Національна академія наук України

Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Заступник директора

“03” квітня 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ’ЄКТІВ ТА ФІЗИЧНИХ ПОЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ R-ФУНКЦІЙ

(назва навчальної дисципліни)

підготовки докторів філософії

зі спеціальності 113 Прикладна математика

2024 / 2025 навчальний рік

Робочу програму навчальної дисципліни «Математичне моделювання геометричних об'єктів та фізичних полів з використанням R-функцій» складено відповідно до освітньо-наукової програми «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур» підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробники: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)
Максименко-Шейко Кирило Володимирович, д-р техн. наук, професор, заступник директора з наукової роботи

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою інституту 23 квітня 2025 року, протокол № 4.

Програму схвалено на розширеному засіданні відділу нелінійної механіки та математичного моделювання.

Протокол № 1 від 21.04.2025 р.

Завідувач відділу

_____ Аврамов К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-технічною проблемною радою «Математичне моделювання. Механіка деформованого твердого тіла. Динаміка і міцність машин. Магнетизм технічних об'єктів».

Протокол № 7 від 22.04.2025 р.

Заступник голови НТПР _____

_____ Максименко-Шейко К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

## 1. Опис навчальної дисципліни

***Мета викладання навчальної дисципліни***

Метою викладання навчальної дисципліни “Математичне моделювання геометричних об’єктів та фізичних полів з використанням R-функцій” є дослідження фізичних явищ або процесів за допомогою відповідних математичних моделей.

***Перелік компетентностей та програмних результатів навчання, що забезпечує дисципліна***

*Компетентності*

ЗК8 Здатність виявляти, ставити і вирішувати проблеми.

ЗК10 Знання і розуміння предметної області та розуміння професії.

ЗК11 Здатність до абстрактного та аналітичного мислення й генерування ідей.

ЗК13 Здатність використовувати інформаційні та комунікаційні технології.

ФК2 Здатність розробляти математичні моделі, що адекватно описують геометрію досліджуваних об’єктів і систем та фізичні процеси в них.

ФК3 Здатність застосовувати сучасні методи математичного моделювання і оптимізації для розв’язання задач прикладної математики.

ФК4 Здатність розробляти і вдосконалювати методи моделювання теплових та механічних процесів і оптимального проектування.

ФК6 Здатність використовувати сучасні програмні засоби для розв’язання задач прикладної математики

ФК7 Здатність проводити обчислювальні експерименти з обробкою розрахункових даних і їх аналізом

*Програмні результати навчання*

ПРН2 Знати і розуміти принципи побудови математичних моделей геометричних об’єктів.

ПРН3 Знати і розуміти принципи побудови математичних моделей фізичних процесів.

ПРН4 Знати сучасні методи моделювання і оптимального проектування і уміти вдосконалювати їх.

ПРН5 Вміти розробляти і вдосконалювати алгоритми моделювання фізичних процесів і оптимального проектування, реалізовувати їх за допомогою відповідного програмного забезпечення.

ПРН7 Вміти проводити розрахункові дослідження та аналізувати отримані чисельні результати.

***Характеристика навчальної дисципліни***

| Обов’язкова освітня компонента | |
|---|---|
| Кількість кредитів | 3 |
| Рік підготовки | 2-й |
| Семестр | 2-й |
| Загальна кількість годин | 90 |
| Лекції | 24 год. |
| Практичні заняття | 6 год. |
| Індивідуальні заняття | __ год. |
| Самостійна робота | 60 год. |
| Вид підсумкового контролю | екзамен |

## 2. Зв'язок з іншими освітніми компонентами

Освітні компоненти, що передують вивченню: немає

Освітні компоненти, які розвивають результати навчання за цією дисципліною:

ВБ8 Теорія систем в задачах проєктування
ВБ9 Математичне моделювання в геометричному проектуванні
ВБ10 Методи підтримки прийняття рішень

### 3. Заплановані результати навчання

Після вивчення курсу аспіранти повинні:

*Знати:* основні математичні моделі гідродинаміки, магнітної гідродинаміки, електростатики, теплофізики; метод R-функцій в математичному моделюванні геометричних об’єктів та фізичних полів; варіаційні та проекційні методи; систему ПОЛЕ.

