Національна академія наук України

Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Заступник директора
з наукової роботи

_____ “__” _____ 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Сучасні методи обчислювальної математики

(назва навчальної дисципліни)

підготовки докторів філософії
зі спеціальності 113 Прикладна математика

2024 / 2025 навчальний рік

Робочу програму навчальної дисципліни «Сучасні методи обчислювальної математики» складено відповідно до освітньо-наукової програми «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур» підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробники: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)
Стрельнікова Олена Олександрівна, д-р техн. наук, професор, провідний науковий співробітник відділу термогазодинаміки енергетичних машин

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою інституту 23 квітня 2025 року, протокол № 4.

Програму схвалено на розширеному засіданні відділу нелінійної механіки та математичного моделювання.

Протокол № 1 від 21.04.2025 р.

Завідувач відділу

_____ Аврамов К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-технічною проблемною радою «Математичне моделювання. Механіка деформованого твердого тіла. Динаміка і міцність машин. Магнетизм технічних об'єктів».

Протокол № 7 від 22.04.2025 р.

Заступник голови НТПР _____

_____ _ Максименко-Шейко К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

1. Опис навчальної дисципліни

Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є оволодіння математичними методами наближених розрахунків, які дають можливість аналізувати і моделювати фізичні процеси і явища, формування практичних умінь і навичок щодо постановки задач моделювання, фізичних процесів, розробки математично-комп'ютерного інструментарію для їх розв'язання та його використання при розв'язанні практичних задач.

Перелік компетентностей та програмних результатів навчання, що забезпечує дисципліна

Компетентності

ЗК6 Здатність знаходити, обробляти та аналізувати інформацію з різних джерел

ЗК8 Здатність виявляти, ставити і вирішувати проблеми.

ЗК10 Знання і розуміння предметної області та розуміння професії.

ЗК11 Здатність до абстрактного та аналітичного мислення й генерування ідей.

ФК 1 Здатність виявляти актуальні прикладні математичні проблеми і застосовувати поглиблені знання з прикладної математики.

ФК2 Здатність розробляти математичні моделі, що адекватно описують геометрію досліджуваних об'єктів і систем та фізичні процеси в них.

ФК3 3. Здатність застосовувати сучасні методи математичного моделювання і оптимізації для розв'язання задач прикладної математики

ФК6 Здатність використовувати сучасні програмні засоби для розв'язання задач прикладної математики.

ФК7 Здатність проводити обчислювальні експерименти з обробкою розрахункових даних і їх аналізом.

ФК8 Здатність аналізувати та інтерпретувати результати розв'язання задач прикладної математики.

ФК9 Здатність до пошуку і критичного аналізу наукової інформації за тематикою наукових досліджень

Програмні результати навчання

ПРН1 Знати та критично оцінювати теорії, положення та концептуальні підходи до вирішення комплексних наукових і практичних завдань в галузі прикладної математики.

ПРН3 Знати і розуміти принципи побудови математичних моделей фізичних процесів.

ПРН4 Знати сучасні методи моделювання і оптимального проектування і уміти вдосконалювати їх.

ПРН5 Вміти розробляти і вдосконалювати алгоритми моделювання фізичних процесів і оптимального проектування, реалізовувати їх за допомогою відповідного програмного забезпечення.

ПРН6 Вміти використовувати сучасне програмне забезпечення для розв'язання задач прикладної математики з розподіленими параметрами.

ПРН7 Вміти проводити розрахункові дослідження та аналізувати отримані чисельні результати.

ПРН8.Вміти здійснювати пошук науково-технічної інформації і робити її критичний аналіз

Характеристика навчальної дисципліни

1.5. Характеристика навчальної дисципліни Нормативна	
Вид підсумкового контролю: *підсумкова семестрова атестація*	
Рік підготовки	1-й
Семестр	2-й
Лекції	50 год.
Практичні заняття	10 год.
Індивідуальні заняття	- год.
Самостійна робота	30 год.

2 Зв'язок з іншими освітніми компонентами

Освітні компоненти, що передують вивченню:

немає

Освітні компоненти, які розвивають результати навчання за цією дисципліною:

ВБ1 Математичні моделі процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій

ВБ2 Моделі та методи механіки композитних конструкцій

ВБ3 Математичне моделювання процесів швидкісного та пластичного деформування у сучасних конструкціях

ВБ4 Математичне моделювання, ідентифікація і оптимізація теплових процесів

ВБ7 Моделювання процесів нестаціонарного деформування анізотропних конструкцій

3 Заплановані результати навчання

Після вивчення курсу студенти повинні:

Знати: базові положення і основні поняття методів наближених розрахунків, можливості їх застосування, основні поняття теорії числового розв’язання крайових задач математичної фізики.

