривимірних плескань, включаючи нелінійні плескання в кубічних і близьких до кубічних резервуарах.

В даний час використовується ціла низка різних числових методів і схем для опису характеру плескань в резервуарах за наявності вільної поверхні рідини. Wu зі співавторами в [47] розробив скінченно-елементний підхід для розв'язання задач про потенційний рух рідини і застосував його до дослідження тривимірної нелінійної поведінки рідини в резервуарі. Далі ці ж дослідники в [48] розробили підхід, заснований на методі скінченних різниць, для вивчення динаміки рідини в рухомому резервуарі в тривимірному формулюванні.

Curadelli в [49] використовував метод скінченних елементів для вивчення частот і форм вільних коливань рідини в сферичному резервуарі. У [50] наведено уточнені диференціальні рівняння для визначення форми вільної поверхні, та запропоновано варіант методу скінченних різниць для їх розв'язання.

Визначення нелінійних плескань рідини в резервуарі можливе за допомогою методів CFD, що вимагає залучення складного математичного та програмного забезпечення. На практиці більш складні моделі використовують для опису специфіки плескань в резервуарах складної форми, наприклад в паливних ракетних баках. Найбільш часто використовують два типи найпростіших моделей. Перший з них – це так звана модель маятника, другий – це пружинна аналогія [51]. Обидві моделі засновані на наступному підході. Потрібно зобразити рух рідини так, щоб вона могла бути розглянута або як прикріплений до резервуара маятник, або як прикріплена пружина. Природно, що при цьому плескання можуть бути розглянуті тільки в лінійному формулюванні.

Надалі описано модель, що описує малі коливання. Для цього розроблена і широко використовується програма SMALLSLOSH [52], за допомогою якої можна обчислити власні частоти і форми коливань для осесиметричного резервуара. Програмне забезпечення реалізує теорію потенціалу, коли розглядається нев'язка і нестислива рідина [46]. При цьому вивчається безвихровий рух, тобто існує потенціал швидкостей, що задовольняє рівнянню Лапласа. Розв'язавши це рівняння при відповідних граничних умовах на днищі та стінках резервуара, визначаємо рух рідини та характер плескань.

У [53] запропонована уточнена математична модель. Розрахунковими рівняннями є рівняння Нав'є-Стокса, що є мішаною системою гіперболічних і нелінійних еліптичних диференціальних рівнянь для опису руху в'язкої нестисливої рідини. Локація і переміщення вільної поверхні рідини в резервуарі визначається за допомогою процедури, що відома як метод рідких об'ємів. Це відомий потужний метод, заснований на використанні функцій, значення яких дорівнюють одиниці всередині рідкого об'єму і нулю поза ним. Далі область, зайнята рідиною, ділиться на безліч малих контрольних об'ємів. Рівняння руху задовольняються в кожному контрольному об'ємі. Для визначення нового положення вільної поверхні використовуються стандартні методи розв'язання диференціальних рівнянь у частинних похідних.

Математичному моделюванню вимушених коливань динамічної системи "оболонкова конструкція – рідина" і визначенню напружено-деформованого стану оболонкових конструкцій при взаємодії в рідким заповнювачем присвячені роботи [54, 55] В.В. Пилипенко, А.Д. Ніколаєва, Н.В. Хоряк, І.Д. Башлій, С.І. Долгополова.

Параметрична нестійкість, що викликана поздовжніми збудженнями, є предметом багатьох досліджень, починаючи з перших праць Фарадея [56]. Інтенсивний рух рідини в баках ракет-носіїв призвів до втрати стійкості космічних апаратів у середині XX століття. У роботах [57], [58], [59] з'ясовано, що невдачі та катастрофи часто були викликані втратою стабільності внаслідок коливань паливних баків. Одна з перших робіт [33] присвячена визначенню

частот та форм плескань рідини для двовимірних та трьохвимірних прямокутних резервуарах. Інтенсивні землетруси зазвичай визивають потужні плескання рідини у ємностях для зберігання нафти та палива, це сприяло інтересу багатьох дослідників та інженерів [60]. Велике значення мають ефекти плескання в резервуарах вантажних танкерів [46]. Їх руйнування може спричинити екологічну катастрофу. Потужні плескання рідини в горизонтальних циліндричних резервуарах є також актуальною проблемою в галузі автомобільних перевезень [61]. В [46] та [62] зроблено аналіз явищ плескань внаслідок дії різних навантажень. У [46], [63] доведено, що існують аналітичні або напіваналітичні розв'язки будь-якої задачі з лінійної теорії плескань в циліндричних та призматичних резервуарах. Труднощі виникають при дослідженні власних форм та частот плескань резервуарів складної форми: з кришками, перегородками, розгалуженнями, тощо [8].

Нелінійні проблеми плескання рідини в загальному формулюванні можуть бути описані рівняннями Нав'є-Стокса з динамічними та кінематичними умовами на вільній поверхні. Але існує велика кількість досліджень нелінійного плескання на основі формулювань з теорії потенціалу для ідеальної нестисливої рідини. В одній з перших робіт в цьому напрямку [64] отримано асимптотичний розв'язок нелінійної задачі з урахуванням плескань для жорстких резервуарів при гармонічному горизонтальному збудженні з частотою, близькою до найнижчої власної частоти плескань в двовимірному формулюванні. Нещодавно з'явилися декілька вагомих досліджень з різними числовими підходами до аналізу плескання в нелінійному формулюванні [65 – 69] та ін.

Останнім часом інтенсивно розробляються три різні підходи до вивчення нелінійних проблем плескання рідини.

Перший з них є аналітичним, при цьому розглядаються коливання рідини з малими амплітудами. Для вивчення нелінійного плескання аналітичний метод був вперше запропонований у роботах [33] та [70]. Подальший розвиток

аналітичного методу віддзеркалюється в дослідженнях [71] та [72], що стосуються нелінійних процесів плескань в призматичних баках.

Другий підхід заснований на методі скінченних елементів [73] та методах обчислювальної динаміки рідини [74]. Ці методи є універсальними та точними, але вони потребують багато комп'ютерного часу та підготовчої роботи, особливо при розв'язанні тривимірних задачах.

Третій метод використовує так званий мультимодальний підхід, його розвинуто в працях [75 – 77].

1.2 Методи визначення руйнівних навантажень на посудини високого тиску та паливні баки

Аналіз робіт, присвячених розрахунку оболонок, в тому числі тих, що моделюють судини і резервуари з небезпечними заповнювачами, які працюють в умовах підвищених технологічних навантажень, дозволяє на теперішній час виділити в якості основних і найбільш ефективних методів розрахунку на міцність методи числового інтегрування, метод скінченних різниць, метод скінченних елементів (МСЕ) і метод граничних елементів (МГЕ).

Порівняння найбільш ефективних числових методів механіки деформованого твердого тіла показує, що МСЕ є найбільш універсальним і широко поширеним.

Одна з найважливіших проблем, що виникають при застосуванні МСЕ до розрахунку оболонок, стосується вибору типу скінченних елементів, від якого багато в чому залежать точність, стійкість і ефективність числового алгоритму.

В роботах [78, 79] з розрахунку оболонок обертання з використанням МСЕ поверхню оболонки описували ансамблем найпростіших плоских трикутних і чотирикутних скінченних елементів з лінійною апроксимацією поля переміщень. Застосування цих елементів забезпечило прийнятну точність розрахунку тільки при дослідженні вузького класу оболонок з невеликими градієнтами напружень.

Побудова ефективних методів скінченних елементів для розрахунку оболонок на основі теорії Кірхгофа-Лява відбувалася одночасно як за рахунок збільшення порядку апроксимуючих шуканих функцій, так і завдяки більш точної апроксимації геометрії оболонки, у зв'язку з чим стали застосовуватися спочатку плоскі, а потім і неплоскі криволінійні елементи з досить великим числом ступенів свободи [80, 81].

Одночасно з ускладненням геометрії скінченних елементів відбувалося і підвищення порядку апроксимуючих поліномів, як за рахунок збільшення числа ступенів свободи у вузлах, так і шляхом введення додаткових вузлових точок [78, 79], що дозволяло забезпечити кращу збіжність і точність методу.

Дослідженню пружно-пластичного напружено-деформованого стану (НДС) оболонкових конструкцій при силових і температурних впливах присвячені роботи Ю.Н. Шевченка, И.В. Прохоренко, М.Е. Бабешко, В.А. Мерзлякова, Б.Я. Кантора, С.А. Капустіна, Г.І. Львова, Н.С. Можаровського та інших.

У роботі С.А. Капустіна [82] наведено методику визначення пружнопластичного напруженого стану оболонок довільного меридіану при силових і температурних впливах. Застосуванню МСЕ до розв'язання пружнопластичних задач присвячена робота [83]. Розглянуто оболонки, що знаходяться під дією квазістатичних силових і температурних полів. Дослідження виконано на основі мішаного варіаційного принципу з використанням плоских скінченних елементів трикутної форми з лінійним законом розподілу переміщень.

У роботах А.З. Галішина [84, 85] викладено методику розрахунку осесиметричного термопружнопластичного НДС розгалужених оболонок, під дією силових і температурних навантажень, що змінюються у часі. Методика заснована на застосуванні співвідношень теорії простого навантаження з урахуванням історії процесу та на числовому інтегруванні систем диференціальних рівнянь методом Рунге-Кутта з дискретною ортогоналізацією за С.К. Годуновим.

У роботі [86] наведено алгоритм визначення НДС складених оболонкових конструкцій з нелінійно-пружного матеріалу. Використовуються рівняння геометрично нелінійної теорії тонких оболонок і теорії малих пружно-пластичних деформацій. В основу алгоритму покладено ітераційний процес, заснований на методі Ньютона, для врахування як геометричної, так і фізичної нелінійності. У монографії Ю.М. Шевченка [87] описані алгоритми та програми розв'язання задач термов'язкопружнопластичного деформування оболонок обертання при осесиметричному та неосесиметричному навантаженні.

У роботі [88] розроблено варіаційний підхід до дослідження НДС і стійкості за межею пружності пружних тонких оболонок обертання, а також оболонок середньої товщини. Фізична нелінійність матеріалу описується теорією течії з ізотропним зміцненням, що дозволяє вивчати поведінку конструкції при ізотермічному деформуванні по траєкторіях малої кривини з урахуванням історії протікання процесів навантаження. Для лінеаризації рівнянь використовується кроковий процес по навантаженню. Розв'язання крайової задачі для оболонки здійснюється варіаційно-сегментним методом. Пружний напружений стан незамкнених і замкнених в окружному напрямку оболонок обертання при неосесиметричних навантаженнях досліджено в роботі [89]. Застосовано співвідношення теорії малих пружнопластичних деформацій та метод змінних параметрів пружності. Розв'язки подані у вигляді тригонометричних рядів в окружному напрямку; зведення двовірної крайової задачі до одновірної здійснено методом Л.В. Канторовича.

За порівняно короткий період існування та використання МСЕ вирішено велику кількість теоретичних питань, запропоновано безліч різних типів скінченних елементів, розроблені програмні пакети, що забезпечують проектування складних сучасних конструкцій. Опубліковано значну кількість монографій, оглядів і статей, серед яких відомі монографії О. Зенкевича, Дж. Одена, В.А. Постнова та І.Я. Харахурима, Г. Стренга і Дж. Фікса, К. Бате і Е. Вілсона, А.С. Сахарова та І. Альтенбаха.

Зазначені теоретичні розробки стали основою для створення таких

широко поширених програмних комплексів (ПК) як ANSYS [90, 91], NASTRAN [92], LS-DYNA [93], ABAQUS [94] та ін.

1.3 Дослідження динамічного НДС в перфорованих оболонкових конструкціях

Процеси ударного та вибухового навантаження оболонок грають важливу роль в техніці, промисловості, військовій справі. Слід відзначити, що з кожним роком кількість кримінальних вибухів у світі, що сталися із застосуванням саморобних вибухових пристроїв, неухильно зростає.

При чисельному моделюванні використовують математичні моделі, які описують властивості матеріалу у широкому діапазоні параметрів з різним ступенем точності. При цьому успіх проведення обчислювального експерименту багато в чому визначається реалістичністю використовуваної в розрахунку моделі деформування та руйнування.

Відзначимо, що багато авторів виділяють статичні, квазістатичні і динамічні процеси навантаження. Проведений надалі огляд присвячений дослідженням, що відносяться до проблем статичного навантаження, визначення власних коливань і динамічної деформації під дією динамічного навантаження товстостінних оболонок обертання і оболонок обертання середньої товщини.

Дослідженню динаміки анізотропних циліндрів, в тому числі і товстостінних, з використанням тієї чи іншої теорії оболонок присвячені роботи [95 – 104]. Зауважимо, що тривимірні рівняння динамічної теорії пружності анізотропного тіла застосовувалися при розв’язанні вказаних задач багатьма авторами. З використанням таких рівнянь досліджуються вільні коливання багатошарових композитних циліндричних оболонок [105].

У [105] чисельно-аналітичними методами на основі загальних рівнянь тривимірної теорії пружності розв’язані, зокрема, деякі динамічні тривимірні крайові задачі для анізотропних товстостінних складених оболонок обертання

скінченної довжини, в тому числі циліндрів, конусів та сфер з вирізами, при неосесиметричному навантаженні.

У [106] пропонується чисельно-аналітичний підхід до дослідження власних коливань порожнистих ортотропних циліндрів скінченної довжини при різних умовах закріплення на торцях. Досліджується вплив граничних умов, механічних та геометричних параметрів циліндра на розподіл динамічних характеристик. Для першої власної частоти коливань проводиться порівняння отриманих результатів з даними розрахунків за теорією типу С.П. Тимошенка. У [107] розглядаються вільні та вимушені (в тому числі згасаючі) коливання конструктивно анізотропних пластин і оболонок обертання. Чисельно-аналітичним методом досліджуються частоти і форми власних коливань неоднорідних товстостінних циліндрів скінченної довжини зі спірально ортотропними шарами.

Для побудови діаграми деформування проводять спеціальні експериментальні дослідження. Для сплаву АМг6 такі експерименти описані в роботі [108].

Дослідження вибухового навантаження є складною проблемою. Тут можливі два підходи, що були описані в [109]. Перший пов'язаний з формулюванням задачі детонації вибухової речовини (ВР), поширенням ударної хвилі в середовищі, взаємодії ударної хвилі з елементами конструкції. Така задача може бути розв'язана в LS-DYNA із залученням багатокомпонентної гідродинаміки.

Другий підхід полягає в завданні вибухового впливу на елемент конструкції у вигляді функції тиску від часу. При цьому тиск, що діє на елемент, розраховується з емпіричних залежностей, отриманих на основі експериментального матеріалу. У LS-DYNA для застосування цього підходу реалізована спеціальна функція CONVER, що дозволяє визначати і задавати тиск, що діє на елемент, і моделювати вибуховий вплив, без розв'язання при цьому трудомісткої задачі детонації ВР.

Слід також відзначити існування зв'язаного та незв'язаного формулювання [110] в моделюванні вибухового навантаження. У незв'язаному формулюванні навантаження обчислюється безпосередньо перед розрахунком міцності за емпіричною формулою або за формулою, взятою з попереднього розрахунку динаміки вибухової речовини. Зазвичай тиск в такому випадку є функцією часу.

Такий підхід слід використовувати, якщо деформації конструкції не можуть істотно вплинути на прикладений імпульс.

У зв'язаному формулюванні передбачається, що не тільки вибухова хвиля генерує напруження і деформації в конструкції, але і відгук самої конструкції може модифікувати вибухову хвилю.

1.4 Висновки за розділом 1

Аналіз літературних джерел довів, що вивчення коливань паливних баків ракет-носіїв проводиться за трьома основними напрямками. Перший з них відноситься до коливань рідини з вільною поверхнею в жорстких баках. Другий напрямок пов'язаний з вивченням впливу рівня гравітації (числа Бонда) на вільні коливання. Третій напрямок відноситься до вивчення коливань рідини в пружних баках без урахування впливу сили тяжіння. У деяких літературних джерелах стверджується, що зазначені задачі можна вивчати окремо, спектри коливань, наприклад, оболонки і рідини, що в ній міститься, розділені [28, 29]. Однак це припущення не доводиться теоретично або шляхом числового експерименту.

Отримані в останнє десятиліття аналітичні результати та побудовані на основі методу скінченних елементів програмні комплекси дозволили формулювати та розв'язувати задачі про граничну рівновагу, визначати руйнівні навантаження на елементи конструкцій. Серед таких робіт відзначимо [111, 112]. Але й досі не знайшли належного відображення питання міцності і визначення критичних навантажень на оболонкові конструкції з урахуванням

впливу пластичних деформацій, залишкових напружень, наявності дефектів, що особливо важливі для тих елементів конструкцій, які працюють в умовах підвищених технологічних навантажень.

Також з проведеного огляду літературних джерел можна зробити такі висновки: а) закономірності вибухового руйнування ще не повною мірою вивчені. Пропоновані різними авторами гіпотези не пояснюють всієї складності процесів, що протікають; б) відсутні теоретичні моделі, які адекватно і в повній мірі описують короткочасні динамічні процеси; в) для опису процесу деформування необхідно мати експериментально отримані діаграми високошвидкісного розтягування зразків; г) розрахунок потребує вибору адекватних критеріїв руйнування оболонкових конструкцій за умови граничних навантажень.

РОЗДІЛ 2

ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ПАЛИВНОГО БАКА РАКЕТИ-НОСІЯ

Розділ присвячений пошуку частот та форм вільних коливань бака ракети-носія, як оболонкової конструкції з відсіками, що мають змінний рівень заповнення рідиною. Досліджені частоти і форми коливань незаповненої («сухої») конструкції, плескань вільної поверхні рідини, а також частоти коливань конструкції з урахуванням пружності стінок. Побудовані залежності цих значень від рівня гравітації в польоті першого ступеня ракети-носія і залежності від часу польоту в польоті другого ступеня для двох космічних апаратів (КА) різної ваги.

2.1 Теоретичне підґрунтя та основні розрахункові рівняння

Для опису руху як пружної конструкції, так і рідини використовуються основні співвідношення механіки суцільного середовища.

Нехай на пружне тіло, що займає область Ω з границею Γ , діють задані об'ємні та поверхневі сили. Крім того, частина поверхні тіла Γ_i контактує з рідиною. Всі моделі суцільного середовища передбачають визначення полів напружень σ_{ij} , деформацій ε_{ij} , переміщень u_i , а також температури T , тиску p та густини ρ в залежності від часу. Для знаходження цих полів застосовують:

- рівняння руху в напруженнях

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}; \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2.1)$$

- співвідношення Коші для малих деформацій

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (2.2)$$

- умови сумісності деформацій,
 - граничні та початкові умови,
 - рівняння стану, що пов'язують тиск, густину та температуру середовища.

Але вказаних співвідношень недостатньо для однозначного визначення σ_{ij} , ε_{ij} , u_j ($i, j = 1, 2, 3$). Тому використовують співвідношення між напруженнями та деформаціями, або між напруженнями та швидкостями деформацій. В цьому розділі розглянуто взаємодію пружного тіла (компоненти тензорів напружень є лінійними функціями від компонентів деформацій) та рідини (компоненти тензора напружень лінійно зв'язані з компонентами тензору швидкостей деформацій).

Вважаємо, що процес деформування є ізотермічним, густина пружного тіла є сталою. Зв'язок між деформаціями та напруженнями описується законом Гука у формі

$$\sigma_{ij}^e = \delta_{ij} \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}^e + \mu \left(\frac{\partial u_j^e}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i^e}{\partial x_j} \right) \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2.3)$$

де $\mu = E[2(1+\nu)]^{-1}$ – модуль зсуву; $\lambda = E\nu[(1+\nu)(1-2\nu)]^{-1}$ – коефіцієнт Ламе; E , ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона відповідно.

Вважаємо, що на частині межі Γ_1 задані переміщення тіла, а на частині Γ_2 – зусилля; при цьому $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. Зусилля виражаються за формулою

$$\mathbf{p}^e(\mathbf{x}, t) = \mathbf{T}^n(\partial_{\mathbf{x}}, \mathbf{n}(\mathbf{x}, t)) \mathbf{u}^e(\mathbf{x}, t) = 2\mu \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial \mathbf{n}} + \lambda \mathbf{n} \operatorname{div} \mathbf{u}^e + \mu (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{u}^e). \quad (2.4)$$

Тобто граничні умови мають вигляд

$$\mathbf{u}^e(\mathbf{x}, t)|_{\Gamma_1} = \mathbf{U}(t), \quad \mathbf{p}^e(\mathbf{x}, t)|_{\Gamma_2} = \mathbf{P}(t). \quad (2.5)$$

Задаються також початкові умови, якщо розглядаються динамічні

процеси, а саме нульові початкові умови, якщо рух починається із стану спокою

$$\mathbf{U}^e(\mathbf{x},0)=0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}^e(\mathbf{x},0)}{\partial t}=0. \quad (2.6)$$

З урахуванням рівності (2.3) рівняння руху (2.1) набувають вигляду

$$\mu \Delta u_j^e + (\lambda + \mu) \frac{\partial \vartheta^e}{\partial x_j} + X_j = \rho \frac{\partial^2 u_j^e}{\partial t^2}, \quad j=1,2,3. \quad (2.7)$$

де $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$; $\vartheta^e = \text{div} \mathbf{u}^e = \frac{\partial u_1^e}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2^e}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3^e}{\partial x_3}$; X_i - об'ємні сили.

До рівнянь (2.7) додають також сили демпфування, якщо відомі емпіричні коефіцієнти демпфування.

Для розв'язання рівнянь руху (2.7) застосовуємо метод зважених нев'язок. Невідомі подаємо у вигляді рядів за базисом з фінітних функцій $\{\Psi_n\}_{n=1}^{N_1}$, як пробні використовуємо функції з цього ж базису. Після інтегрування отриманого співвідношення за об'ємом та зведення частки об'ємних інтегралів до поверхневих отримуємо скінченно-елементне формулювання зазначеної задачі у вигляді

$$[\mathbf{M}_s] \ddot{\mathbf{u}}^e + [\mathbf{C}_s] \dot{\mathbf{u}}^e + [\mathbf{K}_s] \mathbf{u}^e = \{\mathbf{f}_s\} + \{\mathbf{f}_{pr}\}, \quad (2.8)$$

де $[\mathbf{M}_s], [\mathbf{C}_s], [\mathbf{K}_s]$ - матриці мас, демпфування та жорсткості, відповідно; $\{\mathbf{f}_s\}$ - вектор заданих зусиль, що діють на пружне тіло; $\{\mathbf{f}_{pr}\}$ - вектор зусиль, що характеризують тиск рідини на змочені поверхні пружного тіла, який буде визначено далі.

Для знаходження означеного вектору $\{\mathbf{f}_{pr}\}$ перейдемо до формулювання початково-крайової задачі з механіки рідини. Для опису руху рідини також використовуємо співвідношення (2.1) – (2.2). Крім того, задається зв'язок між

напруженнями та швидкостями деформацій. Різні типи цих залежностей відповідають різним моделям рідини. Зробимо також такі припущення відносно рідкого середовища: вважаємо, що рідина є стисливою та в'язкою; припускаємо, що збурення тиску рідини внаслідок руху пружного тіла є малими, тобто розв'язуємо зв'язану задачу в лінійному формулюванні; використовуємо загальні закони механіки рідини, а саме закон збереження маси (рівняння нерозривності) у формі

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho_f \mathbf{V}_f) + Q, \quad (2.9)$$

де $\mathbf{V}_f$ – вектор швидкості; ρ_f – густина рідини; Q – джерела; t – час.

Далі використовуємо рівняння руху рідини (2.1) у напруженнях (наслідок закону збереження імпульсу) з врахуванням об'ємних сил $\mathbf{b}$ у вигляді

$$\rho_f \frac{d\mathbf{V}_f}{dt} = \rho_f \mathbf{b} + \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}_f).$$

Для визначення компонентів тензору напружень приймаємо гіпотезу Стокса

$$\boldsymbol{\sigma}_f = -\left(p + \frac{2}{3}\mu\right)\mathbf{I} + \dot{\mathbf{S}}, \quad (2.10)$$

де $\dot{\mathbf{S}}$ – девіатор швидкостей деформації; μ – коефіцієнт в'язкості.

Використаємо рівняння стану у вигляді $p = p(\rho)$ та співвідношення

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2,$$

де c – швидкість звуку в середовищі.

З (2.9) та (2.10) маємо наближені рівності:

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_f = -\frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{\rho_0}, \quad \frac{\partial \mathbf{V}_f}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \frac{\mu}{3\rho_0} \nabla \operatorname{div} \mathbf{V}_f + \frac{\mu}{\rho_0} \Delta \mathbf{V}_f,$$

де ρ_0 – середнє значення густини рідини, відносно якого відбувається лінеаризація.

За припущенням відсутності джерел маємо співвідношення

$$\Delta(\operatorname{div} \mathbf{V}_f) = -\frac{1}{\rho_0 c^2} \Delta\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right), \quad \operatorname{div}(\Delta \mathbf{V}_f) = -\frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial}{\partial t}(\Delta p),$$

з яких знаходимо

$$\frac{\partial \mathbf{V}_f}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \frac{\mu}{3\rho_0} \left(\nabla \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \right) + \frac{\mu}{\rho_0} \Delta \mathbf{V}_f.$$

Після обчислення дивергенції від обох частин отриманої рівності здобудемо

$$\operatorname{div} \left(\frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) - \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \operatorname{div} \left[\frac{4\mu}{3\rho_0} \nabla \left(\frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \right) \right] = 0.$$

Остаточно маємо хвильове рівняння в акустичному наближенні

$$\frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho_0} \operatorname{div}(\nabla p) + \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \operatorname{div} \left[\nabla \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) \right] = 0. \quad (2.11)$$

Дискретизацію рівняння (2.11) здійснюємо за допомогою метода скінченних елементів з використанням методу зважених нев'язок. Після виконання добутку (2.11) на пробну функцію w , інтегрування за об'ємом та зведення просторових інтегралів до поверхневих за допомогою першої формули Гріна отримуємо:

$$\begin{aligned}
& \iiint_{\Omega_f} \frac{1}{\rho_0 c^2} w \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d\Omega_f + \iiint_{\Omega_f} \nabla w \cdot \left(\frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \nabla \frac{\partial p}{\partial t} \right) d\Omega_f + \iiint_{\Omega_f} \nabla w \cdot \left(\frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) d\Omega_f = \\
& = \iint_{\Gamma_f} w \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{n} \cdot \nabla p d\Gamma_f,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

де $\Omega_f, \Gamma_f, \mathbf{n}$ – область, зайнята рідиною, її межа та зовнішня одинична нормаль до поверхні Γ_f , відповідно.

З використанням отриманої внаслідок (2.10) рівності

$$-\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{n} \cdot \nabla p = \mathbf{n} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}_f}{\partial t} = \mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{u}_f}{\partial t^2}$$

знайдемо

$$\begin{aligned}
& \iiint_{\Omega_f} \frac{1}{\rho_0 c^2} w \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d\Omega_f + \iiint_{\Omega_f} \nabla w \cdot \left(\frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \nabla \frac{\partial p}{\partial t} \right) d\Omega_f + \iiint_{\Omega_f} \nabla w \cdot \left(\frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) d\Omega_f = \\
& = - \iint_{\Gamma_f} w \mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{u}_f}{\partial t^2} d\Gamma_f.
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Далі будуюмо скінченно-елементні апроксимації для тиску та переміщень у вигляді

$$p = \{N\} \{p_f\}, \quad \mathbf{u} = \{N^u\} \{\mathbf{u}_f\}, \tag{2.14}$$

де $p = \{N\}, \{N^u\}, \{p_f\}, \{\mathbf{u}_f\}$ - функції форми для тиску, переміщень та відповідні вузлові значення невідомих. Після підстановки виразів (2.14) в рівняння (2.13) отримуємо скінченно-елементне формулювання задачі

$$[\mathbf{M}_f] \{\ddot{p}_f\} + [\mathbf{C}_f] \{\dot{p}_f\} + [\mathbf{K}_f] \{p_f\} + \rho_0 [\mathbf{R}]^T \{\ddot{\mathbf{u}}_f\} = 0,$$

де $[\mathbf{M}_f], [\mathbf{C}_f], [\mathbf{K}_f]$ - матриці мас, демпфування та жорсткості, відповідно,

$\{\mathbf{R}\}$ - акустична гранична матриця, яка обчислюється за формулою

$$\{\mathbf{R}\}^T = \iint_{\Gamma_f} \{N\} \{\mathbf{n}\}^T \{N^u\}^T d\Gamma_f.$$

Переходимо до зв'язаної задачі гідро-пружної взаємодії. Нехай поверхня інтерфейсу Γ_i є змоченою поверхнею елемента конструкції. На цій поверхні задаються такі граничні умови

$$\sigma_s \mathbf{n} + p \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{n} u_s = \mathbf{n} u_f. \quad (2.15)$$

Перша з цих умов зв'язує зусилля пружного тіла на поверхні інтерфейсу з тиском рідини на цю поверхню, друга умова свідчить про відсутність тертя на змоченій поверхні. Зазначимо, що в формулі (2.8) будемо мати

$$\{\mathbf{f}_{pr}\} = \iint_{\Gamma_i} \{N^u\} \mathbf{n} p d\Gamma_i,$$

де функції форми $\{N^u\}$ отримані при дискретизації рівнянь руху пружного тіла. З використанням (2.14) здобудемо

$$\{\mathbf{f}_{pr}\} = \iint_{\Gamma_i} \{N^u\} \{N\}^T \{\mathbf{n}\} d\Gamma_i \{p_f\} \text{ або } \{\mathbf{f}_{pr}\} = \{\mathbf{R}\} \{p_f\}. \quad (2.16)$$

Підставив (2.16) в рівняння (2.8), отримуємо скінченно-елементне формулювання зв'язаної задачі гідропружності

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_s] & 0 \\ \rho_0 [\mathbf{R}] & [\mathbf{M}_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}^e \\ \ddot{\mathbf{p}}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_s] & 0 \\ 0 & [\mathbf{C}_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^e \\ \dot{\mathbf{p}}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_s] & -[\mathbf{R}] \\ 0 & [\mathbf{K}_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^e \\ \mathbf{p}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (2.17)$$

Зазначимо, що на вільній поверхні рідини Γ_0 маємо

$$p = \rho_f g \eta, \quad (2.18)$$

де функція η описує форму та зміну положення вільної поверхні за часом.

Вважається, що вільна поверхня знаходиться на висоті η , що

вимірюється в напрямку вісі Oz відносно початкового положення ($\eta = 0$). Але рівняння (2.17) отримані у припущенні, що на вільній поверхні рідини Γ_0 не змінюється з часом, тобто вважалось, що $\eta = 0$.

Для врахування зміни вільної поверхні за часом застосовуємо додаткові співвідношення, а саме рівність (2.18) та лінеаризовану кінематичну умову.

Кінематична умова полягає в тому, що точки рідини, які знаходились на вільній поверхні в початковий момент часу, залишаються на цій поверхні протягом всього руху. Вважаємо, що рівняння вільної поверхні в момент часу t має вигляд $F(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0$. Якщо в момент часу $t + \Delta t$ відповідна точка знаходиться на вільній поверхні, то отримаємо

$$0 = \frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial F}{\partial y} \dot{y} + \frac{\partial F}{\partial z} \dot{z} = -\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial x} V_x - \frac{\partial \eta}{\partial y} V_y + V_z.$$

Оскільки одинична нормаль до поверхні $z = \eta(x, y, t)$ має вигляд

$$\left(-\frac{\partial \eta}{\partial x}, -\frac{\partial \eta}{\partial y}, 1 \right) / \sqrt{1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2},$$

то маємо такі наближені рівності на вільній поверхні:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = (\mathbf{V}_f, \mathbf{n}), \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial \mathbf{V}_f}{\partial t}, \mathbf{n} \right).$$

Надалі вважаємо, що на вільній поверхні можна нехтувати коефіцієнтом в'язкості $\mu = 0$ (рідина не здійснює тертя об повітря), тобто вважаємо, що

$$\ddot{p} = -g \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (2.19)$$

З використанням (2.18) та (2.19) маємо співвідношення

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_s] & 0 \\ \rho_0 [\mathbf{R}] & [\mathbf{M}_f] + [\mathbf{S}_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}^e \\ \ddot{p}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_s] & 0 \\ 0 & [\mathbf{C}_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^e \\ \dot{p}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_s] & -[\mathbf{R}] \\ 0 & [\mathbf{K}_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^e \\ p_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2.20)$$

які дозволяють враховувати рух вільної поверхні при розв'язанні зв'язаної задачі гідро-пружності в лінійному формулюванні з урахуванням сил тяжіння.

