Національна академія наук України

Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Заступник директора

_____

“ 03 ” _____ 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Моделі та методи нелінійної динаміки

(назва навчальної дисципліни)

Підготовки докторів філософії

зі спеціальності 113 Прикладна математика

2024 / 2025 навчальний рік

Робочу програму навчальної дисципліни «Моделі та методи нелінійної динаміки» складено відповідно до освітньо-наукової програми «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур» підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробники: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)

Аврамов Костянтин Віталійович, чл.-кор. НАН України, д-р техн. наук, професор, завідувач відділу нелінійної механіки та математичного моделювання Інституту енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного НАН України

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою інституту 23 квітня 2025 року, протокол № 4

Програму схвалено на розширеному засіданні відділу нелінійної механіки та математичного моделювання.

Протокол № 1 від 21.04.2025 р.

Завідувач відділу

_____ Аврамов К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-технічною проблемною радою «Математичне моделювання. Механіка деформованого твердого тіла. Динаміка і міцність машин. Магнетизм технічних об'єктів».

Протокол № 7 від 22.04.2025 р.

Заступник голови НТПР _____

_____ Максименко-Шейко К. В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

1. Опис навчальної дисципліни

Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є дослідження фізичних явищ або процесів за допомогою відповідних математичних моделей.

Перелік компетентностей та програмних результатів навчання, що забезпечує дисципліна

Компетентності

ФК1 Здатність виявляти актуальні прикладні математичні проблеми і застосовувати поглиблені знання з прикладної математики.

ФК2 Здатність розробляти математичні моделі, що адекватно описують геометрію досліджуваних об’єктів і систем та фізичні явища, що відбуваються в них.

ФК3 Здатність застосовувати сучасні методи математичного моделювання і оптимізації для розв’язання задач прикладної математики.

ФК4 Здатність розробляти і вдосконалювати методи моделювання теплових та механічних процесів і оптимального геометричного проектування.

ФК5 Здатність на основі сучасних методів моделювання і оптимізації розробляти алгоритми розрахунку.

Програмні результати навчання

ПРН1 Знати та критично оцінювати теорії, положення та концептуальні підходи до вирішення комплексних наукових і практичних завдань в галузі прикладної математики.

ПРН4 Знати сучасні методи моделювання і оптимального проектування і уміти вдосконалювати їх.

ПРН5 Вміти розробляти і вдосконалювати алгоритми моделювання фізичних процесів і оптимального проектування, реалізовувати їх за допомогою відповідного програмного забезпечення.

Характеристика навчальної дисципліни

Вибіркова освітня компонента	
Кількість кредитів	3
Рік підготовки	2-й
Семестр	1-й
Загальна кількість годин	90
Лекції	24 год.
Практичні заняття	6 год.
Індивідуальні заняття	__ год.
Самостійна робота	60 год.
Вид підсумкового контролю	екзамен

2. Зв'язок з іншими освітніми компонентами

Освітні компоненти, що передують вивченню: немає

Освітні компоненти, які розвивають результати навчання за цією дисципліною:

ВБ1 Математичні моделі процесів аерогідропружних коливань тонкостінних конструкцій

ВБ2 Моделі та методи механіки композитних конструкцій

ВБ3 Математичне моделювання процесів швидкісного та пластичного деформування у сучасних конструкціях

ВБ7 Моделювання процесів нестаціонарного деформування анізотропних конструкцій

3. Заплановані результати навчання

Після вивчення курсу аспіранти повинні:

Знати: основні математичні моделі дискретних механічних систем зі скінченним числом ступенів вільності, континуальних систем, якісні методи нелінійної динаміки, теорію біфуркацій.

Вміти: формулювати задачу, проводити розрахунки та аналізувати отримані результати, досліджувати математичні моделі динамічних процесів, застосовувати отримані знання на практиці для аналітичного і чисельного комп'ютерного дослідження складних динамічних систем.

Розуміти: властивості та особливості методів нелінійної динаміки.

4. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Динамічні системи зі скінченним числом ступенів вільності

Тема 1. Рівняння Лагранжа.

