

**Програма вступного іспиту до аспірантури  
зі спеціальності 113 – прикладна математика  
Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного  
Національної академії наук України у 2024 році**

Затверджено на засіданні Вченої ради  
від 18 квітня 2024 року  
протокол № 4

## Теорія напруженого і деформованого стану.

Тензори деформації Гріна і Альмансі, тензори напруження Ейлера, Піюли і справжніх напружень. Малі деформації і малі повороти. Обґрунтування лінеаризації тензорів деформації.

Потенціальна енергія деформацій. Закон Гука для ізотропного й анізотропного тіла. Тензор пружних сталих. Частинні випадки анізотропії. Повна система рівнянь теорії пружності в напруженнях. Рівняння Бельтрамі-Мітчела. Рівняння в переміщеннях. Постановка основних задач теорії пружності. Теореми про існування та єдиність.

Варіаційні принципи теорії пружності. Принцип Лагранжа. Теорема Клапейрона. Теорема Бетті. Принцип Кастільяно. Загальний варіаційний принцип. Принцип Рейснера. Варіаційні методи розв'язання задач теорії пружності. Плоска деформація і плоский напружений стан. Функція напружень. Диференціальне рівняння і крайові умови для функцій напружень. Теорема Моріса-Леві. Методи розв'язання плоских задач. Метод перетворення Фур'є. Метод сіток. Метод скінченних елементів. Застосування функцій комплексного змінного. Формули Колосова-Мусхелішвілі. Метод розв'язання крайових задач для комплексних потенціалів. Задача для півплощини. Дія штампу на півплощину.

Моделі пружно-пластичного тіла. Постулати теорії пластичності. Порівняння різних теорій пластичності. Постановка задач в теорії ідеального пружно-пластичного та жорстко-пластичного тіла. Залишкові напруження. Умови на межі пружної і пластичної областей, метод пружних розв'язків та інші. Методи розв'язання задач теорії пластичності.

Квазікрихке і в'язке руйнування. Феноменологічні теорії міцності. Граничні поверхні ізотропних і анізотропних матеріалів. Лінійна механіка квазікрихкого руйнування. Розподіл напружень поблизу тріщин в пружному тілі. Енергетичний і силовий підходи в механіці руйнування. Умови руйнування. Стійка і нестійка тріщини. Тріщиностійкість і критичний коефіцієнт інтенсивності. Загальні енергетичні інтеграли в механіці

руйнування. Врахування пластичних деформацій в вершині тріщини. Характеристики розкриття тріщини. Застосування теорії руйнування до задач руйнування від втоми. Основні положення теорій накопичення пошкоджень.

### **Просторові і осесиметричні задачі.**

Розв'язок Кельвіна. Тензор Гріна. Представлення Гальоркіна і Папковича-Нейбера. Перша і друга крайові задачі для півплощини. Задача Герца. Задачі Буссінеска.

### **Температурні задачі теорії пружності**

Закони термодинаміки. Закон збереження енергії деформівного тіла, баланс ентропії. Закон теплопровідності Фур'є та узагальнений закон Ликова. Визначальні співвідношення напружено-деформованого стану одержані на основі вільної енергії, потенціалу Гібса, внутрішньої енергії. Рівняння теплопровідності. Постановка та класифікація крайових задач термопружності. Варіаційна теорема термопружності. Теорема Майзеля-Новацького. Функції Гріна основних задач термопружності в переміщеннях. Основні рівняння термопружності. Зв'язок між деформаціями і напруженнями. Рівняння типу Бельтрамі-Мітчела. Основні методи розв'язання задач термопружності.

### **Динамічні задачі теорії пружності**

Розповсюдження хвиль в необмеженому пружному середовищі. Два типи хвиль. Поверхневі хвилі Релея. Хвилі Лява.

### **Класична теорія тонких пружних оболонок**

Деформація серединної поверхні. Внутрішні зусилля і моменти. Співвідношення пружності. Потенціальна енергія деформації. Повна система рівнянь теорії оболонок. Граничні умови. Постановка задач теорії оболонок.

Безмоментна теорія. Крайові ефекти в оболонках. Оболонки малої кривини. Основні рівняння. Лінійна і нелінійна постановка задач. Стійкість оболонок.

### **Елементи дискретного аналізу і теорії $R$ - функцій**

Функції алгебри логіки. Булеві функції та їх властивості.  $R$  - функції. Рівняння довільного геометричного об'єкта.

### **Функціональний аналіз і теорія функцій**

Метричні простори. Збіжність. Лінійні функціонали. Нормовані простори. Евклідові простори. Лінійні оператори Зворотні оператори.

### **Рівняння математичної фізики**

Рівняння еліптичного, параболічного та гіперболічного типів. Рівняння Лапласа та Пуассона. Задачі Дирихле та Неймана.

### **Теорія матриць**

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Основні методи розкладання матриць на множники (Гауса, квадратного кореня, обертань, ортогоналізації).