Метод зважених нев'язок було також застосовано до граничних умов задачі безвихрового руху нев'язкої нестисливої рідини, з використанням пробних функцій, що задовольняють рівнянню Лапласа. Це дало змогу отримати гранично-скінченно-елементне формулювання сформульованої задачі. Зауважимо, що отримані диференціальні рівняння також мають форму (2.17) або (2.20), при чому елементи матриць $[M_s], [C_s], [K_s]$ визначаються методом скінченних елементів (МСЕ), а елементи матриць $[M_f], [K_f]$ в задачі руху рідини можуть обчислюватись або з використанням МСЕ, або обчислюватись як сингулярні поверхневі інтеграли з використанням методу граничних елементів (МГЕ), [18].

Опишемо гранично-елементне формулювання більш докладно.

Припустимо, що рідина є ідеальною та нестислою. Треба обчислити вектор $\{\tilde{\mathbf{f}}_{pr}\}$, який характеризує тиск рідини на змочені поверхні. В зазначених умовах відносно рідини та її руху рівняння нерозривності та закон збереження імпульсу набувають вигляду

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_f = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{V}_f}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p. \quad (2.21)$$

Вважається також, що $\rho_0 = \text{const}$. З (2.21) маємо, що

$$\operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{V}_f}{\partial t} = 0, \quad -\operatorname{div} \frac{1}{\rho_0} \nabla p = 0. \quad (2.22)$$

Таким чином, приходимо до рівняння Лапласа відносно p

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (2.23)$$

всюди в області Ω_j , зайнятою рідиною. На межах області $\Gamma_f = \Gamma_s \cup \Gamma_0$ мають

виконуватись граничні умови. На змочених поверхнях Γ_s виконується умова непротікання у вигляді $(\dot{\mathbf{u}}^e, \mathbf{n}) = (\mathbf{V}_f, \mathbf{n})$, а для тиску ця умова прийме вигляд

$$(\ddot{\mathbf{u}}^e, \mathbf{n}) = (\nabla p, \mathbf{n}). \quad \left. \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_s} = (\ddot{\mathbf{u}}^e, \mathbf{n}). \quad (2.24)$$

Зауважимо, що саме тиск p потрібно знайти для визначення вектору.

На вільній поверхні Γ_0 мають виконуватись описані вище кінематична та динамічна умови, які ведуть до рівняння

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -g(\nabla p, \mathbf{n}), \quad (2.25)$$

з якого знаходимо

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_0} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (2.26)$$

Згідно з ідеологією методу зважених нев'язок рівняння (2.23) помножаємо на пробну функцію w і проводимо інтегрування по рідкому об'єму Ω_f . Метод граничних елементів відрізняється від методу скінченних елементів тим, що інтегрування частинами проводиться двічі, в результаті чого отримують так зване слабке (або обернене) формулювання крайової задачі, а саме, застосовуючи першу формулу Гріна, маємо

$$\iiint_{\Omega_f} \nabla^2 p \cdot w d\Omega_f = - \iiint_{\Omega_f} (\nabla p, \nabla w) d\Omega_f + \iint_{\Gamma_f} w(\nabla p, \mathbf{n}) d\Gamma_f. \quad (2.27)$$

Знов використовуючи першу формулу Гріна, з рівності (2.27) здобудемо

$$\iiint_{\Omega_f} \nabla^2 w \cdot p d\Omega_f = \iint_{\Gamma_f} p(\nabla w, \mathbf{n}) d\Gamma_f - \iint_{\Gamma_f} w(\nabla p, \mathbf{n}) d\Gamma_f. \quad (2.28)$$

Суттєвою особливістю метода граничних елементів є використання

сингулярних пробних функцій, що задовольняють диференціальному рівнянню (в цьому випадку, рівнянню Лапласа) всюди, крім однієї сингулярної точки. Такою функцією для рівняння Лапласа є фундаментальний розв'язок

$$U(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \frac{1}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}}. \quad (2.29)$$

Зазначимо, що $\nabla^2 U(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$, де $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ - дельта-функція.

З (2.28) при використанні як пробних, функцій $U(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0^k)$, отриманих за формулою (2.29), приходимо до сингулярних інтегральних рівнянь

$$2\pi p(\mathbf{x}_0^k) = \iint_{\Gamma_f} \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0^k|} d\Gamma_f - \iint_{\Gamma_f} p \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0^k|} d\Gamma_f, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.30)$$

Далі МГЕ та МСЕ використовують однакову методологію. Приймаємо гранично-елементну апроксимацію для тиску як в (2.14). Представимо (2.30) у вигляді

$$2\pi p(\mathbf{x}_0^k) + \iint_{\Gamma_f} p \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0^k|} d\Gamma_f = \iint_{\Gamma_s} (\ddot{\mathbf{u}}_e, \mathbf{n}) \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0^k|} d\Gamma_s - \frac{1}{g} \iint_{\Gamma_0} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0^k|} d\Gamma_0, \quad k = 1, 2, \dots$$

Використав (2.21), (2.25) і (2.31), отримуємо зв'язане скінченно-граничне формулювання задачі (без врахування демпфування) у вигляді

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}_s] \{\ddot{\mathbf{u}}^e\} + [\mathbf{K}_s] \{\mathbf{u}^e\} + [\mathbf{R}] \{p^f\} &= \{\mathbf{f}_s\}, \\ [\mathbf{M}_f] \{\ddot{\mathbf{u}}^{ef}\} + [\mathbf{K}_f] \{p^f\} + [\mathbf{S}_{f0}] \{\ddot{p}^f\} &= 0, \end{aligned}$$

що еквівалентно системі диференціальних рівнянь

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_s] & 0 \\ [\mathbf{M}_f] & [\mathbf{S}_{f0}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}^e \\ \ddot{p}^f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_s] & [\mathbf{R}] \\ 0 & [\mathbf{K}_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^e \\ p^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (2.31)$$

Тут елементи матриць $\mathbf{M}_f, \mathbf{K}_f, \mathbf{S}_{f0}$ обчислюються за формулами

$$\{M_f\}_{ik} = \left\{ \iint_{\Gamma_{S_k}} \frac{d\Gamma_{S_k}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0^i|} \right\}, \{K_f\}_{ik} = \left\{ 2\pi\delta_{ik} + \iint_{\Gamma_{S_k}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_k} \frac{d\Gamma_{S_k}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0^i|} \right\}, \{S_{f0}\}_{ik} = \left\{ \iint_{\Gamma_{0_k}} \frac{d\Gamma_{0_k}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0^i|} \right\}. \quad (2.32)$$

Зауважимо, що в (2.32) використано розбиття поверхонь, що обмежують рідину на граничні елементи $\Gamma_S = \bigcup_k \Gamma_{S_k}$, $\Gamma_0 = \bigcup_k \Gamma_{0_k}$.

Скінченно-граничне формулювання зв'язаної задачі гідропружності у вигляді (2.31)-(2.32) вимагає одночасного розв'язання рівнянь для пружного тіла та рідини.

При використанні ПК ANSYS запропоновано застосувати підхід, заснований на методі заданих форм [9], в якому розв'язання задачі складається з декількох етапів, але цей комплекс можна застосовувати лише частково, для знаходження частот та форм коливань незаповненої конструкції.

На першому з вказаних етапів розв'язується задача визначення частот та форм незаповненої оболонкової конструкції, тобто без врахування приєднаних мас рідини. З використанням ПК ANSYS розв'язується задача

$$[\mathbf{M}_S]\{\ddot{u}^e\} + [\mathbf{K}_S]\{u^e\} = 0.$$

Внаслідок розв'язання цієї задачі отримаємо власні форми коливань $\mathbf{u}_k(x, y, z)$, які надалі розглядаємо як базисні функції. Зобразимо шукані переміщення зв'язаної задачі гідропружності як

$$\mathbf{u}^e(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^N c_k(t) \mathbf{u}_k(x, y, z), \quad (2.33)$$

де $c_k(t)$ – невідомі коефіцієнти, які залежать лише від часу.

Функції часу $c_k(t)$ зазвичай розглядають як узагальнені координати. З огляду на (2.21), рівнянням (2.8) надаємо таку форму:

$$\sum_{k=1}^N \{\ddot{c}_k(t)[\mathbf{M}_S \mathbf{u}_k] + \dot{c}_k(t)[\mathbf{C}_S \mathbf{u}_k] + c_k(t)[\mathbf{K}_S \mathbf{u}_k]\} = \{\mathbf{f}_S\} + \{\mathbf{f}_{pr}\}. \quad (2.34)$$

Надалі виконуємо скалярний добуток рівнянь (2.34) послідовно на

функції $\mathbf{u}_l(x, y, z)$. Отримуємо

$$[\mathbf{M}][\ddot{\mathbf{c}}] + [\mathbf{C}][\dot{\mathbf{c}}] + [\mathbf{K}][\mathbf{c}] = \{\tilde{\mathbf{f}}_s\} + \{\tilde{\mathbf{f}}_{pr}\},$$

де $[\mathbf{M}] = \{\mathbf{M}_s \mathbf{u}_k, \mathbf{u}_l\}$, $[\mathbf{C}] = \{\mathbf{C}_s \mathbf{u}_k, \mathbf{u}_l\}$, $[\mathbf{K}] = \{\mathbf{K}_s \mathbf{u}_k, \mathbf{u}_l\}$.

Припустимо, що рідина є ідеальною та нестисливою, а її рух є безвихровим. Припустимо також, що розглядається задача на власні коливання оболонки з рідиною, тобто в рівнянні (2.34) вважаємо, що $\{\tilde{\mathbf{f}}_s\} = 0$. Залишилось обчислити вектор $\{\tilde{\mathbf{f}}_{pr}\}$, який характеризує тиск рідини на змочені поверхні. В зазначених умовах відносно рідини та її руху маємо, що існує потенціал швидкостей Φ ($\mathbf{V}_f = \nabla \Phi$), який задовольняє рівнянню Лапласа

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.35)$$

всюди в області Ω_j , зайнятою рідиною. На межах області $\Gamma_f = \Gamma_s \cup \Gamma_0$ мають виконуватись граничні умови. На змочених поверхнях Γ_s виконується умова непротікання у вигляді $(\dot{\mathbf{u}}^e, \mathbf{n}) = (\mathbf{V}_f, \mathbf{n})$, а за умови потенційності потоку

$$(\dot{\mathbf{u}}^e, \mathbf{n}) = (\nabla \Phi, \mathbf{n}). \quad (2.36)$$

Тиск p знаходиться зі закону збереження імпульсу в лінійному наближенні за формулою

$$p = -\rho_f \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz \right). \quad (2.37)$$

Саме ця функція потрібна для визначення вектору $\{\tilde{\mathbf{f}}_{pr}\}$, який отримано шляхом інтегрування добутку тиску на функції $\mathbf{u}_l(x, y, z)$ вздовж змочених поверхонь Γ_s оболонкової системи.

На вільній поверхні Γ_0 мають виконуватись описані вище кінематична та

динамічна умови, які ведуть до рівняння

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -g(\nabla \Phi, \mathbf{n}). \quad (2.38)$$

Зображаємо потенціал швидкостей у вигляді суми $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$. Потенціал Φ_1 шукаємо в вигляді

$$\Phi_1 = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k(t) \varphi_{1k}, \quad (2.39)$$

де φ_{1k} – базисні функції.

В формулі (2.39) коефіцієнти $c_k(t)$ визначені в (2.33). Для функцій φ_{1k} маємо такі крайові задачі:

$$\nabla^2 \varphi_{1k} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_f} = w_k, \quad w_k = (\mathbf{u}_k, \mathbf{n}), \quad \varphi_{1k}|_{\Gamma_0} = 0. \quad (2.40)$$

Ці функції побудовано в роботі [9].

Зобразимо потенціал Φ_2 у вигляді ряду по власним формам коливань рідини в жорсткому резервуарі

$$\Phi_2 = \sum_{k=1}^M \dot{d}_k(t) \varphi_{2k}, \quad (2.41)$$

де $d_k(t)$ – невідомі коефіцієнти, які залежать лише від часу, φ_{2k} – базисні функції, M – кількість форм, що утримуються при розрахунках.

Формулюємо крайові задачі для функцій φ_{2k} :

$$\nabla^2 \varphi_{2k} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_f} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial t} + g\zeta = 0. \quad (2.42)$$

На вільній поверхні маємо $\frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\chi_k^2}{g} \varphi_{2k}$, де χ_k – частоти власних коливань вільної поверхні. Функції φ_{2k} побудовано в [8].

Рівняння вільної поверхні та потенціал швидкостей приймають вигляд

$$\zeta = \zeta(x, y, t) = \sum_{k=1}^N c_k \frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial \mathbf{n}} + \sum_{k=1}^M d_k \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial \mathbf{n}}, \quad \varphi = \varphi(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k \varphi_{1k} + \sum_{k=1}^M \dot{d}_k \varphi_{2k}.$$

Для сумарного потенціалу Φ маємо

$$\Delta \Phi = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_f} = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}.$$

Таким чином, для остаточного розв'язання початково-крайової задачі треба задовольнити системі диференціальних рівнянь (2.8), та динамічній граничній умові на вільній поверхні.

При цьому на вільній поверхні маємо:

$$\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k \varphi_{1k} + \sum_{k=1}^M \ddot{d}_k \varphi_{2k} + g \left(\sum_{k=1}^N c_k \frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial \mathbf{n}} + \sum_{k=1}^M d_k \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial \mathbf{n}} \right) = 0. \quad (2.43)$$

Внаслідок рівняння (2.8) повинно виконуватися співвідношення

$$\mathbf{M} \left(\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \mathbf{u}_k \right) + \mathbf{K} \left(\sum_{k=1}^N c_k(t) \mathbf{u}_k \right) = -\rho_f \left[\left(\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \varphi_{1k} + \sum_{k=1}^M \ddot{d}_k(t) \varphi_{2k} \right) \right]. \quad (2.44)$$

З урахуванням співвідношень ортогональності [68]

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}_k) = \Omega_k^2 \mathbf{M}(\mathbf{u}_k), \quad (\mathbf{M}(\mathbf{u}_k), \mathbf{u}_j) = \delta_{kj}, \quad (\mathbf{K}(\mathbf{u}_k), \mathbf{u}_j) = \Omega_k^2 \delta_{kj}.$$

приводимо рівняння (2.43) та (2.44) після виконання скалярних добутків на функції $\mathbf{u}_j$ та φ_{2j} , відповідно, до системи диференціальних рівнянь відносно $c_k(t), d_k(t)$.

2.2 Аналіз точності та достовірності. Тестові задачі

Перш за все, відзначимо, що для знаходження частот і форм вільних коливань системи «оболонкова конструкція – рідина» можуть бути використані різні числові методи.

Розглядається задача про коливання рідини в жорсткій сферичній оболонці. Для зменшення плескань в оболонці встановлена внутрішня перегородка, рис. 2.1.

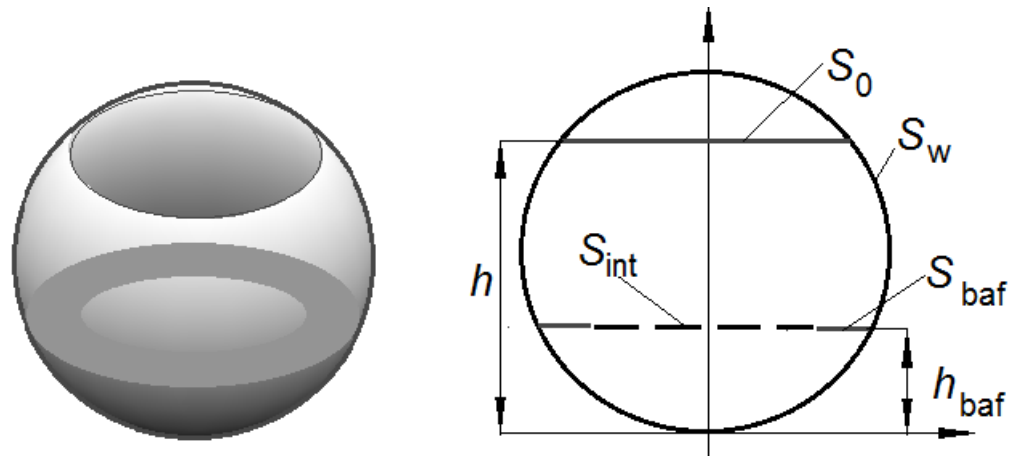


Рис. 2.1. Сферичний бак зі внутрішньою перегородкою

Позначимо змочену поверхню оболонки через S_w , а вільну поверхню як S_0 . Нехай h – рівень заповнення оболонки, h_{baf} – висота, на якій розташована перегородка. Позначимо також як S_{baf} поверхню перегородки, S_{int} – поверхню інтерфейсу.

Розглянемо сферичну оболонку радіуса $R = 1\text{м}$, частково заповнену ідеальною нестисливою рідиною, рівень заповнення h . Числовий аналіз проводився для $(0.2 < h/R < 1.99)$ та різних $\alpha (\alpha = \overline{0,3})$. Були використані класичний метод граничних елементів (МГЕ) і метод скінченних елементів (МСЕ). У разі застосування МГЕ меридіан змоченої поверхні оболонки розбивався на 200 елементів, а радіус вільної поверхні – на 150 елементів. При застосуванні МСЕ загальна кількість елементів становила 24230. Подвоєння кількості елементів не привело до суттєвих змін в результатах. У таблиці 2.1 наведені результати розрахунку частот в Нз за допомогою МСЕ і МГЕ, та надано порівняння з результатами робіт [113,114], $h_1 = h/R$, $\alpha=0$.

Таблиця 2.1

Частоти осесиметричних коливань рідини в сферичній оболонці, Hz

m	Метод	Рівень заповнення h , м				
		$h_1=0.2$	$h_1=0.6$	$h_1=1.0$	$h_1=1.8$	$h_1=1.99$
1	[113]	3.8261	3.6501	3.7451	6.7641	29.0500
	[114]	3.8261	3.6501	3.7451	6.7641	29.2151
	МСЕ	3.4034	3.5455	3.7294	6.6098	30.7081
	МГЕ	3.8314	3.6510	3.7456	6.7665	29.1811
2	[113]	9.2561	7.2659	6.9763	12.1139	51.8122
	[114]	9.2561	7.2659	6.9763	12.1139	52.0467
	МСЕ	9.2636	7.2893	6.9796	12.0008	52.9393
	МГЕ	9.2686	7.2684	6.9780	12.1205	52.0255

Розглянуто різні рівні заповнення рідиною, включаючи $h_1=1.99$, що відповідає «ice-fishing problem», [9]. Результати розрахунків близькі, в деяких випадках МГЕ дає більш високу точність. Зауважимо, що «ice-fishing problem» (мала вільна поверхня, проблема підлідної риболовлі) є каменем спотикання для багатьох числових методів, включаючи МСЕ. Метод граничних елементів і в цьому випадку демонструє високу точність і надійність.

Розглянуто також сферичну оболонку радіуса $R=1\text{м}$ з кільцевою перегородкою, встановленою на висоті $h_{\text{baf}} = 1\text{м}$, рис.2.1. Були розглянуті різні радіуси отворів в перегородці: $R_{\text{int}}=1.0\text{м}$, $R_{\text{int}}=0.7\text{м}$ та $R_{\text{int}}=0.2\text{м}$. Випадок $R_{\text{int}}=1.0\text{м}$ відповідає відсутності перегородки. Перші три частоти для $\alpha = 1$ наведені в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Частоти коливань резервуара з перегородкою, Hz

m	ω^2/g		
	$R_{\text{int}} = 1.0 \text{ m}$	$R_{\text{int}} = 0.7 \text{ m}$	$R_{\text{int}} = 0.2 \text{ m}$
1	2.1232	2.0435	1.4234
2	5.9800	5.9723	5.8405
3	9.4789	9.4785	9.4567

На рис. 2.2 показані перші три форми коливань рідини в сферичних оболонках при $\alpha = 1$ без перегородок і з кільцевою перегородкою

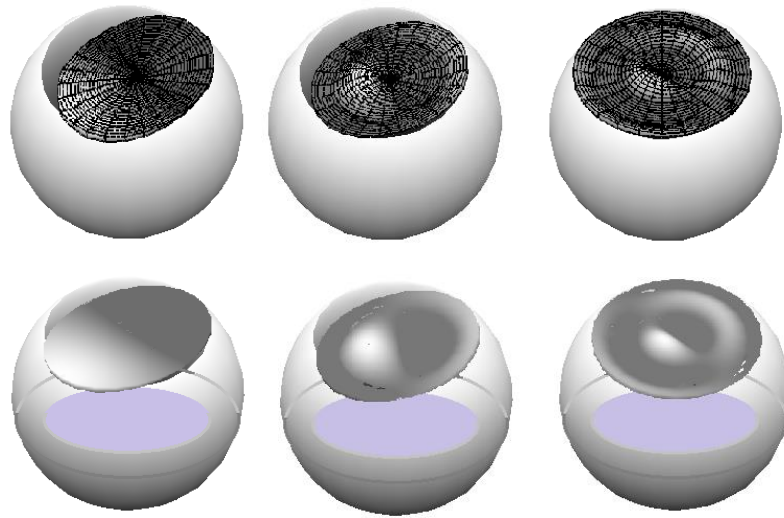


Рис. 2.2. Форми коливань рідини в сферичних оболонках

Наявність горизонтальної перегородки призводить до зниження частот коливань.

Оцінка частот коливань рідини в сферичних резервуарах на основі запропонованих методів дозволить проводити відстроювання від діапазону робочих частот регулюючих механізмів.

Розглянуто коливання пружних усічених конічних оболонок, частково заповнених рідиною, рис. 2.3. Проведено аналіз коливань як заповнених, так і незаповнених пружних оболонок. Встановлено, що умови закріплення істотно впливають на частоти коливань усічених конічних оболонок. Важливим фактором виявляється також урахування пружності днища. Якщо днище пружне, то нижчі частоти відповідають саме деформованому днищу, і відповідають першій гармоніці. У разі жорсткого днища нижчі частоти коливань відповідають 5-6 гармоніці.

Розглянуто незаповнені і заповнені рідиною усічені ізотропні конічні резервуари, рис.2.3.

Тут α - половина кута при вершині, H - висота конуса, R_1 і R_2 - радіуси більшої і меншої підстав конуса. Конічний резервуар віднесений до

циліндричної системі координат. Прийнято наступні характеристики $h / R_1 = 0.01$, $\alpha = 45^\circ$, $H / R_2 = 1$, модуль Юнга $E = 2,11 \cdot 10^6$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, $\rho_s = 8000$ кг/м³, $\rho_l = 1000$ кг/м³, $R_1 = 1$ м, [115].

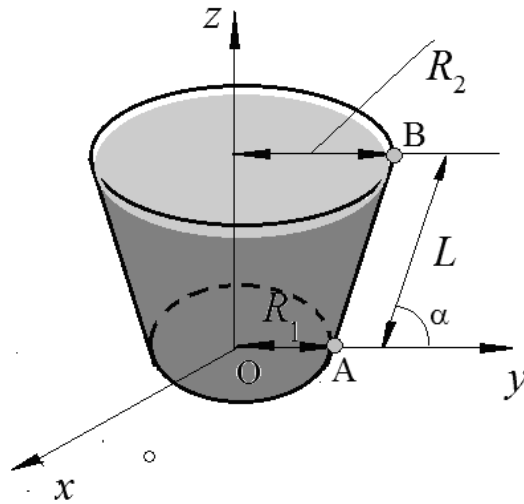


Рис. 2.3. Усічений конічний резервуар з рідиною

Прийнято такі умови закріплення оболонки в точках **A** і **B**: жорстке защемлення в токах **A** і **B** (CC), в точці **A** - жорстке защемлення, в точці **B** - вільний спирання (C- SS), в точці **A** - вільне обпирання, в точці **B** - жорстке защемлення (SS-C).

Порівняльний аналіз отриманих результатів і даних Shu [115] наведено в таблиці 2.3. Зазначені вище граничні умови реалізовані для хвильових чисел $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

Таблиця 2.3

Відносні частоти для конічного резервуара

n	Граничні умови					
	SS-C		C-SS		C-C	
	МКЕ	Shu [47]	МКЕ	Shu [47]	МКЕ	Shu [47]
0	0,8701	0,8700	0,7157	0,7151	0,8730	0,8732
1	0,8118	0,8118	0,7098	0,7090	0,8120	0,8120
2	0,6614	0,6613	0,6479	0,6475	0,6694	0,6696
3	0,5247	0,5245	0,5204	0,5201	0,5427	0,5428
4	0,4319	0,4319	0,4166	0,4161	0,4563	0,4566
5	0,3827	0,3826	0,3596	0,3592	0,4087	0,4089
6	0,3739	0,3737	0,3458	0,3450	0,3960	0,3964
7	0,3983	0,3981	0,36518	0,3648	0,4141	0,4143

Тут ми порівнюємо безрозмірні частоти, отримані для усічених ізотропних пружних конічних резервуарів при різних умовах закріплення, з результатами, отриманими Shu [115] ($m = 1$, $\alpha = 45^\circ$) з використанням частотного параметра

$$\Omega_1 = \lambda \Omega, \quad \lambda = R_1 \sqrt{\rho(1 - \nu^2)/E}$$

для різних хвильових чисел. Результати добре узгоджуються. Далі проведено аналіз впливу пружності днища на частоти коливань незаповненою оболонки. В якості умов закріплення вибиралися защемлення в точці А і вільний край в точці В. Результати розрахунків відображені в таблиці 2.4.

Таблиця 2.4

Осесиметричні частоти Ω_1 конічних оболонок, Hz

m	Тип оболонки			
	Пружна оболонка з жорстким днищем		Пружна оболонка з пружним днищем	
	Частота	Домінанта	Частота	Домінанта
1	559,46	стінка	101,67	днище
2	675,85	стінка	393,43	днище
3	707,27	стінка	559,48	стінка
4	824,91	стінка	675,85	стінка
5	1001,1	стінка	707,68	стінка
6			824,91	стінка

Аналіз даних довів, що нижчі частоти відповідають оболонці з днищем, що деформується. У таблиці 2.5 наведені частоти коливань пружної усіченої конічної оболонки з урахуванням сили тяжіння, яка індукує появу плескань. Результати показані для семи хвильових чисел $n = \overline{0,6}$ і для $m = \overline{1,4}$. Наведено частоти незаповнених оболонок, заповнених оболонок і частоти плескань.

Таблиця 2.5.

Власні частоти коливань для усіченої конічної оболонки, Нз

<i>n</i>	<i>m</i>	Частоти		
		Плескання	Незаповнена пружна оболонка	Заповнена пружна оболонка
0	1	5.836	101.07	41.67
	2	8.300	393.49	214.06
	3	9.997	559.52	257.91
	4	11.443	675.88	471.43
1	1	3.659	210.34	113.56
	2	7.001	327.90	126.64
	3	8.979	601.83	425.00
	4	10.577	649.99	438.22
2	1	4.819	193.05	96.57
	2	7.897	345.07	224.03
	3	9.729	605.43	346.52
	4	11.236	764.39	500.66
3	1	5.707	128.30	64.217
	2	8.661	504.88	281.69
	3	10.397	519.84	327.95
	4	11.837	723.61	474.97
4	1	6.460	100.89	58.200
	2	9.340	436.93	467.25
	3	11.005	689.26	265.86
	4	12.394	693.20	506.67
5	1	7.1288	101.85	56.908
	2	9.9581	385.15	232.28
	3	11.568	671.56	452.47
	4	12.915	897.75	686.67
6	1	7.736	123.20	78.861
	2	10.529	368.32	241.18
	3	12.094	663.03	458.88
	4	13.406	952.83	688.34

Можна помітити, що вібрації дна і стінки не впливають одне на одне, частота $\omega=41,67$ Гц є найнижчою для коливань заповненої рідиною пружної конічної оболонки з пружним дном. Відзначимо, що ця частота відповідає $n = 0$ і $m = 1$. Якщо розглядати конічну оболонку з жорстким дном, то найнижча частота реалізується при $n = 4$ і $m = 1$ для порожньої оболонки, а при $n = 5$ і $m =$

1 для заповненої рідиною оболонки. На рисунку 2.4 показані форми коливань, відповідні найменшим частотам для плескання рідини в жорсткому резервуарі (ліворуч) і для пружного конічного резервуара з жорстким днищем (праворуч).

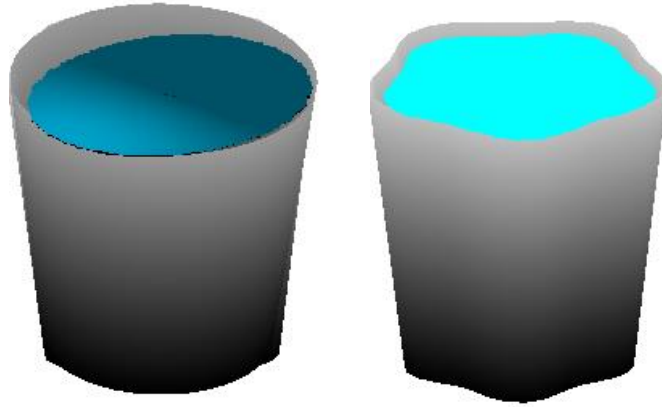


Рис. 2.4. Форми коливань, що відповідають нижчим частотам коливань

Якщо деформаціями днища знехтувати, то найнижча частота пружної заповненої рідиною оболонки буде пропущена. Частоти близькі до 100 Гц вважаються найбільш небезпечними для порожніх оболонок. Результати, наведені в таблиці 2.3, підтверджують це. Наприклад, частоті $\omega = 101,07$ Гц відповідають $n = 0$ і $m = 1$; частоті $\omega = 100,89$ Гц відповідають $n = 4$ і $m = 1$; і частоті $\omega = 101,86$ Гц відповідають $n = 5$ і $m = 1$. Важливо відзначити, що найнижчі частоти для порожніх і заповнених рідиною резервуарів відповідають різним хвильовим числам.

Розглянемо резервуар з циліндричним і сферичним відсіками. Для зменшення інтенсивності плескань в обох відсіках можуть бути встановлені внутрішні перегородки. Ескіз конструкції наведено на рис. 2.5.

Спочатку розглянемо коливання незаповненої оболонкової конструкції. Потім визначимо форми і частоти плескань в обох відсіках. Відзначимо, що вільна поверхня сферичного резервуара являє собою коло, радіус якого залежить від рівня заповнення. У циліндричному резервуарі вільна поверхня має форму кільця. Крім цього, присутня пружна (або жорстка) поверхня, введена в циліндричний резервуар.

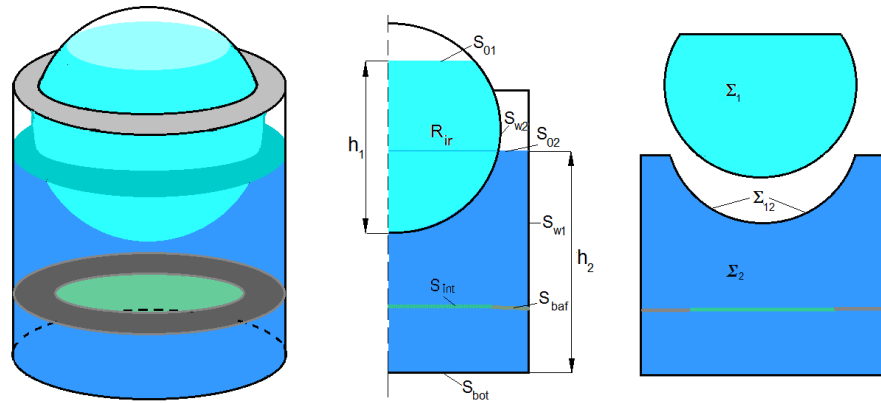


Рис. 2.5. Ескіз резервуара і конструктивні суперелементи

Оболонкова конструкція має наступні геометричні та механічні характеристики: $R_1 = 1\text{м}$, $R_2 = 1,2\text{м}$, $z_s = 1,5\text{м}$, $H = 2,0\text{м}$, товщина стінки $h = 0,025\text{м}$; густина $\rho = 2700 \text{ кг / м}^3$, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$.

