Національна академія наук України

Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Заступник директора

“___” _____ 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Математичне моделювання, ідентифікація та оптимізація теплових процесів

(назва навчальної дисципліни)

підготовки докторів філософії

зі спеціальності 113 Прикладна математика

2024 / 2025 навчальний рік

Робочу програму навчальної дисципліни «Математичне моделювання, ідентифікація та оптимізація теплових процесів» складено відповідно до освітньо-наукової програми «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур» підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробники: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)
Костіков Андрій Олегович, д-р техн. наук, професор, член-кор. НАН України, заступник директора з наукової роботи

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою інституту 23 квітня 2025 року, протокол № 4.

Програму схвалено на розширеному засіданні відділу нелінійної механіки та математичного моделювання.

Протокол № 1 від 21.04.2025 р.

Завідувач відділу

_____ Аврамов К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-технічною проблемною радою «Математичне моделювання. Механіка деформованого твердого тіла. Динаміка і міцність машин. Магнетизм технічних об'єктів».

Протокол № 7 від 22.04.2025 р.

Заступник голови НТПР _____

_____ Максименко-Шейко К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

1. Опис навчальної дисципліни

Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є оволодіння методами чисельного розв'язання прямих і обернених задач математичної фізики, формування практичних умінь і навичок щодо постановки задач моделювання, ідентифікації і оптимізації фізичних процесів, розробки математично-комп'ютерного інструментарію для їх розв'язання та його використання при розв'язанні певних практичних задач.

Перелік компетентностей та програмних результатів навчання, що забезпечує дисципліна

Компетентності

ЗК8 Здатність виявляти, ставити і вирішувати проблеми.

ЗК10 Знання і розуміння предметної області та розуміння професії.

ЗК11 Здатність до абстрактного та аналітичного мислення й генерування ідей.

ФК1 Здатність виявляти актуальні прикладні математичні проблеми і застосовувати поглиблені знання з прикладної математики.

ФК2 Здатність розробляти математичні моделі, що адекватно описують геометрію досліджуваних об'єктів і систем та фізичні процеси в них.

ФК3 Здатність застосовувати сучасні методи математичного моделювання і оптимізації для розв'язання задач прикладної математики.

ФК4 Здатність розробляти і вдосконалювати методи моделювання теплових та механічних процесів і оптимального проектування.

ФК5 Здатність на основі сучасних методів моделювання і оптимізації розробляти алгоритми розрахунку.

ФК6 Здатність використовувати сучасні програмні засоби для розв'язання задач прикладної математики.

ФК7 Здатність проводити обчислювальні експерименти з обробкою розрахункових даних і їх аналізом.

ФК8 Здатність аналізувати та інтерпретувати результати розв'язання задач прикладної математики.

Програмні результати навчання

ПРН1 Знати та критично оцінювати теорії, положення та концептуальні підходи до вирішення комплексних наукових і практичних завдань в галузі прикладної математики.

ПРН3 Знати і розуміти принципи побудови математичних моделей фізичних процесів.

ПРН4 Знати сучасні методи моделювання і оптимального проектування і уміти вдосконалювати їх.

ПРН5 Вміти розробляти і вдосконалювати алгоритми моделювання фізичних процесів і оптимального проектування, реалізовувати їх за допомогою відповідного програмного забезпечення.

ПРН6 Вміти використовувати сучасне програмне забезпечення для розв'язання задач прикладної математики з розподіленими параметрами.

ПРН7 Вміти проводити розрахункові дослідження та аналізувати отримані чисельні результати.

Характеристика навчальної дисципліни

Вибіркова освітня компонента	
Кількість кредитів	3
Рік підготовки	2-й
Семестр	2-й
Загальна кількість годин	90

Лекції	24 год.
Практичні заняття	6 год.
Індивідуальні заняття	__ год.
Самостійна робота	60 год.
Вид підсумкового контролю	залік

2. Зв'язок з іншими освітніми компонентами

Освітні компоненти, що передують вивченню:

ОК5 Сучасні методи обчислювальної математики

ОК6 Математичне моделювання геометричних об’єктів та фізичних полів з використанням R-функцій

Освітні компоненти, які розвивають результати навчання за цією дисципліною:

немає

3. Заплановані результати навчання

Після вивчення курсу аспіранти повинні:

Знати: важливі поняття теорії чисельного розв’язання прямих і обернених задач математичної фізики; основні математичні методи розв’язання прямих і обернених задач, методами регуляризації некоректних задач і пошуку екстремуму функціоналу.

Вміти: формулювати задачу, формувати математичну модель фізичних процесів, що розглядаються, будувати алгоритми розрахунку для розв’язання різних типів, проводити розрахунки та аналізувати отримані результати, використовувати отримані знання для розв’язання прикладних задач за спеціальністю.

Розуміти: властивості та можливості методів і алгоритмів моделювання, ідентифікації, і оптимізації.

4. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Моделювання фізичних процесів

Тема 1. Математичні моделі фізичних явищ

Поля фізичних величин. Математичні моделі з зосередженими і розподіленими параметрами. Основні закони збереження і їх запис у інтегральній і диференціальній формі. Умови однозначності. Граничні і початкові умови і їх фізичний смисл. Прямі і обернені задачі.