Динамічна система та її математична модель. Процес математичного моделювання. Основні вимоги до математичної моделі. Типи математичних моделей і методологія конструювання. Визначення динамічної системи, класифікація. Моделі руху матеріальної точки й системи точок. Основні властивості функції Лагранжа. Функція Лагранжа вільної матеріальної точки. Функція Лагранжа системи взаємодіючих матеріальних точок. Закони збереження. Закон збереження енергії. Закон збереження імпульсу. Закон збереження сил. Закон збереження моменту імпульсу. Рівняння Гамільтона.

Тема 2. Виведення нелінійних систем з одним, двома і трьома ступенями вільності.

Особливості і класифікація нелінійних систем з одним ступенем вільності. Методи дослідження автономних нелінійних систем. Наближені аналітичні методи дослідження нелінійних неавтономних систем. Особливості вимушених коливань у нелінійних системах. Системи зі скінченним числом ступенів вільності. Форми диференціальних рівнянь вільних коливань системи. Діаграми розв’язків частотного рівняння системи з двома ступенями вільності. Властивості власних частот і власних форм коливань. Головні координати системи зі скінченним числом ступенів вільності. Варіаційні принципи в теорії коливань систем зі скінченним числом ступенів вільності.

Розділ 2. **Континуальні нелінійні динамічні системи**.

Тема 3. Моделі вимушених поперечних коливань стрижнів при їх геометрично нелінійному деформуванні.

Підходи до складання рівнянь руху розподілених систем. Моделі вимушених коливань стрижнів в залежності від граничних умов. Вимушені коливання стрижнів при комбінаційному резонансі. Вимушені коливання з урахуванням тертя.

Тема 4. Моделі параметричних коливань стрижнів з нелінійною інерційністю.

Модель параметричних коливань стрижня з урахуванням нелінійних співвідношень для кривизни та нелінійної інерційності. Сили, що діють на зосереджену масу системи. Коливання стрижня, що втратив стійкість за Ейлером. Можливість використання моделі, що враховує нелінійну інерційність та нелінійне співвідношення для кривизни.

Розділ 3. Якісні методи нелінійної динаміки.

Тема 5. Простори в нелінійній динаміці.

Особливі точки лінійних стаціонарних систем на площині. Опис основних просторів. Побудування фазового портрета системи на площині, основане на методі лінеаризації. Приклади фазових просторів механічної системи. Рівняння траєкторій у конфігураційному просторі.

Тема 6. Застосування методу точкових відображень до аналізу механічних систем.

Граничні цикли. Нерухомі точки та мультиплікатори. Відображення Пуанкаре. Цикли для одновимірних відображень. Властивості монотонно зростаючих відображень. Властивості монотонно спадних відображень. Немонотонні відображення. Вимушені коливання нелінійного консервативного осцилятора: побудова відображення та аналіз руху.

Тема 7. Види сталих рухів та їх властивості.

Класифікація коливальних процесів. Класифікація коливальних систем. Кінематика коливань. Найпростіші способи складання диференціальних рівнянь коливань. Теореми про положення рівноваги. Атрактори та основні характеристики стаціонарних рухів дисипативних систем.

Тема 8. Перерізи Пуанкаре.

Застосування перерізів Пуанкаре до автономної динамічної системи. Застосування перерізів Пуанкаре до неавтономної динамічної системи. Перерізи Пуанкаре майже періодичних режимів. Інваріантні тори.

Тема 9. Стійкість сталих рухів.

Основні поняття стійкості руху. Аналіз методів стійкості руху та їх практичне застосування. Стійкість по Ляпунову. Функції Ляпунова. Теореми прямого методу Ляпунова для автономних систем. Теореми Ляпунова для неавтономних систем. Дослідження стійкості нелінійних систем за першим наближенням. Критерії від'ємності дійсних частин коренів характеристичного рівняння. Необхідна умова від'ємності дійсних частин коренів характеристичного рівняння. Грубі системи (структурна стійкість).

Тема 10. Стійкість періодичних траєкторій.

Типи стійкості траєкторій. Стійкість періодичного і квазіперіодичного рухів. Повернення Пуанкаре.

Тема 11. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань.