Як зазначено вище, для моделювання плескань у другому циліндричному відсіку розглядається розрахункова область, яка обмежена циліндричною і сферичною поверхнями і має вільну поверхню у вигляді кільця, рис. 2.5.

Рис. 2.6 а) і 2.6 б) демонструють зміни першої і другої частот, що відповідають першій гармоніці. Значення частот значно зростають зі збільшенням внутрішнього радіусу вільної поверхні кільця. Максимальні значення частот відповідають $h_2 = z_s$; $R_{ir} = R_1$. Тут ми отримуємо аналогію з «проблемою підлідної риболовлі» як у випадку сферичної оболонки з $h_1 / R_1 = 1,99$ (див. табл. 2.3).

Частоти плескань циліндричної оболонки з круговою вільною поверхнею стабілізуються при $h_2 > z_s$. Тут можна спостерігати типові монотонні залежності. Особливість частково покритої вільної поверхні полягає в тому, що її наявність призводить до збільшення власних частот.

На рис. 2.6 цифри 1 відповідають циліндричному баку з кільцевою формою вільної поверхні, цифри 2 відповідають циліндричному баку з круговою вільною поверхнею. Зауважимо, що коли $h_2 = 0,5$, то кільцева вільна поверхня збігається з круговою.

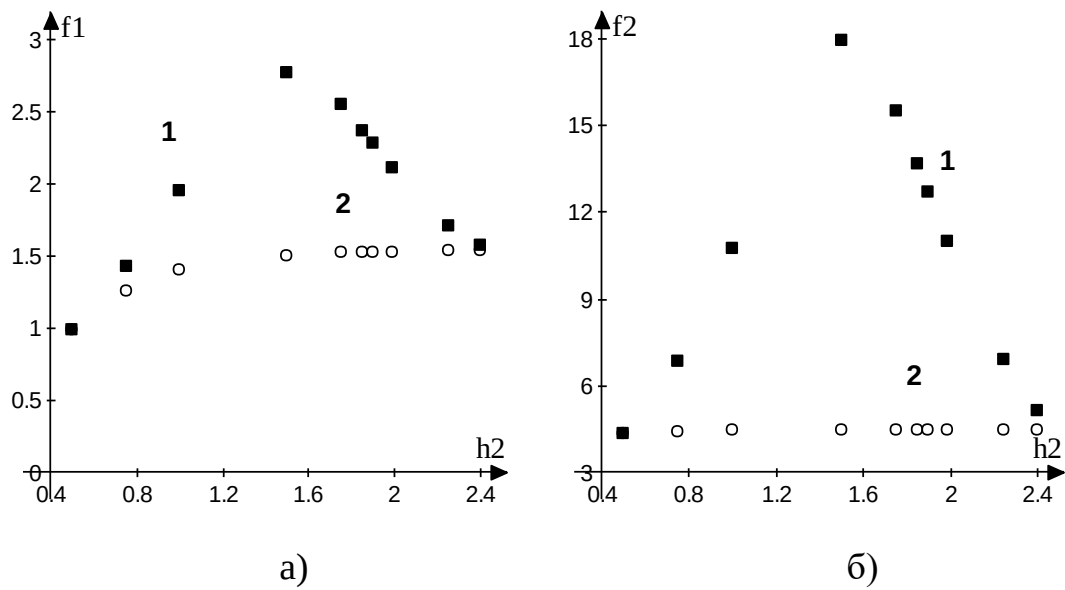


Рис. 2.6. Частоти циліндричної оболонки з круговою та кільцевою вільною поверхнею

На рис. 2.7 показані чотири форми коливань незаповненої конструкції.

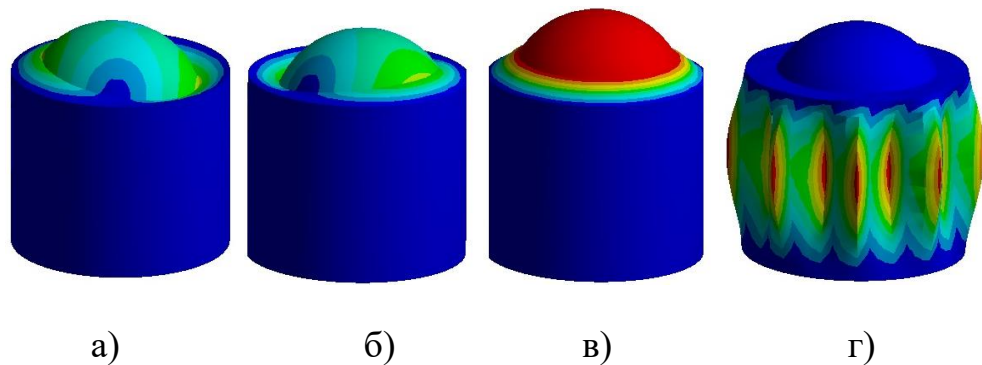


Рис. 2.7. Форми коливань оболонкової конструкції

Форми 2.7а) и 2.7б) відповідають кратній частоті $\Omega_1 = \Omega_2 = 4.6359$ Hz. Це найменша частота, вона відповідає першій гармоніці, $\alpha = 1$. Осесиметрична форма 2.7в) відповідає частоті $\Omega_3 = 5.9312$ Hz, яка є найменшою для гармоніки $\alpha = 0$. Осесиметрична форма 2.7г) відповідає частоті $\Omega_4 = 50.9721$ Hz та відноситься до $10^{\text{ї}}$ гармоніки, $\alpha = 10$.

Нижчі частоти коливань оболонкової конструкції з рідиною подані в таблиці 2.6.

Таблиця 2.6

Частоти коливань оболонкової конструкції з рідиною, Hz

ω	Домінанта	α
0.6223	Сфера, плескання	1
0.8294	Циліндр, плескання	1
0.9635	Сфера, плескання	0
5.0785	Циліндр, стінка	0

Відзначимо, що перші частоти дуже близькі за величиною. Наприклад, форми 1-5 мають частоти, що розрізняються в межах 1 Гц, але відповідні їм форми пов'язані з різними типами вібрації. Перші двадцять форм відносяться переважно до коливань рідини.

2.3 Вхідні дані по конструкції та навантаженням паливного відсіку другого ступеня ракети-носія

Корпус паливного відсіку виконаний у вигляді суцільнозварної герметичної ємності сфероконічної форми і складається з двох ємностей: бака окислювача – сфероциліндричної форми та бака пального – оболонки конічної форми.

Відсік розміщення приладів виконаний у вигляді усіченого конуса і має клепану конструкцію, що складається зі стикувального шпангоута, встановленого по більшій основі, обшивки і стрінгерного набору. Меншою основою відсік з'єднаний з розпірним шпангоутом бака пального шляхом клепок. На ньому встановлені пристрої входу і виходу повітря термостатування, елементи кріплення приладів, а також виконані отвори для прокладки кабелів і трубопроводів.

Гідростатичний тиск на рівні полюсів нижніх днищ баків окислювача та пального в польоті першого і другого ступенів РКН (з КА масою 0,5 т та 5,0 т) наведено в таблицях 2.7– 2.9.

У таблицях 2.7-2.10 використані такі позначення:

h – висота стовпа палива (від нижніх полюсів баків);

γ – питома вага палива;

$\gamma h n_x$ - гідростатичний тиск

n_x – перевантаження в напрямку осі X (поздовжня вісь РКН).

Таблиця 2.7

**Рівні заповнення, перевантаження, гідростатичний тиск в баках
окислювача і пального другого ступеня в польоті першого ступеня РКН з
КА масою 0,5 т, кгс/см²**

t, с	n_x	Друга ступінь			
		Бак "О"		Бак "П"	
		h, см	$\gamma h n_x$, кгс/см ²	h, см	$\gamma h n_x$, кгс/см ²
0	1	203,4	0,30	164,9	0,13
7,3	1	203,4	0,30	164,9	0,13
9	1,08	203,4	0,32	164,9	0,14
10	1,23	203,4	0,36	164,9	0,16
30	1,34	203,4	0,40	164,9	0,18
50	1,5	203,4	0,44	164,9	0,20
60	1,59	203,4	0,47	164,9	0,21
73	1,69	203,4	0,50	164,9	0,22
80	1,73	203,4	0,51	164,9	0,23
86	1,79	203,4	0,53	164,9	0,23
100	2,02	203,4	0,60	164,9	0,27
120	2,43	203,4	0,72	164,9	0,32
140	2,91	203,4	0,86	164,9	0,38
160	3,54	203,4	1,05	164,9	0,46
169,24	3,92	203,4	1,16	164,9	0,51
180	4,2	203,4	1,25	164,9	0,55
189,64	4,49	203,4	1,33	164,9	0,59
195	2,63	203,4	0,78	164,9	0,35
210	2,98	203,4	0,88	164,9	0,39
225	3,43	203,4	1,02	164,9	0,45
239,16	4	203,4	1,19	164,9	0,52
259,56	3,97	203,4	1,18	164,9	0,52

Таблиця 2.8

**Рівні заповнення, перевантаження, гідростатичний тиск в баках
окислювача та пального другого ступеня в польоті другого ступеня РКН з
КА масою 0,5 т, кгс/см²**

t, с	n _x	Друга ступінь			
		Бак «О»		Бак «П»	
		h, см	γhn _x , кгс/см ²	h, см	γhn _x , кгс/см ²
264,24	0	203,4	0,00	164,9	0,00
270	0,55	201,8	0,16	164	0,07
290	0,57	190,3	0,16	156,5	0,07
310	0,65	180,7	0,17	150,4	0,08
330	0,68	172,2	0,17	145,2	0,08
350	0,71	164,2	0,17	140,6	0,08
370	0,74	156,7	0,17	136,5	0,08
390	0,77	149,5	0,17	132,6	0,08
410	0,81	142,5	0,17	128,9	0,08
430	0,85	135,5	0,17	125	0,08
450	0,9	128,6	0,17	120,8	0,09
470	0,95	121,8	0,17	116,4	0,09
490	1,01	114,9	0,17	111,6	0,09
510	1,08	108	0,17	106,4	0,09
530	1,15	101,1	0,17	100,9	0,09
550	1,24	94,1	0,17	94,8	0,09
570	1,34	87,1	0,17	88,3	0,09
590	1,46	80	0,17	81,3	0,09
617,92	1,66	69,5	0,17	71,1	0,09
3683,6	0,0012	68,8	0,00	69,9	0,00
3690	1,72	67	0,17	68,2	0,09
3710,2	1,93	58,7	0,17	60,5	0,09
11043	0,0016	57,5	0,00	58,9	0,00
11050	2,32	55,3	0,19	57	0,11
11070	2,7	45,9	0,18	48,6	0,10
11090	3,23	35	0,16	38,1	0,10
11100	3,58	28,2	0,15	31,3	0,09
11111	4,06	19,1	0,11	21,5	0,07

Зазначимо, що в таблицях 2.7-2.10 через *t* позначений час польоту (в секундах), якому відповідають зазначені рівні заповнення баків, гідростатичного тиску та перевантаження.

Таблиця 2.9

**Рівні заповнення, перевантаження, гідростатичний тиск в баках
окислювача і пального другого ступеня в польоті першого ступеня РКН з
КА масою 5,0 т, кгс/см²**

t, с	n _x	Друга ступінь			
		Бак "О"		Бак "П"	
		h, см	γh _{пх} , кгс/см ²	h, см	γh _{пх} , кгс/см ²
0	1	203,4	0,30	164,9	0,13
7,3	1	203,4	0,30	164,9	0,13
9,6	1,2	203,4	0,36	164,9	0,16
20	1,26	203,4	0,37	164,9	0,17
40	1,39	203,4	0,41	164,9	0,18
60	1,56	203,4	0,46	164,9	0,20
80	1,71	203,4	0,51	164,9	0,22
100	1,96	203,4	0,58	164,9	0,26
120	2,35	203,4	0,70	164,9	0,30
140	2,81	203,4	0,83	164,9	0,36
160	3,39	203,4	1,01	164,9	0,44
173,28	3,91	203,4	1,16	164,9	0,51
185	4,22	203,4	1,25	164,9	0,55
193,68	4,48	203,4	1,33	164,9	0,59
200	2,64	203,4	0,78	164,9	0,34
220	3,13	203,4	0,93	164,9	0,41
230	3,45	203,4	1,02	164,9	0,45
236	3,64	203,4	1,08	164,9	0,48
240	3,63	203,4	1,08	164,9	0,48
245	3,62	203,4	1,07	164,9	0,48
250	3,58	203,4	1,06	164,9	0,47
255,6	3,65	203,4	1,08	164,9	0,48

В таблицях 2.7-2.8 подані дані, що відповідають КА з масою 0.5т, а в таблицях 2.9-2.10 наведені дані, що характеризують КА з масою 5т.

Таблиця 2.10

**Рівні заповнення, перевантаження, гідростатичний тиск в баках
окислювача і пального другого ступеня в польоті другого ступеня РКН з
КА масою 5,0 т, кгс/см²**

t, с	n _x	Друга ступінь			
		Бак "О"		Бак "П"	
		h, см	γh n _x , кгс/см ²	h, см	γh n _x , кгс/см ²
260,28	0	203,4	0,00	164,9	0,00
270	0,45	199,3	0,13	162,4	0,07
280	0,46	193,5	0,13	158,6	0,07
300	0,47	183,5	0,13	152,2	0,07
320	0,49	174,7	0,12	146,8	0,07
340	0,5	166,6	0,12	142	0,07
360	0,52	159	0,12	137,7	0,07
380	0,53	151,7	0,12	133,7	0,06
400	0,55	144,6	0,12	130	0,06
420	0,57	137,6	0,11	126,2	0,06
440	0,59	130,7	0,11	122,1	0,06
460	0,61	123,8	0,11	117,7	0,06
480	0,63	116,9	0,11	113,1	0,06
500	0,66	110,1	0,11	108	0,06
520	0,69	103,2	0,10	102,6	0,06
540	0,72	96,2	0,10	96,7	0,06
560	0,75	89,2	0,10	90,3	0,05
580	0,79	82,1	0,09	83,5	0,05
600	0,82	74,8	0,09	76,3	0,05
620	0,87	67,2	0,09	68,8	0,05
640	0,92	59	0,08	61,2	0,04
650	0,94	54,7	0,07	57,4	0,04
680	1,03	40	0,06	44,4	0,03
700	1,1	27,3	0,04	32,2	0,02
709,8	1,14	18,7	0,03	23,9	0,02

Далі описано метод розв'язання задачі про вільні коливання паливного бака другого ступеня, заснований на застосуванні методу скінченних елементів.

Отримані автором даної дисертаційної роботи результати тестування методів і алгоритмів, що наведені раніше, дозволили побудувати адекватну геометричну модель, здійснити вибір оптимальних для даного дослідження

скінченних елементів і визначити їх кількість, що забезпечує прийнятну точність.

При аналізі результатів автор керувався тим підходом, який було застосовано при попередньому тестуванні. Так, спочатку досліджувалися частоти і форми коливань незаповненої оболонки.

Далі розглядалися частоти плескань, при цьому були визначені нижчі частоти. Як і передбачалось, ці частоти виявились і нижчими частотами коливань конструкції в цілому.

Дані попереднього аналізу дозволили також встановити кількість гармонік, що враховуються при модальному аналізі. Як і очікувалося, достатньо було обрати 10 гармонік.

2.4 Формулювання задачі визначення частот і форм коливань другого ступеня бака ракети-носія

Необхідно провести серію розрахунків конструкції другого ступеня ракети-носія з метою пошуку власних частот конструкції в процесі її експлуатації. Розрахункові дані наведені вище у вигляді таблиць, де в залежності від часу польоту вказані рівні заповнення баків пального (П) і окислювача (О), а також перевантаження (n_x). Таблиці надані для двох різних випадків експлуатації ракетноносія при КА масою 0,5 т та КА масою 5 т. Так як в польоті першого ступеня ракетноносія рівень заповнення баків другого ступеня залишається незмінним для обох випадків експлуатації (КА 0,5т; 5т), було вирішено провести загальний, для обох випадків, розрахунок і знайти залежності частот плескань та частот конструкції з пружними стінками від перевантаження. В інших розрахунках були знайдені частоти плескань і частоти коливань конструкції з урахуванням пружності стінок в залежності від часу польоту. Були прийняті такі вхідні дані: густина пального – 810 кг/м³; густина окислювача – 1500 кг/м³; густина матеріалу оболонки 2640 кг/м³; Швидкість звуку 1300м/с; Коефіцієнт в'язкості 0.00179Па·с.

Рівень заповнення змінний, згідно даних, наведених в таблицях 2.4-2.7.

Умови закріплення - жорстке закріплення по найбільшому контуру бака з пальним.

2.5 Побудова розрахункової геометричної моделі

Спрощена геометрична модель була створена згідно з кресленнями. Спрощенню піддалися різні елементи конструкції, специфічні кути, шпангоути, деякі кріплення, несиметричні елементи конструкції, тощо. Пріоритетною метою під час спрощення було збереження мас, а також інерційних елементів, що могли б помітно вплинути на точність модального розрахунку. Були збережені товщини стінок, а також перепади товщин уздовж меридіана. На рис. 2.8 показана модель конструкції при максимальному розрахунковому рівні її заповнення.

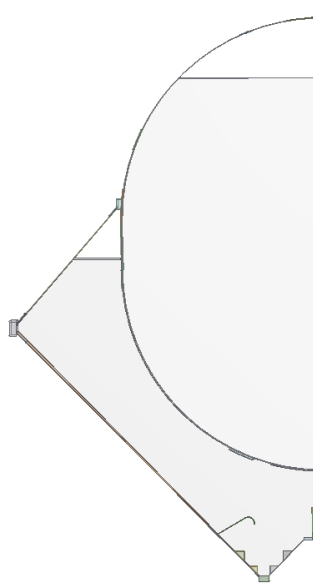


Рис. 2.8. Розрахункова геометрична модель конструкції

Головною метою спрощення є підготовка геометричної осесиметричної моделі задля побудови якісної призматичної скінченно-елементної сітки. Як підсумок, геометрична розрахункова модель конструкції є сектором, що представляє собою $1/32$ тонкостінної оболонки обертання з двома відсіками, частково заповненими рідиною та оперезаної серією пасків.

2.6 Створення скінченно-елементної моделі конструкції

В процесі виконання розрахункових робіт було створено безліч різних скінченно-елементних моделей конструкції в залежності типу розрахунку, рівнів заповнення і часу польоту. Серед основних наведемо модель оболонкової конструкції для пошуку "сухих" частот, а також модель бака, частково заповненого рідиною, для пошуку частот плескань і частот коливань конструкції з урахуванням пружності стінок.

Скінченно-елементна модель для проведення модального аналізу конструкції, що не містить рідину, побудована з призматичних елементів. Дана модель приведена на рис. 2.9а).

Загальна кількість скінченних елементів становила 6684, при загальній кількості вузлів, рівній 36645. Кількість елементів по ширині сектора обиралась рівною 7.

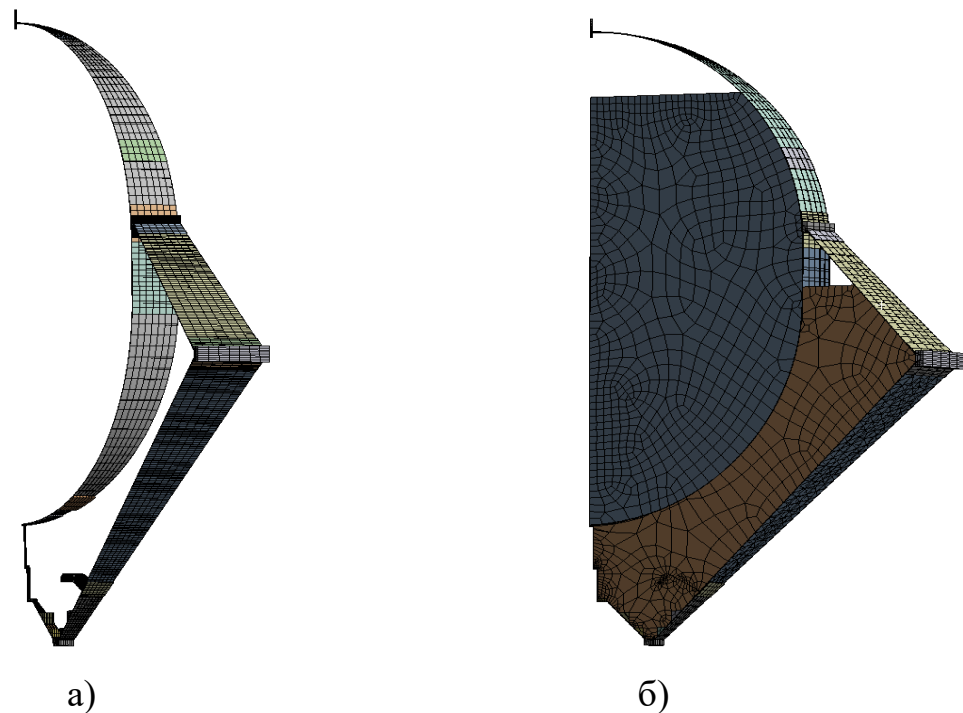


Рис. 2.9. Скінченно елементні моделі конструкції

Слід зауважити, що серія тестових розрахунків, що не наводиться в дисертації, продемонструвала достатність 5 скінченних елементів за шириною сектору оболонки, оскільки результати розрахунків з п'ятьма і сімома скінченними елементами виявилися достатньо близькими.

Скінченно-елементна модель для проведення акустичного модального аналізу конструкції, що містить рідину, побудована з якісних гексаедральних елементів. Дана модель приведена на рис. 2.9б).

Загальна кількість скінченних елементів: 9146, загальна кількість вузлів: 38908. Кількість елементів по ширині сектора: 5.

Слід зазначити, що залежно від фактичного рівня заповнення, кількість скінченних елементів змінювалася пропорційно. За шириною сектору було обрано 5 елементів як достатню кількість для збереження точності розрахунку.

2.7 Числове дослідження частот коливань

Результати розрахунку наведені у вигляді зведених таблиць і графіків залежності величин частот для кожного з розрахункових випадків.

2.7.1 Частоти та форми коливань незаповненої оболонки. Під час модального аналізу оболонки, що не містить рідину, були знайдені перші шість частот для кожної з 13 гармонік, включаючи осесиметричну, а також побудований графік (рис. 2.10) залежності частот власних коливань від номера гармоніки.

Таблиця 2.9

Власні частоти коливань незаповненої оболонки, Гц

Ка=0,5г; 5г	Власні частоти оболонки												
Номер гармонік и/частоти	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	286,1	164,6	268,2	219,8	176,1	138,8	112,7	95,3	84,7	79,5	78,7	81,0	85,2
2	317,3	164,6	268,2	219,8	176,1	138,8	112,7	95,3	84,7	79,5	78,7	81,0	85,2
3	317,3	300,3	283,8	267,9	252,5	237,7	220,2	189,5	167,1	151,5	141,6	136,9	136,6
4	326	300,3	283,8	267,9	252,5	237,7	220,2	189,5	167,1	151,5	141,6	136,9	136,6
5	326	305,0	291,5	275,1	259,3	244,1	223,4	207,9	185,4	167,9	154,4	144,4	137,2
6	356,1	305,0	291,5	275,1	259,3	244,1	223,4	207,9	185,4	167,9	154,4	144,4	137,2

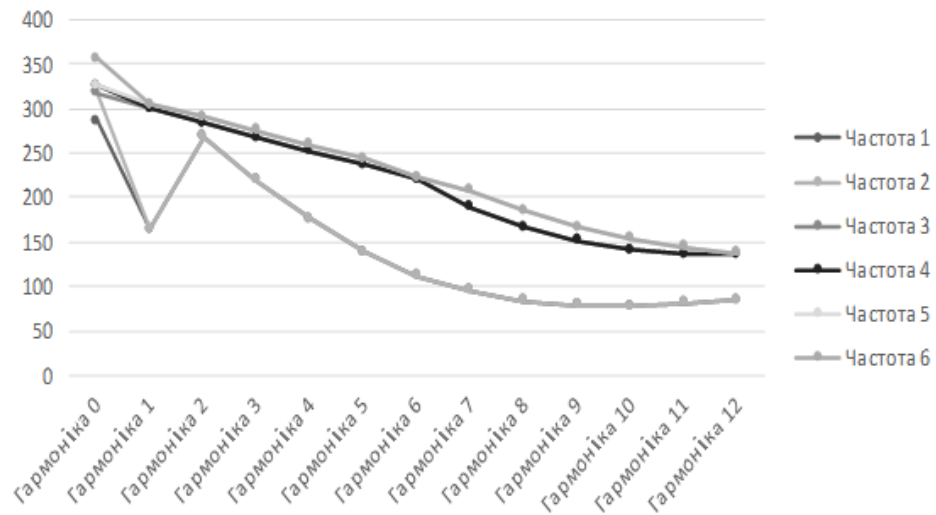


Рис. 2.10. Залежність частотних характеристик від номера гармоніки для незаповненої оболонки

За результатами розрахунку було обрано найбільш характерні частоти власних коливань для подальшого аналізу, а саме:

Перша частота для 0 гармоніки – 286,1 Гц

Перша частота для 1 гармоніки – 164,6 Гц

Перша частота для 2 гармоніки – 268,2 Гц

Перша частота для 10 гармоніки – 78,7 Гц

Наведені частоти були обрані як нижчі частоти перших, найбільш важливих гармонік, а також найбільш низька частота серед усіх, що відповідає 10-й гармоніці. Форми коливань для відповідних частот зображено на рис. 2.11 – рис. 2.14.

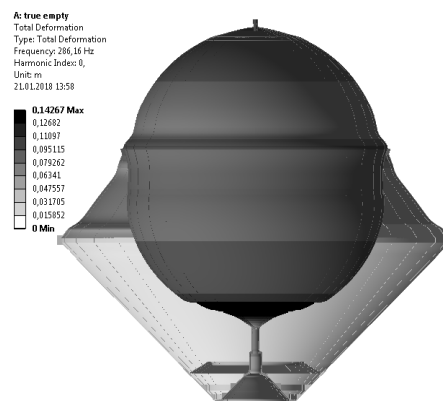


Рис. 2.11. Форма коливань для частоти 286,1 Гц для нульової гармоніки

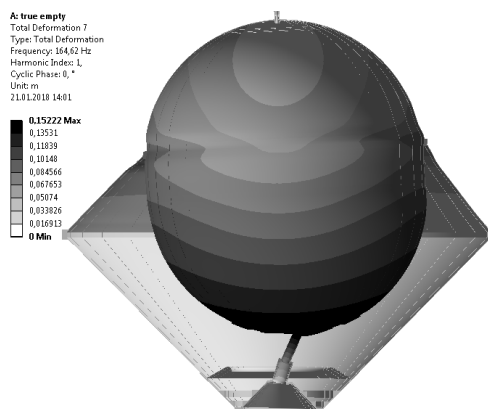


Рис. 2.12. Форма коливань для частоти 164,6 Гц для першої гармоніки

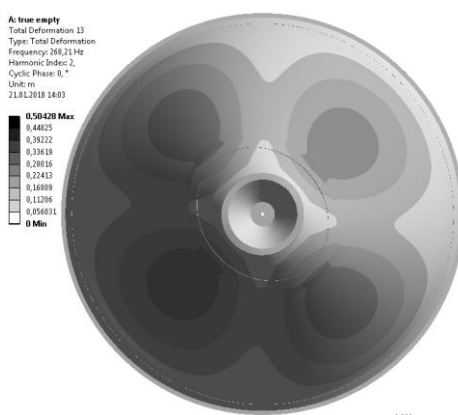


Рис. 2.13. Форма коливань для частоти 268,2 Гц для другої гармоніки

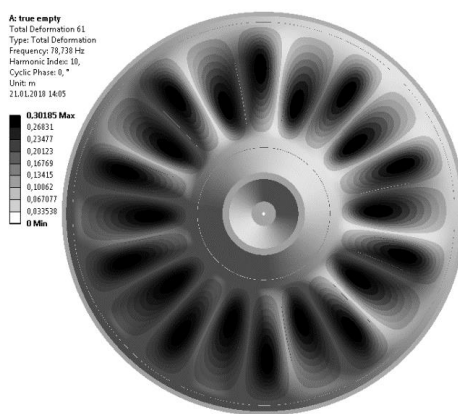


Рис. 2.14. Форма коливань для частоти 78,7 Гц для десятої гармоніки

З результатів модального аналізу випливає, що отримані частоти досить високі, однак, в разі збільшення рівня рідини в оболонці знайдені частоти можуть значно знизитися. Подальший аналіз буде проведено для обраних раніше частот.

2.7.2 Частоти плескань в польоті першого ступеня при незмінному рівні заповнення баків для КА (0,5т) та КА (5т). У зв'язку з тим, що для обох експлуатаційних випадків в польоті першого ступеня єдиною варійованою величиною виступає перевантаження, було вирішено знайти загальну залежність частот і форм плескань від перевантаження при постійному рівні заповнення баків.

Таблиця 2.10

Власні частоти коливань незаповненої оболонки в польоті першого ступеня

КА=0,5; КА=5	Частота плескань в польоті першого ступеня, $n=\text{var}$, $H=\text{max}=\text{const}$								
n	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Но [м]	2,034	2,034	2,034	2,034	2,034	2,034	2,034	2,034	2,034
Нп [м]	1,649	1,649	1,649	1,649	1,649	1,649	1,649	1,649	1,649
Гармоніка:									
(О/С)	1,165	1,427	1,648	1,842	2,018	2,180	2,331	2,472	2,606
Перша[Гц]	0,563	0,689	0,796	0,890	0,975	1,053	1,125	1,193	1,258
Друга[Гц]	0,786	0,963	1,112	1,243	1,362	1,471	1,573	1,668	1,758
Десята[Гц]	1,548	1,896	2,189	2,447	2,681	2,896	3,096	3,284	3,461

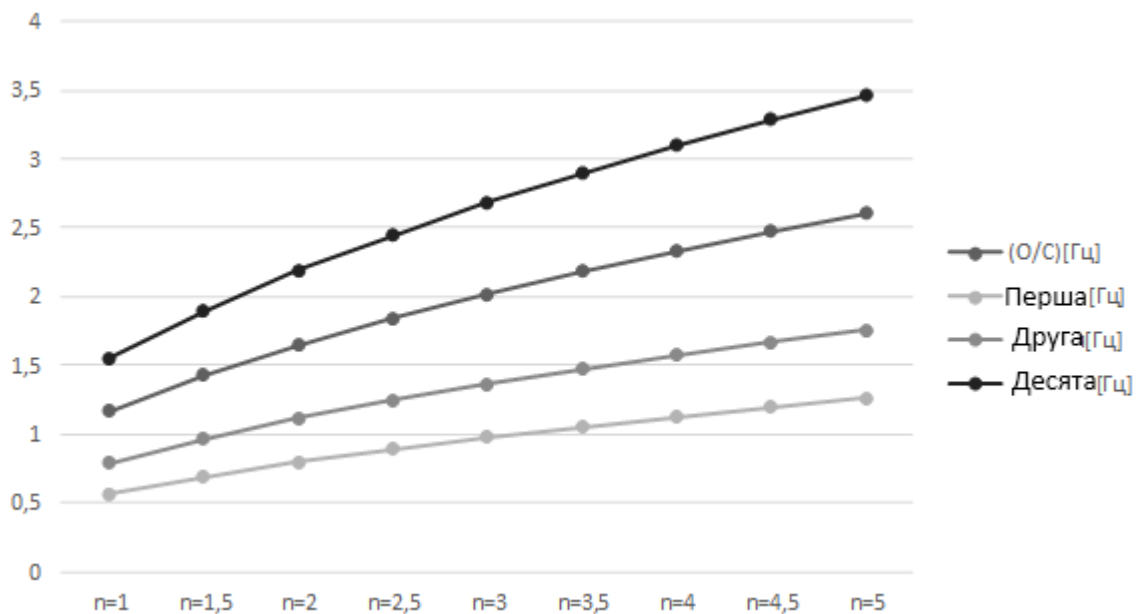


Рис. 2.15. Залежність частоти плескань від рівня перевантаження конструкції

На рис. 2.15 відображено залежність частоти плескань від рівня гравітації, що впливає на конструкцію – чим вище перевантаження, тим вище частота плескань. Варто зазначити, що дані залежності підтверджуються теоретичною інформацією. Нагадаємо, результати знайдені для перших частот 0, 1, 2, 10 гармонік. Форми коливань поверхні рідини наведені на рис. 2.16 – рис. 2.19.