*Вміти:* застосовувати отримані знання на практиці при проведенні багатоваріантних обчислювальних експериментів, при вивченні закономірностей розподілу фізичних полів в деяких об’єктах енергетики.

*Розуміти:* властивості та можливості методу R-функцій для моделювання геометричних об’єктів і фізичних полів.

### 4. Тематичний план навчальної дисципліни

**Розділ 1. Функції неперервних аргументів з логічними властивостями.**

*Тема 1. Конструктивні засоби математики.*

Математичне моделювання — ядро інформаційних технологій. Математичні моделі фізичних полів. Конструктивні засоби математики.

*Тема 2. Описове і формальне визначення R-функцій.*

Описове і формальне визначення R-функцій. Логічні, алгебраїчні і диференціальні властивості достатньо повних систем R-функцій.

*Тема 3. R-функції в аналітичній геометрії.*

R-функції в аналітичній геометрії. Пряма і обернена задачі аналітичної геометрії. Конструктивні засоби для розв’язання оберненої задачі аналітичної геометрії. Складний геометричний об'єкт і його аналітичний опис. Предикатне завдання геометричних об'єктів. Основна теорема про перехід від предикатних рівнянь геометричних об'єктів до функціонального (основна теорема теорії R-функцій).

**Розділ 2**. **Нормальні і нормалізовані рівняння геометричних об'єктів**.

*Тема 4. Методи побудови нормалізованих функцій геометричних об'єктів.*

Методи побудови нормалізованих функцій геометричних об'єктів. Аналіз достатньо повних систем R-функцій, що зберігають нормалізованість.

*Тема 5. Ділянки границь ГО і їхні нормалізовані рівняння.*

Ділянки границь ГО і їхні нормалізовані рівняння. Рівняння області.

*Тема 6. Застосування R-функцій до побудови нормалізованих рівнянь геометричних об'єктів, які мають симетрію.*

Застосування R-функцій до побудови нормалізованих рівнянь геометричних об'єктів, які мають симетрію. Побудова рівнянь геометричних об'єктів із симетрією трансляції уздовж прямої. Побудова рівнянь геометричних об'єктів із точковою симетрією циклічного типу. Порівняльні оцінки витрат комп'ютерного часу при використанні класичної і нової методик.

**Розділ 3. Математичні моделі фізико-механічних полів — крайові задачі математичної фізики.**

*Тема 7. Крайові задачі математичної фізики.*

Крайові задачі математичної фізики.Аналітична і геометрична інформація, яка присутня у постановках крайових задач. Продовження граничних умов усередину області.

*Тема 8. Загальні і часткові структури розв’язків основних типів крайових задач.*

Загальні і часткові структури розв’язків основних типів крайових задач. Урахування умов на границях середовищ з різними фізичними характеристиками. Урахування особливостей і апріорної інформації для побудови структур “кращої якості”. Геометричні і фізичні параметри. Багатопараметричні сімейства структур.

*Тема 9. Методи відшукання невизначених компонент.*

Методи відшукання невизначених компонент, аппроксимаційні засоби (поліноми, сплайни).

**Розділ 4. Математичні моделі гідродинамічних полів.**

*Тема 10. Математичне і комп'ютерне моделювання фізичних полів.*

Математичне і комп'ютерне моделювання фізичних полів. Фізичні закони $\Rightarrow$ математичні моделі $\Rightarrow$ методи розв'язання $\Rightarrow$ алгоритми $\Rightarrow$ програми $\Rightarrow$ комп'ютерні моделі. Обчислювальний експеримент. Автоматизовані програмуючі системи ПОЛЕ для розв'язання крайових задач математичної фізики. Вхідна мова.

*Тема 11. Математичні моделі гідродинамічних полів.*

Математичні моделі гідродинамічних полів.Рівняння Нав'є-Стокса. Ламінарна течія в циліндричних трубах складного поперечного перерізу.

**Розділ 5. Математичні моделі електро- і магнітостатичних полів.**

*Тема 12. Математичні моделі електро- і магнітостатичних полів.*

Математичні моделі електро- і магнітостатичних полів. Задачі електростатики з розривними граничними умовами.

