

Голові разової спеціалізованої
вченої ради Інституту енергетичних
машин та систем ім. А. М. Підгорного
Національної академії наук України
д-ру техн. наук, проф.
Кирилу МАКСИМЕНКО-ШЕЙКУ
вул. Комунальників, 2/10, м. Харків, 61046

РЕЦЕНЗІЯ

рецензента, доктора технічних наук, старшого наукового співробітника, ученого секретаря Інституту енергетичних машин і систем Угрімова Сергія Вікторовича на дисертаційну роботу Верушкіна Івана Олексійовича «Методи граничних інтегральних рівнянь в крайових задачах теорії потенціалу та лінійної теорії пружності», представлену на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 – Прикладна математика

Актуальність теми

Проблема забезпечення надійності та довговічності конструкцій є однією з ключових у сучасному машинобудуванні, енергетиці та авіаційній техніці. Складні експлуатаційні умови енергетичних та машинобудівних конструкцій визначають необхідність використання удосконалених математичних моделей, здатних з достатньою точністю відтворювати напружено-деформований стан елементів при експлуатаційних та аварійних навантаженнях.

Отримання аналітичних розв'язків тривимірних рівнянь теорії пружності пов'язано із подоланням значних математичних складностей, унаслідок чого такі рішення отримано лише для конструкцій, що є відносно простими геометрично. Саме тому на практиці широкий розвиток отримали аналітико-

чисельні підходи, що будуються на поєднанні методу граничних інтегральних рівнянь і МГЕ, а також на застосуванні деяких спрощень у фізичних постановках задач, що дозволяють звести розв'язання тривимірної задачі до двовимірної або навіть одновимірної.

Метод граничних інтегральних рівнянь особливо ефективний для нескінченних та напівнескінченних областей, має досить високу ефективність при розв'язанні задач про деформування тонкостінних оболонок класичної форми (сферичної, циліндричної, конічної та пластинчатої) та може бути застосований у задачах, де необхідно врахувати наявність тріщин, дефектів, неоднорідностей та контактних зон. Це особливо важливо для аналізу тонкостінних оболонок, резервуарів, лопаток турбомашин та інших елементів, що працюють при динамічних навантаженнях.

Розробка нових алгоритмів числового розв'язання сингулярних та гіперсингулярних рівнянь спрямована на досягнення більшої точності при зниженні обчислювальних затрат. Такі результати мають безпосередній вплив на можливість застосування моделей у інженерних розрахунках та дозволяють проєктувальнику більш ефективно використовувати математичні методи оптимізації конструкції, які вимагають проведення багатоваріантних розрахунків напружено-деформованого стану при пошуку мінімуму функціоналу.

Отже, обрана тема є актуальною з погляду на запити сучасної інженерної практики та здатна забезпечити створення більш надійних і безпечних конструкцій у різних галузях техніки.

Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих в дисертаційній роботі.

Обґрунтованість наукових результатів дисертаційної роботи підтверджується математичною коректністю постановок задач, використанням

апробованих класичних підходів математичної фізики, механіки суцільних середовищ, математичного аналізу та числових методів, коректним доведенням твердження, яке дозволило перейти до інтегрування по дотичній області, хорошою кореляцією отриманих результатів за запропонованими методами та результатами скінченно-елементного моделювання.

Достовірність результатів досліджень.

Достовірність отриманих результатів підтверджується розв'язанням тестових та модельних задач, порівнянням отриманих результатів із аналітичними та чисельними розв'язками, отриманими іншими дослідниками, зокрема, порівнянням з аналітичним значенням КІН у задачі з круглою тріщиною, порівнянням результатів, отриманих за запропонованим підходом, та методом скінченно-елементного моделювання. Крім того, достовірність підтверджується відповідністю отриманих результатів класичним уявленням про фізичну природу деформування пружних конструкцій, що взаємодіють із рідиною. Наведені результати дають підстави говорити про високу точність і практичну придатність методів.

До основних нових наукових результатів дисертації слід віднести наступне:

- уперше отримано одновимірне гіперсингулярне рівняння, до якого зводиться крайова задача Неймана на круговій області, а також запропоновано його аналітичний розв'язок;

- уперше доведено, що для існування скінченного граничного значення нормальної похідної потенціалу подвійного шару на довільній розімкненій гладкій поверхні S необхідно і достатньо, щоб існувало скінченне граничне значення нормальної похідної потенціалу подвійного шару на площині, дотичній до S ;

- модифіковано методику обчислення концентрації напружень у тілах з тріщинами;
- розроблено модель та числові методи для врахування впливу пружної основи циліндричних резервуарів із рідиною, а також отримано нові результати з динамічних характеристик резервуарів, частково заповнених рідиною, з урахуванням впливу пружної основи типу Вінклера;
- проведено удосконалене дослідження та числове порівняння вібраційних характеристик циліндричних оболонок і лопаток кільцевого вінця гідротурбіни в повітряному середовищі та в рідині.