Тема 2. Варіаційні методи розв’язання прямих задач математичної фізики

Диференціальна і варіаційна постановка задачі. Простір функцій, що задовольняють однорідним крайовим умовам. Мінімізуюча послідовність. Теорема про енергетичний функціонал. Метод Рітца. Функціонал нев’язки. Варіаційний метод найменших квадратів.

Базісні функції із скінченим носієм. Метод скінченних елементів як наслідок варіаційних методів при спеціальному виборі базисних функцій. Особливості системи лінійних алгебраїчних рівнянь у випадку методу скінчених елементів.

Тема 3. Скінчено-різницеві методи розв’язання прямих задач математичної фізики

Сітка, граничні і внутрішні вузли, часовий шар. Сіткова функція. Шаблон, регулярні і нерегулярні вузли. Заміна диференціального оператора різницевим оператором. Різницева схема. Пошаровий алгоритм вирішення нестаціонарних задач. Явні і неявні різницеві схеми. Методи різницевої апроксимації. Нев'язка апроксимації Апроксимація граничних умов.

Розділ 2. Ідентифікація і оптимізація фізичних процесів

Тема 4. Обернені задачі математичної фізики

Постановка оберненої задачі. Типи обернених задач. Постановка обернених задач з додатковими обмеженнями. Особливості задач ідентифікації і оптимізації. Некоректність

обернених задач. Основи теорії регуляризації. Практичне застосування обернених задач при дослідженні фізичних процесів в енергетичному обладнанні.

Тема 5. Методи розв'язання обернених задач

Метод автоматизованого підбору. Метод спектральних функцій впливу.

5. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин						
	усього	у тому числі					
		лекції	практ.	лаб.	сем.	інд.	с.р.
Розділ 1. Моделювання фізичних процесів							
Тема 1. ***Математичні моделі фізичних явищ***	12	4					8
Тема 2. ***Варіаційні методи розв'язання прямих задач математичної фізики***	24	6	2				16
Тема 3. ***Скінчено-різницеві методи розв'язання прямих задач математичної фізики***	24	6	2				16
Разом за розділом 1	60	16	4				40
Розділ 2. Ідентифікація і оптимізація фізичних процесів							
Тема 4. ***Обернені задачі математичної фізики***	18	6					12
Тема 5. ***Методи розв'язання обернених задач***	12	2	2				8
Разом за розділом 2	30	8	2				20
Усього годин	90	24	6				60

6. Самостійна робота

Метою самостійної роботи є навчитися користуватися навчально-методичними матеріалами, бібліотечними фондами, базами даних наукової літератури і інформаційними джерелами і іншими інформаційними джерелами, складати конспекти, аналізувати матеріал, порівнювати різні наукові концепції та робити висновки. Види самостійної роботи студента: опрацювання лекційного матеріалу; опрацювання тем курсу, які виносяться на самостійне вивчення; виконання завдань для самостійної роботи, відвідування консультацій; підготовка до підсумкового контролю.

Теми для самостійного вивчення

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Постановка задач математичної фізики	8
2	Метод Гальоркіна	8
3	Побудова системи базисних функцій	8
3	Інтегро-інтерполяційні методи, метод скінченних об'ємів	4
4	Особливості застосування скінченно-різницевих методів у багатовимірному випадку	4
5	Усталеність і збіжність різницевих розв'язків. Оцінка точності розв'язку	4
6	Наближені методи розв'язання нелінійних прямих задач математичної фізики	4
7	Коефіцієнти чутливості в оберненій задачі	4
8	Методи регуляризації розв'язків некоректних задач (регуляризація Тихонова, ітераційна регуляризація, регіонально-	4

	структурна регуляризація)	
9	Метод оптимальної динамічної фільтрації	4
10	Градієнтні методи розв'язання обернених задач	4
11	Керування процесом опалення приміщень	4
	Разом	60

Завдання для самостійної роботи

1. Скласти скінченнорізницеву схему другого порядку по часу і четвертого порядку по просторовим координатам для трьохвимірного нестаціонарного рівняння теплопровідності.

2. Розробити алгоритм і реалізувати його у вигляді програмного продукту для розв'язання одновимірної стаціонарної задачі теплопровідності з граничними умовами першого роду методом Рітца.

3. Розробити алгоритм і реалізувати його у вигляді програмного продукту для розв'язання одновимірної стаціонарної задачі теплопровідності з граничними умовами другого роду методом Рітца.

4. Розробити алгоритм і реалізувати його у вигляді програмного продукту для розв'язання одновимірної стаціонарної задачі теплопровідності із змішаними граничними умовами методом найменших квадратів.

5. Розробити алгоритм розв'язання одновимірної нестаціонарної внутрішньої оберненої задачі теплопровідності з ідентифікації коефіцієнта теплопровідності методом спряжених градієнтів.

6. Розробити алгоритм розв'язання двовимірної стаціонарної внутрішньої оберненої задачі теплопровідності з ідентифікації коефіцієнта теплопровідності методом спряжених градієнтів.