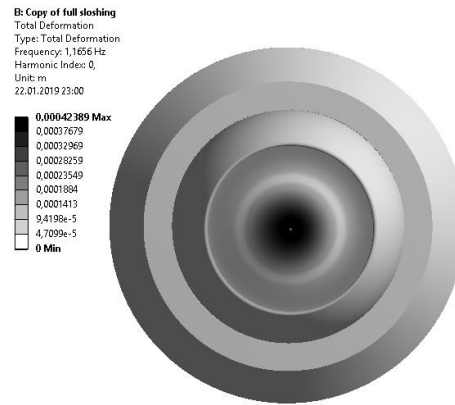


Рис. 2.16. Форма плескань для частоти 1,1656 Гц для нульової гармоніки, $n=1$.

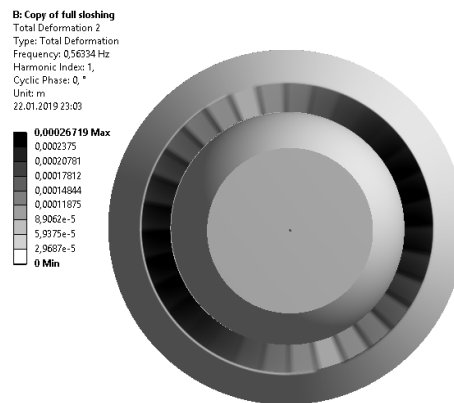


Рис. 2.17. Форма плескань для частоти 0,5632 Гц для першої гармоніки, $n=1$.

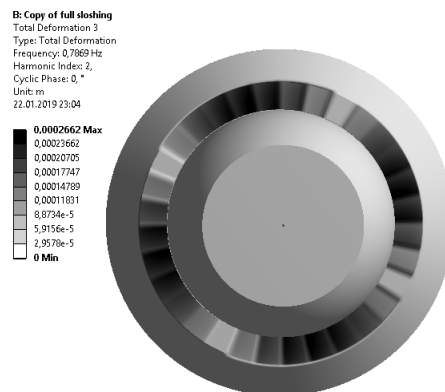


Рис. 2.18. Форма плескань для частоти 0,7868 Гц для другої гармоніки, $n=1$.

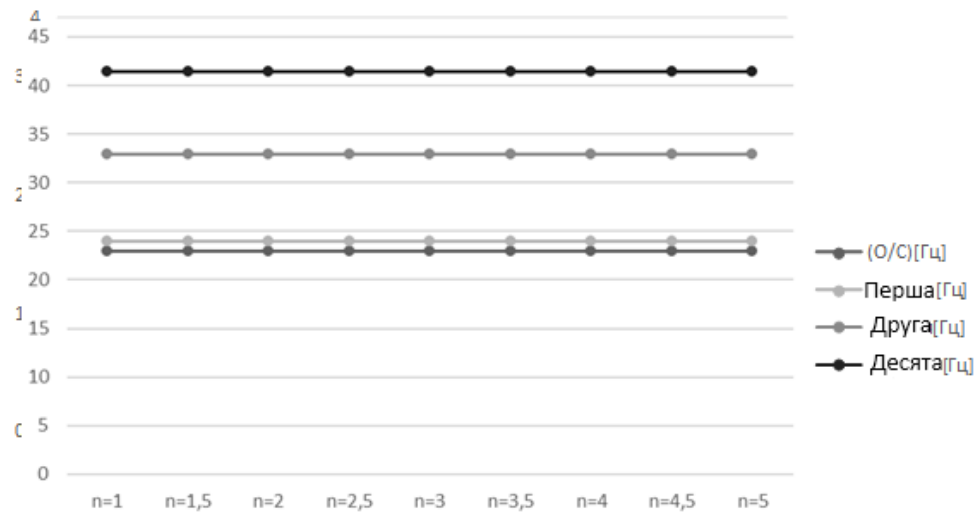


Рис. 2.20. Залежність власних частот конструкції заповненої рідиною від перевантаження

Було виявлено, що рівень перевантажень жодним чином не вплинув на власні частоти заповненої конструкції з урахуванням пружності стінок, що повністю підтверджується результатами попереднього аналізу, наведеного в роботі [114]. Власні форми конструкції повністю збігаються з формами незаповненої оболонки, проте частоти значно знизилися. Також слід зазначити, що нижчі частоти досліджуваних гармонік змінилося таким чином, що нижча перша частота десятої гармоніки тепер стала найвищою, в той час як осесиметрична частота стала найнижчою, хоча в незаповненій конструкції була найвищою з чотирьох.

Очевидно, вплив рідини впливає на частоти коливань по-різному в залежності від номера гармоніки, й по-різному у випадках заповнених і незаповнених оболонок. З результатів випливає, що частоти перших гармонік найбільш схильні до зниження, з ростом номера частоти коефіцієнт зниження зменшується.

2.7.4 Частоти плескань в польоті другого ступеня, КА (0,5т). На даному етапі розрахунку слід враховувати, що, крім змінного перевантаження, в системі досліджуються змінні рівні заповнення рідини, отже, кращий варіант розрахунків - проведення аналізу з прив'язкою до часу польоту. Таким чином,

будемо шукати залежність власних частот конструкції з рідиною від часу польоту. Таблиця 2.12, що подана нижче, містить результати серії розрахунків для плескань вільної поверхні рідини.

Таблиця 2.12

Власні частоти плескань

КА (0,5т)	Частота плескань в польоті другого ступеня										
t[с]	270	370	420	470	570	620	3690	3710	11050	11080	11111
n	0,55	0,74	0,83	0,95	1,34	1,66	1,72	1,93	2,32	2,94	4,06
Но[м]	2,018	1,567	1,39	1,218	0,871	0,695	0,67	0,587	0,553	0,407	0,191
Нп[м]	1,64	1,365	1,269	1,164	0,883	0,711	0,682	0,605	0,57	0,437	0,215
Гармоніка:											
О/С [Гц]	0,855	0,844	0,874	0,931	1,085	1,204	1,226	1,300	1,427	1,538	1,933
Перша [Гц]	0,412	0,329	0,312	0,354	0,500	0,609	0,627	0,683	0,754	0,840	1,017
Друга [Гц]	0,578	0,487	0,448	0,501	0,686	0,835	0,861	0,947	1,049	1,203	1,428
Десята [Гц]	1,145	1,196	0,994	1,102	1,449	1,740	1,796	1,987	2,211	2,695	3,145

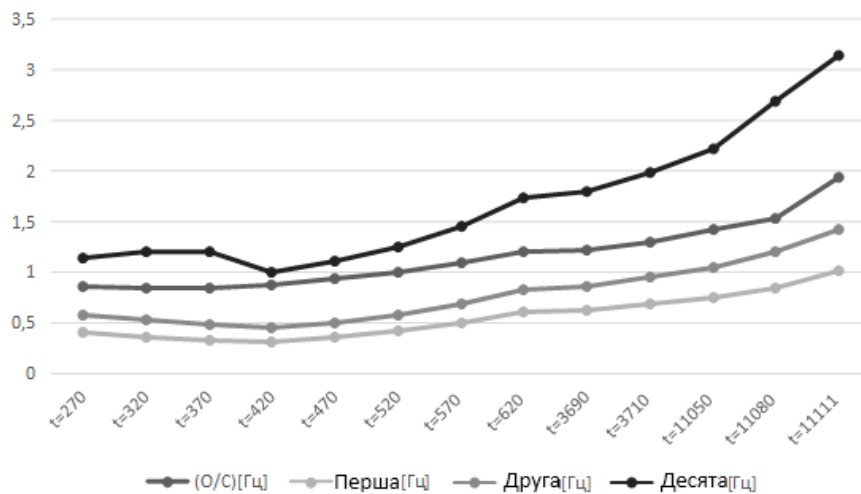


Рис. 2.21. Залежність частот плескань рідини від часу польоту при польоті другого ступеня

З отриманих результатів випливає, що частоти плескань залежать від перевантаження, розміру і форми вільної поверхні рідини, отже, в процесі польоту зростає перевантаження і, разом з ним, частоти плескань. Втім, на перших етапах польоту також збільшується розмір вільної поверхні рідини в баку пального, надаючи більший вплив ніж зростання гравітації, отже, спостерігається зменшення перших частот деяких гармонік. Переломною

точкою в описаному явищі є проміжок часу поблизу $t = 420\text{с}$, після якого діаметр вільної поверхні починає зменшуватися збільшуючи частоти плескань.

2.7.5 Власні частоти конструкції з урахуванням пружності стінок в польоті другого ступеня для КА (0,5т). Особливості даного етапу розрахунку повністю ідентичні попередньому етапу, в якому визначалися частоти плескань.

Таблиця 2.13 містить зведені результати серії аналізів пошуку власних частот конструкції з урахуванням пружності стінок в польоті другого ступеня.

Таблиця 2.13

Власні частоти коливань заповненої конструкції

КА=0,5т	Власна частота конструкції з урахуванням пружності стінок в польоті другого ступеня										
t[с]	270	370	420	470	570	620	3690	3710	11050	11080	11111
n	0,55	0,74	0,83	0,95	1,34	1,66	1,72	1,93	2,32	2,94	4,06
Но[м]	2,018	1,567	1,39	1,218	0,871	0,695	0,67	0,587	0,553	0,407	0,191
Нп[м]	1,64	1,365	1,269	1,164	0,883	0,711	0,682	0,605	0,57	0,437	0,215
Гармоніка:											
О/С [Гц]	23,124	27,552	29,091	31,174	40,05	49,942	51,80	58,375	61,101	72,718	116,62
Перша [Гц]	24,154	28,862	31,096	34,135	46,72	58,416	60,41	67,305	70,623	85,761	143,82
Друга [Гц]	33,027	37,226	38,853	41,472	54,56	69,056	71,79	78,526	79,865	83,07	179
Десята[Гц]	40,753	40,852	43,912	47,875	25,01	34,025	35,84	60,2	71,797	73,202	75,254

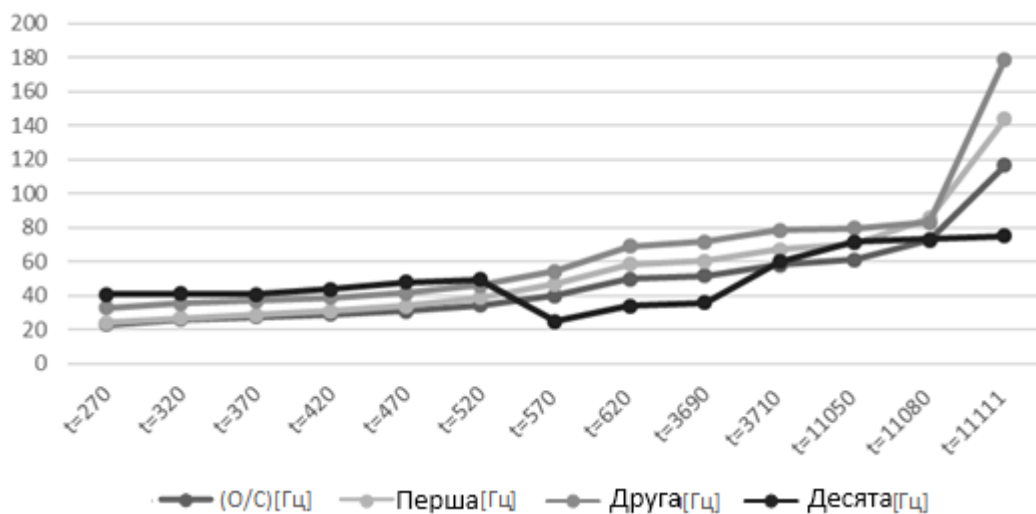


Рис. 2.22. Залежність власних частот конструкції з урахуванням пружності стінок від часу польоту при польоті другого ступеня

З отриманих даних випливає, що частоти власних коливань конструкції з урахуванням пружності стінок не залежать від перевантаження, розміру і форми вільної поверхні рідини. Видно, що вони залежать від властивостей приєднаних мас рідини і розподілу цих мас по конструкції.

З ростом часу польоту неухильно знижується обсяг приєднаних мас, а значить, частоти гармонік ростуть аж до виходу на частоти «сухої» оболонки. Зауважимо, що дана залежність вельми нелінійна, і найбільше зростання спостерігається в найостанніші моменти польоту, коли кількість рідини є мінімальною. Так само, як і на етапі 2.7.3, наявність рідини надає непропорційний вплив на частоти коливань в залежності від номеру їх гармоніки. Слід зауважити, найбільш схильні до зниження частот саме коливання, відповідні першим гармонікам, в той час як найменш схильні – вищим. Слід також звернути увагу на те, що зі зміною розподілу мас на певному етапі розрахунку, коли радіус дзеркала вільної поверхні рідини в баку пального починає зменшуватися, перша частота десятої гармоніки, значно змінюється, так як перша форма десятої гармоніки відповідає саме тій частині бака пального, де «стікає» рідина.

2.7.6 Частоти плескань в польоті другого ступеня для КА (5т). Як і на етапі 2.7.3, слід враховувати, що, крім змінного перевантаження, в систему додані змінні рівні заповнення рідини, отже, як і раніше, здійснимо проведення аналізу з прив'язкою до часу польоту. Таким чином, будемо шукати залежність власних частот конструкції з рідиною від часу польоту. Таблиця 2.14, надана далі, містить результати серії розрахунків для плескань вільної поверхні рідини. Рис. 2.23 містить графічне відображення результатів внесених до таблиці 2.14.

Таблиця 2.14.

Власні частоти плескань

КА (5т)	Частота плескань в польоті другого ступеня									
t[с]	270	320	370	420	470	520	570	620	670	710
n	0,45	0,49	0,52	0,57	0,62	0,69	0,77	0,87	1	1,14
Но[м]	1,993	1,747	1,553	1,376	1,204	1,032	0,857	0,672	0,453	0,187
Нп[м]	1,624	1,468	1,357	1,262	1,155	1,026	0,87	0,688	0,492	0,239
Гармоніка:										
О/С [Гц]	0,761	0,716	0,707	0,724	0,752	0,786	0,822	0,872	0,906	1,024
Перша [Гц]	0,364	0,309	0,272	0,259	0,288	0,328	0,382	0,445	0,497	0,538
Друга [Гц]	0,514	0,456	0,403	0,372	0,407	0,456	0,524	0,610	0,703	0,756
Десята [Гц]	1,031	1,035	0,992	0,825	0,894	0,983	1,104	1,274	1,519	1,666

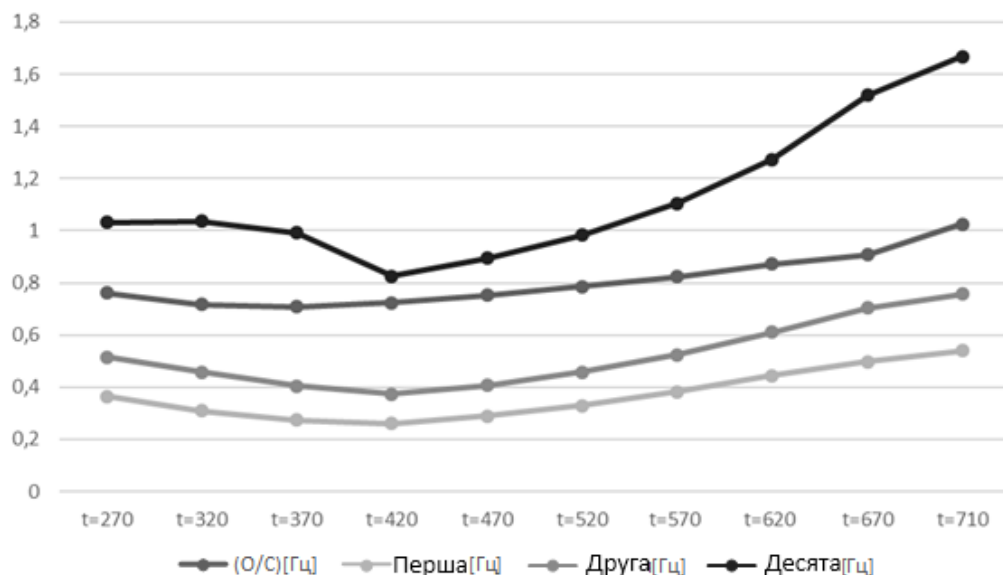


Рис. 2.23. Залежність частот плескань рідини від часу польоту при польоті другого ступеня

Загальна картина не зазнала значних змін у даній серії розрахунків, у порівнянні з етапом 2.7.4, частоти плескань залежать від перевантаження, розміру і форми вільної поверхні рідини. Отже, коли в процесі польоту зростає перевантаження, разом із ним ростуть і частоти плескань. Втім, на перших етапах польоту також збільшується розмір вільної поверхні рідини в баку пального, надаючи більший вплив, ніж зростання гравітації, отже, спостерігається зменшення перших частот гармонік. В даному розрахунку це більш наочно, ніж в попередньому випадку.

Характерною точкою в описаному явищі є проміжок часу в околиці $t = 420\text{с.}$, після якого діаметр вільної поверхні починає знову зменшуватися зі збільшенням частоти плескань.

2.7.7 Власні частоти конструкції з урахуванням пружності стінок в польоті другого ступеня для КА (5т). На даному етапі була проведена серія розрахунків, концептуально не відрізняється від етапів 2.7.5 і 2.7.6. Таблиця 2.15 нижче містить результати пошуку власних частот конструкції з урахуванням пружності стінок в польоті другого ступеня.

Таблиця 2.15

Власні частоти коливань з урахуванням пружності стінок

КА=5т	Частота коливань в польоті другого ступеня								
t[с]	270	370	420	470	520	570	620	670	710
n	0,45	0,52	0,57	0,62	0,69	0,77	0,87	1	1,14
Но[м]	1,993	1,553	1,376	1,204	1,032	0,857	0,672	0,453	0,187
Нп[м]	1,624	1,357	1,262	1,155	1,026	0,87	0,688	0,492	0,239
Гармоніка:									
О/С [Гц]	23,455	27,693	29,181	31,38	34,718	40,714	51,394	68,889	118,2
Перша [Гц]	24,398	29,032	31,286	34,452	39,478	47,49	60,157	81,845	145,15
Друга [Гц]	33,28	37,354	38,974	41,72	46,525	55,535	71,17	83,064	181,06
Десята [Гц]	41,247	41,389	20,2	43,033	21,875	26,201	35,182	71,291	75,254

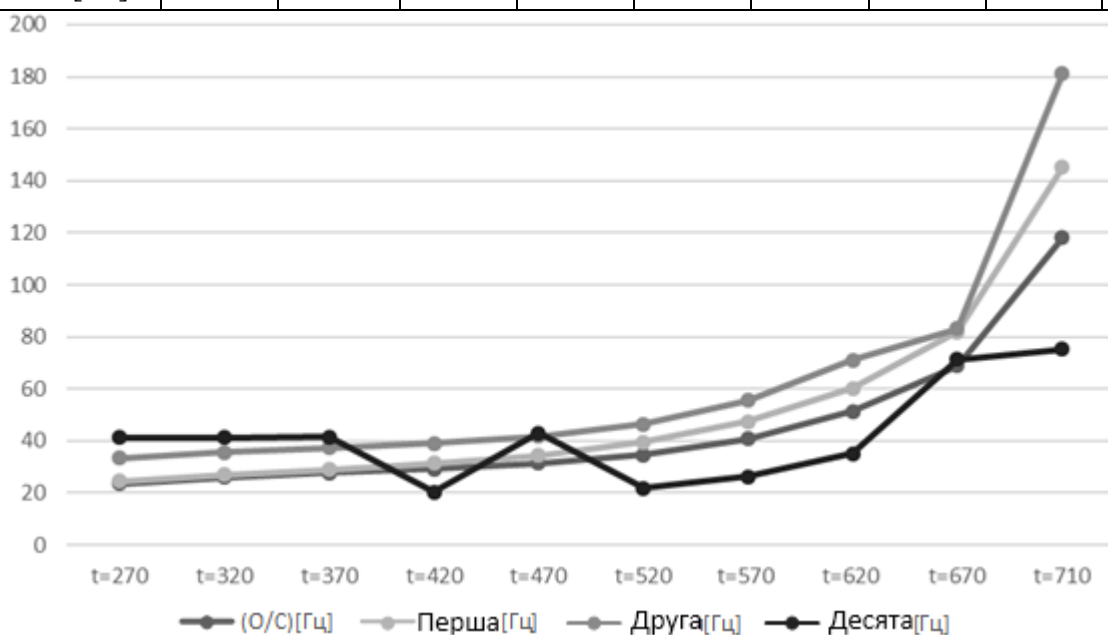


Рис. 2.24. Власні частоти коливань з урахуванням пружності стінок

Як і раніше, частоти власних коливань конструкції з урахуванням пружності стінок не залежать від перевантаження, розміру і форми вільної поверхні рідини. Однак, вони істотно залежать від властивостей приєднаних мас рідини і розподілу мас по конструкції.

З ростом часу польоту неухильно знижується обсяг приєднаних мас пального і окислювача, а значить, частоти гармонік демонструють зростання, аж до виходу на частоти «сухої» оболонки. Зауважимо, що дана залежність вельми нелінійна, і найбільше зростання спостерігається в найостанніші моменти польоту, коли кількість рідини зменшується до мінімального рівня. Також, як було зазначено в підрозділі 2.4.5, рідина по-різному впливає на частоти коливань в залежності від номера гармоніки, що розглядається. Слід зазначити, що частоти перших гармонік найбільш схильні до зниження, в той час як вищі – найменш. Слід звернути увагу, що знов-таки, зі зміною розподілу мас рідини на певному етапі розрахунку, коли радіус вільної поверхні дзеркала рідини в баку пального починає зменшуватися, перша частота десятої гармоніки значно змінюється, так як перша форма десятої гармоніки характеризується саме тією частиною бака пального, де «стікає» рідина.

Зазначимо також, що при модальному аналізі вплив в'язкості та стисливості рідини не виявився суттєвим при обраних для розрахунку значеннях відповідних параметрів.

2.8 Висновки за розділом 2

Здійснено загальне формулювання задачі про гідропружні коливання оболонкової конструкції з відсіками, частково заповненими стисливою та в'язкою рідиною. Рідина в обох відсіках може мати різні властивості; рівень заповнення відсіків різний і може змінюватися в часі.

Проведені тестові розрахунки для сферичної та конічної оболонок, і надано співставлення з числовими та аналітичними результатами інших авторів.

Виявлено, що вплив стисливості та в'язкості рідини при обраних розрахункових параметрах при проведенні модального аналізу щодо вільних коливань оболонкової конструкції не є суттєвим.

Знайдені значення частот і форми плескань вільної поверхні рідини, а також побудовані залежності цих значень від рівня гравітації в польоті першого ступеня ракети-носія і залежності від часу польоту в польоті другого ступеня.

Отримані значення та аналогічні залежності величин частот вільних коливань конструкції, заповненої рідиною, з урахуванням пружності стінок.

Досліджено різні значення перевантаження на різних етапах руху конструкції. Як допоміжна, розв'язана задача про вільні коливання жорсткої конструкції з рідиною, з урахуванням плескань.

Розглянуто ряд модельних задач про коливання складеної оболонкової конструкції з відсіками, частково заповненими рідиною. Це дослідження дозволило проаналізувати найбільш прийнятні типи скінченних і граничних елементів, встановити їх кількість, яка забезпечує задану точність розрахунків.

Нижча частота вільних коливань незаповненого бака при врахуванні пружності стінок може досягатися на 7-10 гармоніках. Нижчі частоти для всіх розглянутих випадків конструктивних елементів є частотами плескань, що відповідають першій гармоніці.

Досліджено конструкцію другого ступеня ракети-носія з метою визначення власних частот конструкції і плескань вільної поверхні рідини, при різних умовах експлуатації. Знайдено власні значення і форми вільних коливань конструкції, що не містить рідину. Визначені значення частот і отримані форми плескань вільної поверхні рідини, побудовані залежності значень частот від рівня гравітації в польоті першого ступеня, і в залежності від часу польоту в польоті другого ступеня. Отримано значення та аналогічні залежності для величин частот вільних коливань конструкції, заповненої рідиною, з урахуванням пружності стінок і різних рівнів перевантаження.

Наукові результати, що подано в розділі 2, опубліковані в роботах [1, 3 – 10, 12 – 14, 17 – 21].

РОЗДІЛ 3

ВИЗНАЧЕННЯ РУЙНІВНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПАЛИВНИЙ БАК РАКЕТИ-НОСІЯ

Розділ присвячений дослідженню міцності посудин тиску при одночасній дії внутрішнього тиску і стискаючої сили на кришку бака. Конструкція є оболонкою обертання, що складається з циліндричної, тороїдальної та сферичної частин. Метою досліджень цього розділу було визначення руйнівного навантаження на паливний бак. При цьому комп'ютерне віртуальне випробування відтворювало схему та методологію натурного експерименту. Запропоновані різні скінченно-елементні розрахункові схеми з метою необхідності врахування конструктивних особливостей та можливості спрощення як віртуального, так і натурного бака. Було проведено розрахунок оболонкової конструкції з використанням оболонкових і тривимірних скінченних елементів у тривимірній осесиметричній постановці з урахуванням пластичних деформацій.

3.1 Теоретичне підґрунтя та основні розрахункові рівняння

В цьому підрозділі наведені основні для визначення напружено-деформованого стану елементу конструкції з врахуванням пластичних деформацій. Використана теорія малих пружно-пластичних деформацій.

Для визначення динамічного напружено-деформованого стану пружного тіла служать граничні умови задачі і система трьох диференціальних рівнянь еліптичного типу в частинних похідних другого порядку (рівнянь Ламе) напружень і деформацій

$$\mu \Delta u_j + (\lambda + \mu) \frac{\partial \vartheta}{\partial x_j} + X_j = \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}, \quad j=1,2,3. \quad (3.1)$$

$$\text{де} \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}, \quad \vartheta = \operatorname{div} \mathbf{u} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3};$$

$u_i(\mathbf{x})$ - переміщення,

X_i - компоненти об'ємної сили,

ρ - густина матеріалу конструктивного елементу,

$\mu = E[2(1+\nu)]^{-1}$ – модуль зсуву,

$\lambda = E\nu[(1+\nu)(1-2\nu)]^{-1}$ – коефіцієнт Ламе,

E, ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона, відповідно.

При цьому $\nu = \lambda[2(\lambda + \mu)]^{-1}$, $E = \mu(2\mu + 3\lambda)(\lambda + \mu)^{-1}$.

Якщо перші похідні переміщень настільки малі, що їх квадратами і добутками частинних похідних від $u_i(\mathbf{x})$ можна знехтувати, то деформації ε_{ij} подаються у формі тензора малих деформацій Коші

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{ij} + u_{ji}). \quad (3.2)$$

Компоненти тензора напружень для пружного ізотропного тіла, яке зазнає впливу зовнішніх механічних навантажень, визначаються через компоненти $u_i(\mathbf{x})$ за законом Гука в формі [116]

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (3.3)$$

де δ_{ij} – символ Кронекера.

Згідно з [116], введемо диференційний оператор пружних напружень (оператор зусиль класичної теорії пружності), що діє на поверхні зі зовнішньою одиничною нормаллю $\mathbf{n}(\mathbf{x})$

$$T_{ij}^n(\partial_x, \mathbf{n}(\mathbf{x})) = \lambda n_i(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial x_j} + \mu n_j(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial x_i} + \delta_{ij} \mu \frac{\partial}{\partial n(\mathbf{x})}, \quad i, j = 1, 2, 3,$$

де $n_j(\mathbf{x})$ - компоненти вектору нормалі.

Припустимо, що на частині межі Γ_1 задані переміщення тіла, а на частині Γ_2 - зусилля; $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. Зусилля виражаються за формулою

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{T}^n(\partial_{\mathbf{x}}, \mathbf{n}(\mathbf{x}, t)) \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = 2\mu \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} + \lambda \mathbf{n} \operatorname{div} \mathbf{u} + \mu (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{u}). \quad (3.4)$$

Тобто граничні умови мають вигляд

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)|_{\Gamma_1} = \mathbf{U}(t), \quad \mathbf{p}(\mathbf{x}, t)|_{\Gamma_2} = \mathbf{P}(t). \quad (3.5)$$

Задаються також початкові умови, якщо розглядається динамічний стан

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0)}{\partial t} = 0. \quad (3.6)$$

Зазвичай розглядаються нульові початкові умови, тобто вважається, що рух тіла починається із стану спокою.

Вважаємо, що при збільшенні навантаження в тілі можуть розвиватися пластичні деформації, тобто зв'язок напружень і переміщень не буде описуватися законом Гука. Будемо застосовувати теорію малих пружних деформацій або теорію течії.

Формулювання задачі пружно-пластичного деформування є таким. Нехай на тіло, що займає область Ω з границею Γ , діють задані об'ємні та поверхневі сили. Потрібно визначити поля напружень, деформацій і переміщень σ_{ij} , ε_{ij} , u_j ($i, j = 1, 2, 3$) та невідомі заздалегідь інтенсивності повних напружень та повних деформацій в області Ω , які відповідають заданим граничним умовам та співвідношенням, що описують рух тіла при різних рівнях навантаження.

Для знаходження зазначених функцій застосовуються такі рівняння:

- диференціальні рівняння рівноваги в напруженнях σ_{ij}

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}; \quad i, j = 1, 2, 3,$$

- граничні умови (3.5);

- початкові умови (3.6);

- співвідношення Коші, які дають залежності між компонентами тензора деформацій і компонентами вектору переміщень та визначаються за (3.2);

- фізичні рівняння, що зв'язують компоненти тензорів напружень і деформацій до моменту виникнення пластичних деформацій (закон Гука, формула (3.3));
- умова плинності, при виконанні якого виникають пластичні деформації (умова Хубера-Мізеса-Генки)

$$\sigma_{eq}(\mathbf{x}) = \sigma_T,$$

де σ_T - межа плинності;

$\sigma_i(\mathbf{x})$ - інтенсивність повних напружень, що визначається за формулою

$$\sigma_{eq}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)}.$$

Якщо $\sigma_{eq}(\mathbf{x}) < \sigma_T$, то матеріал знаходиться в пружній зоні, і пластичні деформації не розвиваються.

Згідно з [117] використовуємо гіпотезу про існування єдиної кривої деформування, яка встановлює однозначну залежність між еквівалентними деформаціями ε_{eq} та еквівалентними напруженнями σ_{eq} . Задається полілінійна або білінійна діаграма розтягування, що характеризує зону пластичної течії. За гіпотезою єдиної кривої деформування вважається, що діаграма напруження-деформації залишається такою ж, як при одноосьових випробуваннях, але одноосьові напруження і деформація замінюються відповідними інтенсивностями напружень і деформацій. За даними [118] вважаємо, що густина ρ є сталою.

Інтенсивність еквівалентних деформацій визначається за формулою

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2 + \frac{3}{2}(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2)}. \quad (3.7)$$

Повна деформація є сумою її пружної та пластичної складових за гіпотезами Прандтля-Рейса [118]

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{pl}. \quad (3.8)$$

Тоді повну еквівалентну деформацію можна подати у вигляді суми її еквівалентних пружної ε_{eq}^e та пластичної ε_{eq}^p частин, а саме:

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_{eq}^e + \varepsilon_{eq}^p.$$

Компоненти пружної деформації зв'язані з компонентами напружень законом Гука.