### **Методи оптимізації**

Задачі умовної оптимізації. Задачі безумовної оптимізації. Функції Лагранжа. Основні поняття теорії лінійного програмування. Двоїстість в лінійному програмуванні. Симплекс - метод. Двоїстий симплекс-метод. Методи безумовної оптимізації (градієнтний, спряжених градієнтів, випадкового пошуку). Метод штрафних функцій. Загальна схема метода гілок і меж.

## **Теорія геометричного проектування**

Поняття  $\varphi$ -об'єкта. Властивості  $\varphi$ -об'єкта. Визначення та основні властивості  $\Phi$ -функцій. Поверхня 0-рівня  $\Phi$ -функції, її основні властивості. Структури лінійних нерівностей та їх використання в задачах геометричного проектування. Постановка і математична модель загальної задачі розміщення геометричних об'єктів. Формалізація за допомогою  $\Phi$ -функції відношень неперетину об'єктів та розміщення їх в заданій області.

### **Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь**

Методи скінченних різниць. Метод колокацій. Методи найменших квадратів. Метод Гальоркіна.

### **Наближені методи розв'язання краєвих задач для диференціальних рівнянь з частинним похідними**

Класифікація диференціальних рівнянь з частинними похідними. Початкові та крайові умови. Задача Коші. Змішана задача. Коректність постановки змішаної задачі. Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу. Деякі відомості про гармонічні функції. Єдність розв'язання задачі Дирихле.

### **Варіаційні методи розв'язання крайових задач**

Варіаційна задача. Основні теореми варіаційного метода розв'язання крайових задач. Крайові задачі для рівнянь Пуассона та Лапласа. Ідея методу Ритца. Метод Рита для задачі Дирихле.

## **Література**

1. Адамян В. М., Сушко М. Я. Варіаційне числення. Одеса : Астропринт, 2005. 128 с.
2. Бабак В. П., Марченко Б. Г., Фриз М. Є. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика. Київ : Техніка, 2004. 288 с.
3. Бондаренко М. Ф., Білоус Н. В., Руткас А. Г. Комп'ютерна дискретна математика. Харків : СМІТ, 2004. 480 с.

4. Борисенко О. А. Дискретна математика. Суми : Університетська книга, 2008. 255 с.
5. Борисенко О. А., Ушакова Л. М. Аналітична геометрія. Харків : Основа, 1993. 191 с.
6. Волошин О. Ф., Мащенко С. О. Моделі та методи прийняття рішень. 2-ге вид., перероб. та доп. Київ : Вид.-поліграф. центр "Київський університет", 2010. 336 с.
7. Гаврилук І. П., Макаров В. Л. Методи обчислень. Т. 1. Київ : Вища школа, 1995. 368 с.
8. Гаврилук І. П., Макаров В. Л. Методи обчислень. Т. 2. Київ : Вища школа, 1995. 432 с.
9. Гаращенко Ф. Г., Матвієнко В. Т., Харченко І. І. Диференціальні рівняння для інформатиків. Київ : ВПЦ «Київський ун-т», 2008. 352 с.
10. Гетманцев В. Д. Лінійна алгебра і лінійне програмування. Київ : Либідь, 2001. 256 с.
11. Глушик М. М., Телесницька Н. М. Дослідження операцій. 2-ге вид., стер. Львів : Новий Світ-2000, 2014. 368 с.
12. Гнеденко Б. В. Курс теорії ймовірностей. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2010. 464 с.
13. Гриньов Б. В., Кириченко І. К. Аналітична геометрія. Харків : Гімназія, 2008. 340 с.
14. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. У 2-х част. Ч. 1. Київ : Либідь, 1993. 320 с.
15. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. У 2-х част. Ч. 2. Київ : Либідь, 1994. 304 с.
16. Єжов С. М., Разумова М. А. Теорія функцій комплексної змінної. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2012. 191 с.
17. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз. Київ: Знання, 2008. 424 с.
18. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. 7-е вид., перероб. та доп. Київ : Слово, 2006. 816 с.
19. Кадець В. М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Львів : Чижиков І. Е., 2012. 589 с.
20. Калайда О. Ф. Лінійні інтегральні та інтегро-диференціальні рівняння. Київ : РВЦ «Київський ун-т», 1996. 141 с.
21. Калайда О. Ф. Чисельні методи (основи обчислювальної математики). Київ : ВПЦ «Київський університет», 2000. 250 с.
22. Карташов М. В. Імовірність, процеси, статистика. Київ: ВПЦ «Кивський університет», 2007. 494 с.
23. Катренко А. В. Дослідження операцій. 3-тє вид., випр. і доп. Львів : Магнолія-2006, 2009. 352 с.
24. Катренко А.В., Пасічник В.В., Пасько В.П. Теорія прийняття рішень. Київ : Видавнича група ВНУ, 2009. 448 с.
25. Литвин В. В., Пасічник В. В., Нікольський Ю. В. Аналіз даних та знань. Львів : Магнолія 2006, 2021. 276 с.