7. Розробити алгоритм розв'язання задачі керування потужністю тепловиделення опалювального пристрою в приміщенні при змінних у часі зовнішніх теплових впливів на огороджувальні конструкції.

* за бажанням здобувача він може сам скласти перелік завдань для самостійної роботи, адаптувавши їх під своє наукове дослідження, за умови узгодження переліку і змісту завдань з викладачем і науковим керівником

7. Методи навчання

При викладанні дисципліни застосовуються словесні, наочні та практичні методи навчання. Словесні та наочні методи навчання використовуються під час лекцій, самостійної роботи, консультацій, практичні – при здійсненні студентами самостійної роботи. Під час проведення лекцій використовуються такі словесні методи як розповідь і пояснення. До числа наочних методів, які застосовуються при викладанні дисципліни, належать: ілюстрація, демонстрація, робота із програмними продуктами для розв'язання прямих та обернених задач теплообміну.

8. Методи контролю

Поточний контроль теоретичних знань, що отримані здобувачем вищої освіти ступеня доктора філософії здійснюється шляхом опитування та перевірки виконання завдань для самостійної роботи.

Підсумковий контроль проводиться у вигляді заліку.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота							Екзамен	Сума
Розділ 1			Розділ 2			Разом		
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5		100	–	100
20	20	20	20	20				

Т1, Т2 ... – теми розділів.

Критерії оцінювання

Бали поточного контролю за кожною темою складаються з оцінювання відповідей під час усного опитування щодо засвоєння лекційного матеріалу (1 – розуміння окремих положень, 2 – розуміння окремих математичних методів, 3 – досконале засвоєння математичних методів, 4 – вміння адаптувати засвоєні методи для розв'язання комплексних задач теплообміну), оцінювання ступені опрацювання матеріалу тем для самостійного вивчення (1 – часткове розуміння матеріалу, 2 – досконале розуміння матеріалу) та оцінювання виконання завдання для самостійної роботи (1 – вміння вибрати математичний метод для розв'язання поставленої задачі; 2 – розробка методики розв'язання поставленої задачі, 3 – часткове застосування розробленої методики; 4 – повне застосування методики з отриманням частково помилкових результатів, 5 – вирішення поставленої задачі в цілому, 6 – повне вирішення поставленої задачі з творчим аналізом отриманих результатів)

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50–100	Зараховано
1–49	не зараховано

10. Рекомендоване методичне забезпечення

1. Конспект лекцій з дисципліни «Математичне моделювання, ідентифікація та оптимізація теплових процесів» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. А. О. Костіков. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 63 с.

2. Методичні вказівки до виконання індивідуальних практичних завдань з дисципліни «Математичне моделювання, ідентифікація та оптимізація теплових процесів» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. А. О. Костіков. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 12 с.

3. Методичні вказівки та перелік завдань для самостійної роботи з дисципліни «Математичне моделювання, ідентифікація та оптимізація теплових процесів» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. А. О. Костіков. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 8 с.

Основна література

1. Андруник В. А., Висоцька В. А., Пасічник В. В., Чирун Л. Б., Чирун Л. В. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навчальний посібник, Том 2 за ред. В.В. Пасічника – Львів: Видавництво «Новий Світ – 2000», 2020.
2. Савула Я Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2004.
3. Ідентифікація теплових процесів шляхом розв'язання обернених задач / Ю. М. Мацевитый, А. О. Костіков, М. О. Сафонов, О. О. Стрельнікова, В. О. Повгородній, В. В. Ганчін, Я. Н. Буштец, 2023.

Допоміжна література

4. Rektorys K. Variational methods in mathematics, science and engineering. – Boston: Reidel publishing, 1980.
5. Smith G. D. Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods. – Oxfod: Clarendon Press, 1985.
6. Matsevity Yu. M. Inverse Heat Conduction Problems. Vol. 1. Methodology. Kyiv: NAS of Ukraine, Inst. for Problems in Mech. Eng., 2008.
7. Matsevity Yu. M. Inverse Heat Conduction Problems. Vol. 2. Applications. Kyiv: NAS of Ukraine, Inst. for Problems in Mech. Eng., 2008.
8. Keith A. Woodbury, Hamidreza Najafi, Filippo de Monte, James V. Beck. Inverse heat conduction: Ill-posed problems. John Wiley & Sons, Inc., 2023
9. Довгий Б.П., Ловейкін А.В., Вакал Є.С., Вакал Ю.Є. Сплайн-функції та їхнє застосування. – Київ: Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2024.
10. Solution to non-stationary inverse heat conduction problems for multi-layer bodies, based on effective search for the regularization parameter / Yurii M. Matsevytyi, Volodymyr M. Sirenko, Andrii O. Kostikov, Mykola O. Safonov, Valerii V. Hanchyn. Journal of Mechanical Engineering. 2019. Vol. 22, Iss. 3. P. 4–13. DOI: https://doi.org/10.15407/pmach2019.03.004.

Інформаційні ресурси

1. Навчально-методичний комплекс навчальної дисципліни на сайті ipmach.kharkov.ua
2. Мережа Internet.
3. Бібліотека ІЕМС НАН України.