Національна академія наук України

Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Заступник директора
з наукової роботи

“23” квітня 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Математичні моделі процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій

(назва навчальної дисципліни)

спеціальність 113 Прикладна математика

2024 / 2025 навчальний рік

Робочу програму навчальної дисципліни «Математичні моделі процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій» складено відповідно до освітньо-наукової програми «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур» підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробники: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)
Стрельнікова Олена Олександрівна, д-р техн. наук, професор, провідний науковий співробітник відділу термогазодинаміки енергетичних машин

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою інституту 23 квітня 2025 року, протокол № 4.

Програму схвалено на розширеному засіданні відділу нелінійної механіки та математичного моделювання.

Протокол № 1 від 21.04.2025 р.

Завідувач відділу

_____ Аврамов К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-технічною проблемною радою «Математичне моделювання. Механіка деформованого твердого тіла. Динаміка і міцність машин. Магнетизм технічних об'єктів».

Протокол № 7 від 22.04.2025 р.
Заступник голови НТПР _____

_____ Максименко-Шейко К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

1. Опис навчальної дисципліни

Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є оволодіння математичними методами для дослідження процесів аерогідропружних коливань, які дають можливість аналізувати і моделювати фізичні процеси і явища коливань за умови аеропружної взаємодії елементів конструкцій з оточуючим рухомим повітряним або водним середовищем, формування практичних умінь і навичок щодо формулювання задач моделювання фізичних процесів, розробки математично-комп'ютерного інструментарію для їх розв'язання та його використання при розв'язанні практичних задач.

Перелік компетентностей та програмних результатів навчання, що забезпечує дисципліна

Компетентності

ЗК6 Здатність знаходити, обробляти та аналізувати інформацію з різних джерел

ЗК8 Здатність виявляти, ставити і вирішувати проблеми.

ЗК10 Знання і розуміння предметної області та розуміння професії.

ЗК11 Здатність до абстрактного та аналітичного мислення й генерування ідей.

ФК 1 Здатність виявляти актуальні прикладні математичні проблеми і застосовувати поглиблені знання з прикладної математики.

ФК2 Здатність розробляти математичні моделі, що адекватно описують геометрію досліджуваних об'єктів і систем та фізичні процеси в них.

ФК3 Здатність застосовувати сучасні методи математичного моделювання і оптимізації для розв'язання задач прикладної математики

ФК6 Здатність використовувати сучасні програмні засоби для розв'язання задач прикладної математики.

ФК7 Здатність проводити обчислювальні експерименти з обробкою розрахункових даних і їх аналізом.

ФК8 Здатність аналізувати та інтерпретувати результати розв'язання задач прикладної математики.

ФК9 Здатність до пошуку і критичного аналізу наукової інформації за тематикою наукових досліджень

Програмні результати навчання

ПРН1 Знати та критично оцінювати теорії, положення та концептуальні підходи до вирішення комплексних наукових і практичних завдань в галузі прикладної математики.

ПРН3 Знати і розуміти принципи побудови математичних моделей фізичних процесів.

ПРН4 Знати сучасні методи моделювання і оптимального проектування і уміти вдосконалювати їх.

ПРН5 Вміти розробляти і вдосконалювати алгоритми моделювання фізичних процесів і оптимального проектування, реалізовувати їх за допомогою відповідного програмного забезпечення.

ПРН6 Вміти використовувати сучасне програмне забезпечення для розв'язання задач прикладної математики з розподіленими параметрами.

ПРН7 Вміти проводити розрахункові дослідження та аналізувати отримані чисельні результати.

ПРН8.Вміти здійснювати пошук науково-технічної інформації і робити її критичний аналіз

Характеристика навчальної дисципліни

Вибіркова освітня компонента	
Кількість кредитів	3
Рік підготовки	2-й
Семестр	2-й
Загальна кількість годин	90
Лекції	24 год.
Практичні заняття	6 год.
Індивідуальні заняття	__ год.
Самостійна робота	60 год.
Вид підсумкового контролю	залік

2. Зв'язок з іншими освітніми компонентами

Освітні компоненти, що передують вивченню:

ОК5 Сучасні методи обчислювальної математики

ОК6 Математичне моделювання геометричних об’єктів та фізичних полів з використанням R-функцій

Освітні компоненти, які розвивають результати навчання за цією дисципліною:

немає

3. Заплановані результати навчання

Після вивчення курсу студенти повинні:

– *Знати:* базові положення і основні поняття методів і числових алгоритмів для розв’язання задач аеропружності та гідропружності, можливості їх застосування, основні поняття теорії числового розв’язання крайових задач аеропружності та гідропружності.