Історія виникнення асимптотичних методів, основні поняття та ідеї асимптотичного аналізу. Асимптотичні розклади та дії над ними, асимптотичні оцінки. Основні методи і алгоритми побудови асимптотичних розв'язків задач з регулярним збуренням (метод усереднення, метод Крилова-Боголюбова-Митропольського, метод багатьох масштабів) та їх застосування.

Розділ 4. Теорія інваріантних різноманіть.

Тема 12. Інваріантні різноманіття. Основні поняття і визначення.

Нестійкі та стійкі різноманіття. Інваріантні різноманіття у фазовому просторі автономних динамічних систем. Теорема про різноманітність нерухомих точок. Приклади інваріантного різноманіття у нелінійних системах. Інваріантні різноманіття періодичних рухів.

Тема 13. Методи розрахунку інваріантних різноманіть.

Тема 14. Нелінійні нормальні форми як окремий випадок інваріантних різноманіть.

Нелінійні форми Шоу-П'єра. Загальна концепція нелінійних нормальних форм коливань Щоу-П'єра для дискретних дисипативних систем із n ступенями вільності. Узагальнення поняття інваріантної різноманітності на нелінійні системи. Нелінійні нормальні форми Каудерера-Розенберга у конфігураційному просторі.

Розділ 5. Теорія біфуркацій та хаос у динамічних системах.

Тема 15. Локальні біфуркації динамічних систем.

Динамічні системи та біфуркації. Біфуркаційні значення параметрів. Локальні і нелокальні, м'які (внутрішні) і жорсткі (кризи) біфуркації. Біфуркаційна та фазопараметрична діаграми. Біфуркація сідло-вузол. Біфуркація "збірка". Біфуркація народження граничного циклу.

Тема 16. Локальні біфуркації періодичних рухів. Хаос у динамічних системах.

Локальні біфуркації корозмірності два. Біфуркації періодичних режимів. Детермінований хаос. Парадигма детермінованого хаосу – дивний атрактор Лоренца. Логістичне відображення. Глобальний хаос та його характеристики. Системи з перемішуванням. Показники Ляпунова. Спектр потужності. Спектр потужності хаотичного руху.

5. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин						
	усього	у тому числі					
		лекції	практ.	лаб.	сем.	інд.	с.р.
Розділ 1. Динамічні системи зі скінченним числом ступенів вільності							
Тема 1. ***Рівняння Лагранжа***	5	1					4
Тема 2. ***Виведення нелінійних систем з одним, двома і трьома ступенями вільності***	6	2					4
Разом за розділом 1	11	3					8
Розділ 2. Континуальні нелінійні динамічні системи							
Тема 3. ***Моделі вимушених поперечних коливань стрижнів при їх геометрично нелінійному деформуванні***	6	2					4
Тема 4. ***Моделі параметричних коливань стрижнів з нелінійною інерційністю***	6	2					4
Разом за розділом 2	12	4					8
Розділ 3. Якісні методи нелінійної динаміки							
Тема 5. ***Простори в нелінійній динаміці***	6	2					4
Тема 6. ***Застосування методу точкових відображень до аналізу механічних систем***	6	2					4
Тема 7. ***Види сталих рухів та їх властивості***	6	2					4
Тема 8. ***Перерізи Пуанкаре***	6	2					4
Тема 9. ***Стійкість сталих рухів***	6	1	1				4
Тема 10. ***Стійкість періодичних траєкторій***	4	1	1				2
Тема 11. ***Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань***	3	1					2
Разом за розділом 3	37	11	2				24
Розділ 4. Теорія інваріантних різноманіть							
Тема 12. ***Інваріантні різноманіття. Основні поняття і визначення***	6	2					4
Тема 13. ***Методи розрахунку інваріантних різноманіть***	6	1	1				4
Тема 14. ***Нелінійні нормальні форми як окремий випадок інваріантних різноманіть***	6	1	1				4
Разом за розділом 4	18	4	2				12
Розділ 5. Теорія біфуркацій та хаос у динамічних системах							
Тема 15. ***Локальні біфуркації динамічних систем***	6	1	1				4
Тема 16. ***Локальні біфуркації періодичних рухів. Хаос у динамічних системах***	6	1	1				4

