Національна академія наук України

Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Заступник директора

_____

“ 23 ” _____ 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

ТЕНЗОРНЕ ОБЧИСЛЕННЯ В МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ ПРОЦЕСІВ В ЕНЕРГЕТИЦІ

підготовки докторів філософії

зі спеціальності 113 Прикладна математика

2024 / 2025 навчальний рік

Робочу програму навчальної дисципліни «Тензорне обчислення в математичному моделюванні процесів в енергетиці» складено відповідно до освітньо-наукової програми «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур» підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробники: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)

Максименко-Шейко Кирило Володимирович, д-р техн. наук, професор, заступник директора з наукової роботи

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою інституту 23 квітня 2025 року, протокол № 4.

Програму схвалено на розширеному засіданні відділу нелінійної механіки та математичного моделювання.

Протокол № 1 від 21.04.2025 р.

Завідувач відділу

_____ Аврамов К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-технічною проблемною радою «Математичне моделювання. Механіка деформованого твердого тіла. Динаміка і міцність машин. Магнетизм технічних об'єктів».

Протокол № 7 від 22.04.2025 р.

Заступник голови НТПР _____

_____ _ Максименко-Шейко К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

1. Опис навчальної дисципліни

Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни "Тензорне обчислення в математичному моделюванні процесів в енергетиці" є побудова математичних моделей фізичних полів у криволінійних ортогональних та неортогональних координатах за допомогою апарата тензорного аналізу, а також дослідження процесів гідродинаміки та теплообміну в скручених каналах та каналах з гвинтовими вставками.

Перелік компетентностей та програмних результатів навчання, що забезпечує дисципліна

Компетентності

ЗК8 Здатність виявляти, ставити і вирішувати проблеми.

ЗК10 Знання і розуміння предметної області та розуміння професії.

ЗК11 Здатність до абстрактного та аналітичного мислення й генерування ідей.

ЗК13 Здатність використовувати інформаційні та комунікаційні технології.

ФК2 Здатність розробляти математичні моделі, що адекватно описують геометрію досліджуваних об'єктів і систем та фізичні процеси в них.

ФК3 Здатність застосовувати сучасні методи математичного моделювання і оптимізації для розв'язання задач прикладної математики.

ФК4 Здатність розробляти і вдосконалювати методи моделювання теплових та механічних процесів і оптимального проектування.

ФК6 Здатність використовувати сучасні програмні засоби для розв'язання задач прикладної математики

ФК7 Здатність проводити обчислювальні експерименти з обробкою розрахункових даних і їх аналізом

Програмні результати навчання

ПРН2 Знати і розуміти принципи побудови математичних моделей геометричних об'єктів.

ПРН3 Знати і розуміти принципи побудови математичних моделей фізичних процесів.

ПРН4 Знати сучасні методи моделювання і оптимального проєктування і уміти вдосконалювати їх.

ПРН5 Вміти розробляти і вдосконалювати алгоритми моделювання фізичних процесів і оптимального проектування, реалізовувати їх за допомогою відповідного програмного забезпечення.

ПРН7 Вміти проводити розрахункові дослідження та аналізувати отримані чисельні результати.

Характеристика навчальної дисципліни

Обов'язкова освітня компонента	
Кількість кредитів	3
Рік підготовки	2-й
Семестр	1-й
Загальна кількість годин	90
Лекції	24 год.
Практичні заняття	6 год.
Індивідуальні заняття	__ год.
Самостійна робота	60 год.
Вид підсумкового контролю	екзамен

2. Зв'язок з іншими освітніми компонентами

Освітні компоненти, що передують вивченню:

ОК5 Сучасні методи обчислювальної математики

ОК6 Математичне моделювання геометричних об’єктів та фізичних полів з використанням R-функцій

Освітні компоненти, які розвивають результати навчання за цією дисципліною: немає

3. Заплановані результати навчання

Після вивчення курсу аспіранти повинні:

Знати: основні відмінності різних систем координат в залежності від вигляду метричного тензора, умови зведення просторових крайових задач до двовимірних, варіаційні методи для розв’язання рівнянь еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.