Згідно з [118] вважаємо, що за рахунок пластичних деформацій зміна об'єму невелика, тобто виконана умова нестисливості матеріалу; при малих пластичних деформаціях компоненти девіатора деформацій пропорційні компонентам девіатора напружень. Між інтенсивністю еквівалентних напружень та інтенсивністю еквівалентних деформацій існує функціональна залежність

$$\sigma_{eq} = \Phi(\varepsilon_{eq}), \quad (3.9)$$

причому ця залежність, що є єдиною для даного матеріалу, не залежить від виду напруженого стану, й подібна до залежності від напруженнями та деформаціями при розтягненні. Тому цю залежність зазвичай будують за діаграмою розтягнення.

Фізичні рівняння, або рівняння зв'язку між напруженнями та деформаціями, або швидкостями деформацій, залежать від прийнятих законів зміцнення. В теорії малих пружно-пластичних деформацій задається зв'язок між напруженнями та деформаціями, а в теорії пластичного плину задаються зв'язки між напруженнями та швидкостями деформацій.

В цьому дослідженні використано теорію малих пластичних деформацій, з використанням гіпотез Прандтля-Рейса [118], а також теорію Купера – Саймондса [119], коли пластичні деформації суттєво перевищують пружні.

Фізичні рівняння теорії малих пружно-пластичних деформацій мають вигляд

$$\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0 = \frac{2}{3} \frac{\sigma_{eq}}{\varepsilon_{eq}} \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} (\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0), \quad \sigma_0 = \frac{E}{1-2\nu} \varepsilon_0, \quad \sigma_{eq} = \Phi(\varepsilon_{eq}), \quad (3.10)$$

де ε_{eq} визначається за формулою (3.7).

Внаслідок рівності (3.8) маємо для прирощень деформацій такі співвідношення

$$\delta \varepsilon_{ij} = \delta \varepsilon_{ij}^e + \delta \varepsilon_{ij}^{pl}.$$

Прирощення пружних деформацій знаходимо із закону Гука, а прирощення пластичних деформацій знаходимо за формулою [117], а саме

$$\delta \varepsilon_{ij}^{pl} = \Psi \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}}.$$

При застосуванні теорії малих пружно-пластичних деформацій маємо для додаткових деформацій такі вирази [117] із застосуванням критерію Хубера-Мізеса-Генки маємо

$$\delta \varepsilon_{ij}^{pl} = \left(\Psi - \frac{1}{2\mu} \right) (\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0),$$

де $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0$ - компоненти дівіатору напружень.

Згідно з методом додаткових навантажень [117], знаходимо

$$(\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0) = \frac{1}{\Psi} (\varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0), \quad \frac{1}{\Psi} = 2\mu - \left(2\mu - \frac{1}{\Psi} \right).$$

Це дає змогу побудувати таке зображення повних напружень

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^e + \left(2\mu - \frac{1}{\Psi} \right) (\varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0).$$

Якщо $2\mu - \frac{1}{\Psi} = 0$, то маємо співвідношення пружної задачі. Це співвідношення приймаємо як нульове наближення для значення Ψ . Після розв'язання рівнянь Ламе знаходимо відповідні нульові наближення для переміщень та деформацій $u_i^{(0)}, \varepsilon_{ij}^{(0)}$. Далі за формулою (3.7) знаходимо $\varepsilon_{eq}^{(0)}$ та за формулою (3.9) обчислюємо $\sigma_{eq}^{(0)}$. Після цього знаходимо перше наближення для Ψ за формулою

$$\Psi^{(1)} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{eq}^{(0)}}{\sigma_{eq}^{(0)}}.$$

Далі знову розв'язуємо рівняння Ламе з відомими додатковими правими частинами, побудованими за $\left(2\mu - \frac{1}{\Psi}\right)(\varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0)$ та отримуємо $u_i^{(1)}, \varepsilon_{ij}^{(1)}$. Далі знаходимо $\varepsilon_{eq}^{(1)}, \sigma_{eq}^{(1)}$ та $\Psi^{(2)} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{eq}^{(1)}}{\sigma_{eq}^{(1)}}$. Розв'язання задачі продовжуємо до отримання цільової точності.

3.2 Моделювання руйнування оболонкової конструкції з використанням оболонкових скінченних елементів

Було проведено розрахунок оболонкової конструкції з використанням оболонкових скінченних елементів у тривимірному осесимметричному формулюванні з урахуванням пластичних деформацій

Розрахункова схема досліджуваного резервуару і місця розташування датчиків в експерименті, проведеному в ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля» з метою визначення руйнівного навантаження, подана на рис. 3.1.

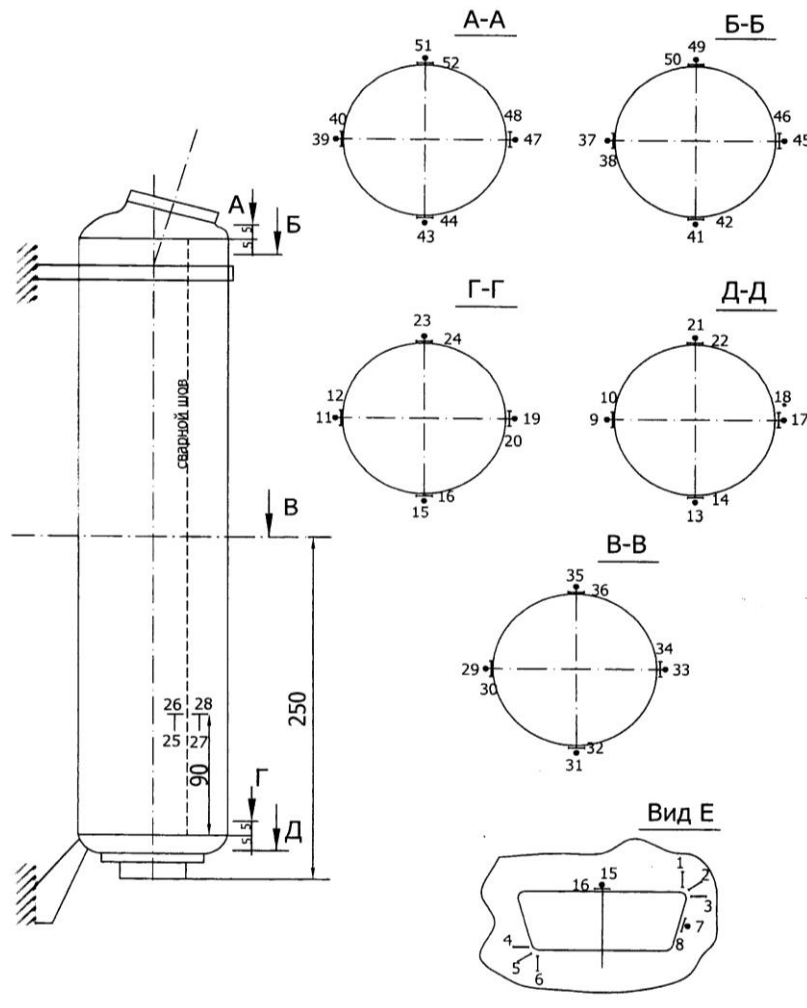


Рис. 3.1. Схема судини та датчиків

Під руйнівним тиском будемо мати на увазі тиск, під дією якого в посудині виникають напруження або деформації, що дорівнюють граничним значенням.

3.2.1 Формулювання задачі визначення руйнівного навантаження. Проводився розрахунок оболонкової конструкції із закріпленням на кронштейні, що повністю відповідає робочому кресленню (рис. 3.1) і змодельованої в SolidWorks, при одночасній дії внутрішнього тиску і навантаження на кришку бака.

Матеріал оболонки сталь - 25ХГСА. Характеристики даного матеріалу: модуль пружності $E = 209$ ГПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, межа плинності $\sigma_{\tau} = 834$ МПа, межа міцності $\sigma_{\text{вр}} = 1080$ МПа.

Для числового аналізу оболонкової конструкції з використанням оболонкових скінченних елементів був обраний скінченний елемент SHELL281, в якому визначальні рівняння засновані на гіпотезах Кірхгофа-Лява.

Елемент SHELL281 є найбільш підходящим як для аналізу тонких оболонок, так і для оболонкових конструкцій. Елемент має вісім вузлів з шістьма ступенями свободи в кожному: переміщення по осях X , Y , Z і повороти навколо них. SHELL281 дозволяє також враховувати зміни товщини оболонки в нелінійному аналізі.

На рис. 3.2 показані конфігурація, місцезнаходження вузлів, і система координат елемента. Елемент визначається товщиною і вісьмома вузлами (I, J, K, L, M, N, O і P). Він може приймати трикутну форму.

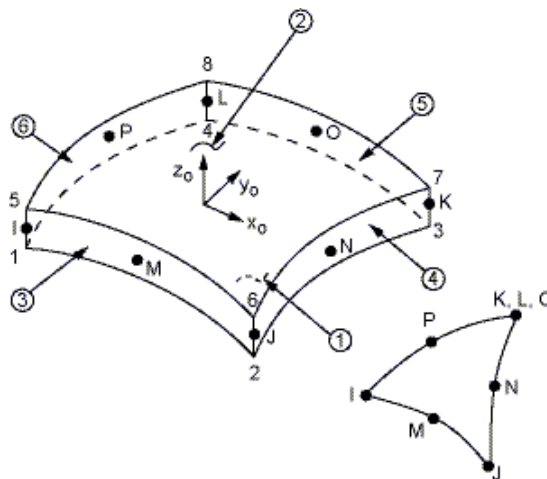


Рис. 3.2. Конфігурація скінченного елемента SHELL281

Елемент придатний також для аналізу оболонок середньої товщини. За допомогою спеціальних команд можна задати не тільки товщину елемента, але і кількість шарів за товщиною оболонки. А для кожного шару оболонки можна вказати кількість точок інтегрування, номер матеріалу, формат завдання товщини (MID – від серединної лінії, BOT – назовні, TOP – всередину) і орієнтацію матеріалу.

Діаграма деформування була побудована в інституті механіки ім. С. П. Тимошенко за даними випробувань ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля», а також за відомими літературними даними [83]. Значення напружень

одноосьового розтягування і відповідних деформацій подані на рис. 3.3.

Задача розглядалася в пружнопластичному формулюванні, а оскільки реальна конструкція є тонкою оболонкою ($h/r=4/67.1=0.05$ для ділянки з найбільшою товщиною), для розрахунку була обрана оболонкова модель. При цьому враховувалося реальне неосесиметричне закріплення.

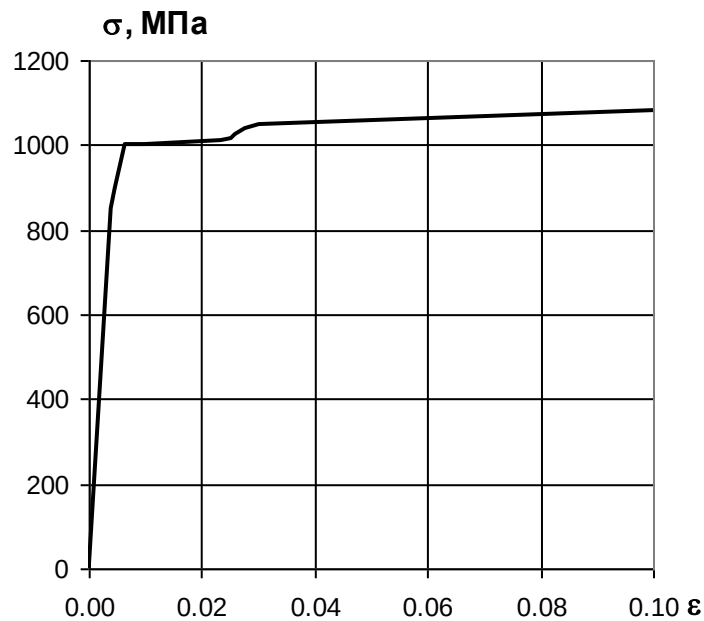


Рис. 3.3. Діаграма деформування сталі 25ХГСА

3.2.2 Розрахункові моделі конструкції. Геометричні характеристики оболонкової конструкції та параметри матеріалу (сталь 25ХГСА) наведені вище.

Було проведено розрахунки для 3-х різних моделей (рис. 3.4, а, б, в):

а) модель конструкції з горловиною і кришкою. При цьому як навантаження було обрано зусилля, що діє на бак, яке моделюється розподіленим навантаженням по горловині бака;

б) модель конструкції з кришкою без горловини. Навантаженням було зусилля, що діє на бак та моделюється розподіленим навантаженням по кришці бака і внутрішній тиск;

в) спрощена модель конструкції без горловини і кришки. Навантаженням вважався внутрішній надлишковий тиск.

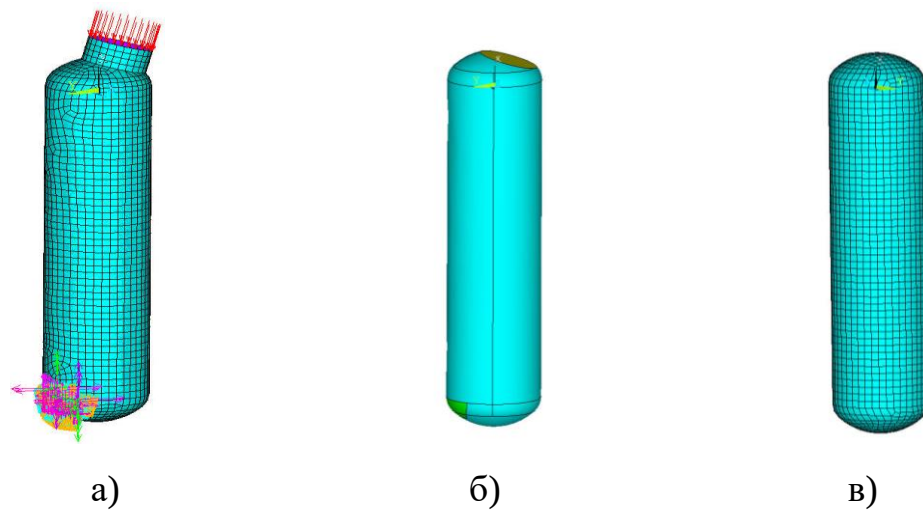


Рис. 3.4. Розрахункові моделі конструкції

Кріплення бака для всіх 3-х випадків однакове – жорстке закріплення в місці приєднання кронштейна.

3.2.3 Побудова скінченно-елементної моделі та реалізація процесу навантаження. Скінченно-елементні моделі розглянутої конструкції приведені на рис. 3.4. Слід зазначити, що розрахунок проводився для різних сіток (розмір елемента вибирався рівним 0.01; 0.005; 0.05 м). Подрібнення сітки збільшило розрахунковий час без підвищення якості розрахунку, а укрупнення сітки погіршило збіжність, тому був обраний оптимальний розмір елемента 0.01 м.

Навантаження для всіх трьох моделей, описаних в підрозділі 3.2.3, визначалося згідно з даними, наданими ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля»:

- а) дія стискаючої сили R згідно табл. 3.1;
- б) одночасна дія стискаючої сили R і внутрішнього надлишкового тиску P згідно табл. 3.1;
- в) внутрішній надлишковий тиск аж до руйнування.

Навантаження у всіх випадках відбувалося покроково: крок відповідав 0.01 МПа, та при необхідності подрібнювався.

Таблиця 3.1

Навантаження моделей внутрішнім тиском та стискаючою силою

Стискаюча сила R, Н	0	6250	12500	18750	25000	42500	0
Тиск P, МПа	0	2.5	5.0	7.5	10.0	17.0	0

З даних експерименту та проведених розрахунків бачимо, що після розвантаження в оболонці не залишилося залишкових пластичних деформацій. Тому, на третьому етапі навантаження (від 17 МПа), ми можемо спростити розрахункову схему до розгляду осесиметричної конструкції (оболонкової конструкції, що складається з циліндричної, тороїдальної і сферичної частин), при осесиметричному навантаженні і закріпленні. Навантаження проводимо тільки внутрішнім тиском.

3.2.4 Аналіз числових результатів. Далі наведемо результати розрахунків для 3-х різних моделей, описаних в розділі 3.2.2.

1) В результаті розрахунків конструкції з горловиною, на яку діє тільки стискаюча сила, стало очевидним, що внесок зусиль, переданих через горловину, мізерно малий. На рис. 3.5 видно, що дане зусилля не викликає пластичних деформацій, тому що $\sigma_{\text{emax}} = 371 \text{ МПа}$, що значно менше межі плинності;

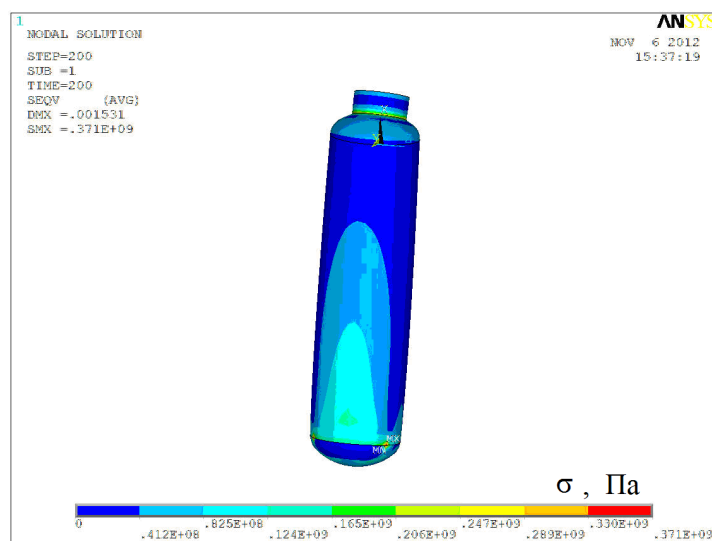


Рис. 3.5. Еквівалентні напруження за Мізесом

2) З попереднього розрахунку випливає, що впливом горловини можна знехтувати. Тому був проведений розрахунок конструкції без горловини, навантаженої зусиллям на кришку і внутрішнім надлишковим тиском. З отриманих результатів видно, що основний внесок в навантаження йде від внутрішнього тиску. Незначні пластичні деформації виникають тільки поблизу кронштейна (рис. 3.6), тому доцільно проводити розрахунок без урахування сили стискання. Це дозволяє розраховувати конструкцію як оболонку обертання, навантажену внутрішнім тиском.

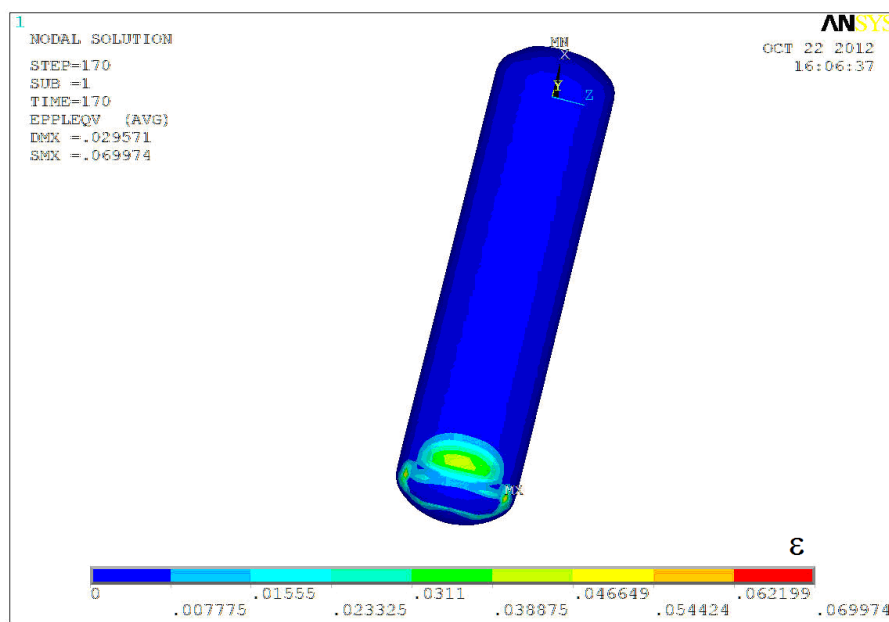


Рис. 3.6. Еквівалентні пластичні деформації за Мізесом

3) Зважаючи на вказане вище, далі будемо розглядати спрощену конструкцію.

Руйнівне навантаження за критерієм Мізеса досягнуто на 280-му кроці, при цьому $P_{\max} = 27,342$ МПа.

Далі показані результати розрахунків на 279-му кроці при навантаженні, що дорівнює 27,34 МПа. Це останній крок по навантаженню перед руйнуванням.

На рис. 3.8 - 3.11 показані напруження і деформації вздовж меридіана оболонки (рис. 3.7), що відповідають цьому моменту навантаження. Результати наведені для точок зовнішньої - TOP і внутрішньої - BOT поверхні.

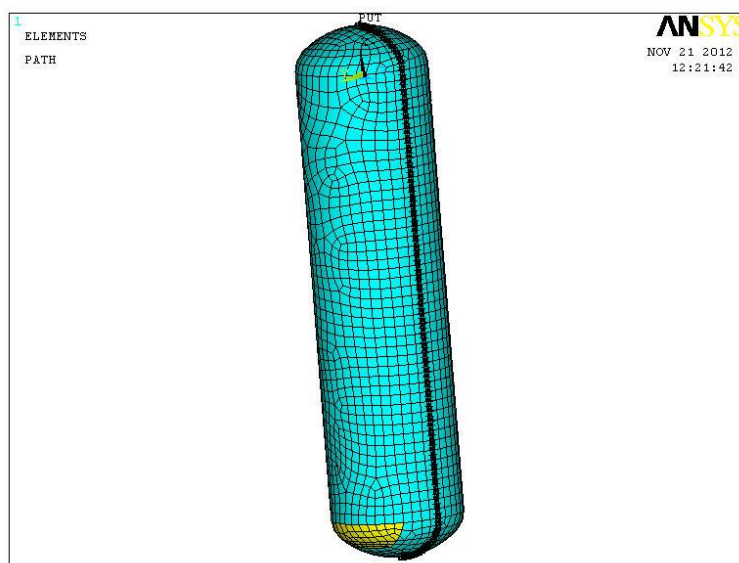


Рис. 3.7. Меридіан оболонки, що розглядається

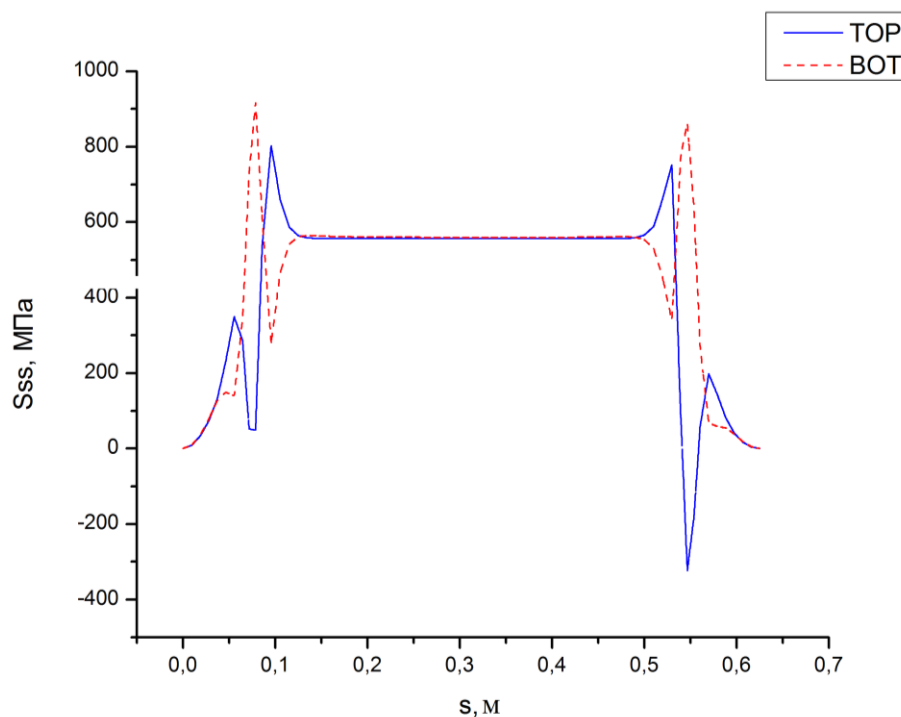


Рис. 3.8. Меридіональні напруження

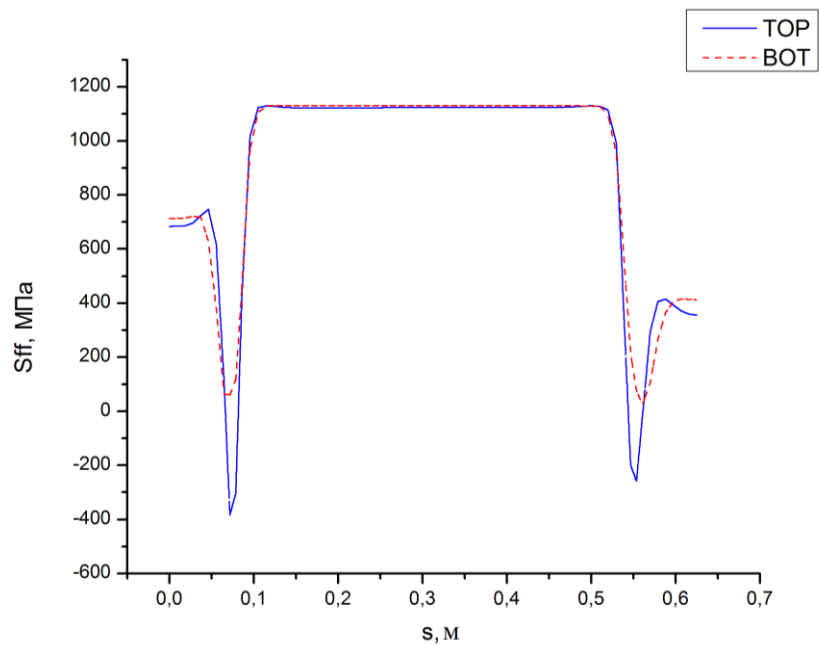


Рис. 3.9. Зміна окружних напружень уздовж меридіана

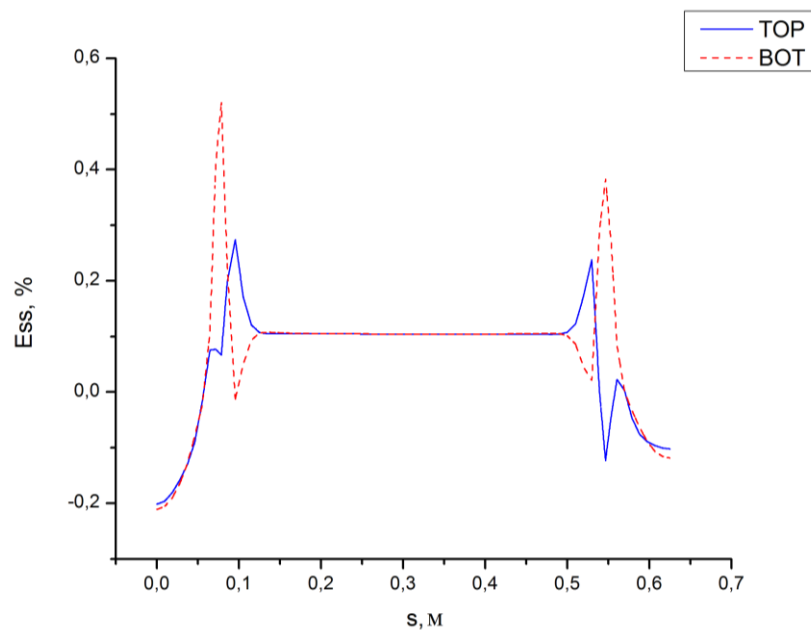


Рис. 3.10. Меридіональні деформації

Результати щодо напружень та деформацій уздовж меридіану оболонки демонструють значні сплески напружень та деформацій на сполученні торосферичних днищ з циліндричною частиною оболонки. Також тут помітна значна різниця між результатами на внутрішній та зовнішній частині оболонки. Найбільш суттєвими є окружні напруження в оболонці на її циліндричній частині (рис 3.9.), саме вони і вносять найбільший вклад в руйнування конструкції

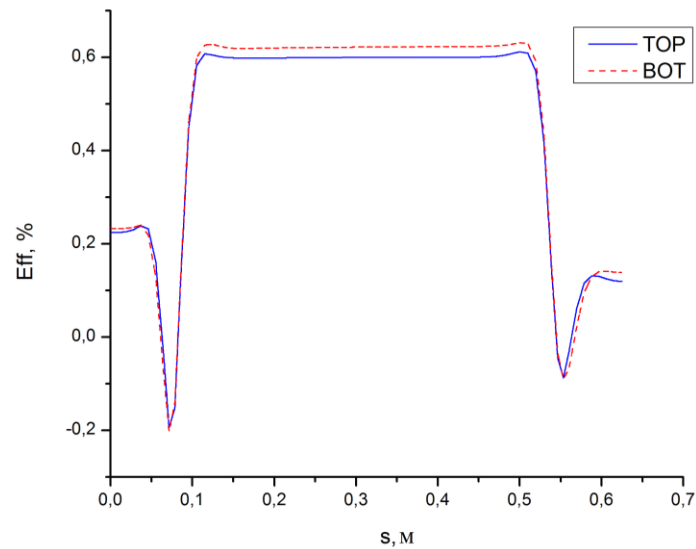


Рис. 3.11. Зміна окружних деформацій уздовж меридіана

3.2.5 Порівняння з експериментальними даними. В таблиці 3.2 надано результати експерименту і розрахунку на ANSYS Multiphysics для 10-и кроків навантаження 3 – го етапу: Р – внутрішній тиск, Е-деформації (у відсотках).

Для порівняння розрахункових і експериментальних даних обрані показання двох датчиків Е35, Е36 (рис. 3.1, перетин В-В) за величиною деформації в меридіональному і окружному напрямку для різних рівнів тиску.

Таблиця 3.2

Порівняння результатів розрахунку з експериментальними даними

Результати експерименту			Результати в ANSYS		
Р, МПа	Е35, %	Е36, %	Р, МПа	Е35, %	Е36, %
16.98	0.09	0.315	17.10	0.0658169	0.277345
17.27	0.091	0.32	17.60	0.0677266	0.285488
17.30	0.091	0.32	18.10	0.0696517	0.293631
17.39	0.095	0.335	20.10	0.0773571	0.326223
18.13	0.1	0.357	20.60	0.0792843	0.334377
19.18	0.103	0.37	21.10	0.0812112	0.342533
19.73	0.113	0.414	21.60	0.0831388	0.350692
21.76	0.121	0.448	23.60	0.0908757	0.384262
22.67	0.127	0.484	24.10	0.0928259	0.405258
24.24	0.135	0.585	24.60	0.0947605	0.430416

На рис. 3.12 наведені графіки, побудовані за результатами таблиці 3.2, що характеризують розрахункові та експериментальні дані для окружних і меридіональних деформацій. Суцільні лінії відповідають результатам розрахунків, точки - експериментальним даним.

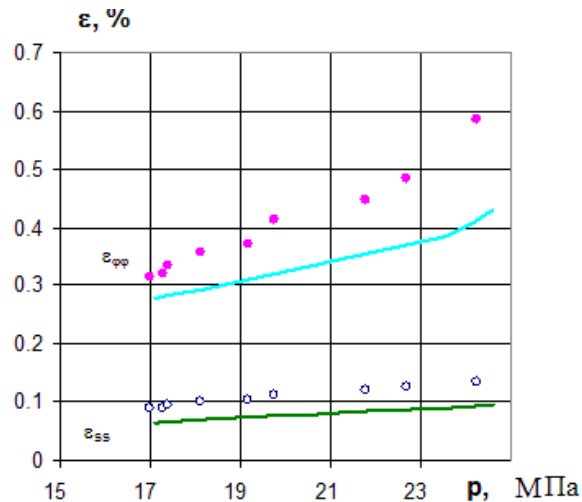


Рис. 3.12. Порівняння розрахункових і експериментальних даних

За даними експерименту руйнівне навантаження становить 25 МПа, а за результатами розрахунку методом скінченних елементів - 27,34 МПа. Різниця результатів склала близько 10 %.