*Тема 13. Розподіл електричного потенціалу при русі провідного середовища в магнітному полі.*

Розподіл електричного потенціалу при русі провідного середовища в магнітному полі. Магнітогідродинамічна течія в прямокутній трубі за великих значень числа Гартмана.

**Розділ 6. Математичне моделювання температурних полів.**

*Тема 14. Математичне моделювання температурних полів радіоелектронної апаратури.*

Математичне моделювання температурних полів. Задачі забезпечення теплових режимів радіоелектронної апаратури.

*Тема 15. Математичне моделювання температурних полів при русі рідини в каналах.*

Математичне моделювання температурних полів при русі рідини в каналах.

*Тема 16. Поля в ґратках ТВЕЛів.*

Фізичні поля в ґратках ТВЕЛів.

**5. Структура навчальної дисципліни**

| Назви розділів і тем | Кількість годин | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | усього | у тому числі | | | | | |
| | | лекції | практ. | лаб. | сем. | інд. | с.р. |
| **Розділ 1. Функції неперервних аргументів з логічними властивостями.** | | | | | | | |
| Тема 1. Конструктивні засоби математики. | 1 | 1 | | | | | |
| Тема 2. Описове і формальне визначення R-функцій. | 5 | 1 | | | | | 4 |
| Тема 3. R-функції в аналітичній геометрії. | 9 | 3 | | | | | 6 |
| Разом за розділом 1 | 15 | 5 | | | | | 10 |
| **Розділ 2. Нормальні і нормалізовані рівняння геометричних об'єктів**. | | | | | | | |
| Тема 4. Методи побудови нормалізованих функцій геометричних об'єктів. | 6 | 2 | | | | | 4 |
| Тема 5. Ділянки границь ГО і їхні нормалізовані рівняння. | 8 | 2 | 2 | | | | 4 |
| Тема 6. Застосування R-функцій до побудови нормалізованих рівнянь геометричних об'єктів, які мають симетрію. | 4 | | | | | | 4 |
| Разом за розділом 2 | 18 | 4 | 2 | | | | 12 |
| **Розділ 3. Математичні моделі фізико-механічних полів — крайові задачі математичної фізики.** | | | | | | | |
| Тема 7. Крайові задачі математичної фізики. | 1 | 1 | | | | | |
| Тема 8. Загальні і часткові структури розв'язків основних типів крайових задач. | 8 | 2 | | | | | 6 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Тема 9. Методи відшукання невизначених компонент. | 5 | 1 | | | | | 4 |
| Разом за розділом 3 | 14 | 4 | | | | | 10 |
| **Розділ 4. Математичні моделі гідродинамічних полів.** | | | | | | | |
| Тема 10. Математичне і комп'ютерне моделювання фізичних полів. | 1 | 1 | | | | | |
| Тема 11. Математичні моделі гідродинамічних полів. | 9 | 2 | 1 | | | | 6 |
| Разом за розділом 4 | 10 | 3 | 1 | | | | 6 |
| **Розділ 5. Математичні моделі електро- і магнітостатичних полів.** | | | | | | | |
| Тема 12. Математичні моделі електро- і магнітостатичних полів. | 6 | 2 | | | | | 4 |
| Тема 13. Розподіл електричного потенціалу при русі провідного середовища в магнітному полі. | 8 | 1 | 1 | | | | 6 |
| Разом за розділом 5 | 14 | 3 | 1 | | | | 10 |
| **Розділ 6. Математичне моделювання температурних полів.** | | | | | | | |
| Тема 14. Математичне моделювання температурних полів радіоелектронної апаратури. | 6 | 2 | | | | | 4 |
| Тема 15. Математичне моделювання температурних полів при русі рідини в каналах. | 6 | 1 | 1 | | | | 4 |
| Тема 16. Поля в ґратках ТВЕЛів. | 7 | 2 | 1 | | | | 4 |
| Разом за розділом 6 | 19 | 5 | 2 | | | | 12 |
| **Усього годин** | 90 | 24 | 6 | | | | 60 |

## 6. Самостійна робота

Метою самостійної роботи є навчитися користуватися навчально-методичними матеріалами, бібліотечними фондами, базами даних наукової літератури й іншими інформаційними джерелами, складати конспекти, аналізувати матеріал, порівнювати різні наукові концепції та робити висновки. Види самостійної роботи студента: опрацювання лекційного матеріалу; опрацювання тем курсу, які виносяться на самостійне вивчення; виконання завдань для самостійної роботи, відвідування консультацій; підготовка до підсумкового контролю.