Вміти: формулювати задачу опису фізичного процесу або явища як крайову задачу математичної фізики, формувати неперервні та дискретні математичні моделі фізичних процесів, що розглядаються, будувати алгоритми розрахунку для розв’язання різних типів задач, проводити розрахунки та аналізувати отримані результати, використовувати отримані знання для розв’язання прикладних задач за спеціальністю.

Розуміти: властивості та можливості наближених методів і числових алгоритмів моделювання фізичних процесів.

4. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Числові методи алгебри

Тема 1. Наближений розв’язок алгебраїчних та трансцендентних рівнянь

Теорія похибок. Абсолютна та відносна похибки величин та функцій. Класифікація похибок. Корені многочленів. Теорема Безу. Схема Горнера. Символьний розв’язок рівнянь та їх систем. Розв’язок алгебраїчних та трансцендентних рівнянь. Відокремлювання коренів рівнянь; уточнення коренів рівнянь: методи половинного ділення, хорд, дотичних; ітерацій. Розв’язок систем лінійних та нелінійних алгебраїчних рівнянь, Програми пакета Mathcad, методи ітерацій, Ньютона. Методи простої ітерації, Зейделя, покоординатного спуску та найшвидшого градієнтного спуску. Прямі методи розв’язання лінійних систем. Ітераційні методи. Погано обумовлені системи. Методи регулярізації. . Проблема власних значень. Часткова проблема власних значень. Повна проблема власних значень

Тема 2. Наближення функцій

Інтерполяція. Інтерполяційні поліноми Лагранжа та Ньютона. Метод найменших квадратів. Метод найменших квадратів. Апроксимація сплайнами. Варіаційні та проекційні методи апроксимації. Апроксимація та збіжність. Тригонометричні многочлени. Наближення функцій рядами Фур'є. Реалізація задач на комп'ютері

.

Розділ 2. Числові методи математичного аналізу

Тема 3. Числове диференціювання функції однієї та багатьох змінних

Похідні функції, що задана таблицею**.** Методи обчислення частинних похідних. Структура формул числового диференціювання. Похибка апроксимації похідних.

Тема 4. Числове інтегрування функції однієї та багатьох змінних

Наближене обчислення визначеного інтеграла. Методи прямокутників, трапецій та парабол (метод Сімпсона). Подвійні інтеграли. Наближене обчислення подвійних інтегралів. Метод Гауса. Структура квадратурних формул. Похибки апроксимації інтегралів. Поняття про методи чисельного інтегрування невласних та кратних інтегралів

Тема 5. Числовий розв'язок задачі Коші для звичайного диференціального рівняння

Апроксимація диференціального виразу, крайових умов та області. Методи Тейлора, Адамса, Ейлера, Рунге-Кутта. Поняття про стійкість різницевих схем.. Явні та неявні різницеві схеми. Коректність різницевих схем. Приклади побудови різницевих схем. Числовий розв'язок рівнянь, які мають частинні похідні.

.

Розділ 3. Методи скінченних та граничних елементів

Тема 6. Формулювання початково-крайових та крайових задач

Постановка початково-крайових та крайових задачі в диференціальному та варіаційному формулюванні та зведення крайових задач до вигляду, прийнятному для чисельної реалізації на ЕОМ. Еквівалентність варіаційного формулювання задачі в полу слабкому формулюванні задачі мінімізації квадратичного функціоналу. Одновимірна задача. Скінчені різниці у одновимірному випадку. Двовимірна задача. Розв'язок задач для областей складної форми. Оцінки точності апроксимації похідних.

Тема 7. Методи зважених нев'язок

Апроксимація базисними функціями. Приклади: інтерполяція, синус-ряди Фур**'**є.. Апроксимація за допомогою зважених нев'язок. Поточкова колокація. Метод Гальоркина Метод коллокаций с підобластями. Шматково визначені базисні функції та метод скінчених елементів. Приклад: апроксимація похідної функції $\varphi(x)$ на відрізку [0,L]. Шматково-постійні та лінійно-постійні апроксимації. Застосування методів моментів та Бубнова-Галеркина. Одночасна апроксимація розв'язків диференціальних рівнянь та крайових умов

Тема 8. Основні поняття методів скінчених та граничних елементів

Слабке формулювання та метод Гальоркина. Основи методу скінчених елементів. Приклад: застосування шматково-визначених базисних функцій для розв'язку диференціального рівняння другого порядку. Базис Лагранжа**.** Скінчено елементні алгоритми у багатовимірних задачах. Лінійний трикутник. Трьохвимірний елемент лінійного типу – тетраедр. Наближений розв'язок інтегральних рівнянь. Заміна інтегрального рівняння скінченою системою лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод

послідовних наближень. Типи граничних елементів. Алгоритми методу граничних елементів. Пряме та непряме формулювання.

5. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин						
	усього	у тому числі					
		лекції	практ.	лаб.	сем.	інд.	с.р.
Розділ 1. Числові методи алгебри							
Тема 1. ***Наближений розв'язок алгебраїчних та трансцендентних рівнянь***	12	8					4
Тема 2. ***Наближення функцій***	12	8					4
Разом за розділом 1	24	16					8
Розділ 2. Числові методи математичного аналізу							
Тема 3. ***Числове диференціювання функції однієї та багатьох змінних***	10	6	2				4
Тема 4. ***Числове інтегрування функції однієї та багатьох змінних***	10	6	2				4
Тема 5***. Числовий розв'язок задачі Коші для звичайного диференціального рівняння***	10	6	2				4
Разом за розділом 2	36	18	6				12
Розділ 3. Методи скінченних та граничних елементів							
Тема 6. Формулювання початково-крайових та крайових задач	10	7					3
Тема 7. Методи зважених нев'язок	10	5	2				3
Тема 8. Основні поняття методів скінчених та граничних елементів	10	4	2				4
Разом за розділом 2	30	16	4				10
Усього годин	90	50	10				30

6. Самостійна робота

Метою самостійної роботи є навчитися користуватися навчально-методичними матеріалами, бібліотечними фондами, базами даних наукової літератури і інформаційними джерелами і іншими інформаційними джерелами, складати конспекти, аналізувати матеріал, порівнювати різні наукові концепції та робити висновки. Види самостійної роботи студента: опрацювання лекційного матеріалу; опрацювання тем курсу, які виносяться на самостійне вивчення; виконання завдань для самостійної роботи

Теми для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розв'язок алгебраїчних та трансцендентних рівнянь: - відокремлювання коренів рівнянь; уточнення коренів рівнянь.	2
2	Методи покоординатного спуску та найшвидшого градієнтного спуску	4
3	Погано обумовлені системи. Методи регулярізації	4

4	Інтерполяційний поліном Ньютона з нерівномірно розподіленими вузловими точками.	2
5	Тригонометричні многочлени як базисні функції	4
6	Структура формул чисельного диференціювання. Похибка апроксимації частинних похідних	2
7	Методи прямокутників, трапецій та парабол для двовимірних інтегралів	2
8	Метод найменших квадратів як різновид методів зважених нев'язок	4
9	Наближене обчислення кратних інтегралів.	4
10	Методи чисельного інтегрування невласних сингулярних та гіперсингулярних інтегралів	2
	Разом	30

Завдання для самостійної робота

1. Зробити апроксимацію функції y = exp(x) методом колокацій на відрізку [0,2] взявши 3 точки колокації та перший набор базисних функцій у вигляді $1, x, x^2, x^3$,
2. Довести еквівалентність розв'язання крайової задачі крайової задачі у вигляді AX=F і задачі мінімізації функціоналу $\varphi = \frac{1}{2}(AX, X) - (F, X)$
3. Побудувати лінійну апроксимацію функції y=exp(x) за допомогою багаточлена Ньютона по точках x0=0, x1=0.5
4. Записати багаточлен Ньютона по чотирьох точках та знайти апроксимації перших трьох похідної за допомогою багаточлена Ньютона.
5. Визначити частот вільних коливань рідини в призматичних резервуарах за допомогою розділення змінних Фур'є
6. Визначити частоти вільних коливань рідини в циліндричних резервуарах за допомогою розділення змінних Фур'є та застосування методів граничних елементів
7. Побудувати квадратичну апроксимацію функції y=exp(x) за допомогою багаточлена Лагранжа по точках x0=-1, x1=0, x2=1
8. Для значень $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5$ задано відповідні значення $y_i \ (i = 1, \ldots, 5)$.

0,89	3,62	4,99	6,48	9,25

Потрібно за цими даними знайти за допомогою метода найменших квадратів рівняння лінійної залежності $y = ax + b$. . Представити експериментальні данні та шукану лінію на малюнку

7. Методи контролю

Поточний контроль теоретичних знань, що отримані здобувачем вищої освіти ступеня доктора філософії здійснюється методом усного опитування. На індивідуальних заняття оцінюється здатність здобувача вищої освіти приймати участь у науковій дискусії. Підсумковий контроль проводиться у вигляді підсумкової семестрової атестації на засіданні науково-технічної проблемної ради з урахуванням попередньої атестації науковим керівником.

8. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота			ІЗ	Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	20	60	40	100

Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	Т7	Т8				
5	5	5	5	5	5	5	5				

Т1, Т2 ... – теми розділів.

Критерії оцінювання виконання індивідуального завдання

ІЗ (20 балів)

Відсутність помилок в теоретичній частині – 5 балів
Коректність викладок – 5 балів
Послідовність викладок – 5 балів
Відсутність помилок в розрахунках – 5 балів

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70–89	добре
50–69	задовільно
1–49	незадовільно

9. Рекомендоване методичне забезпечення

1. Конспект лекцій з дисципліни «Сучасні методи обчислювальної математики» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. О. О. Стрельнікова. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 75 с.

2. Методичні вказівки до виконання індивідуальних практичних завдань з дисципліни «Сучасні методи обчислювальної математики» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. О. О. Стрельнікова. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 14 с.

3. Методичні вказівки та перелік завдань до самостійної роботи з дисципліни «Сучасні методи обчислювальної математики» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. О. О. Стрельнікова. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 7 с.

Основна література

1. Шахно С.М., Дудикевич А.Т., Левицька С.М. Практикум з чисельних методів. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка,2013. – 431 с.

2. Задачин В. М., Конюшенко І. Г. Чисельні методи: навчальний посібник – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.
3. Нефьодов Ю.М., Балицька Т.Ю Методи оптимізації в прикладах і задачах. Київ. Кондор. 2011. − 324с.
4. Бейко И.В., Бублик Б.Н., Зінько П.Н. Методи і алгоритми розв'язування задач оптимізації. — К.: Вища шк., 1988 . — 512 с.
5. Данилович В. Чисельні методи в задачах і вправах: навч. посіб. – К.: ІСДО, 1995. –248 с.
6. Селезньова Н.П., Кушлик-Дивульська О.І. Підвищення ефективності навчання математиці шляхом формування логічного мислення на прикладах логічних функцій в Excel. Актуальні питання природничо-математичної освіти. Збірник наукових праць Сумський держ. пед. університет, Суми. Випуск 1(17), 2021, с. 103-113.
7.Чисельні методи: Навчальний посібник. / Волонтир Л.О, Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А., Вінницький національний аграрний університет. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.
8.Гончаров О. А. Чисельні методи розв’язання прикладних задач : навч. посіб. .–Суми: Сумський державний університет, 2020. – 142 с
9.Hemming R.V. Numerical methods for scientists and engineers. Springer edition, UK,, 2018, 400 p.

Допоміжна література

1.Селезньова Н.П, Поліщук Н.В. Роль елементів булевої алгебри у підвищенні ефективності навчання математиці інженерів Актуальні питання природничо-математичної освіти. Збірник наукових праць Сумський держ. пед. університет, Суми. Випуск 2(18), 2021 − с. 41- 52.
2. О. І. Кушлик-Дивульська ,Н. П. Селезньова, Б. Р. Кушлик, Н. В. Поліщук, В. І. Скринник. Математичні моделі задач. Метод аналізу ієрархій. Актуальні питання природничоматематичної освіти. Збірник наукових праць Сумський держ. Пед. Університет, Суми. Випуск 2(18), 2021. − с . 30-41
3.Методичні вказівки до виконання курсової роботи на тему “Математичне моделювання експериментальних даних”. За напрямом 6.050504 “Зварювання” Укладачі: Селезньова Н.П., Довгай В.В., Коцюк Л.Р. 2017 р., 43 с. Затверджено Вченою Радою Фізико - математичного факультету НТУУ “КПІ” 2017 р. Додаткова література
4. Методичні вказівки і учбові завдання для самостійної роботи над курсом «Методи обчислень» для студентів мех.-мат. Факультету. Під ред. А.А. Глущенко К.: КГУ, 1989. – 124 с.
5. Єщенко А. І. Основи програмування в математичному пакеті Mathcad /А . І . Єщенко , І. А. Єщенко . − Одеса : УДАЗ , 2000.

9. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. Мережа Internet.
Алгоритми та методи обчислень / дистанційний курс для студентів спеціальності 123 – Комп’ютерна інженерія //
2. https://classroom.google.com/c/NDQ3OTg3MTc3MzU3?cjc=kcjf5ua
Офіційний веб-сайт Національної бібліотеки України ім. В.І. Вернадського.
URL: http:// www.nbuv.gov.ua.
3. Бібліотека ІЕМС НАН України.
4. ХДНБ ім. В.Г. Короленка (Харків).