Значимість отриманих результатів для науки і практичного використання.

Наукова значимість отриманих результатів полягає, насамперед, у розвитку методів граничних інтегральних рівнянь для розв'язання задач теорії пружності.

Практична цінність дисертаційної роботи полягає у створенні числових методів, придатних для аналізу міцності і коливань складних інженерних конструкцій. Отримані результати дозволяють більш точно прогнозувати довговічність елементів енергетичного обладнання, турбомашин та авіаційних систем.

Повнота викладення результатів досліджень в опублікованих працях.

Наукові результати дисертаційної роботи знайшли відображення у 18 опублікованих працях, у тому числі у 1 статті, що індексується у Scopus з кварталом Q1, та 1 розділі у закордонній монографії “The Fundamentals of BEM” (Scopus). Крім того, автор представив результати на міжнародних конференціях, зокрема CAMPE-21, CAMPE-23, KhPIweek-2023, а також у Великій Британії

(WIT Transactions on Engineering Sciences), матеріали яких індексуються у Scopus.

Опубліковані матеріали повністю відображають зміст дисертації та відповідають вимогам п. 8 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою КМУ від 12.01.2022 р. №44.

Оцінка змісту дисертаційної роботи

Дисертаційна робота має класичну структуру, і складається з **анотацій, вступу, п'ятих розділів, висновків та списку літератури.**

Анотація відображає основний зміст дисертації та достатньо повно розкриває наукові результати та практичну цінність роботи.

У **вступі** надано методологічне підґрунтя дослідження, визначено актуальність, новизну, практичну значущість і межі застосовності результатів, наведено відомості про апробацію й публікаційну активність.

Перший розділ викладає стан проблеми в частині граничних інтегральних рівнянь і методі граничних елементів для задач пружності, теплопровідності та гідродинаміки, аргументує необхідність подальшого розвитку числових підходів.

У **другому розділі** розглянуто крайові задачі для тіл із тріщинами та задачі обтікання рідиною тонких поверхонь. Показано, як сформульовані задачі для диференціальних рівнянь еліптичного типу зводяться до сингулярних і гіперсингулярних рівнянь.

Третій розділ містить важливі теоретичні результати, а саме: обчислення скінченної частини за Адамаром для гіперсингулярних інтегралів по довільному багатокутнику, доведення твердження щодо існування нормальної похідної

потенціалу подвійного шару на поверхні, редукцію задачі Неймана на круговій області до одновимірного рівняння, побудову аналітичних розв'язків.

У **четвертому розділі** проведено числовий аналіз коливань оболонок, лопаток і круглих пластин при взаємодії з рідиною; порівняно результати коливань для повітря і рідини; показано вплив приєднаної маси на спектр і форми коливань.

П'ятий розділ розв'язує задачу про коливання резервуарів з урахуванням пружної основи Вінклера та плескань, подає частотні характеристики і практичні висновки щодо відстроювання від резонансів.

Підсумкові висновки є чіткими та узгодженими з матеріалом розділів, список джерел достатній, анотація адекватно відображає зміст, новизну і прикладну цінність дисертації.

Список використаних джерел із 88 найменувань досить повний і включає як вітчизняні, так і зарубіжні публікації, абсолютна більшість яких є сучасними роботами за темою дисертації.

Академічна доброчесність

Дисертація та пов'язані з нею публікації відповідають нормам академічної доброчесності. Результати, що виносяться на захист, є самостійними напрацюваннями автора і опубліковані у відомих наукових виданнях, зокрема, у виданнях, що включені до наукометричних баз даних Scopus та WoS.

До дисертаційної роботи існують деякі зауваження:

1. При постановці задачі обтікання тонкої несучої поверхні потоком ідеальної нестисливої рідини використано інтеграл Коші-Лагранжа у загальному вигляді (2.2), який враховує швидкість незбуреного потоку рідини. Але в подальшому, для реалізації запропонованого підходу цей параметр

дорівнював нулю, що у фізичній постановці фактично відповідає задачі взаємодії лопаті із нерухомою рідиною.