Разом за розділом 5	12	2	2				8
Усього годин	90	24	6				60

6. Самостійна робота

Метою самостійної роботи є навчитися користуватися навчально-методичними матеріалами, бібліотечними фондами, базами даних наукової літератури і інформаційними джерелами і іншими інформаційними джерелами, складати конспекти, аналізувати матеріал, порівнювати різні наукові концепції та робити висновки. Види самостійної роботи студента: опрацювання лекційного матеріалу; опрацювання тем курсу, які виносяться на самостійне вивчення; виконання завдань для самостійної роботи, відвідування консультацій; підготовка до підсумкового контролю.

Теми для самостійного вивчення

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виведення динамічних систем зі скінченним числом ступенів вільності	8
2	Застосування методу гармонійного балансу до динамічних систем зі скінченним числом ступенів вільності	4
3	Побудова дискретних моделей континуальних динамічних систем	8
4	Розрахунок амплітудно-частотної характеристики рівняння Дуффінга	4
5	Дослідження станів рівноваги рівнянь Лоренца	4
6	Дослідження біфуркацій автономних динамічних систем	8
7	Періодичні рухи логістичного точкового відображення	4
8	Біфуркації періодичних рухів логістичних відображень	4
9	Розрахунок нелінійних нормальних форм	8
10	Нелінійні нормальні форми системи осциляторів Дуффінга	4
11	Чисельне моделювання в системі AUTO	4
12	Разом	60

Завдання для самостійної роботи

1. Виконати розрахунок вільних коливань динамічної системи з одним ступенем вільності без урахування й з урахуванням сил опору. Вказати основні механічні характеристики системи при коливаннях та вплив початкових умов.
2. Виконати розрахунок вільних коливань динамічної системи з n ступенями вільності. Скласти частотне рівняння, визначити спектр частот вільних коливань.
3. Виконати розрахунок вимушених коливань динамічної системи з n ступенями вільності без урахування сил опору. Визначити коефіцієнти динамічності.
4. Побудувати фазові портрети визначених нелінійних систем, використовуючи метод лінеаризації в околі особливих точок.
5. Побудувати фазовий портрет системи з квадратичною нелінійністю зі збуреннями на площині.
6. Обчислити індекс Пуанкаре для вузла, сідла та фокуса.
7. Дослідити нелінійне коливальне рівняння.
8. Дослідити положення рівноваги динамічних систем за допомогою першого і другого методів Ляпунова.
9. Дослідити біфуркації динамічних систем на прямій.
10. Дослідити біфуркації двовимірних динамічних систем.
11. Дослідити одновимірні рівняння хаотичної динаміки.

* за бажанням здобувача він може сам скласти перелік завдань для самостійної роботи, адаптувавши їх під своє наукове дослідження, за умови узгодження переліку і змісту завдань з викладачем і науковим керівником

7. Методи навчання

При викладанні дисципліни застосовуються словесні, наочні та практичні методи навчання. Словесні та наочні методи навчання використовуються під час лекцій, практичних занять, самостійної роботи, консультацій, практичні – при здійсненні студентами самостійної роботи. Під час проведення лекцій та практичних занять використовуються такі словесні методи як розповідь і пояснення. До числа наочних методів, які застосовуються при викладанні дисципліни, належать: ілюстрація, демонстрація.

8. Методи контролю

Поточний контроль теоретичних знань, що отримані здобувачем вищої освіти ступеня доктора філософії здійснюється шляхом усного опитування щодо засвоєння лекційного матеріалу та тем для самостійного вивчення, а також оцінювання виконання завдання для самостійної роботи.

Підсумковий контроль проводиться у вигляді екзамену.

9. Схема нарахування балів

Розділ 1		Розділ 2		Розділ 3							Розділ 4			Розділ 5		ІЗ	Разом	Екзамен	Сума
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	Т7	Т8	Т9	Т10	Т11	Т12	Т13	Т14	Т15	Т16				
3	5	3	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	5	15	70	30	100

Т1, Т2 ... – теми розділів. ІЗ – індивідуальне завдання.