3.3 Моделювання руйнування оболонкової конструкції з використанням тривимірних скінченних елементів

В цьому підрозділі задача визначення руйнівної навантаження на конструкцію сформульована в тривимірному осесиметричному формулюванні. Такі розрахунки дозволяють уточнити характер НДС, особливо в зоні сполучення тороїдальної, сферичної і циліндричної частин оболонки.

3.3.1 Формулювання задачі визначення руйнівного навантаження. В якості об'єкта дослідження в цьому підрозділі вибрано тіло обертання, розрахункова схема якого показана на рис 3.13. Розглядаємо осесиметричне формулювання. Закріплення судини-жорстке защемлення в області патрубка.

Розв'язними рівняннями для скінченного елемента є рівняння теорії пружності (3.1)-(3.6). Переваги зазначеного елемента обумовлені тим, що він може мати довільну просторову орієнтацію, задаватися як у формі тетраедра, так і піраміди і призми. Цей елемент дозволяє моделювати досить загальні геометричні особливості даної конструкції, наприклад, різкі зміни товщини, наявність кутових точок, і т.д., враховувати пластичність, повзучість, гіперпружність, зміцнення, геометричну нелінійність. Використання обраного елемента дозволяє також враховувати анізотропію матеріалу, залишкові напруження і температурні навантаження.

Задача розглядалася в пружнопластичному формулюванні. Діаграма деформування представлена на рис. 3.3.

3.3.2 Побудова скінченно-елементної моделі та опис процесу навантаження. Скінченно-елементна модель розглянутої конструкції, з урахуванням симетрії приведена на рис. 3.15.

Кількість скінченних елементів по товщині моделі 3, а вздовж меридіана 103. Сумарна кількість елементів-5780.

Збільшення кількості елементів (до 11500) не призвело до істотної зміни результатів, що свідчить про достатню якість обраної сітки для отримання достовірних результатів.

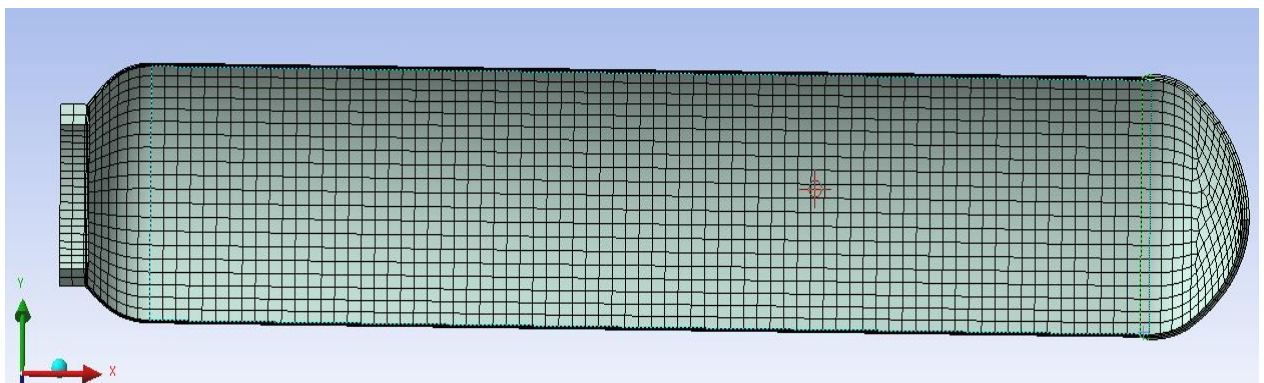


Рис. 3.15. Скінченно-елементна модель конструкції

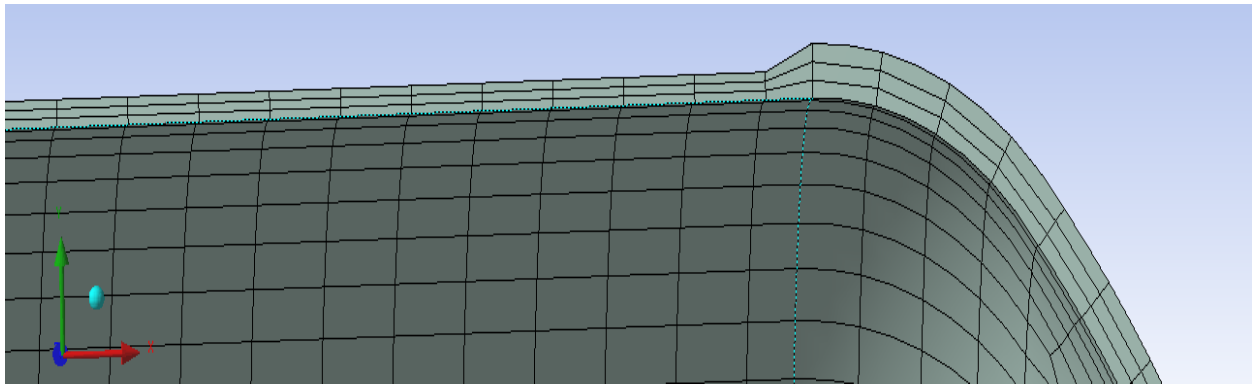


Рис. 3.16. Скінченно-елементна сітка в перетині модельної оболонки

Навантаження оболонки відбувалося шляхом нарощування тиску до величини руйнівного навантаження. В якості критерію руйнування в ANSYS Workbench прийнятий критерій максимальної деформацій, саме він і обраний в цьому дослідженні.

Навантаження посудини здійснювалося за вісім етапів. У разі необхідності дроблення кроку для уточнення розв'язку використовувалась опція ANSYS - «automatic time stepping».

Етапи навантаження наведені в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3

Тиск на оболонкову конструкцію за етапами навантаження

Етап N	1	2	3	4	5	6	7	8
Тиск, МПа	2,5	5,0	7,5	10,0	17,0	20,0	25,0	29,0

3.3.3 Аналіз числових результатів. Розрахунок було закінчено за критерієм максимальної деформацій в момент досягнення тиском величини 27,4568. Наведемо результати розрахунку для двох моментів: навантаження 22,24 МПа та руйнування 27,4568 МПа.

Максимальне еквівалентне напруження за Мізесом для моменту навантаження 22,24 МПа склало 865 МПа, і було досягнуто на внутрішній поверхні тора (рис.3.17).

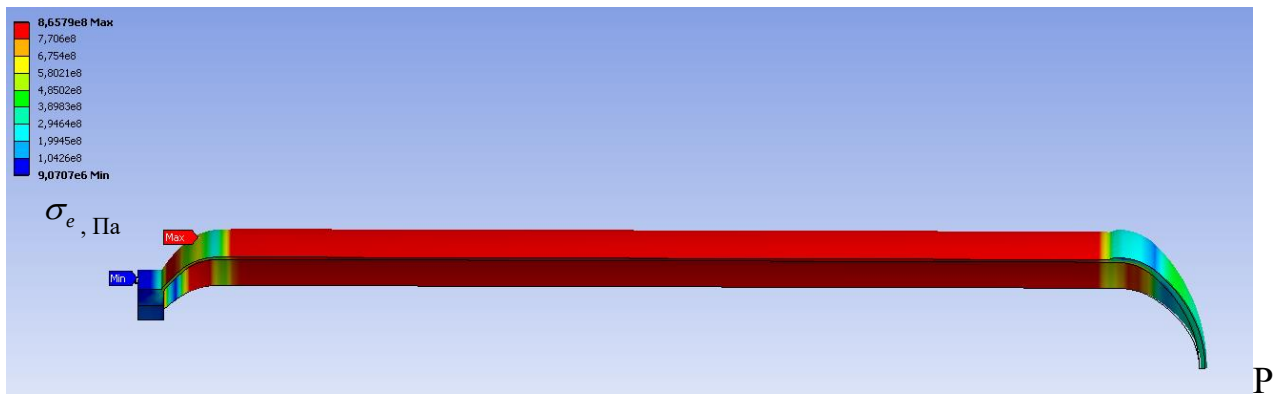


Рис. 3.17. Максимальне еквівалентне напруження під дією тиску 22,24 МПа

Під дією руйнівного тиску, що складає 27,4568 МПа, максимальне еквівалентне напруження по Мізесу склало 1055,5 МПа, його було досягнуто в циліндрі, на внутрішній поверхні в зоні, що показана на рис. 3.17.

Контур недеформованого меридіана показаний на малюнку 3.18 чорною лінією.

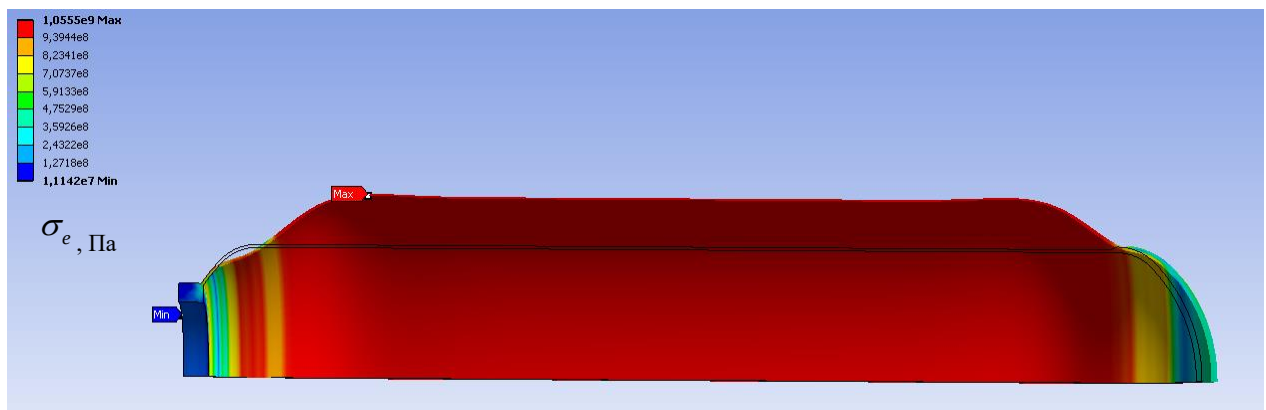


Рис. 3.18. Максимальне еквівалентне напруження при тиску 27,4568 МПа

Графік розподілу еквівалентного по Мізесу напруження вздовж осі оболонки для руйнівного тиску представлений на рис. 3.19; зелений колір відповідає внутрішній поверхні, червоний - зовнішній.

Значення максимальних еквівалентних напружень на внутрішній і зовнішній поверхнях практично не відрізняються (значення інтенсивності напружень за Мізесом на поверхнях відрізняються в четвертому знаку).

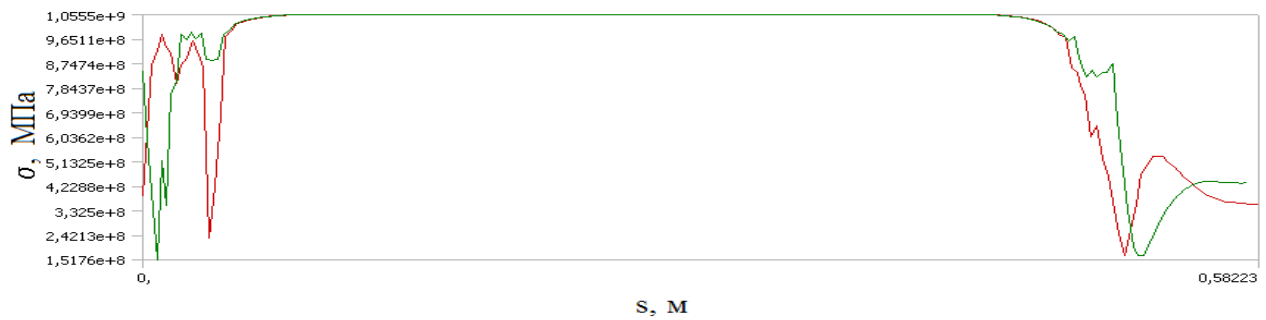


Рис. 3.19. Еквівалентне напруження вздовж меридіана оболонки

Далі представлені результати, що характеризують пластичні деформації. На рис. 3.20 показана еквівалентна пластична деформація при навантаженні в 22,24 МПа (максимум 0,32 %).



Рис. 3.20. Еквівалентна пластична деформація при тиску 22,24 МПа

У момент руйнування, при навантаженні в 27,4568 МПа максимальна пластична деформація 9,5% досягається в циліндрі, на внутрішній його стороні, в зоні показаної на рис. 3.21.



Рис. 3.21. Еквівалентна пластична деформація при тиску 27,4568 МПа

Слід зазначити, що пластичні деформації з'являються при тиску, що перевищує 17,0 МПа.

3.3.4 Порівняння з експериментальними даними. За даними експерименту руйнівний тиск склав 25,07 МПа, а за результатами розрахунку 27,46 МПа. Різниця склала близько 10 %.

Далі наведемо порівняння розрахункових і експериментальних даних щодо деформацій.

Порівняємо експериментальні і розрахункові окружні деформації в зоні датчика E36. Внаслідок геометричних особливостей об'єкта тут спостерігається найменший вплив як умов закріплення, так і відмінностей в реальній та розрахунковій моделях.

На рис. 3.22 показано розподіл окружних деформацій при навантаженні в 22,24 МПа.

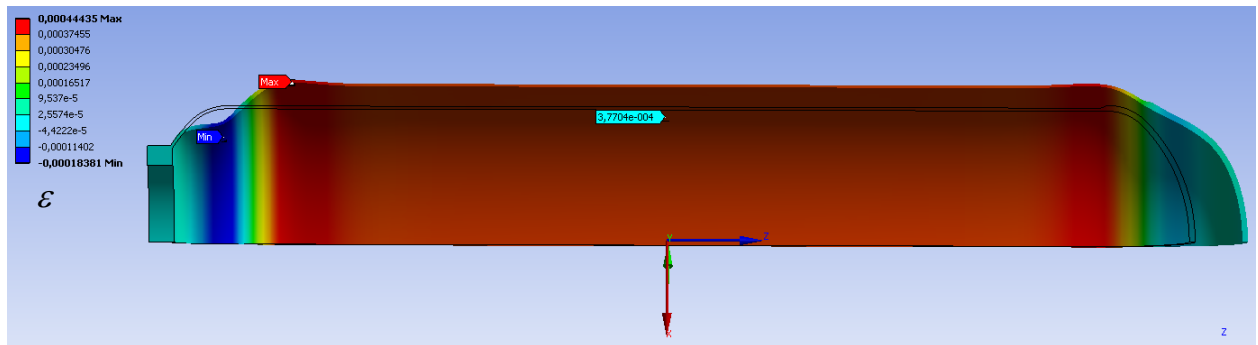


Рис. 3.22. Розрахункова окружна деформація при навантаженні 22,24 МПа

Окружна деформація при навантаженні в 22,24 МПа склала 0,534 %.

Графік зростання пластичної деформації від навантаження показаний на рис. 3.23.

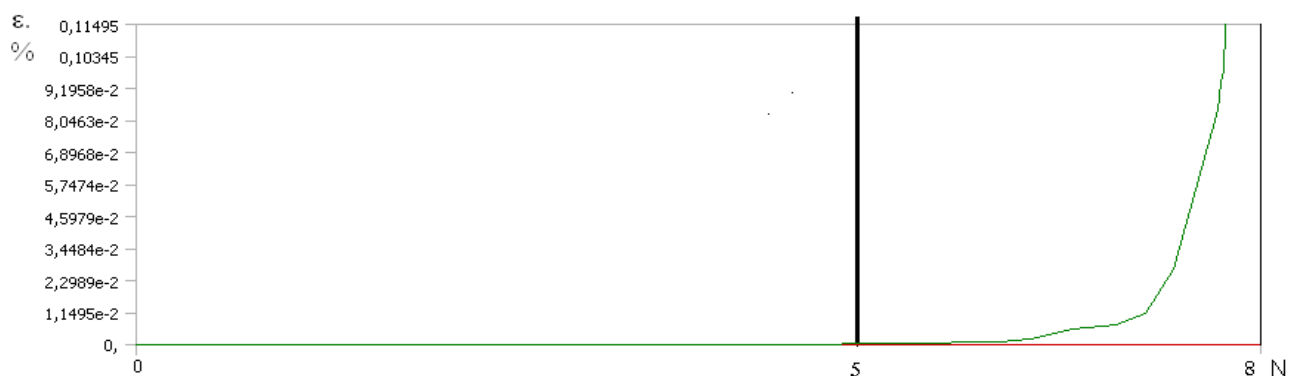


Рис. 3.23. Залежність пластичних деформації від етапів навантаження

Таким чином, на початкових етапах навантаження, деформації оболонки малі. Після подолання тиском етапу навантаження $N=5$, що відповідає тиску 17 МПа, спостерігається зростання деформації, поява пластичних зон, що призводить до руйнування.

Відзначимо, що для оболонкової моделі використаний критерій Мізеса, а для тіла обертання – максимальної інтенсивності пластичних деформацій, що є особливістю пакетів ANSYS і ANSYS Workbench.

Обидва підходи дали приблизно однакове граничне навантаження: з використанням елементів Shell281 – 27,342 МПа, з використанням елементів Solid186 – 27,456 МПа. Різниця результатів становить не більше 1 %.

3.3.5 Розрахунок руйнівного навантаження за уточненою моделлю. В даному підрозділі задача визначення руйнівного навантаження на конструкцію сформульована в тривимірному формулюванні з симетрією відносно однієї площини координат, врахуванням кронштейну з жорстким закріпленням, двох патрубків з заглушками на торосферических частинах оболонки, і з потовщенням, ближчим до одного з днів відповідно до креслення, рис. 3.24

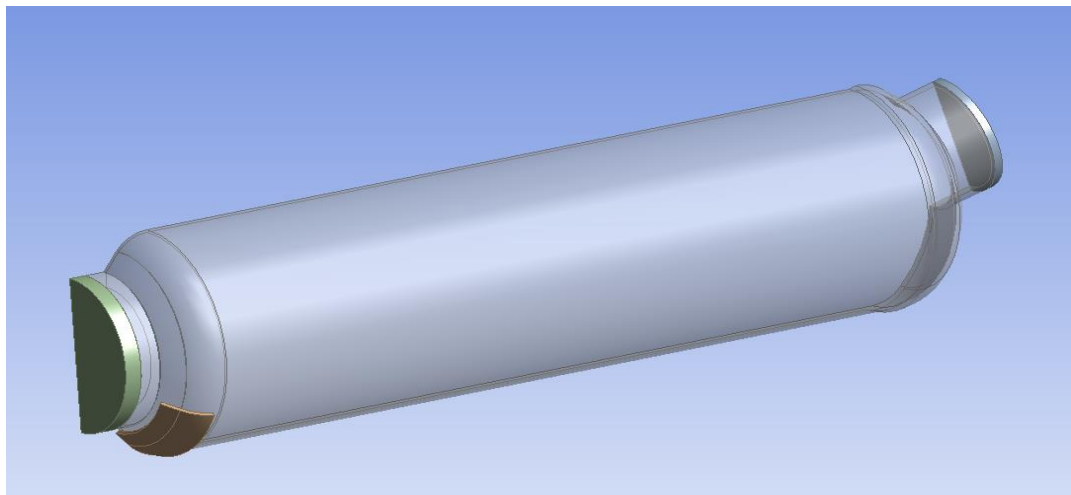


Рис. 3.24. Уточнена модель конструкції

Для моделювання були використані об'ємні (3D) 20-і вузлові скінченні елементи типу Solid186; опис цього елемента дано в підрозділі 3.3.1. Закріплення посудини - жорстке закріплення кронштейна.

Задача розглядалася в пружнопластичному формулюванні. Діаграма деформування подана на рис.3.3.

Скінченно-елементна модель розглянутої конструкції, з урахуванням симетрії щодо однієї площини координат приведена на рис. 3.25. Кількість елементів по товщині моделі 3, а вздовж меридіана 103. Сумарна кількість елементів-12937. Збільшення кількості елементів (до 30502) не призвело до істотної зміни результатів.

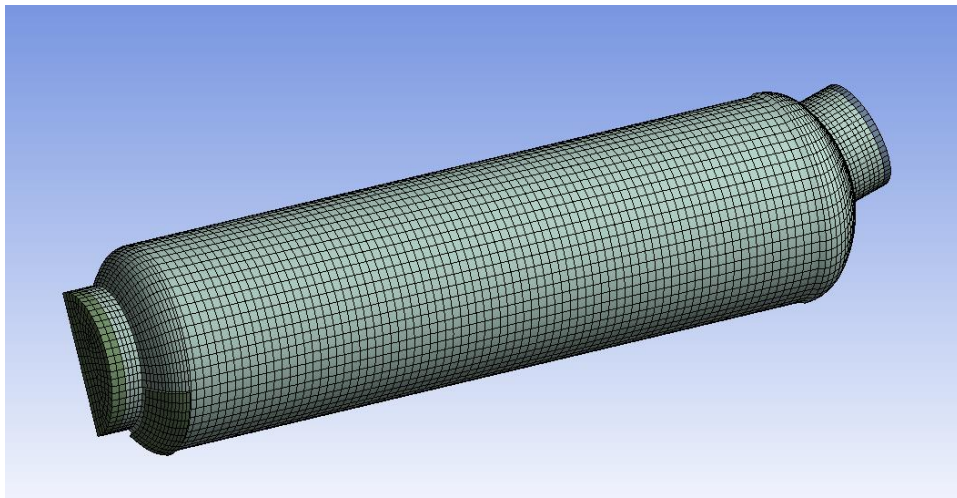


Рис. 3.25. Скінченно-елементна модель уточненої конструкції

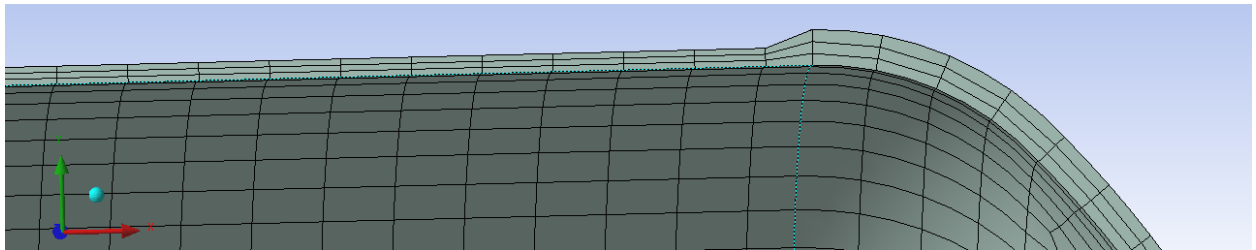


Рис. 3.26. Сітка в перетині модельної оболонки

Навантаження оболонки відбувалося таким самим чином, як і в основному розрахунку, а саме шляхом нарощування тиску до величини руйнівного.

Результати розрахунку практично повністю збігаються з результатами для спрощених моделей, незначно порушується лише їх осесиметричність через появу кронштейна, який сприяє зміцненню частини конструкції.

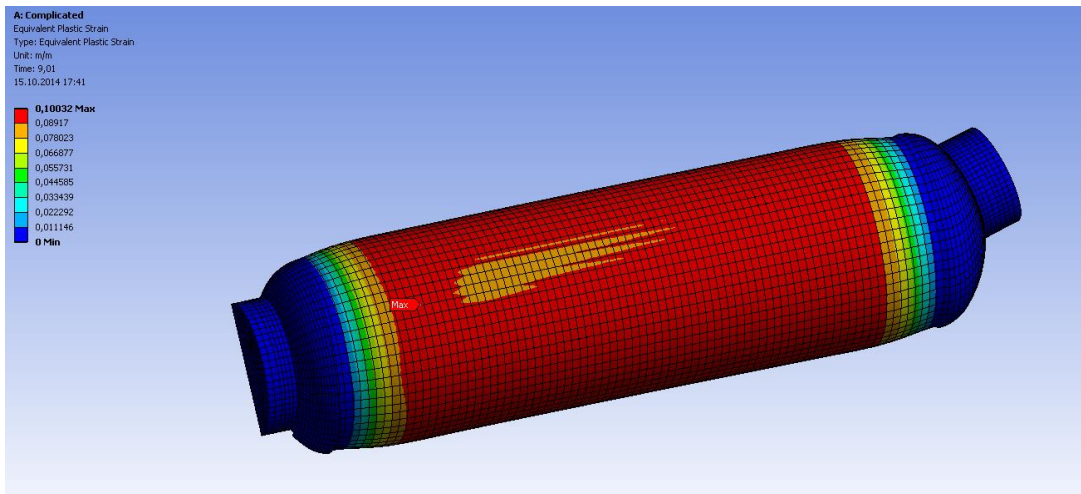


Рис. 3.27. Еквівалентна пластична деформація під дією внутрішнього тиску 27,5050 МПа

Графік зростання пластичної деформації в залежності від навантаження показаний на рис. 3.28.

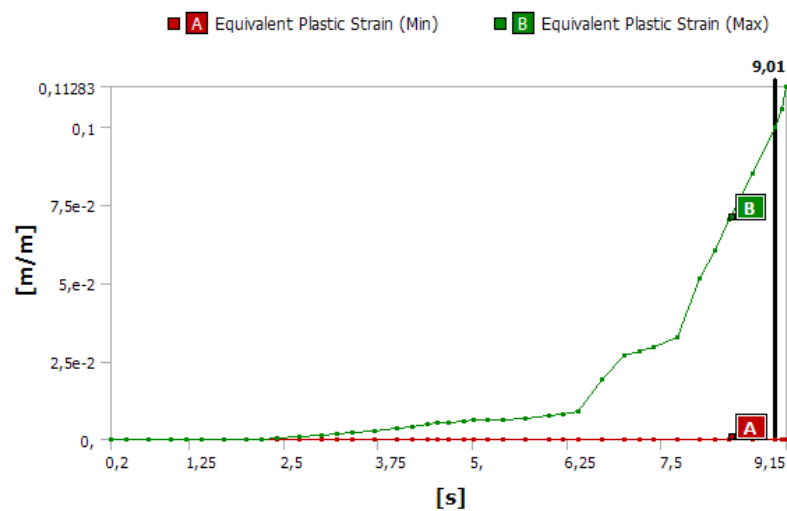


Рис. 3.28. Залежність швидкості росту пластичних деформацій від прогресу навантаження.

Слід зауважити, що для спрощеного варіанту розрахунку, описаного в підрозділі 3.3.5, руйнівний тиск, отриманий зі значення пластичної деформації, становить 27.5315[МПа], а для уточненого варіанту розрахунку він становить 27.5050 [МПа]. Настільки незначна різниця в результатах свідчить про можливість використання спрощених моделей.

3.4 Висновки за розділом 3

Розроблено методику розрахунку руйнівного тиску на оболонкову конструкцію на основі ПК ANSYS, що відповідає етапам проведення експерименту ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля».

Дані розрахунків довели, що при визначенні руйнівного тиску задачу пошуку руйнівного навантаження можна розглядати в осесиметричному формулюванні.

Встановлено, що використання тривимірних елементів недоцільно, так як відмінність даних розрахунків з визначення руйнівного навантаження з використанням оболонкових і просторових скінченних елементів становить не більше 1 %.

За даними розрахунків руйнування починається на внутрішній поверхні посудини, проте інтенсивності напружень за Мізесом на внутрішній і зовнішній поверхнях відрізняються лише в четвертому знаку.

Результати розрахунків узгоджуються з експериментальними даними ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля» (різниця становить 10 %).

Слід зауважити, що для спрощеного варіанту розрахунку, описаного в розділі 3, руйнівний тиск, отриманий із значення пластичної деформації, становить 27.5315[МПа], а для ускладненого варіанту розрахунку він же становить 27.5050 [МПа].

Незначна різниця в результатах, отриманих за різними моделями, свідчить про можливість використання спрощених моделей не лише при віртуальних, а й при натурних випробуваннях.

Наукові результати, що подано в розділі 3, опубліковані в роботах [2, 16].

РОЗДІЛ 4

СТАТИЧНІ ТА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРФОРОВАНИХ ОБОЛОНКОВИХ СИСТЕМ

Четвертий розділ присвячено дослідженню напружено-деформованого стану циліндричної оболонки з періодичною системою отворів. Вважається, що рух оболонки здійснюється під впливом короткочасного інтенсивного силового навантаження. Запропоновано метод дослідження руйнівних навантажень при короткочасних силових впливах на перфоровану циліндричну оболонку

4.1 Теоретичне підґрунтя та основні розрахункові рівняння

Відзначимо, що формулювання початково-крайової задачі (2.1) – (2.2), (2.4) – (2.6) у переміщеннях слушне як для пружного, так і для пластичного деформування, але зв'язок між деформаціями та напруженнями є відмінним в цих формулюваннях.

Розв'язок задачі з визначенням зв'язком між деформаціями та напруженнями дозволяє визначати компоненти вектору переміщень $U(x, t)$ для будь якої точки твердого тіла x , як неперервні за часом функції, не зважаючи на те, до якої деформаційної зони належить ця точка у конкретний момент часу.

Передбачається, що в процесі навантаження виникають пластичні деформації. Теорію малих пружно-пластичних деформацій застосовуємо доти пластична частина деформацій є малою в порівнянні з пружною. При очікуванні значного рівня пластичних деформацій переходимо до застосування моделі Купера – Саймондса [119]. При цьому обчислюємо швидкості деформацій і використовуємо зв'язок між швидкостями деформацій та напруженнями. Як критерій руйнування використовуємо залежність

$$\sigma_{eq}^d = \sigma_{eq} \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}_{eq}}{D} \right)^{\frac{1}{n}} \right], \quad (4.1)$$

де D, n є сталими матеріалу, інтенсивність швидкостей деформацій $\dot{\epsilon}_{eq}$ обчислюється за формулою

$$\dot{\epsilon}_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22})^2 + (\dot{\epsilon}_{22} - \dot{\epsilon}_{33})^2 + (\dot{\epsilon}_{33} - \dot{\epsilon}_{11})^2 + \frac{3}{2}(\dot{\epsilon}_{12}^2 + \dot{\epsilon}_{23}^2 + \dot{\epsilon}_{31}^2)}. \quad (4.2)$$

Вираз (4.1) є динамічною границею плинності. Рівняння (3.10) узагальнюються таким чином

$$\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0 = \frac{2}{3} \frac{\sigma_{eq}^d}{\dot{\epsilon}_{eq}} \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{eq}}{\sigma_{eq}^d} (\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0), \quad \sigma_{eq}^d = \Phi(\dot{\epsilon}_{eq}). \quad (4.3)$$

В рівняннях Прандтля-Рейса приріст пружних деформацій вважаємо малим по відношенню до приросту пластичних деформацій. Далі знаходимо швидкості деформацій та напруження на кожному кроці за часом.

Вибирається також критерій руйнування. В цьому дослідженні це критичне значення еквівалентної деформації ϵ_{dstr} . Моделювання процесу локального руйнування матеріалу реалізується наступним чином. Коли еквівалентні деформації сягають свого граничного значення, матеріал конструкції вважається зруйнованим, а час, за який отримано це граничне значення, визначається як час руйнування.

При високошвидкісному, імпульсному навантаженні в конструкції виникають напруження різної природи, що поширюються з певними швидкостями у вигляді хвиль збурення (навантаження, розвантаження і віддзеркалення), звані хвилями напружень. Залежно від природи хвиль напружень області збурення поділяються на первинні і вторинні. Первинною є область збурень хвилі навантаження, так як при відсутності її не існує хвиль розвантаження і віддзеркалених; відповідно області збурень хвиль розвантаження і віддзеркалених хвиль вважаються вторинними. Вони завжди знаходяться всередині області збурень хвилі і є областями з початковими напруженнями і деформаціями.

Навантаження, що діє на конструктивні елементи, представлені у вигляді таблиці, в якій показано зміну тиску як функції часу. Задається також мультилінійна або білінійна діаграма розтягування, що характеризує зону пластичної течії. Вибирається критерій руйнування. Метою дослідження є прогноз руйнування розглянутого конструктивного елемента, встановлення моменту часу, в який відбувається руйнування. На підставі розрахунків проведено дослідження зі зміни параметрів конструктивного елемента для поліпшення міцності і збільшення часу працездатності до моменту руйнування конструкції.