***Завдання для самостійної роботи****

| № з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість годин |
|---|---|---|
| 1 | Застосування R-функцій до побудови нормалізованих рівнянь геометричних об’єктів в 3D. | 10 |
| 2 | Метод стандартних примітивів в 2D і 3D. | 10 |
| 3 | Трансляція геометричних об’єктів на відрізку прямої. | 10 |
| 4 | Трансляція геометричних об’єктів на ділянці дуги. | 10 |
| 5 | Математичне моделювання кручення стрижня складного однозв’язного та багатозв’язного профілю. Теорема Бредта. | 10 |
| 6 | Дослідження опору при скін-ефекті у діодах з бар’єром Шотткі | 10 |
| | Разом | 60 |

* за бажанням здобувача він може сам скласти перелік завдань для самостійної роботи, адаптувавши їх під своє наукове дослідження, за умови узгодження переліку і змісту завдань з викладачем і науковим керівником.

## 7. Методи навчання

При викладанні дисципліни застосовуються словесні, наочні та практичні методи навчання. Словесні та наочні методи навчання використовуються під час лекцій,

самостійної роботи, консультацій, практичні – при здійсненні студентами самостійної роботи. Під час проведення лекцій використовуються такі словесні методи як розповідь і пояснення. До числа наочних методів, які застосовуються при викладанні дисципліни, належать: ілюстрація, демонстрація, робота із системою ПОЛЕ.

## 8. Методи контролю

Поточний контроль теоретичних знань, що отримані здобувачем вищої освіти ступеня доктора філософії здійснюється методом усного опитування. Підсумковий контроль проводиться у вигляді екзамену.

## 9. Схема нарахування балів

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | | | | | | | | | | | | | Підсумкова семестрова атестація | Сума |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Розділ 1 | | | Розділ 2 | | | Розділ 3 | | | Розділ 4 | | Розділ 5 | | Розділ 6 | | | Індивідуальне завдання | Разом | | |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т5 | Т6 | Т7 | Т8 | Т9 | Т0 | Т11 | Т12 | Т13 | Т14 | Т15 | Т16 | | | | |
| | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | | 4 | 3 | | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 10 | 60 | 40 | 100 |

Т1, Т2 ... – теми розділів.

### *Критерії оцінювання*

1. Вміння будувати рівняння геометричних об'єктів за допомогою теорії R-функцій. 2. Вміння розв'язувати крайові задачі математичної фізики в складних областях за допомогою методу R-функцій та системи ПОЛЕ. 3. Уміння працювати самостійно або у команді над розрахунковим проектом та формувати звітну документацію. 4. Вміння використовувати сучасні комп'ютерні засоби для розв'язання інженерних та науково-дослідних задач.

Бали поточного контролю за кожною темою складаються з оцінювання відповідей під час усного опитування щодо засвоєння лекційного матеріалу (кількість балів становить: $b_1$ – розуміння окремих положень, $b_2$ – розуміння окремих математичних методів, $b_3$ – досконале засвоєння математичних методів, $b_4$ – вміння адаптувати засвоєні методи для розв'язання комплексних задач), оцінювання ступеня опрацювання матеріалу тем для самостійного вивчення (кількість балів становить: $s_1$ – часткове розуміння матеріалу, $s_2$ – досконале розуміння матеріалу.

Для тем Т2,Т9: $b_1 = 0{,}5$; $b_2 = 1$; $b_3 = 1{,}5$; $b_4 = 2$.
$s_1 = 0{,}5$; $s_2 = 1$.

Для тем Т3…Т6, Т8, Т11…Т16: $b_1 = 0{,}75$; $b_2 = 1{,}5$; $b_3 = 2{,}25$; $b_4 = 3$.
$s_1 = 0{,}5$; $s_2 = 1$.