Вміти: застосовувати отримані знання на практиці при переході від однієї системи координат до іншої; проводити обчислювальні експерименти, а саме, в гвинтовій системі координат при змінюванні параметру закрутки; встановлювати закономірності змінювання фізичного поля в залежності від значення параметра закрутки.

Розуміти: основні можливості тензорного аналізу для отримання математичних моделей в різних системах координат.

4. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Математичне моделювання в криволінійних координатах.

Тема 1. Вступ.

Задачі математичного моделювання.

Тема 2. Математичне моделювання в криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат.

Математичне моделювання в криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат. Особливості.

Тема 3. Основні положення тензорного аналізу.

Основні положення тензорного аналізу. Метричний тензор, символи Кристоффеля, обчислення коваріантних і контраваріантних похідних.

Розділ 2. Обробка інформаційних потоків і побудова основних векторних співвідношень і диференціальних операторів.

Тема 4. Основні векторні співвідношення і диференціальні інваріанти в криволінійних ортогональних і неортогональних координатах.

Основні векторні співвідношення і диференціальні інваріанти в криволінійних ортогональних і неортогональних координатах, в тому числі для задач з гвинтовим типом симетрії.

Тема 5. Математичні моделі скалярних полів в гвинтовій системі координат.

Математичні моделі скалярних полів в гвинтовій системі координат. Розподіл електростатичного поля у скрученому провіднику.

Тема 6. Математична модель утримання плазми з током у рівноважному стані в реакторі типу ТОКАМАК.

Математична модель утримання плазми з током у рівноважному стані в реакторі типу ТОКАМАК.

Розділ 3. Умови зведення тривимірних крайових задач до двовимірних за наявності відповідної геометричної та фізичної симетрії.

Тема 7. Теорема про зведення просторових скалярних крайових задач для об’єктів з гвинтовим типом симетрії до двовимірних.

Теорема про зведення просторових скалярних крайових задач для об’єктів з гвинтовим типом симетрії до двовимірних (формулювання, доведення, приклади).

Розділ 4. Варіаційні методи для рівнянь еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.
Тема 8. Рівняння еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.
Рівняння еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами. Додатна визначеність операторів.
Тема 9. Методи Ритца і найменших квадратів.
Методи Ритца і найменших квадратів для рівнянь зі змінними коефіцієнтами.

Розділ 5. Математичне моделювання в неортогональних координатах.
Тема 10. Математичне моделювання скалярних задач в гвинтовій системі координат.
Математичне моделювання задач електростатики, теплофізики та інших скалярних задач в гвинтовій системі координат.
Тема 11. Математична модель течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах.
Математична модель течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах в гвинтовій системі координат.
Тема 12. Комп'ютерне моделювання скалярних і векторних задач для скручених циліндрів методом R-функцій.
Комп'ютерне моделювання задач електростатики, теплофізики, а також течії рідини для скручених циліндрів методом R-функцій.

5. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин						
	усього	у тому числі					
		лекції	практ.	лаб.	сем.	інд.	с.р.
Розділ 1. Математичне моделювання в криволінійних координатах.							
Тема 1. Вступ.	1	1					
Тема 2. Математичне моделювання в криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат.	6	2					4
Тема 3. Основні положення тензорного аналізу.	10	4					6
Разом за розділом 1	17	7					10
Розділ 2. Обробка інформаційних потоків і побудова основних векторних співвідношень і диференціальних операторів.							
Тема 4. Основні векторні співвідношення і диференціальні інваріанти в криволінійних ортогональних і неортогональних координатах.	10	4					6
Тема 5.	8	2					6