Критерії оцінювання

Бали поточного контролю за кожною темою складаються з оцінювання відповідей під час усного опитування щодо засвоєння лекційного матеріалу (b_1 – розуміння окремих положень, b_2 – розуміння окремих математичних методів, b_3 – досконале засвоєння математичних методів, b_4 – вміння адаптувати засвоєні методи для розв'язання комплексних задач нелінійної динаміки), оцінювання виконання завдання для самостійної роботи (s_1 – вміння вибрати математичний метод для розв'язання поставленої задачі; s_2 – розробка методики розв'язання поставленої задачі, s_3 – часткове застосування розробленої методики; s_4 – повне застосування методики з отриманням частково помилкових результатів, s_5 – вирішення поставленої задачі в цілому, s_6 – повне вирішення поставленої задачі з творчим аналізом отриманих результатів).

Для тем Т1…Т8: b_1= 0,25; b_2= 0,5; b_3= 0,75; b_4 = 1.

s_1= 0,33; s_2= 0,67; s_3= 1; s_4 = 1,33; s_5 = 1,67; s_6 = 2.

Для тем Т9…Т16: b_1= 0,5; b_2= 1; b_3= 1,5; b_4 = 2.

s_1= 0,5; s_2= 1; s_3= 1,5; s_4 = 2; s_5 = 2,5; s_6 = 3.

Критерії оцінювання індивідуального завдання (15 балів): Відсутність помилок в теоретичній частині – 4 бали; Коректність викладок – 4 бали; Послідовність викладок – 4 бали; Логічність викладок – 3 бали.

Після підсумовування всіх балів поточного контролю результат округлюється до цілого значення.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70–89	добре
50–69	задовільно
1–49	незадовільно

10. Рекомендоване методичне забезпечення

1. Конспект лекцій з дисципліни «Моделі та методи нелінійної динаміки» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. К. В. Аврамов. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 267 с.

2. Методичні вказівки до виконання індивідуальних практичних завдань з дисципліни «Моделі та методи нелінійної динаміки» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. К. В. Аврамов. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 6 с.

3. Методичні вказівки та перелік завдань для самостійної роботи з дисципліни «Моделі та методи нелінійної динаміки» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 113 Прикладна математика галузі знань 11 Математика та статистика (освітньо-наукова програма «Математичне моделювання та оптимізація теплових, механічних процесів і складних геометричних структур») [Електронне видання] / Упоряд. К. В. Аврамов. Харків: ІЕМС НАН України, 2024. 6 с.

Основна література

1. Основи нелінійної динаміки: навч. посіб. / Д. Я. Хусаінов, А. В. Шатирко. — К. : Київський ун-т, 2017. — 159 с.
2. Василенко М. В.,Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкість руху. К.: Вища школа, 2004.

Допоміжна література

1. Щоголев С. А. Математичні проблеми нелінійної механіки. – Одеса: «Одеський національний університет імені І. І. Мечникова», 2021. – 102 с.
2. Сучасні методи дослідження нелінійних динамічних систем: Посіб. для студ. / О. О. Сердюк. — Краматорськ: ДДМА, 2018. — 120 с.
3. S.S. Rao. Mechanical Vibrations. (5-th ed.) Pearson Education, 2010.
4. Грищенко В М. Коливання систем зі скінченним числом ступенів свободи: - Х.: НТУ «ХПІ», 2023.
5. W. Thomson, M.D. Dahleh. Theory of Vibration with Applications.Pearson, 2013. 544 p.
6. Гащук, П. М. Лінійні динамічні системи і звичайні диференціальні рівняння. — Львів: Українські технології, 2002. — 607 с.
7. Richard Holmgren. A First Course in Discrete Dynamical Systems. — 2 (Universitext). — Springer, 2013. — 233 с. — Режим доступу: https://d-nb.info/931706165/04
8. Мокін, Б. І. Математичні методи ідентифікації динамічних систем: навчальний посібник / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця: ВНТУ, 2010. – 260 с.

Інформаційні ресурси

1. Навчально-методичний комплекс навчальної дисципліни на сайті ipmach.kharkov.ua
2. Мережа Internet.
3. Бібліотека ІЕМС НАН України.