26. Ляшенко І. М., Коробова М. В., Столяр А. М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2006. 304 с.
27. Ляшко І. І., Ємельянов В. Ф., Боярчук О. К. Математичний аналіз. У 2-х част. Ч. 1. Київ : Вища школа, 1992. 495 с.
28. Ляшко І. І., Ємельянов В. Ф., Боярчук О. К. Математичний аналіз. У 2-х част. Ч. 2. Київ : Вища школа, 1993. 375 с.
29. Лященко М. Я., Головань М. С. Чисельні методи. Київ : Либідь, 1996. 288 с.
30. Маринець В. В., Реґо В. Л., Маринець К. В. Теорія крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. Ужгород : Вид-во УжНУ Говерла, 2013. 196 с.
31. Маркович Б. М. Рівняння математичної фізики. Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2008. 366 с.
32. Мартиненко М. А., Юрик І. І. Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення. 2-е вид. Київ : Слово, 2010. 296 с.
33. Мартинюк П. М., Мічута О. Р. Методи оптимізації та дослідження операцій. Рівне : НУВГП, 2011. 283 с.
34. Махней О. В. Математичне моделювання. Івано-Франківськ : Супрун В.П., 2015. 372 с.
35. Маценко В. Г. Математичне моделювання. Чернівці : ЧНУ, 2014. 519 с.
36. Мельник Т. А. Комплексний аналіз. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2015. 192 с.
37. Мішура Ю. С., Ральченко К. В., Шевченко Г. М. Випадкові процеси. Теорія. Статистика. Застосування. 2-ге вид., випр. і допов. Київ : Київський університет, 2021. 496 с.
38. Моклячук М. П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2009. 380 с.
39. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика. Львів : Магнолія 2006, 2010. 432 с.
40. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. Київ: Либідь, 2006. 424 с.
41. Попов Ю. Д., Тюття В. І., Шевченко В. І. Методи оптимізації. Київ : Абрис, 1999. 216 с.
42. Рудавський Ю. К., Костробій П. П., Луник Х. П., Уханська Д. В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Львів : Видавництво Державного університету «Львівська політехніка», 1999. 262 с.
43. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння. 2-е вид., перероб. и доп. Київ : Либідь, 2003. 600 с.
44. Сеньо П. С. Випадкові процеси. Львів : Компакт-ЛВ, 2006. 284 с.
45. Скороход А. В. Елементи теорії ймовірностей та випадкових процесів Київ : Вища школа, 1975. 296 с.
46. Спекторський І. Я. Дискретна математика. 2-ге вид., виправл. і доповн. Київ : Політехніка ; Періодика, 2004. 220 с.
47. Ус С. А. Функціональний аналіз. Дніпропетровськ : НГУ, 2013. 236 с.

48. Фельдман Л. П., Петренко А. І., Дмитрієва О. А. Чисельні методи в інформатиці. Київ : ВНУ, 2006. 480 с.
49. Чарін В. С. Лінійна алгебра. 2-е вид., стереот. Київ : Техніка, 2005. 416 с.
50. Шкіль М. І., Лейфура В. М., Самусенко П. Ф. Диференціальні рівняння. Київ : Техніка, 2003. 368 с.
51. Божидарник В.В., Сулим Г.Т. Елементи теорії пружності. Львів, видавництво “Світ”, 1994.
52. Григоренко Я.М., Мольченко Л.В. Основи теорії пластин та оболонок. Київ, “Либідь”, 1993.

## **КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ ВСТУПНИКА ПРИ ПРОВЕДЕННІ ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ**

Екзаменаційний білет складається з трьох питань.

Відповідь на кожне питання оцінюється за 100-бальною шкалою:

– 90-100 балів: вступник продемонстрував всебічні, систематизовані та глибокі знання матеріалу, повністю розкривши та обґрунтувавши відповідь на питання екзаменаційного білета;

– 80-89 балів: вступник продемонстрував систематизовані та глибокі знання матеріалу, зазначивши взаємозв'язок основних понять, розкривши та обґрунтувавши відповідь на питання екзаменаційного білета;

– 70-79 балів: вступник продемонстрував повне знання матеріалу, загалом розкривши питання екзаменаційного білета, при цьому наведена відповідь потребує деяких додаткових роз'яснень, уточнень, доповнень, обґрунтувань тощо;

– 60-69 балів: вступник продемонстрував знання основного матеріалу та базових понять, загалом розкривши питання екзаменаційного білета, при цьому наведена відповідь потребує деяких суттєвих додаткових роз'яснень, уточнень, доповнень, обґрунтувань тощо;

– 50-59 балів: вступник продемонстрував знання основ матеріалу в мінімальному обсязі, недостатньо повно розкривши питання екзаменаційного білета, при цьому наведена відповідь потребує суттєвих додаткових роз'яснень, уточнень, доповнень, обґрунтувань тощо;

– 1-49 балів: вступник продемонстрував недостатні знання матеріалу, припустивши значну кількість принципів помилок у відповіді на питання екзаменаційного білета.

Відповідь на кожне питання екзаменаційного білета зараховується за умови отримання за неї не нижче 50 балів.

Загальна оцінка визначається як середнє арифметичне оцінок, отриманих за кожне питання екзаменаційного білета. Фахова комісія проставляє загальну оцінку за шкалою 50-100 балів або ухвалює рішення про негативну оцінку зі вступного випробування («незадовільно», «не склав»).