Після підсумовування всіх балів поточного контролю результат округлюється до цілого значення.

Критерії оцінювання індивідуального завдання (10 балів): Відсутність помилок в теоретичній частині – 5 балів; Коректність викладок – 5 балів; Наявність працюючої програми - 5 балів; Відсутність помилок в розрахунках – 5 балів.

### *Шкала оцінювання*

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка |
|---|---|
| 90 – 100 | відмінно |
| 70–89 | добре |
| 50–69 | задовільно |
| 1–49 | незадовільно |

## 10. Рекомендоване методичне забезпечення

1. Конспект лекцій з дисципліни «Математичне моделювання геометричних об’єктів та фізичних полів з використанням R-функцій» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-професійна програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. К. В. Максименко-Шейко. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 85 с.

2. Математичне моделювання геометричних об’єктів та фізичних полів з використанням R-функцій. Методичні вказівки до виконання індивідуальних практичних завдань для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-професійна програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. Т.І.Шейко, К.В.Максименко-Шейко // Харків: ІЕМС НАН України, 2024. — 52 с.

3. Методичні вказівки та перелік завдань для самостійної роботи з дисципліни «Математичне моделювання геометричних об’єктів та фізичних полів з використанням R-функцій» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-професійна програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. К. В. Максименко-Шейко. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 10 с.

### *Основна література*

1. Rvachev V. L., Sheiko T. I. *R*-Functions in Boundary Value Problems in Mechanics. *Applied Mechanics Reviews*. Vol. 48, № 4. Pp. 151–188.

2. Rvachev V. L., Sheiko T. I., Shapiro V. The R-function method in boundary-value problems with geometric and physical symmetry. *Journal of Mathematical Sciences*, 1999, 97(1), pp. 3888–3899.

3. Rvachev, V.L., Sheiko, T.I., Shapiro, V., Tsukanov, I. Transfinite interpolation over implicitly defined sets. *Computer Aided Geometric Design*, 2001, 18(3), pp. 195–220.

4. Rvachev, V.L., Sheiko, T.I., Shapiro, V., Tsukanov, I. On completeness of RFM solution structures. *Computational Mechanics*, 2000, 25(2), pp. 305–316.

5. Maksymenko-Sheiko K.V., Sheyko T. I., Uvarov R. A. The R-functions method in mathematical modeling of convective heat transfer in fuel cartridge with fuel rods. *Problems of atomic science and technology. Series: Nuclear Physics Investigations (60)*. — 2013. — N3 (85). — Pp. 205-209.

6. Maksymenko-Sheiko K.V., Sheyko T. I. Mathematical modeling of the thermal modes of electronic boards with sources located according to the scheme of Sierpinski carpet. *Journal of Mathematical Sciences*. —2013. — Vol. 194, No.3. — Pp. 330-339.

### *Допоміжна література*

1. Гибкіна Н. В., Сидоров М. В., Шпакович М. О. Застосування методу *R*-функцій до математичного моделювання плоских стаціонарних повільних течій в’язкої рідини. Радіоелектроніка та інформатика. 2019. № 2 (85). С. 18–25.

2. Заверуха О. І., Сидоров М. В., Яловега І. Г. Застосування методу *R*-функцій в математичному моделюванні магнітних систем. *Біоніка інтелекту*. 2017. № 2 (89). С. 50-55.

3. Sheiko, T.I., Maksymenko-Sheiko, K.V., Sirenko, V.M., Morozova, A.I. R-functions in the analytical description of the surface of a flying wing unmanned aerial vehicle. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 22(4), pp. 61–66.
4. Sheyko, T., Maksimenko-Sheyko, K., Sirenko, V., Morozova, A., Petrova, R. Analytical identification of the unmanned aerial vehicles' surfaces for the implementation at a 3D printer. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2019, 1(2-97), pp. 48–56.
5. Maksymenko-Sheyko, K.V., Sheyko, T.I. Mathematical modeling of geometric fractals using R-functions. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2012, 48(4), pp. 614–620.

***Інформаційні ресурси***

1. Навчально-методичний комплекс навчальної дисципліни на сайті ipmach.kharkov.ua
2. Мережа Internet.
3. Бібліотека ІЕМС НАН України.