Математичні моделі скалярних полів в гвинтовій системі координат.							
Тема 6. Математична модель утримання плазми з током у рівноважному стані в реакторі типу ТОКАМАК.	8	2					6
Разом за розділом 2	26	8					18
Розділ 3. Умови зведення тривимірних крайових задач до двовимірних за наявності відповідної геометричної та фізичної симетрії.							
Тема 7. Теорема про зведення просторових скалярних крайових задач для об'єктів з гвинтовим типом симетрії до двовимірних.	8	2					6
Разом за розділом 3	8	2					6
Розділ 4. Варіаційні методи для рівнянь еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.							
Тема 8. Рівняння еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.	8	2					6
Тема 9. Методи Ритца і найменших квадратів.	8	2					6
Разом за розділом 4	16	4					12
Розділ 5. Математичне моделювання в неортогональних координатах.							
Тема 10. Математичне моделювання скалярних задач в гвинтовій системі координат.	5	1					4
Тема 11. Математична модель течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах.	6	2					4
Тема 12. Комп'ютерне моделювання	12		6				6

скалярних і векторних задач для скручених циліндрів методом R-функцій.							
Разом за розділом 5	23	3	6				14
Усього годин	90	24	6				60

6. Самостійна робота

Метою самостійної роботи є навчитися користуватися навчально-методичними матеріалами, бібліотечними фондами, базами даних наукової літератури й іншими інформаційними джерелами, складати конспекти, аналізувати матеріал, порівнювати різні наукові концепції та робити висновки. Види самостійної роботи студента: опрацювання лекційного матеріалу; опрацювання тем курсу, які виносяться на самостійне вивчення; виконання завдань для самостійної роботи, відвідування консультацій; підготовка до підсумкового контролю.

Завдання для самостійної роботи*

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Побудова метричних тензорів у криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат за вибором. *Побудувати коваріантні та контраваріантні компоненти метричних тензорів. Виходячи з вигляду метричного тензора, зробити висновок про ортогональність чи неортогональність досліджуваної системи координат.* *Завдання: A. I. Borisenko, I. E. Tarapov. Vector and tensor analysis with applications. Dover Publications Inc., New York, 1979. — Розділи 2.1-2.9, 3.5. Задачі 1-9 розділу 2.* *(див. також К.В.Максименко-Шейко, Т.І.Шейко. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки для студентів IV-V курсів фізико-енергетичного факультету. — Харків, ХНУ, 2007. — 52 с.).*	10
2	Побудова основних диференціальних інваріантів у криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат за вибором. *Побудувати основні диференціальні інваріанти: градієнт, дивергенція, ротор, лапласіан. Перевірити наявність змінних коефіцієнтів.* *Завдання: A. I. Borisenko, I. E. Tarapov. Vector and tensor analysis with applications. Dover Publications Inc., New York, 1979. — Розділи 4.1-4.7, приклади 1-23 розділу 4. Задачі 1-7.* *(див. також К.В.Максименко-Шейко, Т.І.Шейко. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки для студентів IV-V курсів фізико-енергетичного факультету. — Харків, ХНУ, 2007. — 52 с.).*	12
3	Моделювання течії в'язкої нестисливої рідини по каналах з центральними та пристінковими гвинтовими вставками. *Базуючись на вивченому матеріалі стосовно течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах, провести моделювання течії нестисливої в'язкої рідини по каналах з гвинтовими вставками. Дослідити вплив довжини крила вставок на характер течії. Перерізи каналів взяти з R-функції в математичному моделирюванні геометричних об'єктів і фізичних полів / К.В.Максименко-Шейко // Харків: ІПМаш НАН України,*	12