4.2 Циліндрична оболонка під дією рівномірно розподіленого навантаження. Тестова задача

Задля дослідження можливості використання програмного комплексу Ansys при розв'язанні задач динаміки тіл при швидкісному динамічному навантаженні був проведений тестовий розрахунок.

Була розглянута сталева циліндрична оболонка (рис. 4.1.), що має наступні геометричні та фізичні властивості: довжина $l=1.5$ м; радіус серединної поверхні $a=0,3$ м; товщина $h=0,043$ м; модуль Юнга $E=210$ ГПа; коефіцієнт Пуассона $\nu=0,3$ [110].

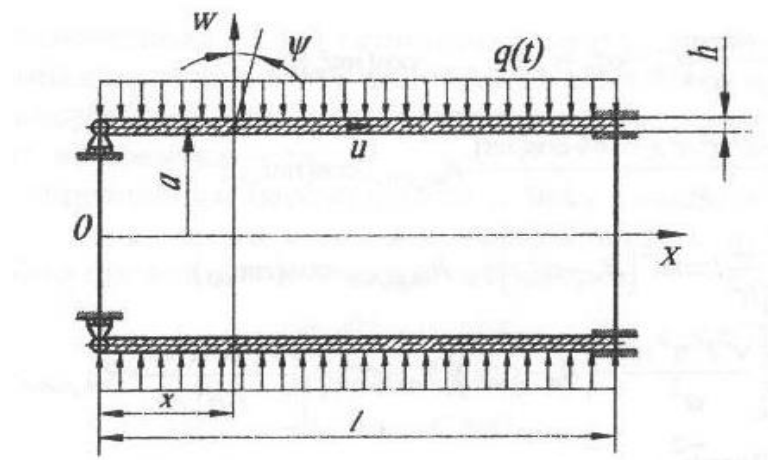


Рис. 4.1. Досліджувана механічна система з рівномірно розподіленим навантаженням

Максимальне значення рівномірно розподіленого навантаження дорівнювало $q_0=0,1$ МПа/м², тривалість впливу навантаження $t=0,00046$ с. час розрахунку $t = 0,001$ с. Закріплення країв моделі реалізовано як заборона руху у всіх напрямках, крім поздовжнього. Здійснювалася заборона повороту нормалі на дальній кромці конструкції.

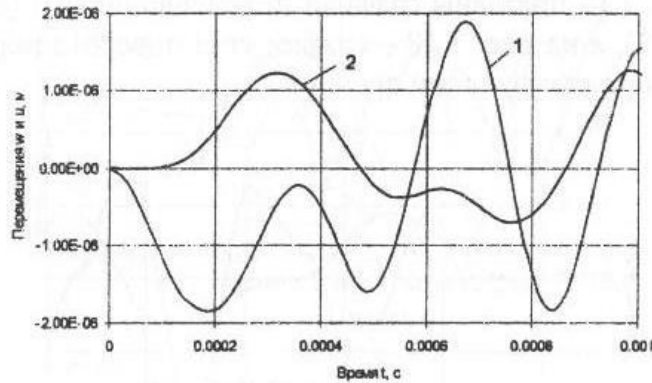


Рис. 4.2. Поперечні і поздовжні переміщення обраної точки серединної поверхні

Результати отримані для точки з поздовжньою координатою, рівною $L_0=0,75$ у вигляді графіків залежностей поздовжніх і поперечних переміщень цієї самої точки від часу. Наведені вище дані взяті з монографії [120].

Наведемо результати розв'язання зазначеної тестової задачі в Ansys. Була створена якісна скінченно-елементна сітка за допомогою методу одноманітних скінченних елементів, пріоритетом якого є рівносторонні елементи однакового розміру, які якнайкраще підходять для динамічного аналізу. Скінченно-елементна модель налічує 2300 скінченних-елементів

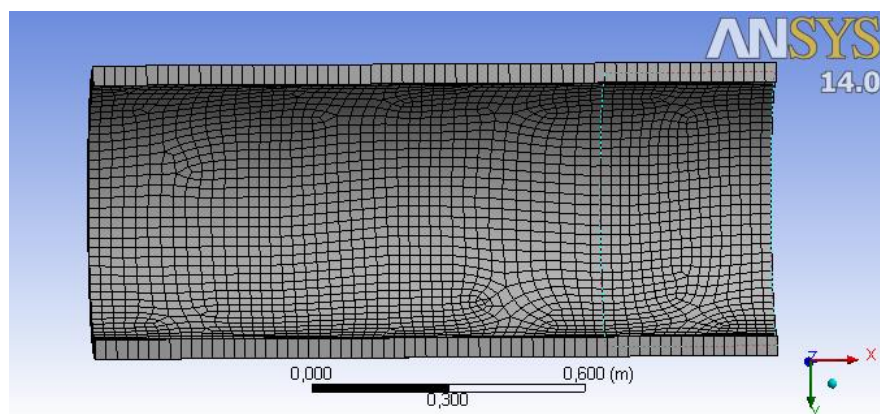


Рис. 4.3. Скінченно-елементна модель тестової конструкції



Рис. 4.4. Графік впливу зовнішнього рівномірно розподіленого тиску в залежності від часу

Результати розрахунків наведено на рис. 4.5 та рис. 4.6.

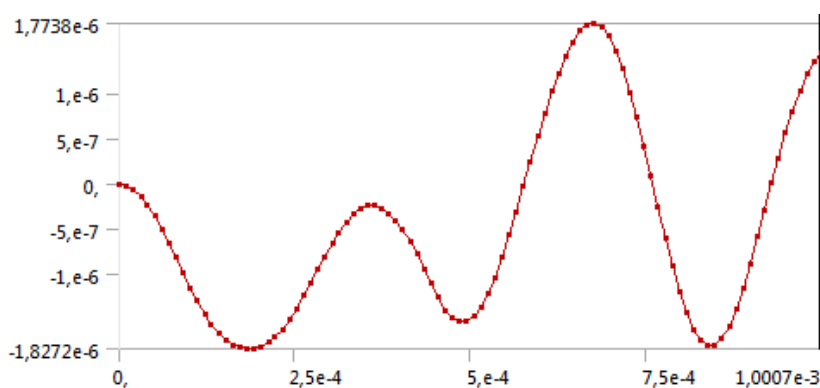


Рис. 4.5. Поперечні переміщення обраної точки серединної поверхні

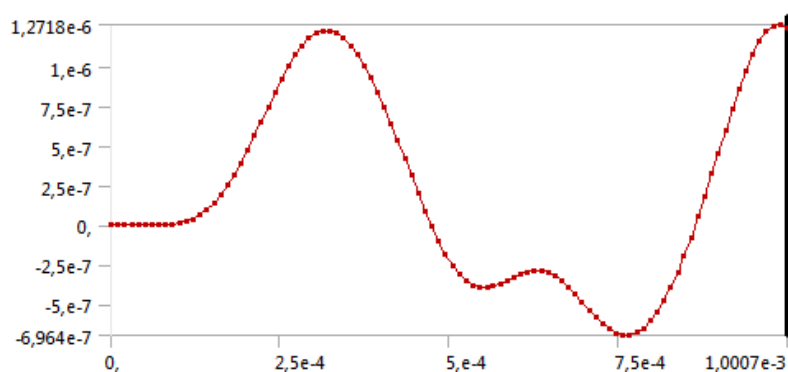


Рис. 4.6. Поздовжні переміщення обраної точки серединної поверхні

З отриманих результатів розрахунку видно, що графіки поздовжніх і поперечних переміщень точки серединної поверхні повністю збігаються з тими ж графіками, отриманими аналітичним шляхом у монографії [120].

Таким чином, розроблена методика з використанням програмного комплексу Ansys дозволяє отримувати достовірні результати для задач динаміки оболонок при імпульсному навантаженні.

4.3 Перфорована оболонкова конструкція

Розглянуто задачу про швидкісне деформування циліндричної оболонки, ослабленої системою отворів. Конструкція циліндричної оболонки показана на рис. 4.7. Для вирішення поставленого завдання в скінченно-елементному комплексі був виконаний ряд простих кроків, а саме:

- налаштування матеріалу і вибір критерію руйнування;
- створення спрощеної моделі конструкції;
- побудова якісної скінченно-елементної сітки;
- реалізація процесу навантаження і вибір параметрів розрахунку;
- ознайомлення з отриманими результатами та їх перевірка.

4.3.1 Формулювання задачі та створення геометричної моделі. У геометричному редакторі, була створена спрощена геометрична модель для розрахунку. Вироблений ряд змін був спрямований на спрощення та прискорення розрахунку. Спрощенню піддалися пояски і Фланці, також для прискорення розрахунку було введено 2 площини симетрії, залишивши до розрахунку одну чверть вихідної конструкції. Результатом роботи виявилася геометрична модель, представлена на рис. 4.7. Фізико-механічні властивості для матеріалу Сталь 30ХГСА подані в табл. 4.1

Таблиця 4.1

Фізико-механічні властивості матеріалу Сталь 30ХГСА

ρ , кг/м ³	E, ГПа	ν	$\sigma_{0,2}$	σ_B , МПа	δ , %	D, 1/с	n
7850	213	0,3	834	1059	10	3000	3

З метою введення властивостей матеріалу в розрахунок був створений новий матеріал з параметрами згідно таблиці 4.1 та білінійної діаграмою розтягування-стиснення. Також тут був обраний критерій руйнування по деформації, рівний відносному подовженню матеріалу δ . У разі досягнення локальної пластичної деформацією своєї межі для обраного матеріалу елемент, в якому це сталося, автоматично видаляється з розрахунку, тим самим послаблюючи модель оболонкової конструкції.

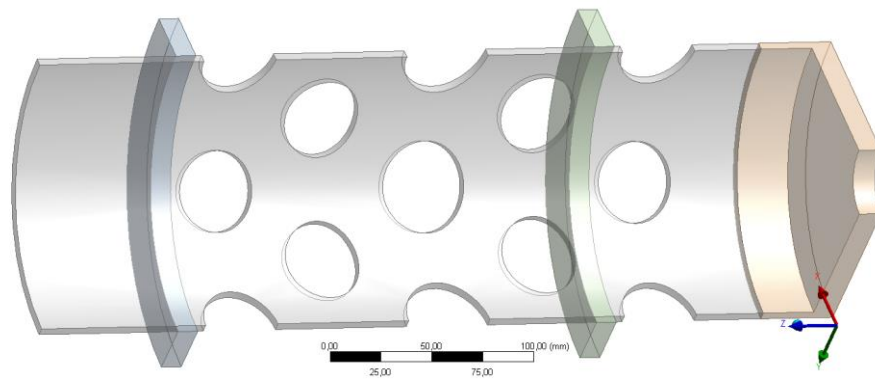


Рис. 4.7. Розрахункова геометрична модель конструкції

Основні параметри розрахункової геометричної моделі: діаметр зовнішній 190мм; товщина стінки 4 мм; довжина моделі 430мм; довжина моделі без фланця 390мм; висота пасків 25мм; ширина пасків 11мм; діаметри 1,2,4,5 кілець отворів 40мм; діаметри третього кільця отворів 45мм; кількість отворів в кільці 8шт.

4.3.2 Створення скінченно-елементної моделі. Опис процесу навантаження. Розроблення скінченно-елементної моделі відбувалося за відомим алгоритмом. Була також створена якісна скінченно-елементна сітка за допомогою методу одноманітних скінченних елементів, пріоритетом якого є рівносторонні елементи однакового розміру, які якнайкраще підходять для динамічного аналізу. Також були створені локальні подрібнення сітки в найбільш слабких і небезпечних місцях конструкції[121]. Такими місцями є кільця отворів найбільших діаметрів, що знаходяться між двох пасків конструкції. Фінальна скінченно-елементна сітка (рис. 4.8) налічує більше 35

тисяч скінченних елементів зі середньою якістю елемента більше 0,85, що є гарним результатом для оболонкової моделі даної геометрії.

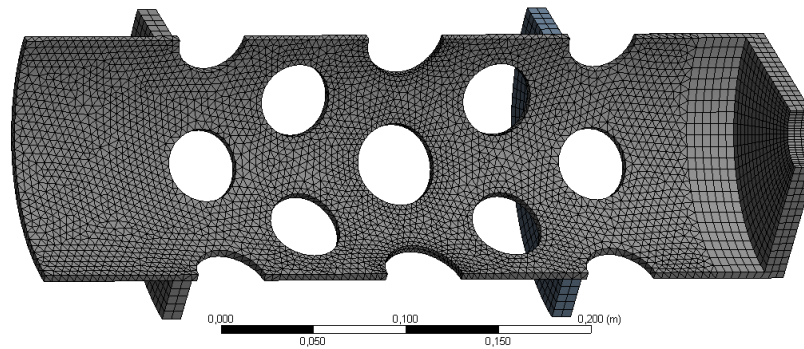


Рис. 4.8. Скінченно-елементна модель конструкції

При роботі з налаштуваннями вирішувача необхідно застосувати умови навантаження. В даному випадку навантаження відбувається шляхом прикладання тиску до внутрішньої поверхні оболонки, включаючи один з її фланців, що викликає не тільки меридіональні напруження, але й ті, що направлені на розтягнення. Навантаження, що змінюються за величиною в часі, задавалися в табличному вигляді. Закріплення оболонки застосовується у вигляді жорсткого зацмлення по контуру оболонки. Даний вид закріплення є найбільш простим та популярним і дозволяє запобігти руху приєднаних елементів.

В налаштуваннях розрахунку була обрана тривалість - 4 мс, що дорівнює тривалості дії навантаження. Також була використана «ерозія елементів», що видаляє зруйновані елементи в процесі розрахунку, це дозволило візуалізувати процес руйнування. Також це дозволило значно полегшити перебіг розрахунку, попередивши виникнення критичних незбіжностей. Рішення про видалення елемента приймається на основі діаграми розтягування - стиснення матеріалу, а саме перевищення поточною деформацією максимального можливого значення для даного матеріалу. На рис. 4.9 та рис. 4.10 відображено модель конструкції з поверхнею прикладання навантаження та графік залежності навантаження від часу.

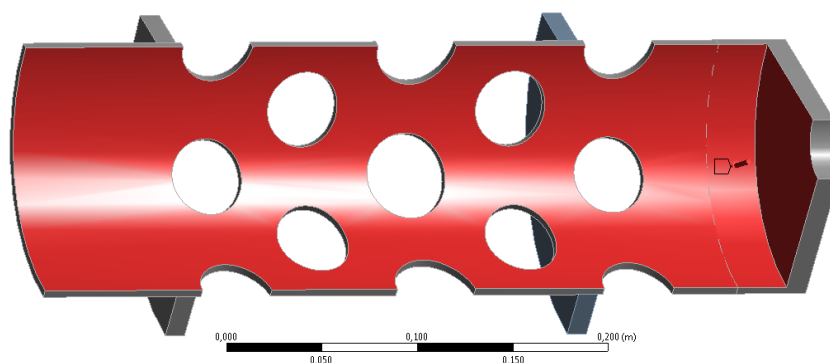


Рис. 4.9. Поверхня прикладення навантаження до оболонки

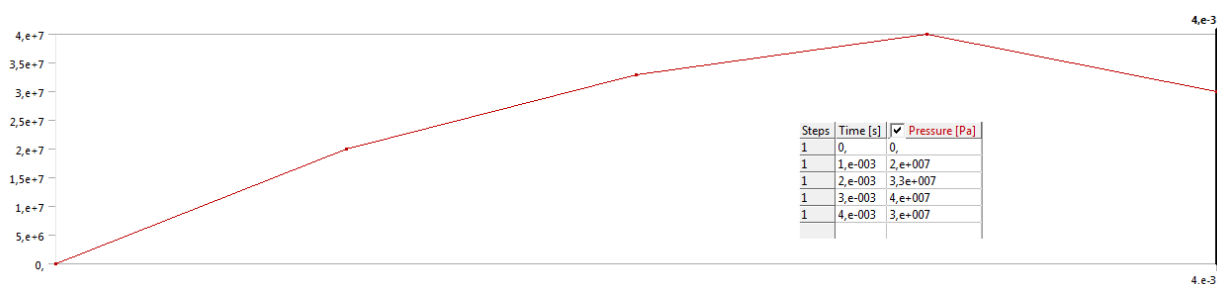


Рисунок 4.10. Графік навантаження оболонки за часом

Числові значення навантажень були взяті з вхідних даних, наведених у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2

Залежність внутрішнього тиску від часу розрахунку

t(мс)	0	1	2	3	4
P, МПа	0	200	330	400	300

4.3.3 Аналіз результатів розрахунку. Початкова задача розрахунку полягає у визначенні напружено деформованого стану конструкції, моменту початку руйнування оболонки, а також факту руйнування.

Слід врахувати, що при таких високих напруженнях початок розвитку тріщини (початок руйнування конструкції) і момент зрощення тріщин одна з одною (факт остаточного руйнування) практично збігаються в часі. Зважаючи на це, було прийнято рішення досліджувати руйнування в цілому, не розділяючи на вказані дві складові.

Найбільш простий спосіб досягнення мети розрахунку – визначення міцності через пластичну деформацію.

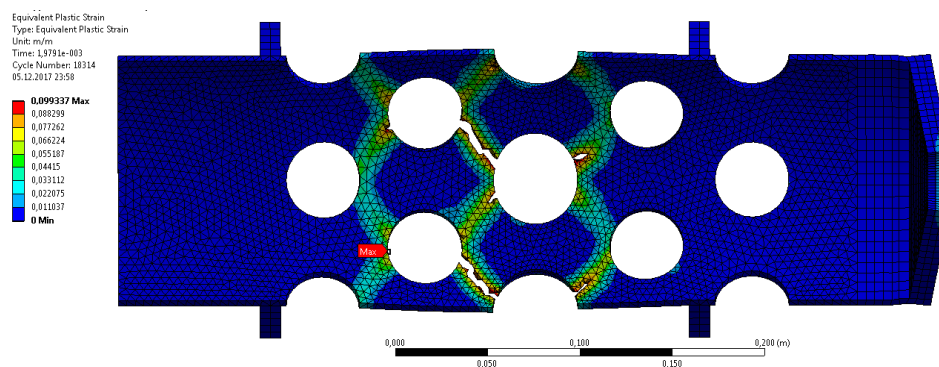


Рис. 4.11. Пластична деформація оболонки при $t = 1.98\text{мс}$

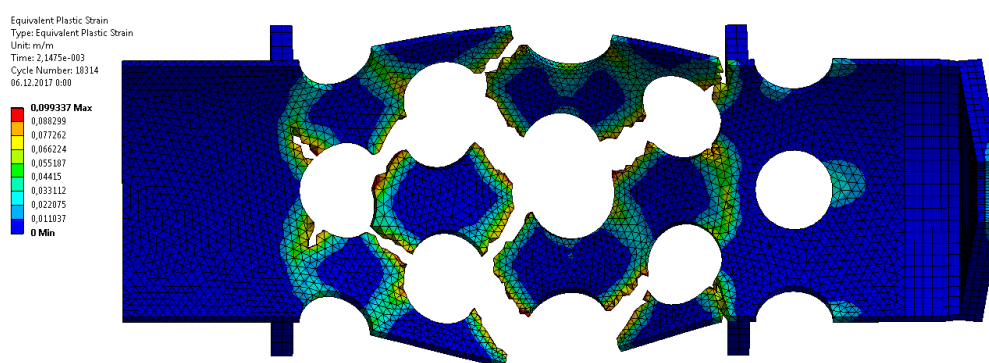


Рис. 4.12. Пластична деформація оболонки при $t = 2.15\text{мс}$

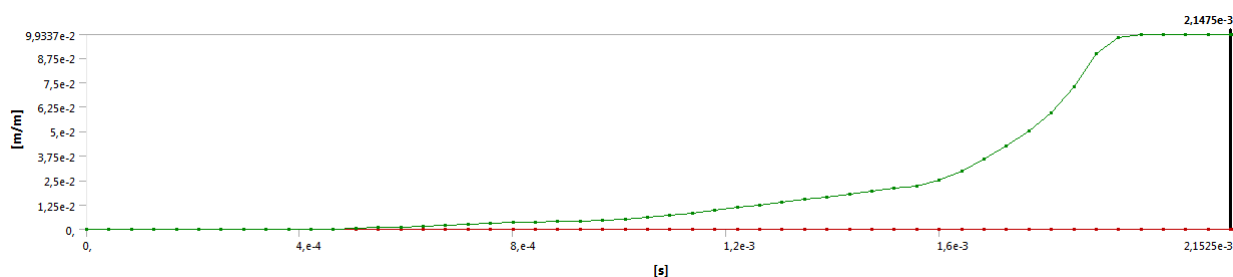


Рис. 4.13. Залежність максимальних пластичних деформацій від часу дії навантаження

Аналізуючи результати, наведені на рис. 4.11 - рис. 4.13, можна зробити наступні висновки.

1. Поява і розвиток пластичної деформації починається з середини першої мілісекунди навантаження (рис. 4.13). Спочатку зростання рівня пластичної деформації не суттєве і становить близько 3% за 1.5 мс, потім відбувається

різке його прискорення. Поведінка, що спостерігається, очевидно, викликана відгуком конструкції на процес її навантаження.

За період між 1,5 мс і 1,98 мс відбувається різкий стрибок рівня пластичної деформації до критичного. У момент часу 1,98 мс в конструкції починаються перші руйнування скінченних елементів. Зруйновані елементи відразу ж зростаються в наскрізну тріщину (рис. 4.11), що призводить до руйнування конструкції. Первинне руйнування відбувається шляхом зрощення тріщин між 2, 3, 4 кільцями отворів, і починається з отворів найбільшого діаметру. Незабаром, через частки мілісекунди частина конструкції, що між пасків, перетворюється в набір осколків різного розміру (рис 4.12).

2. Таким чином, конструкція сталеві оболонки з товщиною стінки 4 мм не пройшла віртуальне випробування і передчасно зруйнувалася. Збільшення товщини стінки конструкції має надати їй додаткову міцність.

Проведемо для даної конструкції додатковий розрахунок з використанням статичної білінійної моделі матеріалу, використаної раніше в розділі 3. Дана модель не здатна враховувати ні швидкість навантаження, ні швидкість деформації елементів конструкцій і найкраще працює для повільних навантажень, або навантажень, що стабілізувалися. При цьому статична модель дає низьку точність, але сумірний з вірним результат і в разі динамічного навантаження. Згідно з наявною інформацією [119], результатом розрахунку повинні стати більш високі рівні пластичної деформації, як наслідок, більш швидке руйнування, матеріалу ніж з використанням моделі Купера-Саймондса при одних і тих же умовах.

Отже, динамічний розрахунок з використанням моделі Купера-Саймондса дав результат руйнівного навантаження 32.74 МПа в момент часу $t=1.98$ мс.

Розрахунок з використанням статичний білінійної моделі матеріалу дав результат для руйнівного тиску 27.36 МПа в момент часу $t=1.57$ мс, що на 15.39% менше за тиском і на 20.71% за часом працездатності в порівнянні з моделлю Купера-Саймондса.

4.3.4 Розрахунки з метою посилення міцності конструкції. Метою комплексу здійснених далі розрахунків було посилення конструкції для успішного опору прикладеним навантаженням без руйнування і при мінімальній товщині стінки. Додатковою метою цих розрахунків була побудова графіків залежності часу працездатності конструкції від її товщини.

Була проведена серія перевірочних розрахунків для моделі з потовщенням стінок з кроком за товщиною секції рівним 0,2 мм. Результати розрахунку відображені на графіку (рис. 4.14)

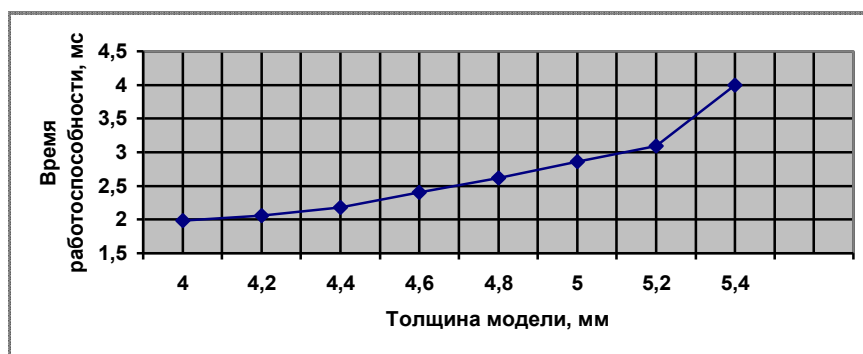


Рис. 4.14. Залежність часу працездатності конструкції від товщини її стінки

Закінчення серії розрахунків було викликано досягненням такої товщини, при якій конструкція витримала без руйнування весь процес навантаження. Першою товщиною секції, при якій досягається необхідна міцність, стала товщина 5,4 мм. Діаграма розподілу кінцевих пластичних деформацій в оболонці подана на рис. 4.15.

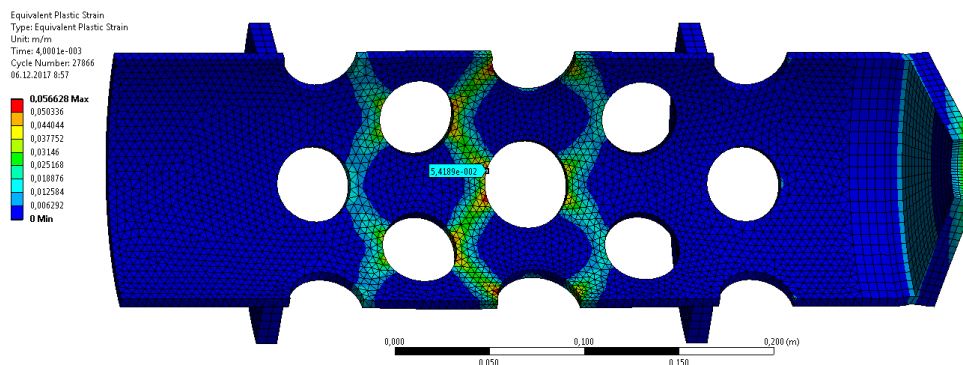


Рис. 4.15. Розподіл пластичних деформацій конструкції в момент закінчення розрахунку

Максимальні пластичні деформації, що виникають в конструкції при даних товщинах, є відчутними, але не перевищують критичні 10%, що дозволяє конструкції успішно пройти віртуальні випробування і не зруйнуватися.

Графік зміни максимальних пластичних деформацій конструкції в процесі навантаження поданий на рис 4.16.

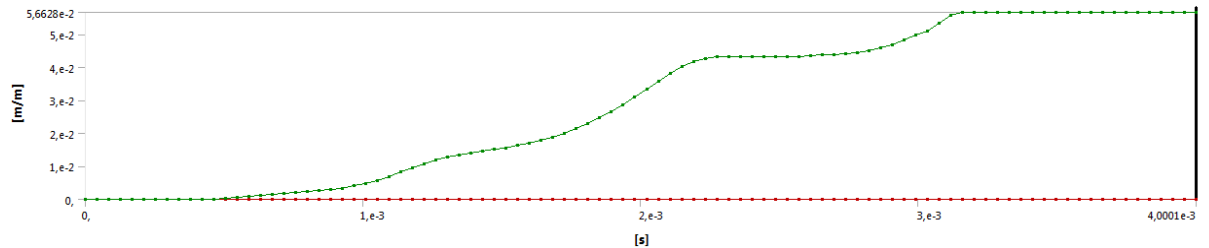


Рис. 4.16. Графік залежності максимальних пластичних деформацій від часу

Таким чином, була отримана оптимальна товщина конструкції, що дозволяє їй успішно пройти віртуальні випробування і не піддатися руйнуванню. Рівень максимальних пластичних деформації склав 5,7%, а конструкція витримала весь процес навантаження.

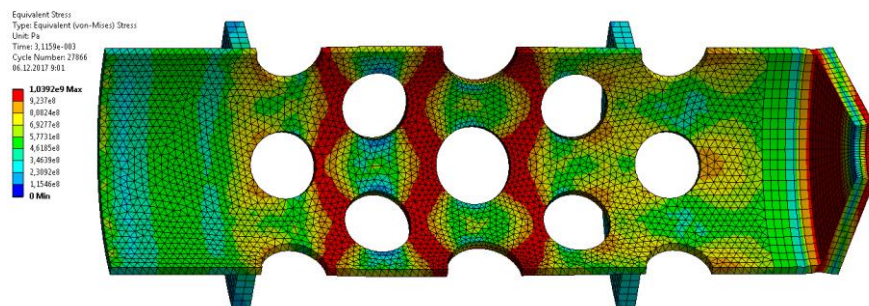


Рис. 4.17. Розподіл еквівалентного за Мізесом напруження конструкції в момент максимуму (3,12мс)

Відзначимо, що, під час проведення розрахунків, був виявлений ефект запізнювання відгуку конструкції на її навантаження, що скоріш за все пов'язано з швидкістю деформації матеріалу, а також динамічним характером навантаження. Описаний ефект в деяких розрахунках призводив до руйнування конструкції, при, здавалося б, достатній товщині. Дана особливість поведінки конструкції могла бути врахована тільки в динамічному розрахунку, який і був успішно проведений.

4.4 Висновки за розділом 4

Розроблено методику розрахунку статичних і динамічних характеристик перфорованих циліндричних оболонок, що дозволяє проводити віртуальні комп'ютерні випробування, замість дорогих натурних експериментів.

Досліджено напружено-деформований стан цих оболонок під впливом короткочасних інтенсивних навантажень та визначено критичне навантаження, при якому починається руйнування.

Результатом тестового розрахунку за статичною білінійною моделлю стало більш швидке (20.71%) руйнування конструкції, що свідчить про доцільність використання динамічної моделі Купера-Саймондса.

Достовірність результатів підтверджена гарним узгодженням результатів тестового розрахунку з даними відомих літературних джерел.

В результаті розрахунків була отримана достатня товщина конструкції, що дозволяє їй успішно пройти віртуальні випробування.

Встановлено час появи початкових тріщин та визначено період зрощення дефектів у магістральну тріщину.

Наукові результати, що подано в розділі 4, опубліковані в роботах [2, 11, 15 – 16].

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота присвячена вирішенню науково-практичної проблеми, що полягає в створенні методів визначення руйнівних навантажень оболонкових конструкцій з врахуванням пластичних деформацій матеріалу і розробці методів оцінки частот коливань баків з урахуванням ефектів гідро-пружності за різні умови експлуатації на основі методів комп'ютерного моделювання.

Найбільш важливі наукові і практичні результати роботи полягають у такому:

1. На основі єдиного підходу до дискретизації визначальних диференціальних рівнянь механіки суцільного середовища, заснованого на використанні методу зважених нев'язок, отримані скінченно-елементні та гранично-елементні дискретні аналоги диференціальних рівнянь для опису ефектів гідро-пружності та пластичності при дослідженні міцнісних та динамічних характеристик елементів конструкцій.

2. Розроблено методику проведення віртуальних випробувань з метою визначення руйнівних навантажень на елементи конструкцій за умови статичного та динамічного навантажень.

3. Надано аналіз різних розрахункових схем для визначення руйнівного навантаження на посудину тиску. Визначений вплив окремих конструктивних елементів на напружено-деформований стан конструкцій та доведено, що розрахункова схема посудини тиску з патрубками та кронштейном може бути спрощена до оболонки обертання, коли бак підданий внутрішньому тиску та силам стиснення.

4. На основі запропонованого підходу до оцінки напружено-деформованого стану циліндричної оболонки з періодичною системою отворів отримані руйнівні навантаження та визначено момент появи тріщин. Отримані результати тестування методів і алгоритмів дозволили побудувати адекватну геометричну модель, здійснити вибір оптимальних для даного дослідження

скінченних елементів і визначити таку їх кількість, що забезпечує прийнятну точність. За допомогою комп'ютерного моделювання здійснено вибір конструкції найменшої товщини, яка витримує задані інтенсивні короточасні навантаження. За цими результатами сформульовано практичні рекомендації щодо проектування вказаних елементів конструкцій підвищеної міцності.

5. Запропоновано новий метод, заснований на єдиному підході до дослідження динаміки незаповнених оболонок; визначення частот і форм коливань рідини в жорстких оболонках; визначенню частот і форм коливань пружної оболонки зі стисливою в'язкою рідиною з урахуванням та без урахування сил тяжіння; визначення динамічних характеристик оболонок з рідиною.