2. При розв'язанні модельної задачі про коливання паливного бака із тріщиною автор використав однакові силові впливи на кріпильні кільця, які моделювали навантаження на бак при русі по залізній дорозі, але важко очікувати, що в реальних умовах експлуатації навантаження буде однаковим на обидва кільця. Крім того, при розгляді тріщини в паливному баку дисертант зазначив, що ввів модельну тріщину у найбільш навантажену частину величиною 0,3 мм, а потім при інтегруванні рівняння Періса використав інтервал від 0,0001 мм до 3 мм. Але на мій погляд, для визначення кількості циклів до руйнування при наявності тріщини 0,3 мм логічно було б розглянути інтегрування в діапазоні від 0,3 мм до 3 мм. Крім того, тріщини величиною 0,0001 мм зазвичай не описуються рівнянням Періса.

3. При розгляді впливу рідини на коливання використовується підхід приєднаних мас рідини, що призводить до модифікації матриці мас пружної системи, але як саме обиралися маси приєднаної рідини у розглянутих у роботі задачах не пояснюється.

4. У розділі 5 розглядається коливання круглої пластини із урахуванням впливу рідини та пружної основи. При цьому використовується зв'язок між потенціалом швидкостей та тиском, заданий лінеаризованим інтегралом Коші-Лагранжа, який взято із роботи [3], але в цій роботі немає указанного співвідношення. Наведений інтеграл містить прискорення тільки в напрямку однієї горизонтальної осі, але для розглянутих задач це не є суттєвим обмеженням.

5. Дисертант використовує заміну інтегралу по поверхні на інтеграл по дотичній поверхні і використовує апроксимацію вихідної криволінійної поверхні плоскими багатокутниками, в основі якої лежить співпадіння значень скінченних частин інтегралів за Адамаром. При цьому не наведено чисельний

аналіз залежності розмірів та вибору форм багатокутників на точність інтегрування. Не зрозуміло, що відбуватиметься при необхідності апроксимації поверхні в кутових точках.

6. Не наведено аналіз збіжності результатів при застосуванні методу заданих нормальних форм.

7. У роботі присутні опечатки та помилки, а також деякі неточності у поданні матеріалу, зокрема:

- у висновках до розділу 2 стверджується, що серед іншого розглядалися «задачі теплопровідності для тіл з тріщинами», але такі задачі відсутні у роботі;

- автор використовує термін «рівняння Ламе», «рівняння Ламі» «коефіцієнти Лами»; використовує термін «коливання у вакуумі» та «коливання у повітрі» для описання одного і також явища;

- на стор 77 в одному абзаці автор стверджує, що навантаження на резервуар є «стаціонарними циклічними навантаженнями», а трохи нижче «навантаження є нестаціонарними та мають розподіл типу «падаючого дощу» та знову «стаціонарний циклічний розподіл»;

- не дуже вдало сформульовано твердження, наведене на стор. 56;

- присутні описки в посиланнях на відповідні рівняння. Так на стор. 84 дисертант посилається на рівняння для опису поведінки рідини (4.1) та (4.2), які не є цими рівняннями; на стор. 41 дисертант навів невірні посилання на формули у твердженні «використанням (2.29) крайова умова (2.31) набуде вигляду»;

- у п.3.6.1 дисертант спочатку стверджує, що матеріал розглядається пружним, потім вказує на можливість розгляду нелінійних задач пластичного деформування, а потім знову розглядає лінійно пружні матеріали.

Зазначені зауваження не впливають на загальну високу позитивну оцінку даної дисертаційної роботи і не зменшують ступеня обґрунтованості та

вірогідності основних результатів та висновків. Автор у дисертаційній роботі продемонстрував добре знання та володіння математично складними методами побудови граничних інтегральних рівнянь у теорії потенціалу та теорії пружності, а також методами розв'язання сингулярних та гіперсингулярних рівнянь.

ВИСНОВОК

Дисертаційна робота Верушкіна І.О. «Гіперсингулярні інтегральні рівняння та їх застосування у задачах механіки руйнування і гідропружності» відповідає спеціальності 113 – Прикладна математика і є завершеною науково-дослідною працею. У дисертації розроблено та обґрунтовано нові методи аналізу крайових задач для тіл із тріщинами, оболонок і резервуарів з рідиною, отримано аналітичні та числові результати, які мають як теоретичне, так і прикладне значення. Дослідження продовжує розвиток досягнень вітчизняної школи прикладної математики у галузі граничних інтегральних рівнянь.

Робота Верушкіна Івана Олексійовича відповідає усім вимогам, що висуваються до дисертацій на здобуття ступеня доктора філософії (пункти 6–9 Порядку, затвердженого Постановою КМУ від 12.01.2022 р. № 44). Вважаю, що здобувач заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 – Прикладна математика.

Офіційний рецензент

Учений секретар Інституту енергетичних машин і
систем ім. А. М. Підгорного НАН України,
д-р техн. наук, старш. наук. співроб.

Сергій УГРИМОВ

15.09.2025 р.