	2009. — С. 285-290, рис. 5.19, 5.27 (за вибором). *(див. також Конструктивні засоби математичного моделювання та їхні застосування. Частина 1. Метод R-функцій в математичному і комп'ютерному моделюванні фізичних полів. Методичні вказівки для студентів III-IV курсів фізико-енергетичного факультету / Т.І.Шейко, К.В.Максименко-Шейко // Харків: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2007. — 52 с.; К.В.Максименко-Шейко, Т.І.Шейко. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки для студентів IV-V курсів фізико-енергетичного факультету. — Харків, ХНУ, 2007. — 52 с.).*	
4	Крутіння скручених стрижнів. *Ознайомитись з математичними моделями крутіння стрижнів. Дослідити математичну модель у гвинтовій системі координат. Розв'язати відповідну задачу за допомогою системи ПОЛЕ. Перевірити вплив кута закрутки на жорсткість при крутінні. Перерізи стрижнів взяти з К.В.Максименко-Шейко, Т.І.Шейко. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки для студентів IV-V курсів фізико-енергетичного факультету. — Харків, ХНУ, 2007. — С. 49-50, завдання 1-2 (за вибором).* *(див. також Конструктивні засоби математичного моделювання та їхні застосування. Частина 1. Метод R-функцій в математичному і комп'ютерному моделюванні фізичних полів. Методичні вказівки для студентів III-IV курсів фізико-енергетичного факультету / Т.І.Шейко, К.В.Максименко-Шейко // Харків: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2007. — 52 с.).*	13
Разом		47

* за бажанням здобувача він може сам скласти перелік завдань для самостійної роботи, адаптувавши їх під своє наукове дослідження, за умови узгодження переліку і змісту завдань з викладачем і науковим керівником.

7. Методи навчання

При викладанні дисципліни застосовуються словесні, наочні та практичні методи навчання. Словесні та наочні методи навчання використовуються під час лекцій, самостійної роботи, консультацій, практичні – при здійсненні студентами самостійної роботи. Під час проведення лекцій використовуються такі словесні методи як розповідь і пояснення. До числа наочних методів, які застосовуються при викладанні дисципліни, належать: ілюстрація, демонстрація, робота із системою ПОЛЕ.

8. Методи контролю

Поточний контроль теоретичних знань, що отримані здобувачем вищої освіти ступеня доктора філософії здійснюється методом усного опитування.

Підсумковий контроль проводиться у вигляді заліку.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання														Сума
Розділ 1			Розділ 2			Розділ 3	Розділ 4		Розділ 5			Індивідуальні завдання		Разом	
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	Т7	Т8	Т9	Т10	Т11	Т12	І31	І32		
	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	14	20	100	100

Т1, Т2 ... – теми розділів. І31, І32 – індивідуальні завдання.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

1. Вміння будувати метричний тензор та основні диференціальні інваріанти в будь-якій системі координат. 2. Вміння записувати будь-яку математичну модель в будь-якій системі координат, базуючись на підготовлених інформаційних потоках. 3. Вміння працювати самостійно або у команді над розрахунковим проектом та формувати звітну документацію. 4. Вміння використовувати сучасні комп'ютерні засоби для розв'язання інженерних та науково-дослідних задач.

Бали поточного контролю за кожною темою складаються з оцінювання відповідей під час усного опитування щодо засвоєння лекційного матеріалу (0,5 – розуміння окремих положень, 1 – розуміння окремих математичних методів, 1,5 – досконале засвоєння математичних методів, 2 – вміння адаптувати засвоєні методи для розв'язання задач), оцінювання ступені опрацювання матеріалу тем для самостійного вивчення (0,5 – часткове розуміння матеріалу, 1 – досконале розуміння матеріалу) та оцінювання виконання завдання для самостійної роботи (0,5 – вміння вибрати математичний метод для розв'язання поставленої задачі; 1 – розробка методики розв'язання поставленої задачі, 1,5 – часткове застосування розробленої методики; 2 – повне застосування методики з отриманням частково помилкових результатів, 2,5 – вирішення поставленої задачі в цілому, 3 – повне вирішення поставленої задачі з творчим аналізом отриманих результатів).

Кількість балів за індивідуальні завдання складається з суми балів, набраних за оцінювання виконання цих завдань, за такими критеріями.