6. Досліджено конструкцію другого ступеня ракети-носія з метою визначення власних частот конструкції та плескань вільної поверхні рідини, за різні умови експлуатації. Знайдені власні значення і форми вільних коливань конструкції, що не містить рідину. Визначено значення частот і форми плескань вільної поверхні рідини, а також побудовано залежності цих значень від рівня гравітації в польоті першого ступеня, й залежно від часу польоту в польоті другого ступеня. Отримані значення і аналогічні залежності для величин частот вільних коливань конструкції, заповненої рідиною, з урахуванням пружності стінок та різних рівнів перевантаження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Науменко В.В., Тонконоженко А.М. Свободные и вынужденные колебания оболочек вращения, частично заполненных жидкостью. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2013. №1089. С. 39-49.
2. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Тонконоженко А.М. Компьютерное моделирование разрушающей нагрузки на топливный бак. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2014. Т. 24. №1105. С. 51-59.
3. Клименко Д.В., Тонконоженко А.М., Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Стрельникова Е.А., Внуков Е.В. Колебания жидкости в упругих оболочках с разным уровнем их заполнения. *Космическая техника. Ракетное вооружение*. 2015. №3. С. 24-29.
4. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Free vibrations of an elastic cylindrical shell coupled with liquid sloshing. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2015. Т.26. №1156. С. 63-75.
5. Degtyarev K.G., Glushich P., Gnitko V.I., Strelnikova E.A. Numerical simulation of free liquid-induced vibrations in elastic shells. *International Journal of Modern Physics and Applications*. 2015. Vol.1. №4. P. 159-168.
6. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Reduced boundary element method for liquid sloshing analysis of cylindrical and conical tanks with baffles. *Int. Journal of Electronic Engineering and*

- Computer Sciences*. 2016. Vol.1. №1. P. 14-27.
7. Ravnik J., Strelnikova E.A., Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Ogorodnyk U. BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in a double tank. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2016. Vol.67. P. 13–25. (SCOPUS)
 8. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. BEM and FEM analysis of the fluid-structure interaction in tanks with baffles. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, 2017. Vol.5. №3. P. 317-328. (SCOPUS)
 9. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Coupled BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, 2018. Vol.6. №6. P. 976–988. (SCOPUS)
 10. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. A comparative analysis of axisymmetric vibrations of conical and cylindrical fluid-filled elastic shells. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2018. Т.38. С. 33-41.
 11. Degtyarev K.G., Zaydenvarg O.L., Moskalenko R.P., Naumenko Y.V. Розрахункова модель для оцінки довговічності елементів конструкцій за наявності отворів та тріщин. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2019. Т.44. С. 34-42.
 12. Гнітько В.І., Дегтярьов К.Г., Мироненко М.Л. Метод дискретних особливостей у задачах коливань заповнювача паливних баків при перевантаженнях та в умовах низької гравітації. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи*

- управління». Харків: ХНУ, 2019. №41. С. 20-26.
13. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Кононенко Е.С., Тонконоженко А.М. Сравнение методов конечных и граничных элементов в задачах о колебаниях составной оболочки вращения с жидкостью. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2019. Т.42. С. 38-45.
 14. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V., Degtyarev K. Boundary element method in nonlinear sloshing analysis for shells of revolution under longitudinal excitations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2020. Vol.111. P. 78–87. (SCOPUS)
 15. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Moskalenko R.P., Strelnikova O.O. Расчетная модель для анализа долговечности элементов конструкций с дефектами. *Проблемы машиностроения*, 2020. Т.23. №1. С. 27-38.
 16. К.Г. Дегтярев, В.И. Гнитько, А.М. Тонконоженко. Метод скінченних елементів при визначенні руйнівного навантаження на перфоровану оболонку при короткочасних силових впливах. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2020. Т.48. С. 22-35.
 17. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Науменко В.В., Стрельникова Е.А. Математическая модель колебаний оболочки вращения с изменяющимся уровнем заполнения жидкостью. *Труды XV Международной научно-технической конференции МКММ-2014, посвященной 160-летию со дня рождения Анри Пуанкаре, Вестник Херсонского национального технического университета*, Херсон, 16-20 сентября 2014. №3(50). С. 21-25.
 18. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. BEM in free vibration analysis of elastic shells coupled with liquid sloshing. *Proc. of*

- XXXVIII International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, New Forest (UK), 21-23 September 2015. Vol.61. P. 35-46.
19. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Karaiev, A.A., Strelnikova E.A. Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity. *Proc. of XLI International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, New Forest (UK), 11-13 September 2018, Vol.122. P. 13–25. (SCOPUS)
 20. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Karaiev A.O., Strelnikova E.A. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells. *Proc. of XLII International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, Coimbra (Portugal), 2-4 July 2019, Vol.126. P. 189–200. (SCOPUS)
 21. Клименко Д.В., Тонконоженко А.М., Стрельникова Е.А., Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Чоудхари Н. Компьютерное моделирование динамики топливных баков ракет-носителей на разных стадиях полета. Доповіді II міжнародної науково-технічної конференції «Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні». Харків: Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України. 2020.
<https://ipmach.kharkov.ua/wp-content/uploads/2020/10/28.pdf>
 22. Salzman, Jack A. and William J. Masica. Lateral Sloshing in Cylinders under Low-Gravity Conditions. Lewis Research Center, Technical Note, 1969. P. 14.
 23. Ibrahim, Raouf. Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications. Cambridge University Press. 2005. 998 p.
 24. Cho, N. H. McClamroch, and M. Reyhanoglu. Dynamics of Multibody Vehicles and Their Formulation as Nonlinear Control Systems, Proceedings of American Control Conference, 2000, P. 3908-3912.
 25. OS Limarchenko, YA Sliusarchuk. Analysis of reservoir's mass influence on the system free-surfaced liquid and spherical reservoir. Вісник

- Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки, 2019. №1. С. 110-113.
- 26 Gavriluk I., Hermann M., Lukovsky I., Solodun O., Timokha A. Weakly-nonlinear sloshing in a truncated circular conical tank. *Fluid Dynamics Research*. 2013. Vol. 45. Paper ID 055512. P. 1-30.
 - 27 Zuhail Ozdemir, Mhamed Souli, and Yasin M. Fahjan. Numerical Evaluation of Nonlinear Response of Broad Cylindrical Steel Tanks under Multidimensional Earthquake Motion. *Earthquake Spectra*: February 2012, Vol. 28. №1. P. 217-238.
 - 28 H. Olsen. "What is sloshing?" Seminar on Liquid Sloshing. Det Norske Veritas, 1976.
 - 29 L. Khezzar, A.C. Seibi, A. Goharzadeh. Water Sloshing in Rectangular Tanks – An Experimental Investigation & Numerical Simulation. *International Journal of Engineering (IJE)*, 2010, Vol. 3. №2. P. 174-184.
 - 30 R.A. Ibrahim, V.N. Pilipchuck, and T. Ikeda. Recent Advances in Liquid Sloshing Dynamics. *Applied Mechanics Reviews*, 2001, Vol. 54. №2. P. 133-199.
 - 31 H.N. Abramson, W.-H. Chu and L.R. Garza. Liquid sloshing in spherical tanks. *AIAA J.*, 1963, №1. P. 384- 389.
 - 32 H.N. Abramson. Dynamic Behavior of Liquid in Moving Containers. *Applied Mechanics Reviews*, 1963, №16. P. 501 – 506.
 - 33 Abramson, H.N., The Dynamic Behaviour of Liquids in Moving Containers. NASA SP- 106, Washington D.C., 1966, updated by Dodge, F.T., Southwest Research Institute, 2000. P. 23-37.
 - 34 A.T. Chwang, and K.H. Wang. "Nonlinear Impulsive Force on an Accelerating Container", *J. of Fluids Eng.*, 1984. Vol. 106. P. 233-240.
 - 35 G. Popov, S. Sankar, T.S. Sankar, and G.H. Vatitas. 'Liquid Sloshing In Rectangular Road Containers, *Comp. Fluids*, 1992. Vol. 21. №4, P. 551-569.
 - 36 G. Popov, S. Sankar, T.S. Sankar, and G.H. Vatitas. "Dynamics of liquid sloshing in horizontal cylindrical road containers," *Journal of Mechanical*

- Engineering Science, 1993. Vol. 207.
- 37 Z. Ye, and A.M. Birk. Fluid Pressures in Partially Liquid-Filled Horizontal Cylindrical Vessels Undergoing Impact Acceleration, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 1994. Vol. 116. № 4, P. 449- 459.
 - 38 O. Faltinsen, O. Rognebakke, N. Alexander, and A.N. Timokha. Resonant three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base basin, part 2. effect of higher modes, *Journal of Fluid Mechanics*. 2005 Vol. 523. P. 199–218.
 - 39 B.F Chen, and H.W. Chiang. Complete 2D and Fully Nonlinear Analysis of ideal fluid in tanks, *Journal of Engineering Mechanics*, 1999. P. 70-78.
 - 40 O.M. Faltinsen, and O.F. Rognebakke. Sloshing, In NAV2000. International Conference on Ship and Ship Research, Venice, 2000.
 - 41 R.L. Bass, J.E.B. Bowles, R.W. Trundell, J. Navickas, J.C. Peck, N. Yoshimura, S. Endo, and B.F.M. Pots. Modeling criteria for scaled LNG sloshing experiments, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 1985. Vol. 107. P. 272–280.
 - 42 M.S. Celebi, and H. Akyildiz. Nonlinear Modeling of Liquid Sloshing in a Moving Rectangular Tank, *Ocean Engineering*, 2001. Vol. 29. P. 1527-1553.
 - 43 El-Sayad, M.A., Hanna, S.N., Ibrahim, R.A. Parametric excitation of nonlinear elastic systems sloshing impact. *Nonlinear Dynamics*. 1999. Vol. 18. P. 25–50.
 - 44 Faltinsen, O.M., Rognebakke, O.F., Timokha, A.N. Resonant three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base basin. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003. № 487. P. 1–42.
 - 45 Faltinsen, O.M., Rognebakke, O.F., Timokha, A.N. Classification of three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base tank with finite depth. *Journal of Fluids and Structures*, 2005, Vol. 20. P. 81–103.
 - 46 Faltinsen, O.M., Timokha, A.N. *Sloshing*. Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
 - 47 Wu, G.X., Ma, Q.W., Eatock Taylor, R. Numerical simulation of sloshing

- waves in a 3-D tank based on a finite element method. *Applied Ocean Research*, 1998. № 20. P. 337–355.
- 48 Wu, C.H., Chen, B.F. Sloshing waves and resonance modes of fluid in a 3-D tank by a time-independent finite difference method. *Ocean Engineering*, 2009. № 36. P. 500–510.
 - 49 Curadelli, O., Ambrosini, D., Mirasso, A., Amani, M. Resonant frequencies in an elevated spherical container partially filled with water: FEM and measurement. *Journal of Fluids and Structures*, 2010. № 26. P. 148–159.
 - 50 Alemi Ardakani, H., Bridges, T.J. Shallow-water sloshing in vessels undergoing prescribed rigid-body motion in three dimensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, № 667. P. 474–519.
 - 51 J. Weiß. Smallslosh Eigenvalues and mechanical models (pendulum or spring mass) for tanks with NEWTANK geometry, software manual and documentation, 2009.
 - 52 F.T. Dodge. The new dynamic behavior of liquids in moving containers, Southwest Research Institute, San Antonio, Texas, 2000.
 - 53 Celebi, M.S., Kim, M.H., Beck, R.F. Fully Non-linear 3-D Numerical Wave Tank Simulation. *J. of Ship Research*, 1998. Vol. 42. № 1. P. 33-45.
 - 54 И.Д. Блоха, А.Н. Заволока, А.Д. Николаев, Н.Ф. Свириденко и др. Влияние продольных вибраций космической ступени ракеты–носителя на работоспособность внутрибаковых устройств обеспечения сплошности компонентов топлива в системе питания маршевого двигателя. *Техническая механика*. 2005. № 2. С. 65 – 74.
 - 55 А.Д. Николаев, Н.В. Хоряк, И.Д. Башлий, С.И. Долгополов. Особенности моделирования продольных колебаний верхних ступеней ракет-носителей со сложной конфигурацией топливных баков. *Техническая механика*. 2005. № 2. С. 51 – 60.
 - 56 Faraday, M., On the forms and states of fluids on vibrating elastic surfaces, *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, 1831. №52. P. 319-340.
 - 57 Vreeburg, Jan P.B., *Spacecraft Maneuvers and Slosh Control*, IEEE Control

- Systems Magazine, 2006.
- 58 Robinson, H.G.R. and Hume, C.R. Europa I: Flight Trial of F1- 5th June, 1964.
 - 59 Space Exploration Technologies Corp. Demo Flight 2, Flight Review Update, June 15, 2007.
 - 60 Gnitko, V., Marchenko, U., Naumenko, V., Strelnikova, E., Forced vibrations of tanks partially filled with the liquid under seismic load. WIT Transaction on Modelling and Simulation, 2011. № 52. P. 285-296.
 - 61 Hasheminejad, S.M., Aghabeigi, M., Liquid sloshing in half-full horizontal elliptical tanks, J. Sound Vib., 2009. 324(1-2). P. 332–349.
 - 62 Ibrahim, R.A., Liquid Sloshing Dynamics, Cambridge University Press, Cambridge. 2005. 957p.
 - 63 Ebrahimian, M., Noorian M.A., Haddadpour H., Equivalent mechanical model of liquid sloshing in multi-baffled containers, Engineering Analysis with Boundary Elements, 2014. Vol. 47. P. 82-95.
 - 64 Moiseev, N.N., On the theory of nonlinear vibrations of a liquid of finite volume, J. Appl. Math. and Mech., 1958. № 22(5). P. 860–872.
 - 65 Wu, C.H., Faltinsen, O.M., and Chen B.F. Numerical study of sloshing liquid in tanks with baffles by time-independent finite difference and fictitious cell method, Computers & Fluids, 2012. 63. P. 9–26.
 - 66 Zhou, D., Wang J.D., and Liu, W.Q. Nonlinear sloshing of liquid in rigid cylindrical container with a rigid annular baffle: free vibration, Nonlinear Dynamics, 2014. №78(4). P. 2557–2576.
 - 67 Demirel, E., and Aral, M.M. Liquid Sloshing Damping in an Accelerated Tank Using a Novel Slot-Baffle Design, Water. 2018. №10(1565); doi:10.3390/w10111565.
 - 68 OS Limarchenko, AA Nefedov, EA Semenovich. Manifestation of Secondary Resonances during Pendulum Vibrations of a Tank with Fluid, International Applied Mechanics, 2020. Vol. 56. P. 741–749.
 - 69 ОС Лимарченко, ІС Ружицький. Побудова координатних функцій для

- нелінійної задачі динаміки рідини з вільною поверхнею в еліптичному резервуарі. Вісник Київського університету, серія Фізико-математичні науки. 2009. № 1. С. 59-62.
- 70 Narimanov, G.S. Motion of a tank partially filled with liquid. Role of nonsmall motions of the liquid, Prikl. Mat. Mekh. 1957. № 21. P. 513–524.
 - 71 Faltinsen, O.M. A nonlinear theory of sloshing in rectangular tanks, J. Ship. Res., 1974. № 18. P. 224–241.
 - 72 Hermann, M., and Timokha, A. Modal modelling of the nonlinear resonant sloshing in a rectangular tank. I: A single-dominant model, Math. Models Meth. Appl. Sci., 2005. №15. P. 1431–1458.
 - 73 Wang, C.Z., and Khoo, B.C. Finite element analysis of two-dimensional nonlinear sloshing problems in random excitations, Ocean Engineering. 2005. 32(2). P. 107–133.
 - 74 Jianwei Zhang, Wanqing Wu, Junquan Hu and Bin Zhan. Study on the liquid water sloshing in two- and three-dimensional models, 3rd International Conference on Machinery, Materials and Information Technology Applications (ICMMITA 2015). 2015. P. 1348-1354.
 - 75 Yan-Sheng, Y., Xing-Rui, M., Ben-Li, W., Multidimensional modal analysis of liquid nonlinear sloshing in right circular cylindrical tank, Appl. Math. and Mech. 2007. № 28(8). P. 1997–2018.
 - 76 Faltinsen, O.M., Rognesbakke, O.F., Lukovsky, I.A., Timokha, A.N. Multidimensional modal analysis of nonlinear sloshing in a rectangular tank with finite water depth, J. Fluid Mech. 2000. № 407. P. 201-234.
 - 77 Lukovsky, I.A., Timokha, A.N. Multimodal method in sloshing, Journal of Mathematical Sciences. 2017. № 220(3). P. 239-253.
 - 78 Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. Москва: Мир. 1975. 541 с.
 - 79 Зенкевич О., Чанг И. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред. Москва.: Недра. 1974. 239 с.
 - 80 Раджу И., Рао А. Матрицы жесткости элементов в форме сектора.

- Ракет. техника и космонавтика. 1961. Т. 7. № 1. С. 195–196.
- 81 Меламед Э.Ш. Расчет тонких оболочек с использованием конечного элемента естественной кривизны. Труды МИИТ. 1969. №. 342. С. 64–80.
 - 82 Капустин С.А. Термопластические деформации оболочек при сложных и неізотермических нагружениях. Ученые зап. Горьк. ун-та. 1970. № 108. С. 28–37.
 - 83 С.А. Капустин, Л.К. Киселев, Л.Д. Трубинин. Решения задач термопластичности тонкостенных пространственных конструкций методом конечных элементов. Тепловые напряжения в элементах конструкций. 1977. № 17. С. 35–38.
 - 84 Галишин А.З. Исследование осесимметричного термоупругопластического напряженно-деформированного состояния разветвленных оболочек при простых процессах нагружения. Прикладная. механика. 1984. Т. 20. № 8. С. 46–50.
 - 85 Галишин А.З. Расчет осесимметричного термоупругопластического напряженно-деформированного состояния оболочек вращения с разветвленным меридианом. Прикладная механика. 1984. Т. 20. № 1. С. 66–71.
 - 86 В.И. Мяченков, В.Н. Юсов. Деформация оболочечных конструкций из нелинейно-упругого материала. Строительная механика и расчет сооружений. 1981. № 1. С. 23–27.
 - 87 Ю.Н. Шевченко, М.Е. Бабешко, Р.Г. Терехов. Термовязкоупругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций. Киев: Наукова думка. 1992. 328 с.
 - 88 Берлянд В.И. К расчету упругопластических деформаций в оболочках вращения при неосесимметричном нагружении. Прикладная. механика. 1978. Т. 14. № 12. С. 68–74.
 - 89 Куркин С.А. Прочность сварных тонкостенных сосудов, работающих

- под давлением. М.: Машиностроение. 1976. 184 с.
- 90 А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А. Олферьева. ANSYS в руках инженера. Практическое руководство. М.: УРСС. 2003. 269 с.
 - 91 Басов К.А. ANSYS для конструкторов. Москва.: ДМК Пресс. 2009. 248 с.
 - 92 Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. М.: ДМК Пресс. 2003. 448 с.
 - 93 Математическое моделирование в программе LS-DYNA: учебное пособие. Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ. 2005. 106 с.
 - 94 Abaqus: применение комплекса в инженерных задачах. Версия 6.7. М.: ООО «ТЕСИС». 2008. 99 с.
 - 95 Григоренко Я.М., Василенко А.Г., Панкратова Н.Д. Задачи теории упругости неоднородных тел. Под ред. В.Г. Карнаухова. Киев: Наук. думка. 1991. 216 с.
 - 96 Noor A. K Burton W.S., and Peter J.M. Assessment of computational models for multilayered composite cylinders. Int. J. Solids Struct. 1991. Vol. 27. № 10. P. 1269 - 1286.
 - 97 Немировский Ю.В. О напряженном состоянии ортотропных толстостенных цилиндров при неравномерном давлении. Прикладная механика. 1998. Т. 34. № 4. С. 61-68.
 - 98 Qatu M.S. Vibration of Laminated Shells and Plates. San Diego, CA: Elsevier. 2004. 426 p.
 - 99 Qatu M.S. Recent research advances in the dynamic behavior of shells: 1989-2000. Pt. I: Laminated composite shells. Appl. Mech. Rev. 2002. Vol. 55. P. 325 - 350.
 - 100 Qatu M.S. Free Vibration and Static Analysis of Laminated Composite Shallow Shells: Ph.D. Dissertation. Ohio State University. 1989. 212 p.
 - 101 Qatu M.S. Review of shallow shell vibration research. Shock. Vibr. Dig. 1992. Vol 24. P. 3-15.
 - 102 Qatu M.S. Accurate theory for laminated composite deep thick shells i! Int.

- J. Solids Struct. 1999. Vol 36. P. 2917 - 2941.
- 103 Богданович А.Е., Фелдмане Э.Г. Расчет несущей способности композитных цилиндрических оболочек при динамическом нагружении. Журн. прикл. механики и техн. физики. 1980. № 3. С. 476 - 484.
 - 104 Навал И.К. Сабодаш П.Ф. Осесимметричные волны в ортотропной цилиндрической оболочке. Механика композитных материалов. 1981. № 5. С. 924 - 928.
 - 105 Абакумов А.И., Егунов В.В., Иванов А.Г. и др. Расчетно-экспериментальное исследование деформации оболочек взрывных камер. Журн. прикл. механики и техн. физики. 1984. № 3. С. 127 - 130.
 - 106 Абакумов А.И., Певницкий А.В., Соловьев В.П. Исследование динамики деформирования сферических сосудов при внутреннем взрывном нагружении. Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горький, Горьк. ун-т. 1988. С. 53 - 57.
 - 107 Скрипняк Н.В. Динамика разрушения алюминий-магниевого сплава Амг6. Современные проблемы науки и образования. 2013. №6.
 - 108 Смирнов А.А. Моделирование взрывного воздействия на конструкцию в LS-DYNA. RuTracker.100sm.ru. Интернет-ресурс. САПР в машиностроении.
 - 109 Stolz A. Numerical simulations for classification of blast loaded laminated glass: possibilities, limitations and recommendations. ERNCIP Thematic Group Resistance of structures to explosion effects, Inst. for the Protection and Security of the Citizen, Report EUR 27137 EN, December 2014.
 - 110 Н.И. Безухов и др. Расчеты на прочность и колебания в условиях высоких температур. М.: Машиностроение. 1965. 532 с.
 - 111 Матвиенко Ю.Г. Модели и критерии механики разрушения. М.: Физматлит. 2006. 320 с.
 - 112 Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. М.: Машиностроение. 1981.

272 с.

- 113 Faltinsen O.M., Timokha A.N. Analytically approximate natural sloshing modes for a spherical tank shape. J. Fluid Mech. 2012. № 703. P. 391-401.
- 114 Kulczycki T., Kwaśnicki M., Siudeja, B. The shape of the fundamental sloshing mode in axisymmetric containers. Journal of Engineering Mathematics. 2016. № 99(1). P. 157-193.
- 115 Shu C. An efficient approach for free vibration analysis of conical shells. Int. J. Mech. Sci. 1996. №38(8-9). 935-949.
- 116 В.Д. Купрадзе, Т.Г. Гегелия, М.О. Башелейшвили. Трёхмерные задачи математической теории упругости М.: Наука. 1976. 664 с.
- 117 Ильюшин, А.А. Пластичность. Ч. 1. Упругопластические деформации. М.; Л: Гостехиздат. 1948. 376 с.
- 118 Можаровський М.С. Теорія пружності, пластичності і повзучості. К.: Вища школа. 2002. 308 с.
- 119 Cowper G., Symonds P. Strain hardening and strain-rate effects in the impact loading of cantilever beams. Tech. Rep. Brown University: Division of Applied Mathematics. 1957. 28 p.
- 120 Е.Г. Янютин, А.В. Воропай, С.И. Поваляев, И.В. Янчевский. Идентификация нагрузок при импульсном деформировании тел. Часть 2. 2010. Харьков: ХНАДУ. 210 с.
- 121 Гудрамович В.С., Клименко Д.В., Гарт Э.Л. Влияние вырезов на прочность цилиндрических отсеков ракет-носителей при неупругом деформировании материала. Космічна наука і технологія. 2017. Т. 23. № 6. С. 12 – 20.

Додаток А
Перелік праць здобувача

1. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Науменко В.В., Тонконоженко А.М. Свободные и вынужденные колебания оболочек вращения, частично заполненных жидкостью. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2013. №1089. С. 39-49.
2. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Тонконоженко А.М. Компьютерное моделирование разрушающей нагрузки на топливный бак. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2014. Т. 24. №1105. С. 51-59.
3. Клименко Д.В., Тонконоженко А.М., Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Стрельникова Е.А., Внуков Е.В. Колебания жидкости в упругих оболочках с разным уровнем их заполнения. *Космическая техника. Ракетное вооружение*. 2015. №3. С. 24-29.
4. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Free vibrations of an elastic cylindrical shell coupled with liquid sloshing. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2015. Т.26. №1156. С. 63-75.
5. Degtyarev K.G., Glushich P., Gnitko V.I., Strelnikova E.A. Numerical simulation of free liquid-induced vibrations in elastic shells. *International Journal of Modern Physics and Applications*. 2015. Vol.1. №4. P. 159-168.
6. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Reduced boundary element method for liquid sloshing analysis of cylindrical and conical tanks with baffles. *Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*. 2016. Vol.1. №1. P. 14-27.
7. Ravnik J., Strelnikova E.A., Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Ogorodnyk U. BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in a double tank. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2016. Vol.67. P. 13–25. (SCOPUS)

8. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. BEM and FEM analysis of the fluid-structure interaction in tanks with baffles. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, 2017. Vol.5. №3. P. 317-328. (SCOPUS)
9. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. Coupled BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, 2018. Vol.6. №6. P. 976–988. (SCOPUS)
10. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. A comparative analysis of axisymmetric vibrations of conical and cylindrical fluid-filled elastic shells. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2018. Т.38. С. 33-41.
11. Degtyarev K.G., Zaydenvarg O.L., Moskalenko R.P., Naumenko Y.V. Розрахункова модель для оцінки довговічності елементів конструкцій за наявності отворів та тріщин. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2019. Т.44. С. 34-42.
12. Гнітько В.І., Дегтярьов К.Г., Мироненко М.Л. Метод дискретних особливостей у задачах коливань заповнювача паливних баків при перевантаженнях та в умовах низької гравітації. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2019. №41. С. 20-26.
13. Гнітько В.И., Дегтярев К.Г., Кононенко Е.С., Тонконоженко А.М. Сравнение методов конечных и граничных элементов в задачах о колебаниях составной оболочки вращения с жидкостью. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані*

- системи управління». Харків: ХНУ, 2019. Т.42. С. 38-45.*
14. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V., Degtyarev K. Boundary element method in nonlinear sloshing analysis for shells of revolution under longitudinal excitations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2020. Vol.111. P. 78–87. (SCOPUS)
 15. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Moskalenko R.P., Strelnikova O.O. Расчетная модель для анализа долговечности элементов конструкций с дефектами. *Проблемы машиностроения*, 2020. Т.23. №1. С. 27-38.
 16. К.Г. Дегтярев, В.И. Гнитько, А.М. Тонконоженко. Метод скінченних елементів при визначенні руйнівного навантаження на перфоровану оболонку при короткочасних силових впливах. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. Харків: ХНУ, 2020. Т.48. С. 22-35.
 17. Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Науменко В.В., Стрельникова Е.А. Математическая модель колебаний оболочки вращения с изменяющимся уровнем заполнения жидкостью. *Труды XV Международной научно-технической конференции МКММ-2014, посвященной 160-летию со дня рождения Анри Пуанкаре, Вестник Херсонского национального технического университета*, Херсон, 16-20 сентября 2014. №3(50). С. 21-25.
 18. Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Naumenko V.V., Strelnikova E.A. BEM in free vibration analysis of elastic shells coupled with liquid sloshing. *Proc. of XXXVIII International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, New Forest (UK), 21-23 September 2015. Vol.61. P. 35-46.
 19. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Karaiev, A.A., Strelnikova E.A. Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity. *Proc. of XLI International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, New Forest (UK), 11-13

September 2018, Vol.122. P. 13–25. (SCOPUS)

20. Gnitko V.I., Degtyarev K.G., Karaiev A.O., Strelnikova E.A. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells. *Proc. of XLII International Conference on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, Coimbra (Portugal), 2-4 July 2019, Vol.126. P. 189–200. (SCOPUS)
21. Клименко Д.В., Тонконоженко А.М., Стрельникова Е.А., Гнитько В.И., Дегтярев К.Г., Чоудхари Н. Компьютерное моделирование динамики топливных баков ракет-носителей на разных стадиях полета. Доповіді II міжнародної науково-технічної конференції «Динаміка, міцність та моделювання в машинобудуванні». Харків: Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України. 2020.
<https://ipmach.kharkov.ua/wp-content/uploads/2020/10/28.pdf>

Додаток Б

Довідки про використання результатів досліджень

ЗАТВЕРЖУЮ

Заступник директора з наукової роботи

Інституту проблем машинобудування

ім. А.М. Підгорного НАН України,

член-кореспондент НАН України



[Signature] А.О. Костіков

ДОВІДКА

про участь провідного інженера Дегтярьова Кирила Георгійовича

у впровадженні розробок Інституту проблем машинобудування

ім. А.М. Підгорного НАН України

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України виконував ряд науково-дослідних та науково-технічних робіт для підприємств України. При виконанні держбюджетних тем та господарських договорів Дегтярьов Кирило Георгійович був виконавцем цих робіт. Наукові результати, які увійшли в звіти про науково-дослідну роботу за держбюджетними темами, та практичні результати, які увійшли в звіти про науково-технічну роботу за господарськими договорами, є науковими та практичними результатами дисертаційних досліджень Дегтярьова К.Г. на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук.

1. За держбюджетними науково-дослідними темами № 0111U001758 (III-67-16) «Аналіз та поліпшення динамічних міцнісних властивостей елементів перспективних енергетичних машин та ракетно-космічної техніки під дією навантажень різної фізичної природи», № ДР 0111U001758 «Розробка наукових основ аналізу нестационарного динамічного напруженого стану елементів енергетичного та іншого обладнання з урахуванням пошкоджень». Участь Дегтярьова К.Г. полягає в розробці методики аналізу динамічних властивостей елементів ракетно-космічної техніки.

2. Для ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля» за господарськими договорами: «Розробка методів і програм розрахунку динамічного напруженого і граничного стану оболонкових конструкцій при високошвидкісних діях» (2015 р., № SCM YZH SP 03900), «Розробка методів і програм розрахунку тривалості руйнування елементів кріплення БЕ при імпульсному навантаженні» (2016 р., № GR2 YZH SPS 25900), «Перевірка працездатності і механічного стану систем кріплення БЕ при транспортуванні на основі комп'ютерного моделювання технологічних і експлуатаційних впливів» (2017 р., № ДР 0117U003630). № ДР 0114U003588 «Розрахункова оцінка вібрацій елементів аерокосмічних систем при силових та аеродинамічних навантаженнях», № ДР 0120U101241 «Підвищення ефективності елементів конструкцій ракетно-космічної техніки шляхом їх чисельного моделювання та оптимізації», № ДР 0117U000880 «Динамічна міцність елементів аерокосмічної та бронетанкової техніки під дією механічних навантажень» Дегтярьов К. Г. був в числі виконавців цих робіт. Його участь полягає в наступному:

- в розробці моделей та програм розрахунку динамічного та статичного НДС конструкцій при різних режимах експлуатаційного навантаження;
- в розробці моделей та програм розрахунку для визначення форм коливань баків ракетної техніки.

3. За грантом МОН України «Сучасні обчислювальні методи для аналізу плескань в паливних баках з перегородками» в рамках спільних українсько-індійських проектів (2019-2021 рр.) Участь Дегтярьова К.Г. полягала в створенні моделей та розрахункових програм для пошуку форм та частот коливань баків з перегородками та мембранами.

В. о. завідувача відділу
гідроаеродинаміки енергетичних машин
Інституту проблем машинобудування
ім. А.М. Підгорного НАН України
кандидат технічних наук



М.О. Чугай