Вміти: формулювати задачу опису фізичного процесу або явища як крайову задачу математичної фізики, формувати неперервні та дискретні математичні моделі процесів аерогідропружних коливань, що розглядаються, будувати алгоритми розрахунку для розв’язання різних типів задач, проводити розрахунки та аналізувати отримані результати, використовувати отримані знання для розв’язання прикладних задач за спеціальністю, застосовувати наближені методи для побудови дискретних математичних моделей процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій.

Розуміти: властивості та можливості наближених методів і числових алгоритмів моделювання процесів аерогідропружних коливань

4. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні поняття механіки суцільного середовища

Тема 1. Явища аерогідропружності

Аеро-гідропружність: Давнина і сучасність. Еолова арфа, літаки та мости. Класичний флатер. Бафтінг. Доріжка Кармана. Поняття про суцільне середовище та основні гіпотези.

Тема 2. Теорія деформацій суцільного середовища

Матеріальна точка. Абсолютне тверде тіло. Система матеріальних точок. Суцільне середовище. Системи відліку. Переміщення та деформації. Співвідношення Коші. Тензори деформації Гріна, Альмансі та Коші і їх вирази через компоненти вектора пружного переміщення. Інваріанти тензора деформації Коші та їх механічний зміст. Замкнута система рівнянь руху ідеальної нестисливої рідини. Інтеграл Бернуллі. Задача про обтікання циліндра та сфери. Парадокс Даламбера. Ефект Магнуса.

Тема 3. Теорія напружень суцільного середовища

Тензор напружень Коші та його інваріанти. Теорема про зміну кількості руху та моменту кількості руху. Закон парності дотичних напружень. Закон Гука. Рівняння руху в напруженнях та переміщеннях. Умови на поверхні; напружено-деформований стан у точці

тіла; узагальнений закон Гука; розв'язання задач теорії пружності; плоска задача теорії пружності у прямокутних координатах.

Розділ 2. Аналіз напружено-деформованого та динамічного стану конструкцій

Тема 4.: Коливання мембран

Вільні коливання прямокутної мембрани.. Оператор Лапласа в криволінійній системі координат. Метод Фур'є для розв'язання задач про вільні коливання круглої мембрани. Функції Бесселя.

Тема 5. : Розрахунки на міцність та коливання оболонок та оболонкових конструкцій

Основні поняття та гіпотези теорії оболонок. Розрахунок оболонок обертання на вісесиметричне навантаження по безмоментній теорії. Диференціальні рівняння рівноваги. Переміщення та деформації. Рівняння рівноваги та руху кругової циліндричної оболонки. «Напівбезмоментна» теорія Власова. Розрахунок оболонок обертання на симетричне навантаження за моментною теорією.

Тема 6.: Розрахунки на міцність та коливання елементів плоских та просторових елементів конструкцій

Аналіз пружно-деформованого стану елементів конструкцій. Моделювання балочними, стрижньовими, трубчастими і суцільними скінченними елементами. Розв'язання двомірної і тривимірної задач теорії пружності. Моделювання напружено-деформованого стану плоских та просторових елементів конструкцій.

Розділ 3. Методи розв'язання зв'язаних задач аерогідрпружності

Тема 7. Формулювання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем

Граничні та початкові умови. Їх фізична інтерпретація. Класифікація крайових задач. Постановки крайових задач для еліптичних рівнянь. Формулювання початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем в диференціальному та варіаційному формулюванні та зведення крайових задач до вигляду, прийнятному для чисельної реалізації на ЕОМ. Припущення відносно рідини та газу. Математичні моделі динаміки пружних тіл. Формулювання зв'язаних задач.

Тема 8. Методи розв'язання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем

Метод заданих форм. Побудова узагальнених координат. Методи теорії потенціалу та інтегральних рівнянь. Гармонічні функції в обмежених та необмежених областях. Формули Гріна. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа. Основна інтегральна формула Гріна та основна формула теорії гармонічних функцій. Функція Гріна для оператора Лапласа. Потенціали об'єму, простого та подвійного шарів. Властивості потенціалів. Логарифмічні потенціали. Задача Діріхле для рівняння Лапласа. Задача Неймана для рівняння Лапласа. Гранично-елементний підхід як різновид методу зважених нев'язок для розв'язання крайових задач аерогідропружності. Методи граничних та скінчених елементів для розв'язання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем.

5. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин						
	усього	у тому числі					
		лекції	практ.	лаб.	сем.	інд.	с.р.
Розділ 1. Основні поняття механіки суцільного середовища							
Тема 1. ***Явища аерогідропружності***	12	4					8
Тема 2. ***Теорія деформацій суцільного***	12	4					8

середовища							
Тема 3. ***Теорія напружень суцільного середовища***	12	4					8
Разом за розділом 1	36	12					24
Розділ 2. Аналіз напружено-деформованого та динамічного стану конструкцій							
Тема 4. ***Коливання мембран***	12	2	2				8
Тема 5. ***Розрахунки на міцність та коливання оболонок та оболонкових конструкцій***	12	2	2				8
Тема 6***. Розрахунки на міцність та коливання елементів плоских та просторових елементів конструкцій***	12	2	2				8
Разом за розділом 2	36	6	6				24
Розділ 3. Методи розв'язання зв'язаних задач аерогідрпружності							
Тема 7. Формулювання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем	9	3					6
Тема 8. Методи розв'язання зв'язаних початково-крайових та крайових задач динаміки елементів конструкцій при взаємодії з водним або повітряним середовищем	9	3					6
Разом за розділом 3	18	6					12
Усього годин	90	24	6				60

6. Самостійна робота

Метою самостійної роботи є навчитися користуватися навчально-методичними матеріалами, бібліотечними фондами, базами даних наукової літератури і інформаційними джерелами і іншими інформаційними джерелами, складати конспекти, аналізувати матеріал, порівнювати різні наукові концепції та робити висновки. Види самостійної роботи студента: опрацювання лекційного матеріалу; опрацювання тем курсу, які виносяться на самостійне вивчення; виконання завдань для самостійної роботи

Теми для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Задача про обтікання циліндра та сфери. Парадокс Даламбера.	4
2	Плоска задача теорії пружності у прямокутних координатах.	8
3	Метод Фур'є для розв'язання задач про вільні коливання круглої мембрани	8
4	Розрахунок оболонок обертання на симетричне навантаження за моментною та безмоментною теоріями	4
5	Моделювання напружено-деформованого стану плоских елементів конструкцій з використанням методу скінченних елементів	8
6	Гармонічні функції в обмежених та необмежених областях	4
7	Логарифмічні потенціали та їх застосування при розв'язанні плоских зв'язаних задач гідро-пружності	4

8	Метод зважених нев'язок при розв'язанні зв'язаних задач гідро-пружності	8
9	Типи граничних елементів, що використовуються при розв'язанні зв'язаних задач гідро-пружності	8
10	Розв'язання зв'язаних задач гідро-пружності в осесиметричному формулюванні	4
	Разом	60

Завдання для самостійної роботи

1. Скласти скінченнорізницеву схему для розв'язання плоскої задачі теорії пружності у прямокутних координатах

2. Розробити алгоритм і реалізувати його у вигляді програмного продукту для розв'язання задачі коливань рідини в прямокутному паралелепіпеді з використанням методу Фур'є.

3. Розробити алгоритм і реалізувати його у вигляді програмного продукту для розв'язання задачі коливань рідини в циліндричному резервуарі з використанням методу Фур'є.

4. Розробити алгоритм методу колокацій для розв'язання задачі коливань рідини в циліндричному резервуарі

5. Розробити алгоритм розв'язання одновимірної осесиметричної задачі знаходження частот та форм плескань рідини в циліндричному резервуарі

6. Розробити алгоритм і реалізувати його у вигляді програмного продукту для задачі знаходження частот та форм плескань рідини в циліндричному резервуарі з

7. Методи контролю

Поточний контроль теоретичних знань, що отримані здобувачем вищої освіти ступеня доктора філософії здійснюється методом усного опитування.(На індивідуальних заняттях оцінюється здатність здобувача вищої освіти приймати участь у науковій дискусії.) Підсумковий контроль проводиться у вигляді підсумкової семестрової атестації на засіданні науково-технічної проблемної ради з урахуванням попередньої атестації науковим керівником.

8. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота								ІЗ	Разом	Сума
Розділ 1			Розділ 2			Розділ 3				
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	Т7	Т8	35	100	100
5	10	10	10	5	10	10	5			

Т1, Т2 ... – теми розділів; ІЗ – індивідуальне завдання.