ІЗ 1 (14 балів)	**ІЗ 2 (20 балів)**
Відсутність помилок в теоретичній частині – 3 бали	Відсутність помилок в теоретичній частині – 5 балів
Коректність викладок – 4 бали	Коректність викладок – 5 балів
Послідовність викладок – 4 бали	Наявність працюючої програми - 5 балів
Логічність викладок – 3 бали	Відсутність помилок в розрахунках – 5 балів

Після підсумовування всіх балів поточного контролю результат округлюється до цілого значення.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50 – 100	зараховано
0–49	не зараховано

10. Рекомендоване методичне забезпечення

1. Конспект лекцій з дисципліни «Тензорне обчислення в математичному моделюванні процесів в енергетиці» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. К. В. Максименко-Шейко. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 89 с.

2. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки до виконання індивідуальних практичних завдань для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових,

механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. Т.І.Шейко, К.В.Максименко-Шейко // Харків: ІЕМС НАН України, 2024. — 52 с.

3. Методичні вказівки та перелік завдань для самостійної роботи з дисципліни «Тензорне обчислення в математичному моделюванні процесів в енергетиці» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. К. В. Максименко-Шейко. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 8 с.

Основна література

1. A. J. McConnell. Applications of Tensor Analysis. Dover Publications Inc., New York, 2003. 352 p.
2. A. I. Borisenko, I. E. Tarapov. Vector and tensor analysis with applications. Dover Publications Inc., New York, 1979. 257 p.
3. Rvachev V. L., Sheiko T. I. *R*-Functions in Boundary Value Problems in Mechanics. *Applied Mechanics Reviews*. Vol. 48, № 4. Pp. 151–188.
4. Rvachev V. L., Sheiko T. I., Shapiro V. The R-function method in boundary-value problems with geometric and physical symmetry. *Journal of Mathematical Sciences*, 1999, 97(1), pp. 3888–3899.
5. Maksymenko-Sheiko K.V., Sheyko T. I., Uvarov R. A. The R-functions method in mathematical modeling of convective heat transfer in fuel cartridge with fuel rods. *Problems of atomic science and technology. Series: Nuclear Physics Investigations (60)*. — 2013. — N3 (85). — Pp. 205-209.

Допоміжна література

1. Roache Patrick J. Computational fluid dynamics. — Hermosa publishers, Albuquerque, 1976.
2. R. A. Kolyada, K. V. Maksymenko-Sheiko, T. I. Sheyko. R-Functions Method in the Mathematical Modeling of Convective Heat Exchange in an Octahedral Fuel Assembly with 37 Fuel Elements. *Journal of Mathematical Sciences*. — 2019, vol. 238, iss. 2. — P. 154-164.
3. Voronyanskaya M.Ye., Maksymenko-Sheiko K. V., Sheiko T.I. Mathematical modeling of heat conduction processes for structural elements of nuclear power plants by the method of R-functions. *Journal of Mathematical Sciences*, 2010. — vol.170, No.6. — P.776-793.
4. Sheyko T. I., Maksymenko-Sheiko K. V., Morozova A. I. Screw-type symmetry in machine components and design at implementation on a 3D printer. *Journal of Mechanical Engineering*. 2019, vol. 22, no. 1. P. 60–66.
5. T. I. Sheyko, K. V. Maksymenko-Sheiko, R. A. Uvarov, M.A. Khazhmuradov. The Thermal-hydraulic calculation in a Fuel Cartridge when the Symmetry of Fuel Rods Packing is Broken. *Problems of Atomic Science and Technology. — 2019, no. 3(121). — Series: Nuclear Physics Investigations (71)*. — P.74-79.

Інформаційні ресурси

1. Навчально-методичний комплекс навчальної дисципліни на сайті ipmach.kharkov.ua
2. Мережа Internet.
3. Бібліотека ІЕМС НАН України.