Бали поточного контролю за кожною темою складаються з оцінювання відповідей під час усного опитування щодо засвоєння лекційного матеріалу (b_1 – розуміння окремих положень, b_2 – розуміння окремих математичних методів, b_3 – досконале засвоєння математичних методів, b_4 – вміння адаптувати засвоєні методи для розв'язання комплексних задач нелінійної динаміки), оцінювання виконання завдання для самостійної роботи (s_1 – вміння вибрати математичний метод для розв'язання поставленої задачі; s_2 – розробка методики розв'язання поставленої задачі, s_3 – часткове застосування розробленої методики; s_4 – повне застосування методики з отриманням частково помилкових результатів, s_5 – вирішення поставленої задачі в цілому, s_6 – повне вирішення поставленої задачі з творчим аналізом отриманих результатів).

Для тем Т1…Т8: b_1= 0,5; b_2= 1; b_3= 1,5; b_4 = 2.

s_1= 0,5; s_2= 1; s_3= 1,5; s_4 = 2; s_5 = 2,5; s_6 = 3.

Для тем Т9…Т12: b_1= 1; b_2= 2; b_3= 3; b_4 = 4.

s_1= 1; s_2= 2; s_3= 3; s_4 = 4; s_5 = 5; s_6 = 6.

Критерії оцінювання індивідуального завдання (35 балів): Відсутність помилок в теоретичній частині – 10 балів; Коректність викладок – 9 балів; Послідовність викладок – 8 балів; Логічність викладок – 8 балів.

Після підсумовування всіх балів поточного контролю результат округлюється до цілого значення.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50 – 100	зараховано
0–49	не зараховано

9. Рекомендоване методичне забезпечення

1. Конспект лекцій з дисципліни «Математичні моделі процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. О. О. Стрельнікова. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 77 с.

2. Методичні вказівки до виконання індивідуальних практичних завдань з дисципліни «Математичні моделі процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. О. О. Стрельнікова. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 12 с.

3. Методичні вказівки та перелік завдань для самостійної роботи з дисципліни «Математичні моделі процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. О. О. Стрельнікова. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 8 с.

Основна література

1. Божидарник В. В., Сулим Г. Т. Елементи теорії пружності. — Львів: Світ,1994. — 560 с.
2. Котельніков Г. Н., Мамлюк О. В., Аеродинаміка літальних апаратів. Підручник. - К.: Вища школа, 2002. – 255 с.
3. Ародинаміка літальних апаратів: навчальний посібник /О.О. Бурсала. А. Г. Зінченко, Є. Ю. Іленко, І. Б. Ковтонюк, А. Л. Сушко – Х.: ХУПС, 2015. -333 с.: іл.
4. Перестюк М.О., Маринець В. В. Теорія рівнянь математичної фізики. Київ: Либідь, 2006. 422 с.
5. Курпа Л. В., Лінник Г. Б. Рівняння математичної фізики. Харків: Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2011. 312 с
6. Samarsky A.A. Theory of difference schemes. Springer, 1989, 616 p.
7. Zenkevich O., Morgen K. Finite elements and approximation. Cambridge edition, 2018, 318 p.
8. Тягній В. Г., Ємець В. В.Основи аеродинаміки і динаміки польоту. Частина І. Аерогідрогазодинаміка. Хар-ків : ХНУВС, 2023. – 280 с
9. Bertin, John J., Cummings, Russell M. Aerodynamics for Engineers. 6th edition. Cambridge University Press , 2021. - 820 p

10. Benerjee P., Butterfield R. Boundary element methods in applied sciences. – Springer - Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo, 1984. –494 s.
11. Brebbia C., Telles J., Vroubel L. Boundary element methods. – Springer -Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo 1984. – 524 p.

Допоміжна література

1. Hadamard J. Cauchy's problem for linear equations with partial derivatives of the hyperbolic type. -Springer edition, UK, 2014.-352
2. Hemming R.V. Numerical methods for scientists and engineers. Springer edition, UK,, 2018, 400 p.
3. Jochen Wild, High-Lift Aerodynamics, CRC Press, 2022. – 308 p
4. Wilkinson, Reinsch. Reference book of algorithms in ALGOL language. Linear algebra. M. Springer edition, UK,, 2017, 390 p.
5. Ковалев Е. Д., Удовенко В. А., Основи аеродинаміки і динаміка польоту легких вертольотів. Навчальний посібник. - Х.: КБ Аерокоптер, 2008. –280 с.

10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. Навчально-методичний комплекс навчальної дисципліни на сайті ipmach.kharkov.ua
2. Мережа Internet.
3. Сайт ІАТ http:\\iat.kpi.ua.
4. Бібліотека ІЕМС НАН України.
5. ХДНБ ім. В.Г. Короленка (Харків).